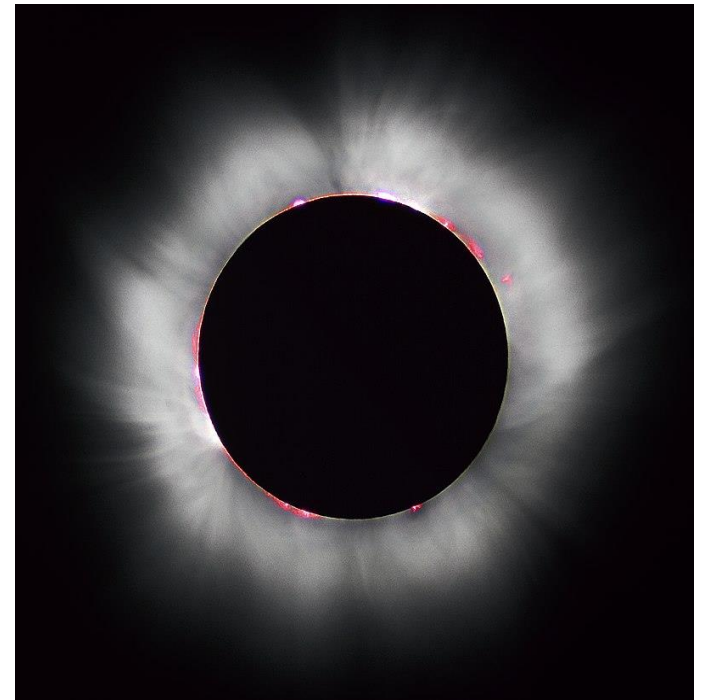


Αστρικές Ατμόσφαιρες

▶ Ισορροπίες – Βασικοί Ορισμοί



Θερμική Ισορροπία

Συνθήκη Θερμικής Ισορροπίας:

$$dL_r = \varepsilon dM_r$$

ε : συντελεστής παραγωγής ενέργειας
(J/(Kgr sec))

$$\frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \varepsilon \quad \text{ή} \quad L = \int_0^R 4\pi r^2 \rho \varepsilon dr$$

Άσκηση 3η

- ▶ Αν η ενέργεια του Ήλιου, παράγεται ομοιόμορφα σε όλη τη μάζα του, πόσος ο μέσος συντελεστής παραγωγής ενέργειας του Ήλιου;
- ▶ Αν δεχθούμε πως ο Ήλιος έχει σταθερή πυκνότητα και η ενέργεια παράγεται στον πυρήνα του, που έχει ακτίνα περίπου το ένα πέμπτο της συνολικής του ακτίνας, τότε πόσος ο μέσος συντελεστής παραγωγής ενέργειας;

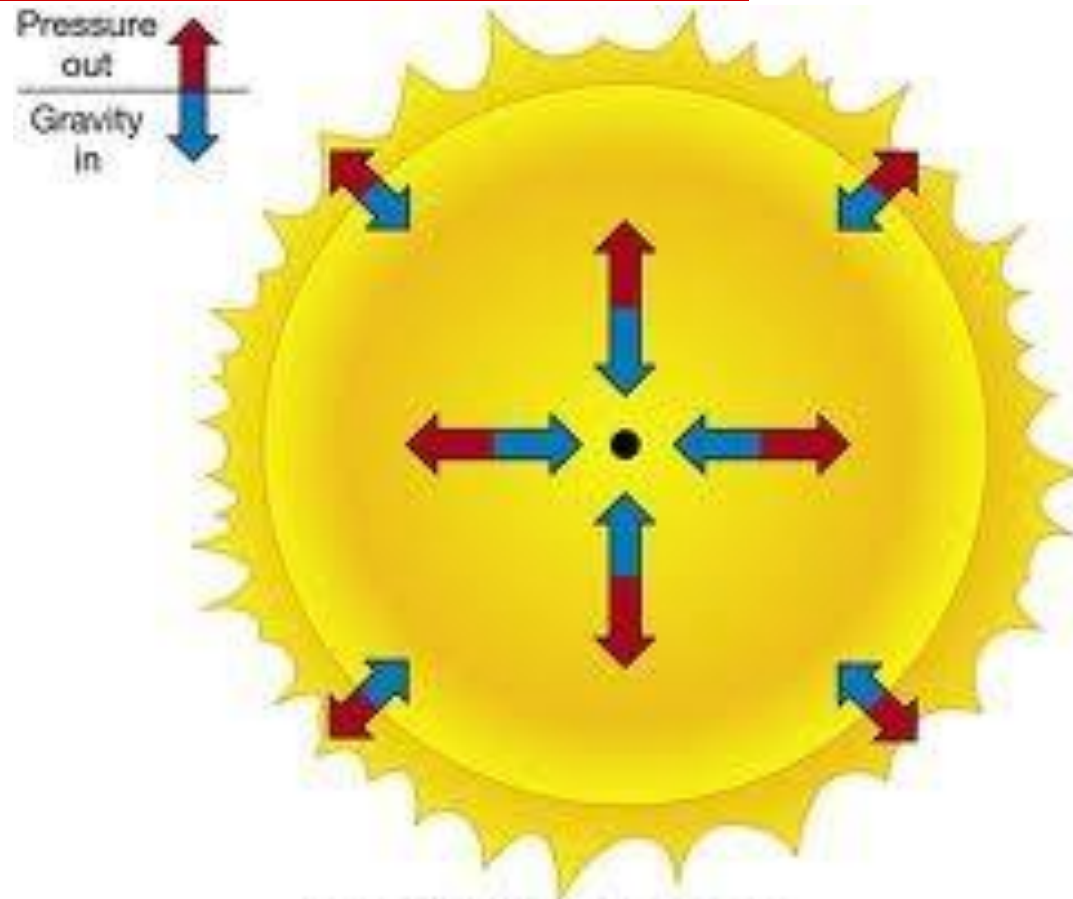
Θερμοδυναμική Ισορροπία

Η θερμοδυναμική κατάσταση καθορίζεται μόνο από τη θερμοκρασία T .

Τοπική Θερμοδυναμική Ισορροπία (Τ.Θ.Ι.):

Η μέση ελεύθερη διαδρομή των σωματιδίων είναι πολύ μικρή συγκρινόμενη με την απόσταση στην οποία η θερμοκρασία παρουσιάζει σημαντική αλλαγή.

Υδροστατική Ισορροπία

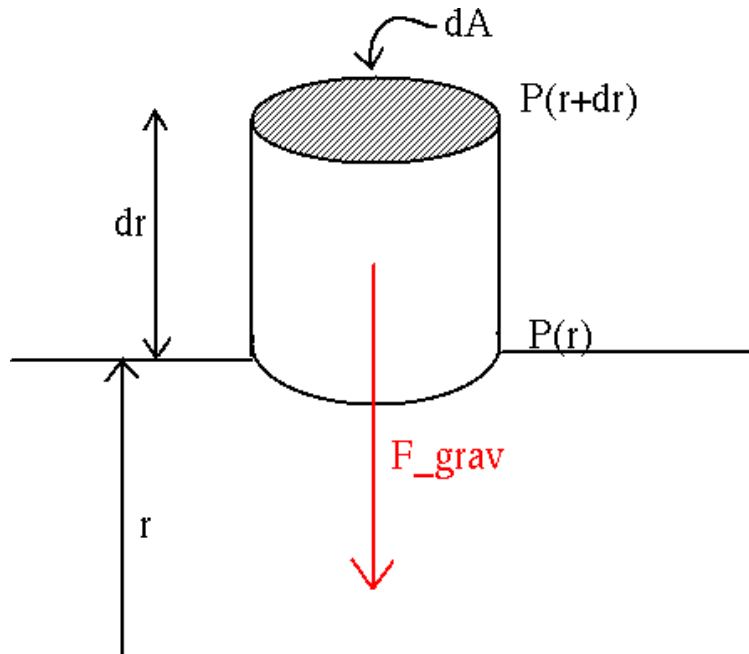


Copyright © 2005 Pearson Prentice Hall, Inc.

