DE ||AC. Αρα τα τρίγωνα ABC και DBC είναι όμοια (γωνίες τους ίσες μία προς μία).

(BDC) : (BAC) = BD: BA

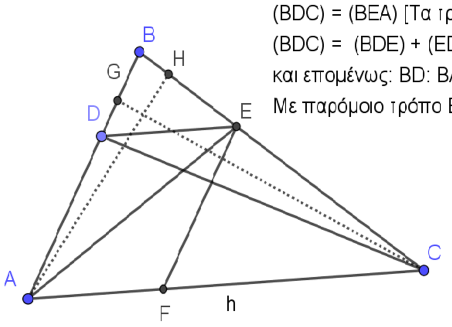
(BEA) : (BAC) = BE: BC

(BDC) = (BEA) [Τα τρίγωνα αυτά είναι άνισα αλλά ισεμβαδικά διότι

(BDC) = (BDE) + (EDC) = (BDE) + (EDA) = (BEA)

και επομένως: BD: BA = BE: BC.

Με παρόμοιο τρόπο EC:BC = CF:CA.



Από ιδιότητες αναλογιών, αφού $\frac{\mathrm{CF}}{\mathrm{CA}} = \frac{\mathrm{CE}}{\mathrm{CB}}$, έπεται $\frac{\mathrm{CA}-\mathrm{CF}}{\mathrm{CA}} = \frac{\mathrm{CB}-\mathrm{CE}}{\mathrm{CB}}$, δηλαδή

$$\frac{\mathrm{AF}}{\mathrm{CA}} = \frac{\mathrm{BE}}{\mathrm{CB}}$$

Αλλά DEFA παραλληλόγραμμο, άρα DE = AF, οπότε παίρνουμε τη βασική σχέση σε αυτό το σχήμα

$$\frac{\mathrm{DE}}{\mathrm{CA}} = \frac{\mathrm{BE}}{\mathrm{CB}} = \frac{\mathrm{BD}}{\mathrm{BA}}.$$

Από ιδιότητες αναλογιών αν $\frac{\mathrm{BD}}{\mathrm{BA}} = \frac{\mathrm{BE}}{\mathrm{BC}}$ τότε $\frac{\mathrm{BD}}{\mathrm{BA}-\mathrm{BD}} = \frac{\mathrm{BE}}{\mathrm{BC}-\mathrm{BE}}$, δηλαδή $\frac{\mathrm{BD}}{\mathrm{DA}} = \frac{\mathrm{BE}}{\mathrm{EC}}$.

Παρόμοια, $\frac{\mathrm{AF}}{\mathrm{FC}} = \frac{\mathrm{BE}}{\mathrm{EC}}$.

Αν

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, τότε $\frac{b-a}{b} = \frac{d-c}{d}$. Για να ισχύει η δεύτερη ισότητα πρέπει (b-a)·d = (d-c)·b. Δηλαδή πρέπει b·d-a·d = d·b-c·b, δηλ. πρέπει

a·d = c·b, αλλά αυτό ισχύει.