ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ (385-323 π.Χ.) [χωρίς μεταφυσική].

- **Τα παρακάτω έξι έργα του συγκροτούν το λεγόμενο *Όργανον*.**

  I. **Αναλυτικά Πρότερα**
  II. **Αναλυτικά Ύστερα**
  III. **Κατηγορίαι**
  IV. **Περί Ερμηνείας**
  V. **Τοπικά**
  VI. **Περί Σοφιστικών Ελέγχων**

- **Στην απλή πρόταση διακρίνουμε δύο όρους: το υποκείμενο Υ και το κατηγόρημα Κ. (Γράφουμε ΥΚ).**

- **Μια πρόταση μπορεί να είναι:**

- **Γενική (καθολική) καταφατική**
  Όλα τα Υ είναι Κ (Υ A Κ) [affirmo]
  - ✓ **Όλοι οι άνθρωποι είναι θνητοί**
- **Μερική καταφατική**
  Κάποια Υ είναι Κ (Υ I Κ) [affirmo]
  - ✓ **Κάποιοι άνθρωποι είναι πλούσιοι**
- **Γενική (καθολική) αποφατική [nego]**
  Όλα τα Υ δεν είναι Κ (Υ E Κ)
  (Συνήθως λέμε: Κανένα Υ δεν είναι Κ)
  - ✓ **Όλοι οι άνθρωποι δεν είναι πλούσιοι που συνήθως εκφράζεται με τη μορφή:**
  - ✓ **Κανένας άνθρωπος δεν είναι πλούσιος**
- **Μερική αποφατική [nego]**
  - ✓ **Κάποια Υ δεν είναι Κ (Υ O Κ)**
  - ✓ **Κάποιοι άνθρωποι δεν είναι πλούσιοι**

- **Τι είδους πρόταση είναι η άρνηση μιας πρότασης ΥΑΚ;**

Αφού δεν είναι αλήθεια ότι «Όλα τα Υ είναι Κ», άρα «Κάποια Υ δεν είναι Κ», δηλ. ΥΟΚ. Αντίστροφα, τι είδους πρόταση είναι η άρνηση μιας πρότασης ΥΟΚ; Αφού δεν είναι αλήθεια ότι «Κάποια Υ δεν είναι Κ», άρα «Όλα τα Υ είναι Κ», δηλ. ΥΑΚ. Επομένως η (¬ΥΑΚ)↔ΥΟΚ και η (ΥΑΚ)↔(¬ΥΟΚ) είναι ταυτολογίες. Οι ΥΑΚ και ΥΟΚ είναι/λέγονται αντιφατικές.

Επίσης αντιφατικές είναι/λέγονται οι ΥΕΚ και ΥΙΚ αφού όταν ισχύει η μία δεν μπορεί να ισχύει η άλλη και αντίστροφα. Πράγματι, αν ισχύει η ΥΙΚ, τότε «Κάποια Υ είναι Κ», οπότε δεν μπορεί να ισχύει ότι «Όλα τα Υ δεν είναι Κ» και αν δεν ισχύει η ΥΙΚ, τότε «Όλα τα Υ δεν είναι Κ», οπότε ισχύει η ΥΕΚ. Επομένως οι (¬ΥΙΚ) ↔ ΥΕΚ & (ΥΙΚ) ↔ (¬ΥΕΚ) είναι ταυτολογίες.

Στο ακόλουθο παραλληλόγραμμο αναπαριστάνονται με κόκκινους χαρακτήρες κι άλλες (παραδοσιακές) σχέσεις μεταξύ του είδους των προτάσεων που μελετά η αριστοτελική λογική. Οι σχέσεις αυτές προϋποθέτουν τη λεγόμενη υπαρκτική παραδοχή (Όταν λέμε «Όλα τα Υ είναι Κ» ήδη εννοούμε ότι υπάρχει τέτοιο Υ και όταν λέμε «Όλα τα Υ δεν είναι Κ» ήδη εννοούμε ότι υπάρχει τέτοιο Υ).