Υδροστατική Ισορροπία

$$dP \cdot dS = -G \frac{M_r \cdot dM_r}{r^2} \quad \longleftrightarrow \quad dM_r = dS \cdot dr \cdot \rho$$

$$dP = -G \cdot \frac{M_r}{r^2} \cdot dr \cdot \rho$$



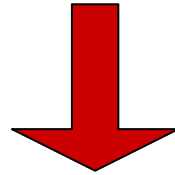
$$\frac{dP}{dr} = -\frac{G \cdot M_r}{r^2} \cdot \rho$$

$$\frac{dP}{dr} = -g \cdot \rho$$

Άσκηση 4^η

- ▶ Να υπολογιστεί η πίεση στο κέντρο του Ήλιου, αν η πυκνότητά του θεωρηθεί σταθερή.
- ▶ Απ. $P = 3GM^2 / (8\pi R^4)$

Ακτινοβολιακή Ισορροπία



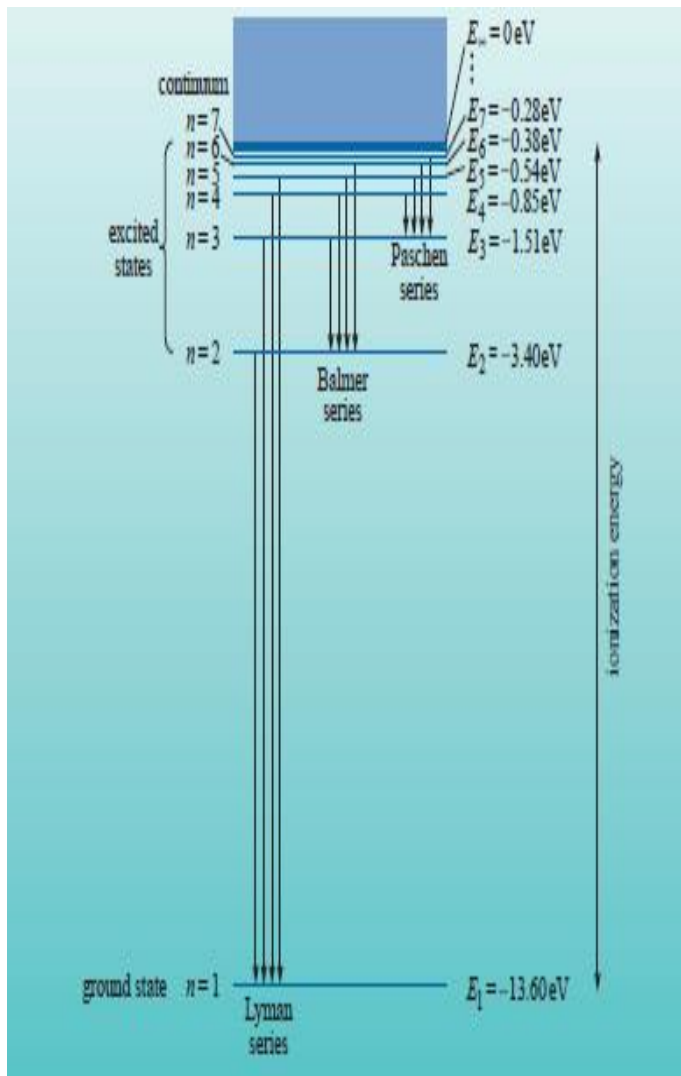
ΟΤΑΝ:

- Η Μεταφορά ενέργειας γίνεται μόνο με ακτινοβολία
- Δεν υπάρχει δημιουργία ή απώλεια ενέργειας στην αστρική ατμόσφαιρα

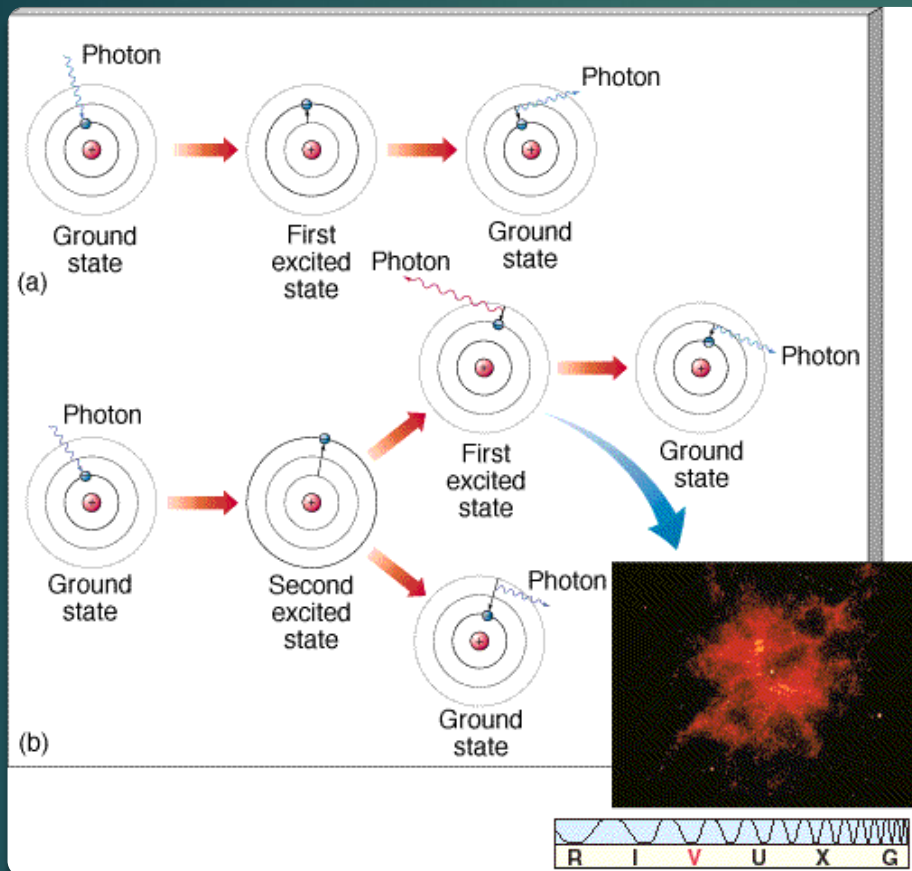
και

$$\frac{dF(x)}{dx} = 0$$

F: ροή ακτινοβολίας



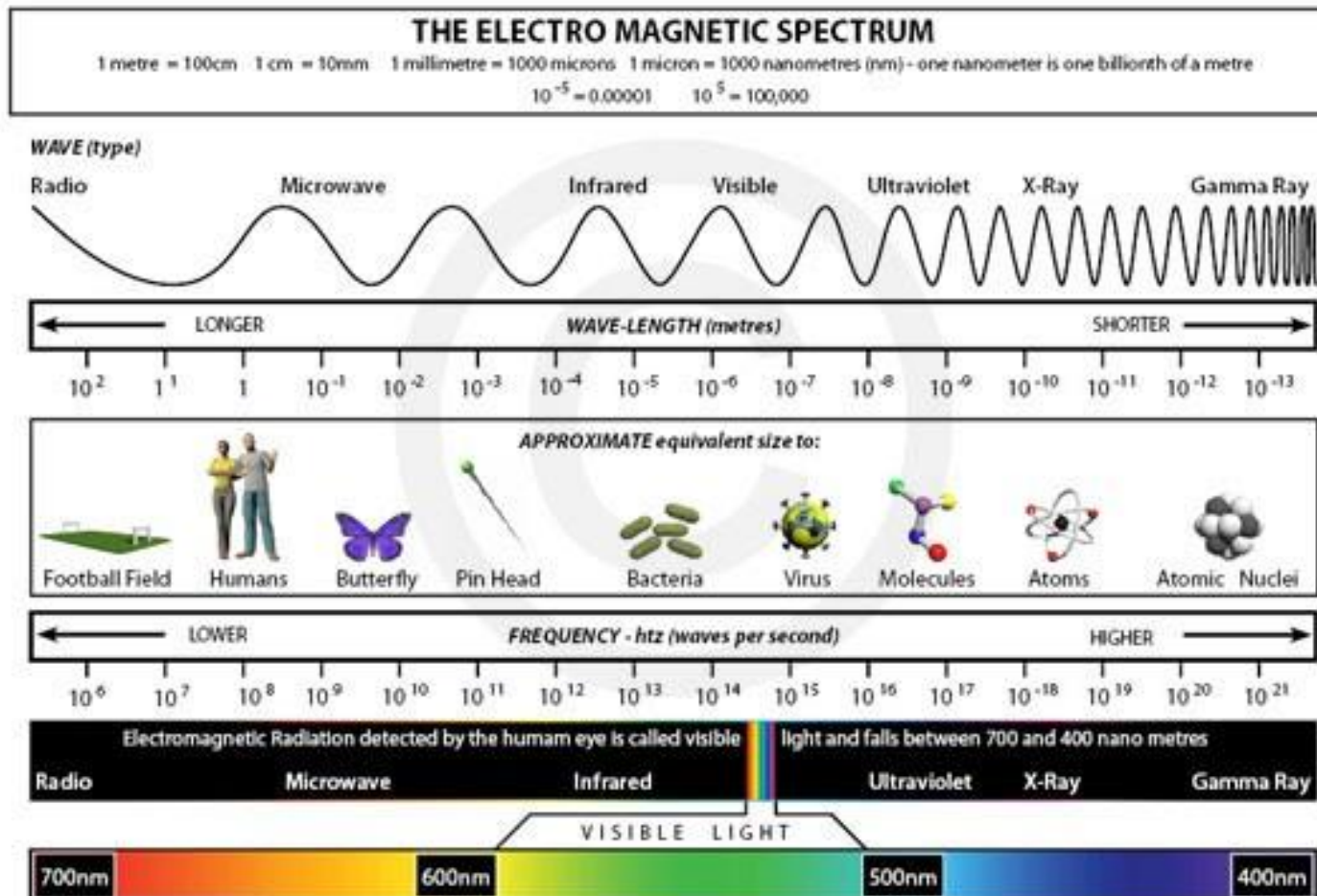
Διέγερση και Ιονισμός ατόμου



Διέγερση και Ιονισμός ατόμου

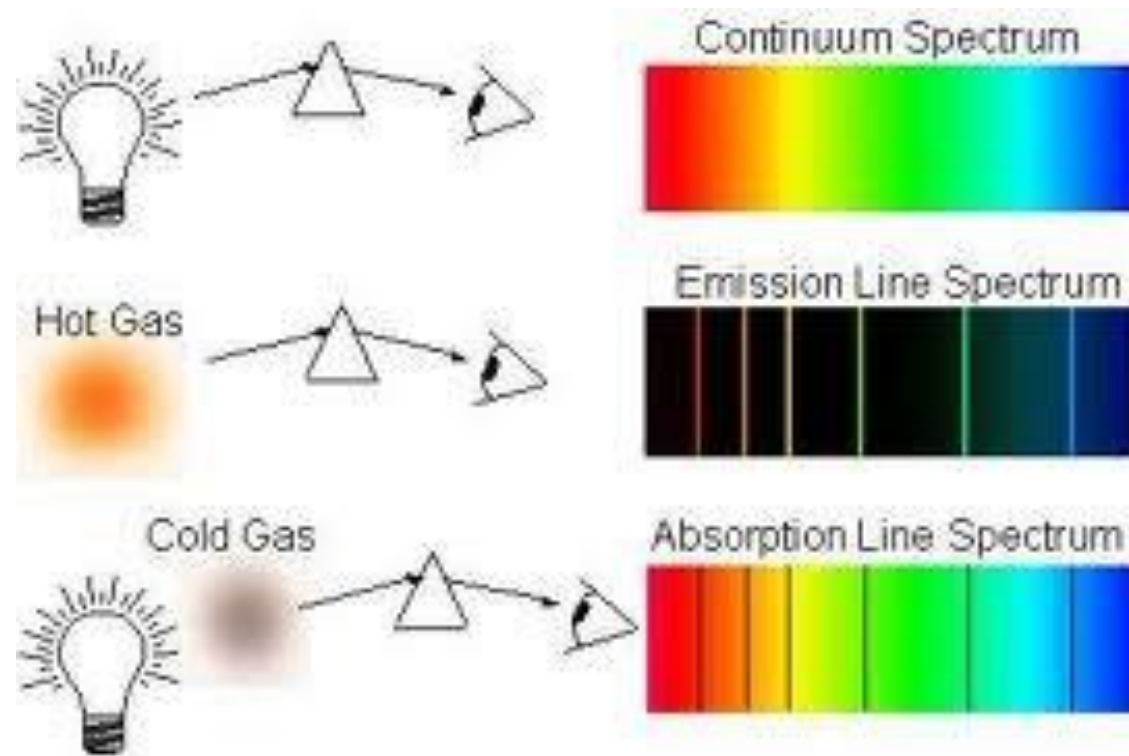
Ηλεκτρομαγνητικό Φάσμα

Συνεχές



Ηλεκτρομαγνητικό Φάσμα

Γραμμικό



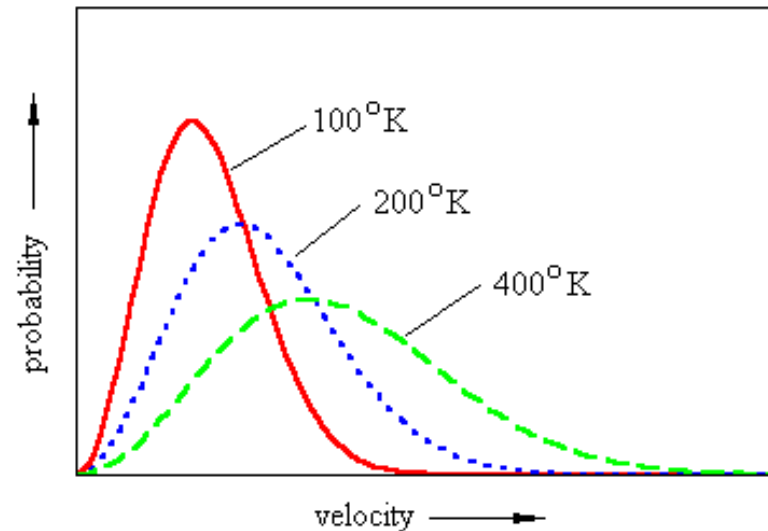
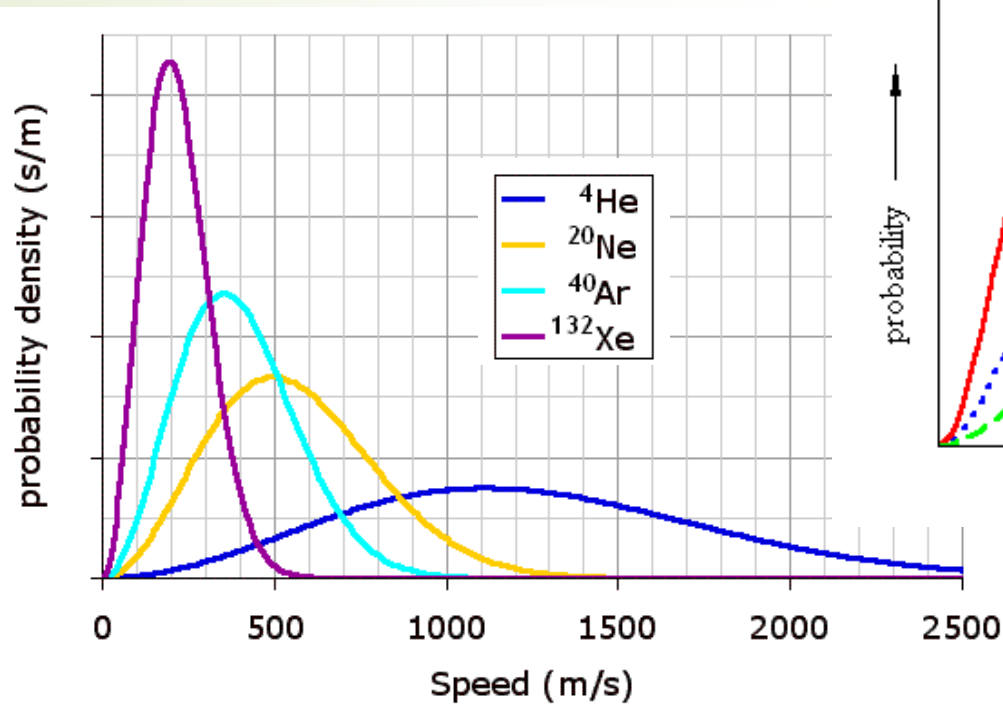


Βασικοί Νόμοι στη Θερμοδυναμική Ισορροπία

- ☐ Νόμος Boltzmann
- ☐ Νόμος Saha
- ☐ Νόμος κατανομής ταχυτήτων
Maxwell-Boltzmann

Νόμος κατανομής Maxwell- Boltzmann

$$\frac{dN(v_x, v_y, v_z)}{N_{\text{ολικο}}} = \left[\frac{m}{2\pi kT} \right]^{3/2} \exp(-mv_r^2 / 2kT) dv_x dv_y dv_z$$





Αυτή είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, που δίνει την πιθανότητα ανά μονάδα ταχύτητας, να βρούμε ένα σωματίδιο με πιθανότητα “κοντά” στη u .