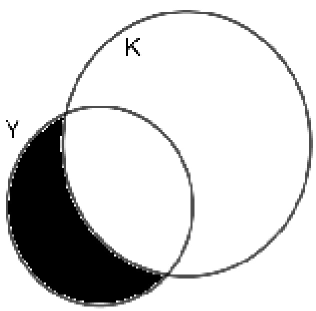
Υ Α Κ	**αντίθετες**	**Υ Ε Κ**
↓	**Οι κορυφές των διαγωνίων είναι αντιφατικές**	↓
Υ Ι Κ	**υποαντίθετες**	**Υ Ο Κ**

Οι ΥΑΚ και ΥΕΚ λέγονται αντίθετες και φυσικά δεν μπορεί να είναι και οι δύο αληθείς ταυτόχρονα. Μπορεί όμως να είναι ψευδείς ταυτόχρονα (αφού αυτό σημαίνει ότι κάποια Υ δεν είναι Κ και κάποια Υ είναι Κ, π.χ. Κάποιοι άνθρωποι δεν είναι πλούσιοι και κάποιοι άνθρωποι είναι πλούσιοι)
ΟΙ ΥΙΚ και ΥΟΚ λέγονται υποαντίθετες και δεν μπορεί να είναι και οι δύο ψευδείς ταυτόχρονα αφού τότε θα ίσχυε ότι δεν είναι αλήθεια ότι «Κάποια Υ είναι Κ», οπότε «Όλα τα Υ δεν είναι Κ», και δεν είναι αλήθεια ότι «Κάποια Υ δεν είναι Κ», οπότε «Όλα τα Υ είναι Κ», άτοπο. Μπορεί όμως να είναι αληθείς ταυτόχρονα αφού πάλι κάποια Υ είναι Κ και κάποια Υ δεν είναι Κ , π.χ. Κάποιο άνθρωποι είναι πλούσιοι και κάποιοι δεν είναι.

Μπορούμε να δώσουμε συνολοθεωρητική ερμηνεία στις παραπάνω προτάσεις.

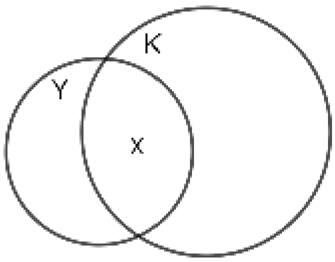
Η ΥΑΚ δηλώνει ότι οτιδήποτε ανήκει στο σύνολο Υ ανήκει και στο σύνολο Κ (οτιδήποτε ανήκει στο σύνολο των ανθρώπων ανήκει και στο σύνολο των θνητών), δηλαδή $Υ \subseteq Κ$. Τότε η υπαρκτική παραδοχή είναι η παραδοχή ότι τα σύνολα Υ, Μ, Κ δεν είναι κενά.

Για να αναπαραστήσουμε γραφικά μια τέτοια πρόταση είδους Α, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το ακόλουθο διάγραμμα του Venn, στο οποίο το μαύρισμα του τμήματος του Υ που είναι εκτός του Κ σημαίνει ακριβώς ότι δεν υπάρχει στοιχείο του Υ που να μην είναι και στοιχείο του Κ.



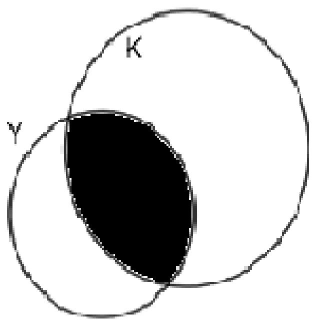
Η YIK δηλώνει ότι τα σύνολα Y και K έχουν κοινά στοιχεία, δηλαδή η τομή τους δεν είναι το κενό σύνολο δηλαδή $Y \cap K \neq \emptyset$.

Για να αναπαραστήσουμε γραφικά μια τέτοια πρόταση είδους Α, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το ακόλουθο διάγραμμα του Venn, στο οποίο το σημάδι X δηλώνει ότι υπάρχει στοιχείο κοινό και στα δύο σύνολα.



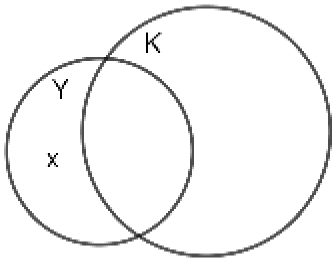
Η YEK δηλώνει ότι οτιδήποτε ανήκει στο σύνολο Y δεν ανήκει στο σύνολο K, δηλαδή $Y \cap K = \emptyset$.

Για να αναπαραστήσουμε γραφικά μια τέτοια πρόταση είδους Α, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το ακόλουθο διάγραμμα του Venn στο οποίο το μαύρισμα του τμήματος του Y που είναι εντός του K σημαίνει ακριβώς ότι δεν υπάρχει στοιχείο του Y που να είναι και στοιχείο του K.



Η YOK δηλώνει ότι υπάρχουν στοιχεία του Y που δεν είναι στοιχεία του K, δηλαδή ότι $Y - K \neq \emptyset$.