$$f(v) dv = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} 4\pi v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv.$$



Η πιθανότερη ταχύτητα u_p :


$$f'(u) = 0 \Rightarrow \dots \Rightarrow \begin{matrix} u_p = 0 \\ u_p = \sqrt{\frac{2KT}{m}} \end{matrix}$$



Το μέσο μέτρο των ταχυτήτων $\langle u \rangle$


$$\langle u \rangle = \int_0^{\infty} u f(u) du = \dots = \sqrt{\frac{8KT}{\pi m}}$$



Η τετραγωνική ρίζα της μέσης τιμής των τετραγώνων των ταχυτήτων u_{rms} .


$$u_{rms} = \sqrt{\langle u^2 \rangle} = \sqrt{\int_0^\infty u^2 f(u) du} = \dots = \sqrt{\frac{3KT}{m}}$$

Άσκηση 9η

- Να αποδειχθούν οι τιμές της πιθανότερης, της μέσης και ενεργού ταχύτητας ιδανικού αερίου θερμοκρασίας T και μάζας μορίου ή ατόμου m , σύμφωνα με την πυκνότητα πιθανότητας της κατανομής Maxwell – Boltzman.

- Δίνεται πως $\int_0^{\infty} x^m e^{-ax^2} dx = \frac{\Gamma(\frac{m+1}{2})}{2a^{\frac{m+1}{2}}}$, όπου $\Gamma(2)=1$ και $\Gamma(2.5)=\frac{3}{4}\sqrt{\pi}$

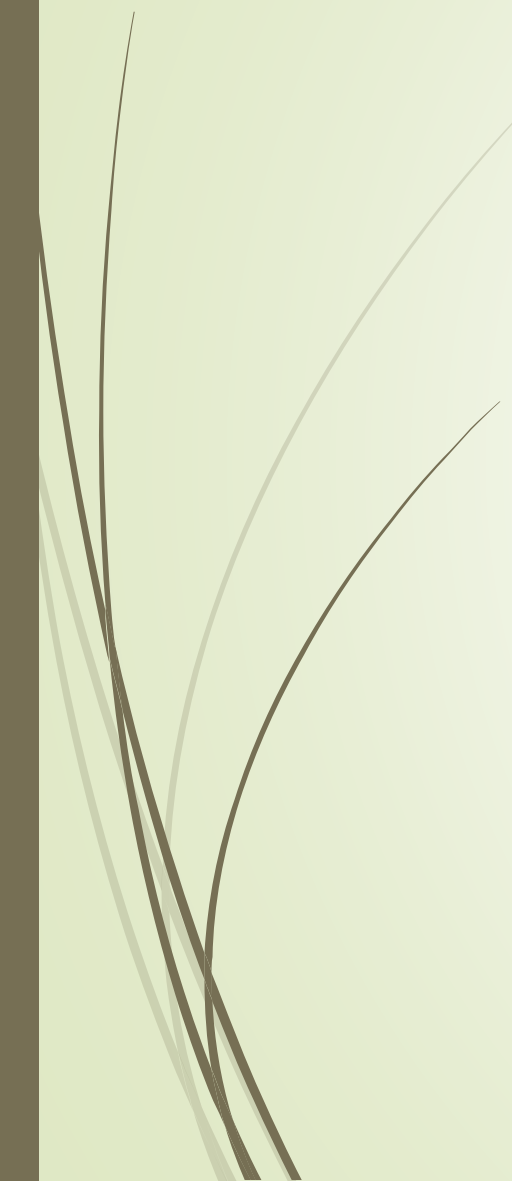


Άσκηση 10η

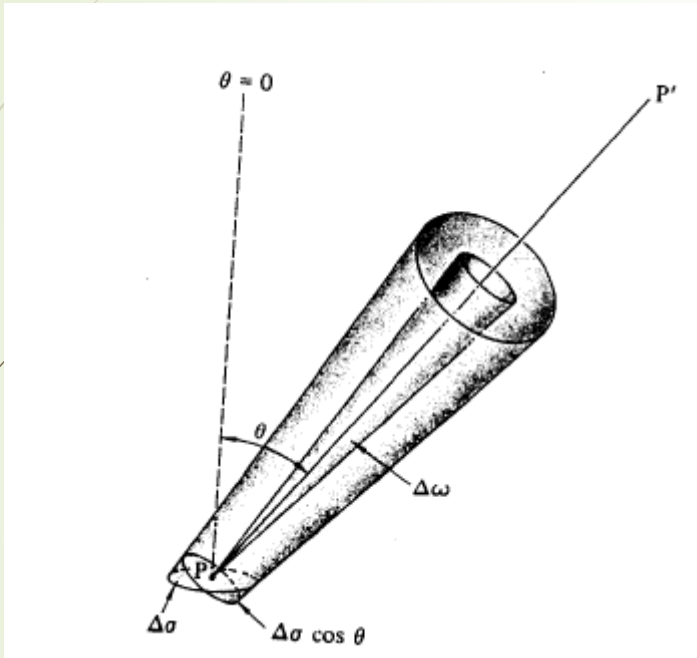
- Να υπολογίσετε την ενεργό ταχύτητα του ατομικού υδρογόνου (H), του μοριακού υδρογόνου (H₂) και του He στην επιφάνεια του ήλιου (T=5800K) και στο ηλιακό στέμμα (δεχθείτε θερμοκρασία $2 \cdot 10^6$ K).
- Υπολογίστε την ταχύτητα διαφυγής στην επιφάνεια του ήλιου και 'κάντε τη σύγκριση με τις παραπάνω τιμές.
- Πως μπορούν να παραπάνω αποτελέσματα να συσχετιστούν με το φαινόμενο του ηλιακού ανέμου;



Βασικοί ορισμοί για την περιγραφή της
ακτινοβολίας και της
αλληλεπίδρασης της με την ύλη.



Ειδική ένταση ακτινοβολίας



$$I_v = \frac{dE_v}{dv \cdot dt \cdot d\omega \cdot d\sigma \cdot \cos\theta}$$

Μονάδα μέτρησης: $\frac{\text{erg}}{\text{s cm}^2 \text{ rad}^2 \text{ Hz}} = \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2}$

Ένταση Ακτινοβολίας

□ Μέση Ένταση J_v

$$J_v = \frac{\oint I_v(x, \theta) d\omega}{\oint d\omega} \quad J_v = \frac{1}{4\pi} \oint I_v d\omega$$

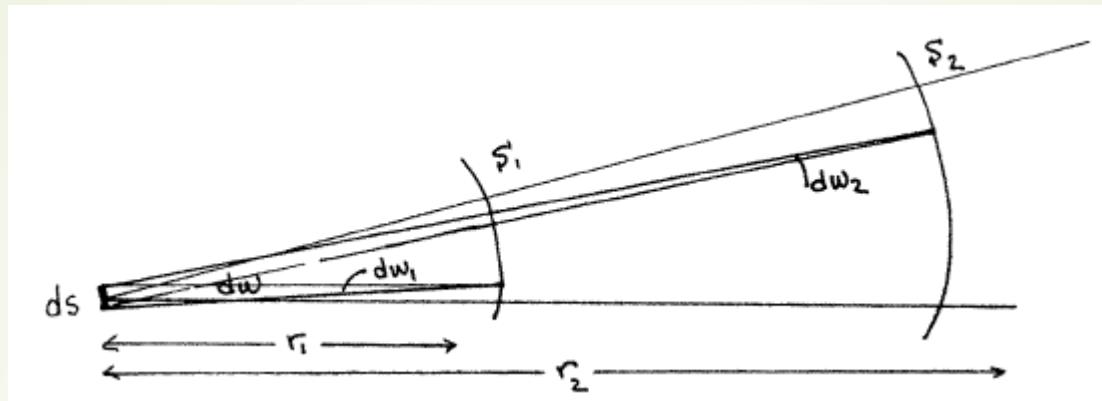
Για ισότροπη ακτινοβολία: $J_v = I_v$

□ Ολοκληρωμένη Ειδική Ένταση

$$I = \int_0^{\infty} I_{\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} I_v dv$$

Μονάδα μέτρησης I: $\frac{\text{erg}}{\text{s cm}^2 \text{ rad}^2} = \frac{\text{erg}}{\text{s cm}^2}$

Το αμετάβλητο της Ειδικής Έντασης



$$I_v(0) = \frac{dE_v}{dt dv d\omega ds} = \frac{dE_v}{dt dv ds (s_1 / r_1^2)} = \frac{dE_v}{dt dv ds (s_2 / r_2^2)}$$

διότι:

$$d\omega = \frac{s_1}{r_1^2} = \frac{s_2}{r_2^2} \quad \text{αλλά} \quad d\omega_1 = \frac{ds}{r_1^2} \quad \text{και} \quad d\omega_2 = \frac{ds}{r_2^2}$$

Οι ποσότητες $\frac{dE_v}{s_1}$ και $\frac{dE_v}{s_2}$ είναι σταθερές για επιφάνειες s_1 και s_2

αντίστοιχα οπότε:

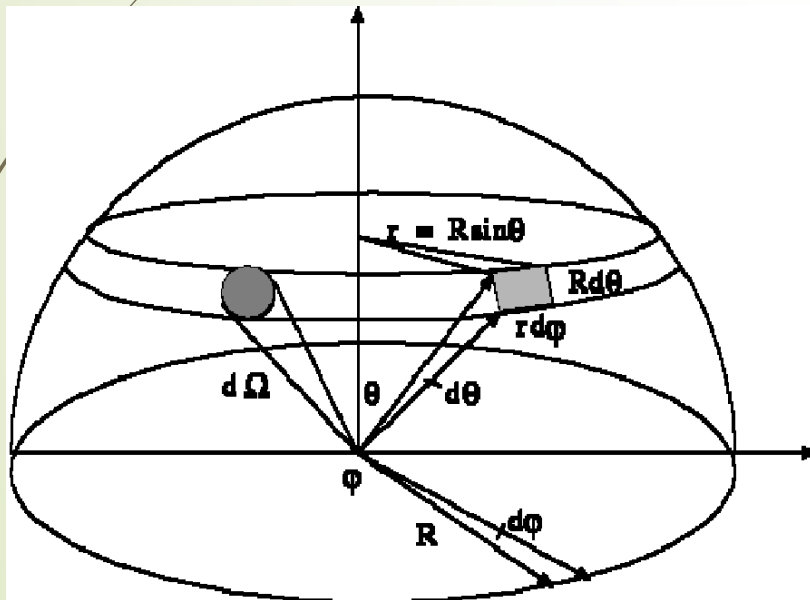
$$I_v = \frac{dE_v}{dt dv s_1 d\omega_1} = \frac{dE_v}{dt dv s_2 d\omega_2}$$

Ροή Ακτινοβολίας

$$F_v = \frac{\int dE_v}{dt d\sigma dv} = \int I_v \cos\theta d\omega$$

όπου

$$d\omega = \frac{dA}{r^2}$$



$$d\omega = \sin\theta d\theta d\phi$$

$$F_v = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi I_v \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi$$

Μονάδα μέτρησης: $\frac{\text{erg}}{\text{s cm}^2 \text{ rad}^2 \text{ Hz}} = \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2}$