Για να αναπαραστήσουμε γραφικά μια τέτοια πρόταση είδους Ο, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το ακόλουθο διάγραμμα του Venn, στο οποίο το σημάδι X δηλώνει ότι υπάρχει στοιχείο στο Y



- **Συλλογισμός: επιχείρημα με ΔΥΟ (μόνον) προκείμενες και (φυσικά) ένα συμπέρασμα Υ_Κ. Η μία από τις προκείμενες περιέχει το κατηγόρημα Κ του συμπεράσματος (μείζων), η άλλη το υποκείμενο Υ (ελάσσων).**

Γράφουμε πάντα πρώτη τη μείζονα.

Οι δύο προκείμενες έχουν πάντα έναν κοινό όρο τον μέσο Μ που απαλείφεται για να προκύψει το συμπέρασμα. Πότε είναι έγκυρη αυτή απαλοιφή;

- **Σχήματα και τρόποι**
- **Σχήματα: Αν την πρόταση Υ_Κ τη δούμε σαν ένα ευθύγραμμο τμήμα**

M Y__________M_________K M

πού μπορεί να είναι το Μ;

1^{o} σχήμα	2^{o} σχήμα	3^{o} σχήμα	4^{o} σχήμα
Μ Κ	Κ Μ	Μ Κ	Κ Μ
Υ Μ	Υ Μ	Μ Υ	Μ Υ
Υ Κ	Υ Κ	Υ Κ	Υ Κ

Αν δεν σκεφτούμε σαν τον Αριστοτέλη γεωμετρικά, αλλά συνδυαστικά μπορούμε να δούμε ακόμη ένα σχήμα το τέταρτο.

- **Τρόποι : Τι είδους μπορεί να είναι καθεμία από τις τρεις προτάσεις ενός συλλογισμού; A, I, E, O**
- **Άρα πόσοι είναι όλοι οι συλλογισμοί;**

Τέσσερα τα σχήματα, για κάθε σχήμα 4·4·4 = 64 τρόποι. Άρα συνολικά 256 συλλογισμοί.

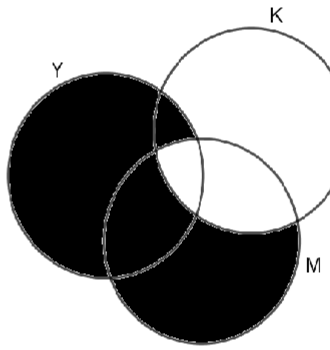
- **Πόσοι από αυτούς είναι έγκυροι; Αν δεχθούμε την υπαρκτική παραδοχή 24, αν δεν τη δεχτούμε 15.**
- **Στο πρώτο σχήμα, ο τρόπος ΑΑΑ είναι έγκυρος.**

Μ Α Κ
Υ Α Μ

Υ Α Κ

Πράγματι, οποιοδήποτε Υ είναι Μ που με τη σειρά του είναι Κ, άρα οποιοδήποτε Υ είναι Κ.

Με διάγραμμα του Venn, οι δύο προκείμενες μας οδηγούν στο παρακάτω διάγραμμα του Venn στο οποίο βλέπουμε να ισχύει το συμπέρασμα.

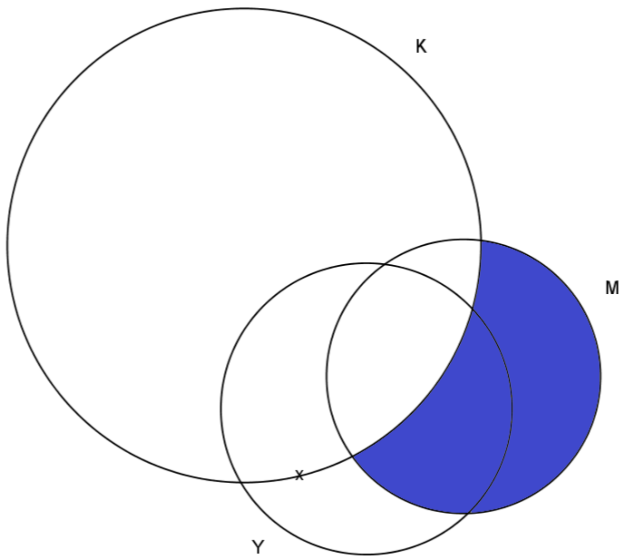


Στο πρώτο σχήμα, ο τρόπος ΑΟΟ δεν είναι έγκυρος.

Μ Α Κ
Υ Ο Μ

Υ Ο Κ

Πράγματι, το διάγραμμα Venn που αναπαριστά τις προκείμενες δεν μας εξασφαλίζει κατ' ανάγκη το συμπέρασμα. Κάτι που ανήκει στο Υ και δεν ανήκει στο Μ μπορεί να μην ανήκει στο Κ αλλά μπορεί και να ανήκει (γι αυτό έχει τοποθετηθεί πάνω στο όριο των Υ και Κ).