- Η ροή ακτινοβολίας προκύπτει εάν ολοκληρώσουμε την ενέργεια dE_v που περνάει από την επιφάνεια $d\sigma$ για όλες τις στερεές γωνίες. Εάν δεν ολοκληρώσουμε την ενέργεια dE_v που περνάει από την επιφάνεια $d\sigma$ από όλες τις διευθύνσεις, αλλά μόνο κατά τη θετική φορά του άξονα Oz , δηλαδή για $0 < \theta < \pi/2$, τότε η ροή αυτή καλείται η προς τα έξω ροή ακτινοβολίας F_v^+ στο σημείο O .

$$F_v^+ = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_v \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi$$

- Ομοίως η ενέργεια που περνάει από την επιφάνεια $d\sigma$ από όλες τις διευθύνσεις αλλά κατά την αντίθετη φορά, δίνεται με αρνητικό πρόσημο (επειδή υπάρχει ο όρος $\cos\theta$ και $\pi/2 < \theta < \pi$) και ονομάζεται η προς τα μέσα (ή εσωτερική) ροή ακτινοβολίας F_v^- στο σημείο 0:

$$F_v^- = \int_{\text{εσ. ημ.}} I_v(x, \theta) \cos \theta d\omega = \int_0^{2\pi} \int_{\pi/2}^{\pi} I_v \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi$$

Τελικά
$$F_v = F_v^+ + F_v^- = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi I_v \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi$$

Για ένα ισότροπο μέσο (όταν δηλαδή η ακτινοβολία είναι ανεξάρτητη της διεύθυνσης) η συνισταμένη ροή που περνάει από μία επιφάνεια $d\sigma$ είναι ίση με μηδέν ($F_v = 0$). Επομένως η ροή είναι ένα μέτρο της ανισοτροπίας του πεδίου ακτινοβολίας.

Για ομογενές μέσο :
$$F_v = 2\pi \int_0^\pi I_v \cos \theta \sin \theta d\theta \quad \text{αφού στην}$$

περίπτωση αυτή η ακτινοβολία είναι ανεξάρτητη του ϕ . Εάν το μέσο είναι και ισότροπο (I_v ανεξάρτητη της διεύθυνσης) τότε για την επιφάνεια της ατμόσφαιρας, που έχουμε μόνο εισερχόμενη ακτινοβολία:

$$F_v = 2\pi I_v \int_0^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta d\theta \quad \text{και} \quad \text{άρα} \quad F_v = \pi I$$

διότι
$$\int_0^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta d\theta = 1/2$$

Πυκνότητα Ενέργειας

Είναι το ποσό της ακτινοβολούμενης ενέργειας που ρέει από όλες τις στερεές γωνίες από όγκο dV (ανά συχνότητα) δια του όγκου αυτού.

$$dU_v = \frac{dE_v}{dV} \Rightarrow U_v = \frac{1}{c} \oint I_v d\omega$$

όπου $dE_v = I_v dV dt d\omega d\sigma \cos\theta$

$$dV = l d\sigma d\cos\theta \quad \text{και} \quad l = c dt$$

Για ισότροπο και ομογενές μέσο :

$$U_v = \frac{4\pi}{c} J_v$$

Πίεση Ακτινοβολίας

Είναι ο ρυθμός μεταβολής της κάθετης συνιστώσας της ορμής που μεταφέρεται από μια δέσμη ακτινοβολίας ανά μονάδα επιφάνειας, χρόνου και συχνότητας.

$$dP_v = \frac{dE_v \cos\theta}{c \cdot dt \cdot dv \cdot d\sigma} = \frac{1}{c} \cdot I_v \cos^2 \theta d\omega \Rightarrow$$

$$P_v = \int_{\omega} \frac{I_v \cos^2 \theta d\omega}{c}$$

Για ισότροπο και ομογενές μέσο : $P_v = 4\pi I_v / 3c$

Συνοπτικός πίνακας φυσικών μεγεθών

J/m²

$$I_v = \frac{dE_v}{dv \cdot dt \cdot d\omega \cdot d\sigma \cdot \cos\theta}$$

J/m²

$$F_v = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi I_v \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi$$

J/m²

$$J_v = \frac{1}{4\pi} \oint I_v d\omega$$

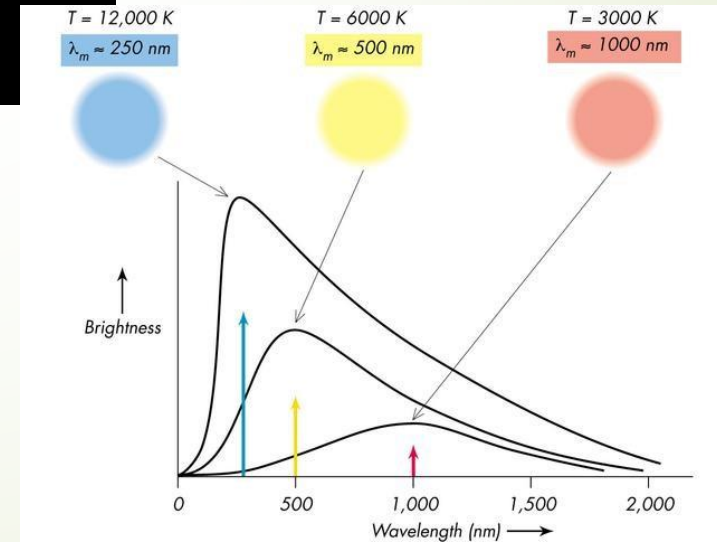
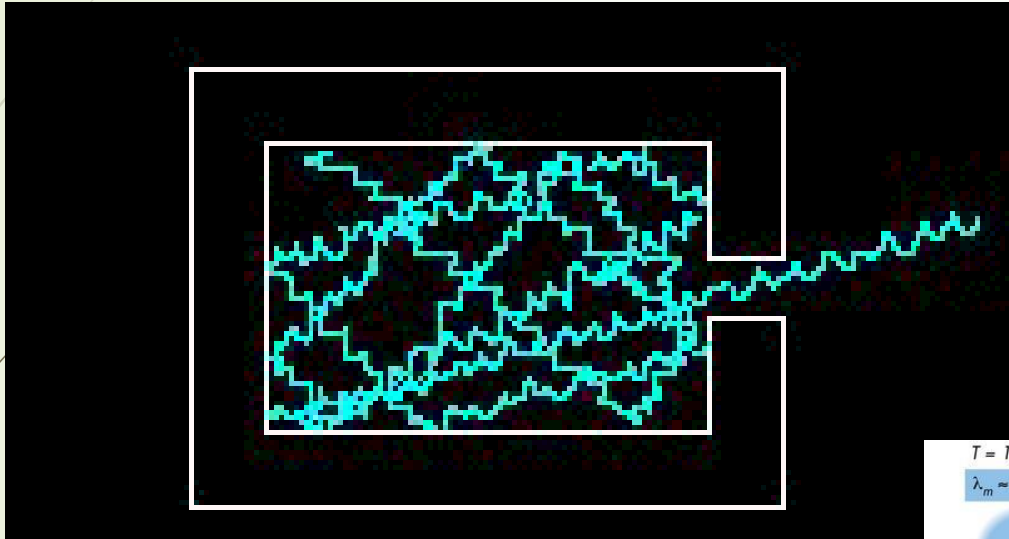
(J/m³)/Hz