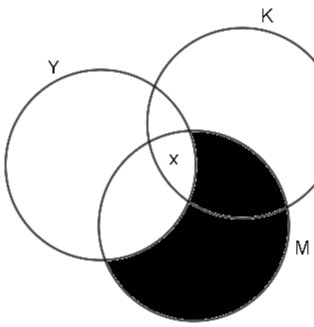


Στο τρίτο σχήμα ο τρόπος ΙΑΙ είναι έγκυρος

Μ Ι Κ
Μ Α Υ
Υ Ι Κ

Υπάρχει Μ που είναι Κ, αλλά ως Μ είναι Υ, επομένως υπάρχει Υ που είναι Κ.

Με διάγραμμα του Venn, οι δύο προκείμενες μας οδηγούν στο παρακάτω διάγραμμα του Venn στο οποίο βλέπουμε να ισχύει το συμπέρασμα. (Πάντα μαυρίζουμε πρώρα προκείμενη είδος Α).



- **Στο πρώτο σχήμα, οι έγκυροι τρόποι είναι οι ΓΡΑΜΜΑΤΑ, ΕΓΡΑΨΕ, ΓΡΑΦΙΔΙ, ΤΕΧΝΙΚΟΣ, ΑΑΙ και ΕΑΟ (οι λέξεις επινοήθηκαν για να υποβοηθήσουν στην απομνημόνευση των τεσσάρων τρόπων i. ΑΑΑ ii. ΕΑΕ, iii. ΑΙΙ, iv. ΕΙΟ).**
- **Στο δεύτερο σχήμα, οι έγκυροι τρόποι είναι οι ΕΓΡΑΨΕ, ΚΑΤΕΧΕ, ΜΕΤΡΙΟΝ, ΑΧΟΛΟΝ, ΕΑΟ και ΑΕΟ.**
- **Στο τρίτο σχήμα, οι έγκυροι τρόποι είναι οι ΙΣΑΚΙΣ, ΑΣΠΙΔΙ, ΟΜΑΛΟΣ, ΦΕΡΙΣΤΟΣ, ΑΠΑΣΙ, ΣΘΕΝΑΡΟΣ.**
- **Στο τέταρτο σχήμα, οι έγκυροι τρόποι είναι οι ΠΑΡΕΧΕ, ΙΣΑΚΙΣ, ΣΕΛΙΝΟΝ, ΑΠΑΣΙ, ΕΠΑΘΛΟΝ, ΕΕΟ.**

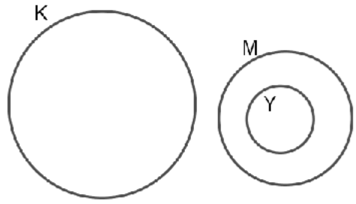
- **Άσκηση: Δείξτε ότι οι παραπάνω τρόποι που είναι γραμμένοι με μαύρους χαρακτήρες είναι έγκυροι ενώ οι τρόποι με κόκκινους είναι έγκυροι αν δεχτούμε την υπαρκτική παραδοχή.**

- **Παρατήρηση: Τους αριστοτελικούς συλλογισμούς μπορούμε να τους μελετήσουμε και με τη βοήθεια διαγραμμάτων του Euler.**
- **Παράδειγμα: Μπορούμε να αποδείξουμε ότι ο τρόπος ΕΓΡΑΨΕ στο δεύτερο σχήμα είναι έγκυρος ως εξής. Όλα τα Κ δεν είναι Μ, άρα τα σύνολα Κ, Μ είναι ξένα μεταξύ τους, οι κύκλοι που τα αναπαριστάνουν δεν τέμνονται. Όλα τα Υ είναι Μ, άρα Υ ⊆ Μ, άρα ο κύκλος Υ είναι εξ ολοκλήρου μέσα στον κύκλο Μ. Το διάγραμμα που μας δίνουν οι προκείμενες δείχνει ότι ο κύκλος**

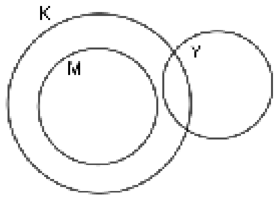
Υ δεν μπορεί να τέμνεται με τον κύκλο Κ, άρα όλα τα Υ δεν είναι Κ και αυτό είναι το αναγκαίο συμπέρασμα.

Κ Ε Μ
Υ Α Μ

Υ Ε Κ



- **Παράδειγμα: Μπορούμε να δείξουμε ότι ο τρόπος ΑΟΟ στο πρώτο σχήμα δεν είναι έγκυρος και ως εξής:**



Κάθε Μ είναι Κ, κανένα Μ δεν είναι Υ, αλλά υπάρχουν Υ που είναι Κ.