$$U_v = \frac{E_v}{dV} = \frac{1}{c} \oint I_v d\omega$$

(Pa)/Hz

$$P_v(r) = \frac{1}{c} \oint I_v \cos^2 \theta d\omega$$

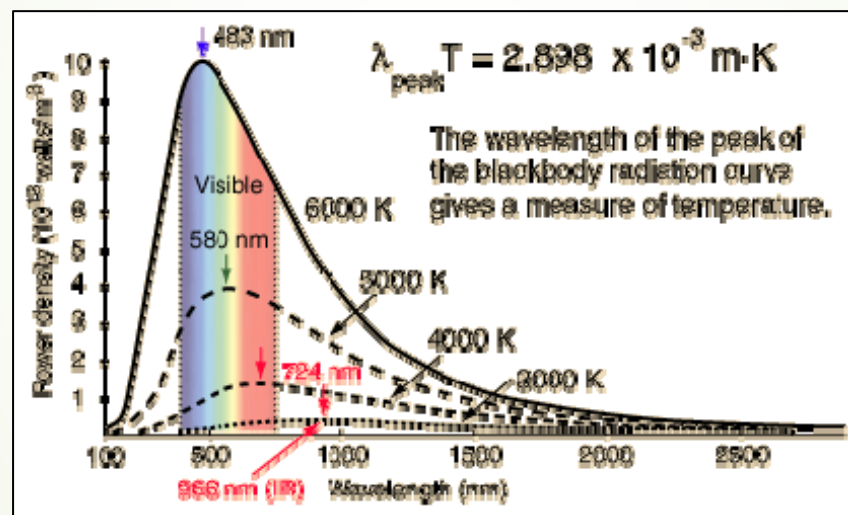
Ακτινοβολία Μέλανος Σώματος



Νόμοι που ισχύουν

Νόμος του Wien:

$$\lambda_{\max} \cdot T = \text{σταθερο} = 0,28973 \text{ cm} \cdot \text{deg}$$



Νόμος Stefan-Boltzmann:

$$F = \sigma \cdot T^4$$

όπου

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-5} \text{ erg} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{sec}^{-1} \cdot \text{deg}^{-4}$$

Προσεγγίσεις

- Προσέγγιση Wien: για μεγάλες συχνότητες ή μικρές θερμοκρασίες

$$h\nu \gg kT$$

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{(-h\nu/kT)} \quad \text{ή} \quad B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} e^{(-hc/\lambda kT)}$$

Προσεγγίσεις

- Προσέγγιση Rayleigh-Jeans: για μικρές συχνότητες ή μεγάλες θερμοκρασίες

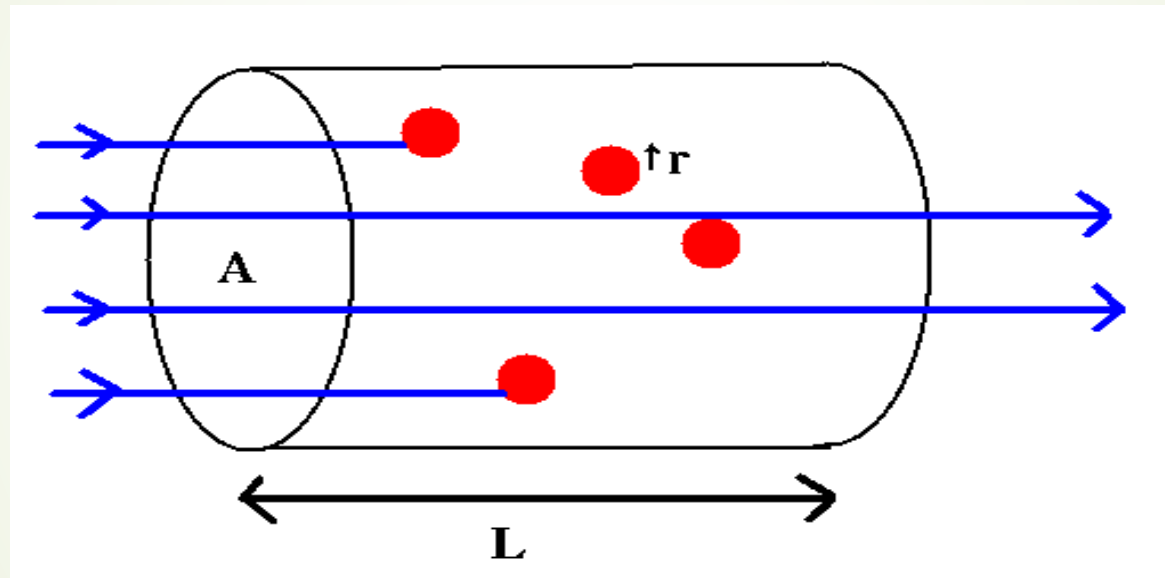
$$h\nu \ll kT$$

$$B_{\nu}(T) = 2 \frac{\nu^2 kT}{c^2}$$

ή

$$B_{\lambda}(T) = 2 \frac{c}{\lambda^4} kT$$

Αλληλεπίδραση Ακτινοβολίας και Ύλης



Συντελεστής απορρόφησης: k_v

$$dI_v = -k_v \cdot \rho \cdot I_v \cdot dx$$

- Η σταθερά k_v είναι γνωστή ως συντελεστής απορρόφησης. Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει την ελάττωση της έντασης ακτινοβολίας κατά τη διεύθυνση dx . Το k_v είναι συνάρτηση της θερμοδυναμικής κατάστασης και της σύστασης της ύλης δια μέσου της οποίας περνάει η ακτινοβολία. Η πυκνότητα ρ έχει διαστάσεις gr cm^{-3} και το μήκος της διαδρομής dx , cm . Έτσι, ο συντελεστής απορρόφησης έχει διαστάσεις **$\text{cm}^2 \text{gr}^{-1}$** και γι' αυτό είναι γνωστός ως συντελεστής απορρόφησης μάζας.
- Πολλές φορές ονομάζεται συντελεστής απορρόφησης το γινόμενο $k_v \rho = k_v$, του οποίου οι μονάδες είναι cm^{-1} .

Συντελεστής Εκπομπής: J_ν

$$dI_\nu = j_\nu \cdot \rho \cdot dx$$

- Η ποσότητα j_ν ονομάζεται συντελεστής εκπομπής, ρ είναι η πυκνότητα της ύλης που εκπέμπει την ακτινοβολία και dx το πάχος του οπτικού μέσου (όπως ορίστηκαν παραπάνω στον συντελεστή απορρόφησης) και έχει μονάδες

$\text{erg sec}^{-1} \text{ rad}^{-1} \text{ gr}^{-1} \text{ Hz}^{-1}$.

- Ο συντελεστής εκπομπής είναι η ενέργεια που εκπέμπεται από τη μονάδα μάζας ανά μονάδα χρόνου, συχνότητας και στερεάς γωνίας. Επομένως η εκπεμπόμενη ενέργεια ανά μονάδα όγκου και ανά μονάδα χρόνου για όλες τις διευθύνσεις, στην περίπτωση ισότροπου μέσου, είναι ίση με
- $4\pi j_\nu \rho$.

Ενεργός διατομή σ:

$$k_v = k_v \rho = N \sigma$$

- Για να υπολογίσουμε τον συντελεστή απορρόφησης k_v ενός μέσου είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε τον ατομικό συντελεστή απορρόφησης α ο οποίος υπολογίζεται για κάθε άτομο ή ιόν που συμμετέχει στην απορρόφηση αλλά και για κάθε είδος μεταπτώσεως. Ένας άλλος τρόπος ορισμού του α προκύπτει εάν δεχθούμε ότι το κάθε σωματίδιο που συμμετέχει στην απορρόφηση εξομοιώνεται με μια σφαίρα ακτίνας R . Η ενεργός διατομή πR^2 την οποία το σωματίδιο εμφανίζει στα φωτόνια, ισούται με τον ατομικό συντελεστή απορρόφησης α . Συνεπώς, η συνολική ενεργός διατομή την οποία εμφανίζει στη δέσμη των φωτονίων μια μοναδιαία επιφάνεια του υλικού (που περιέχει N σωματίδια ανά μονάδα όγκου) πάχους ds είναι: $N \alpha ds$ και επομένως ο k_v που είναι η απορρόφηση της δέσμης ακτινοβολίας ανά μονάδα μήκους του υλικού θα ισούται με: $k_v = k_v \rho = N \alpha$
- Η ποσότητα α είναι ο λόγος της πιθανότητας απορρόφησης φωτονίου ενέργειας $h\nu$ ανά μονάδα χρόνου προς τη ροή φωτονίων και έχει μονάδες επιφάνειας (cm^2)
- Η σχέση που δίνει τον ατομικό συντελεστή απορρόφησης είναι ιδιαίτερα περίπλοκη και εξαρτάται όχι μόνο από τη συχνότητα της ακτινοβολίας, αλλά από τον ατομικό αριθμό Z και το είδος της μετάπτωσης κατά την απορρόφηση

Συνάρτηση πηγής

- Συνάρτηση πηγής S_ν ορίζουμε το λόγο του συντελεστή εκπομπής προς το συντελεστή απορρόφησης:

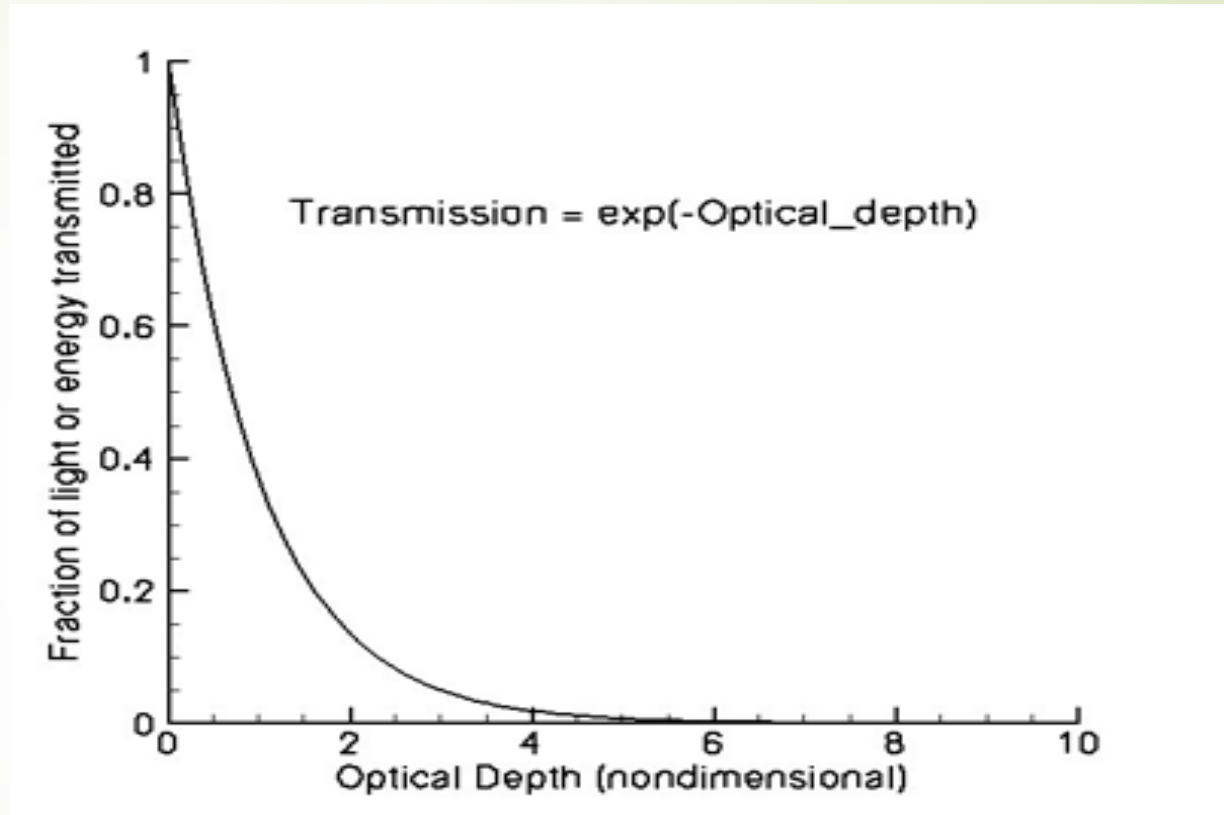
$$S_\nu \equiv \frac{j_\nu}{k_\nu}$$

- Η συνάρτηση πηγής έχει τις ίδιες μοναδες όπως η ένταση ακτινοβολίας και είναι μια βασική ποσότητα για τη μελέτη της διάδοσης της ακτινοβολίας. Η S_ν εκφράζει τον τρόπο κατά τον οποίο η απορροφούμενη από την ύλη ενέργεια ανακατανέμεται κατά διεύθυνση, συχνότητα και άλλες μορφές ενέργειας.
- Η συνάρτηση πηγής είναι μια πολυπλοκότερη συνάρτηση διότι τόσο ο συντελεστής εκπομπής όσο ο συντελεστής απορρόφησης είναι συναρτήσεις που δεν μπορούν εύκολα να προσδιοριστούν. Ο προσδιορισμός της S_ν είναι αδύνατος στις περισσότερες των περιπτώσεων και είναι δυνατός μόνο σε πολύ απλές περιπτώσεις. Λόγω της δυσκολίας προσδιορισμού της S_ν , η λύση του προβλήματος της διάδοσης της ακτινοβολίας είναι ένα από τα δυσκολότερα προβλήματα της Αστροφυσικής.

Οπτικό βάθος

$$\tau_v = -\int k_v \rho dx$$

$$I_v = I_{v,0} e^{-\tau_v}$$



Το οπτικό βάθος είναι ένα αδιάστατο μέγεθος το οποίο συνδέει το γεωμετρικό βάθος ενός οπτικού μέσου με τις φυσικές του ιδιότητες όπως είναι η πυκνότητα, η μάζα και ο συντελεστής απορρόφησης μάζας



Άσκηση 11η

Το οπτικό βάθος μίας αστρικής ατμόσφαιρας ισούται με 0,5. Ποιο ποσοστό της ενέργειας που εισέρχεται στη βάση της απορροφάται από αυτήν;



Άσκηση 12η

Ας θεωρήσουμε έναν αστέρα του οποίου το μέγεθος πάνω από τη γήινη ατμόσφαιρα είναι +2 . Εάν το μέγεθος του είναι +3 μετρούμενο στην επιφάνεια της Γης τότε να υπολογίσετε το οπτικό βάθος της γήινης ατμόσφαιρας.