



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



Εμβιομηχανική

Ενότητα 3: Γραμμικά κινηματικά μεγέθη

Αθανάσιος Τσιόκανος, Γιάννης Γιάκας

Τμήμα Επιστήμης Φυσικής Αγωγής και Αθλητισμού



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα Πανεπιστημίου Θεσσαλίας**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σκοποί ενότητας

- Σκοπός της ενότητας είναι η γνωριμία με τα είδη των κινήσεων και με τα γραμμικά κινηματικά μεγέθη που τις περιγράφουν.

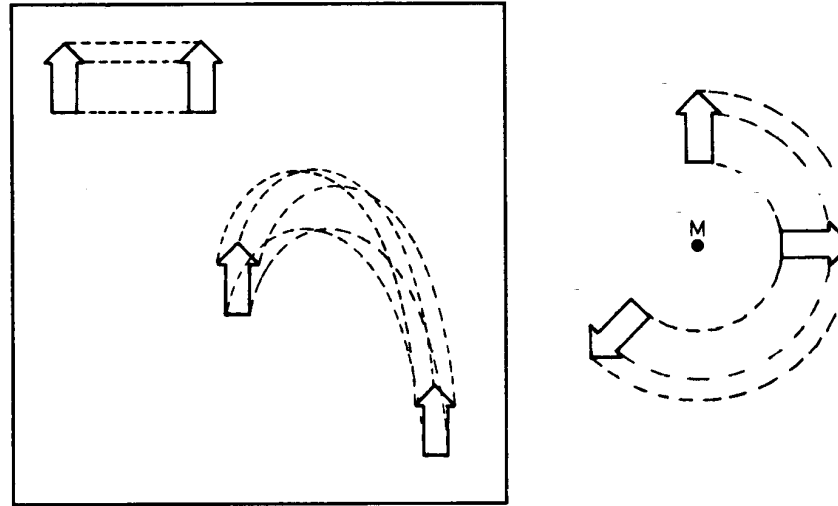
Περιεχόμενα ενότητας

- Εισαγωγή στην κινηματική
- Είδη κινήσεων
- Θέση – διάστημα – μετατόπιση
- Ταχύτητα
- Διάγραμμα απόστασης χρόνου
- Επιτάχυνση
- Επιτάχυνση της βαρύτητας
- Διάγραμμα ταχύτητας χρόνου
- Εξισώσεις των γραμμικών κινηματικών μεγεθών

Κινηματική

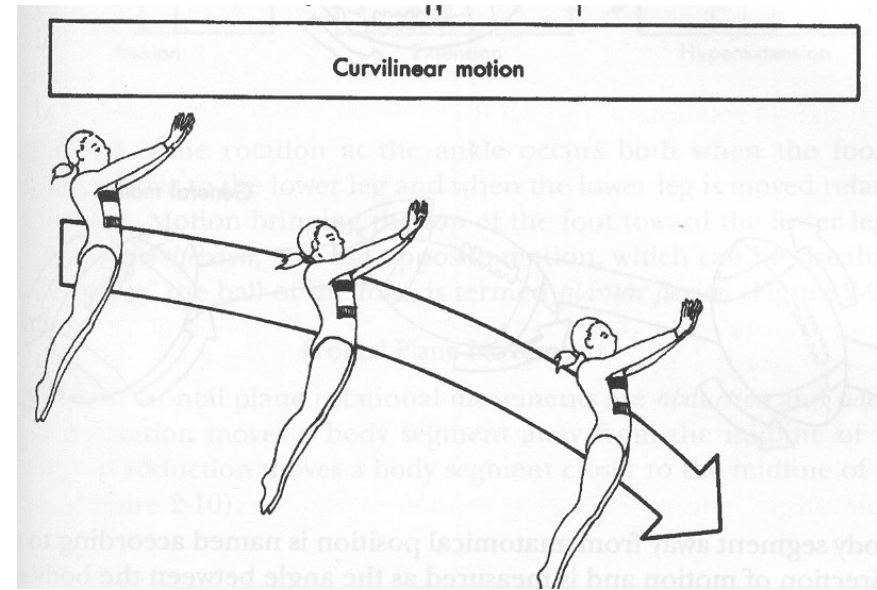
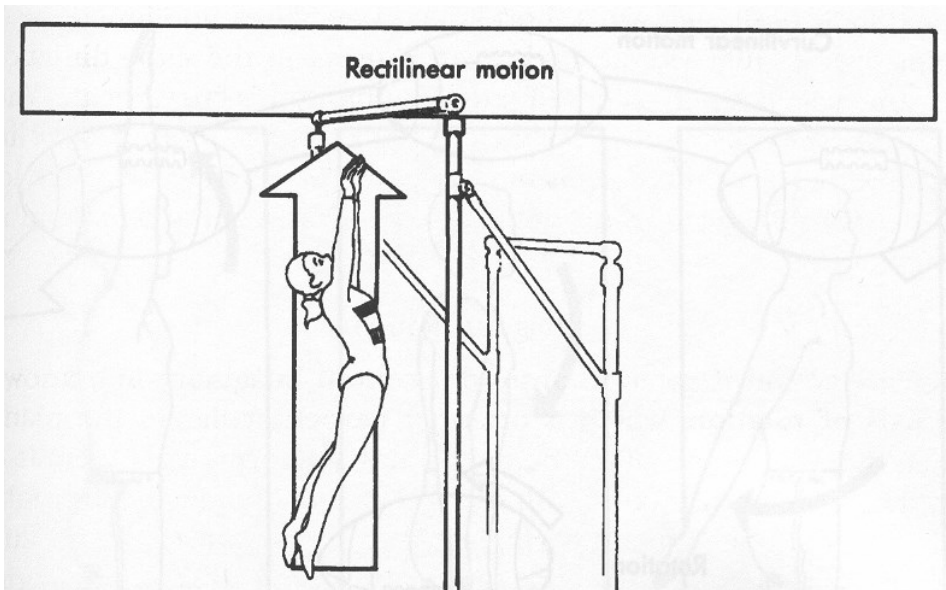
- Η κινηματική είναι ο κλάδος της μηχανικής που ασχολείται με την περιγραφή των χωρικών (του χώρου) και των χρονικών συνιστωσών της κίνησης.
- Μεταβλητές που εξετάζονται είναι η αλλαγή θέσης του κινητού (μετατόπιση), ο ρυθμός μεταβολής της θέσης του κινητού (ταχύτητα) και ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας (επιτάχυνση), χωρίς να γίνεται αναφορά στις δυνάμεις που προκαλούν την κίνηση.
- Οι τρεις παραπάνω παράμετροι μπορεί να είναι γραμμικές (να βασίζονται στη μετατόπιση που μετριέται σε μέτρα ή υποδιαίρέσεις τους) ή να είναι γωνιακές (να βασίζονται στη μετατόπιση που μετριέται σε μοίρες ή ακτίνια και τις υποδιαίρέσεις τους). Είναι διανυσματικά μεγέθη με αρχή, μέτρο, διεύθυνση και φορά.

Είδη κινήσεων

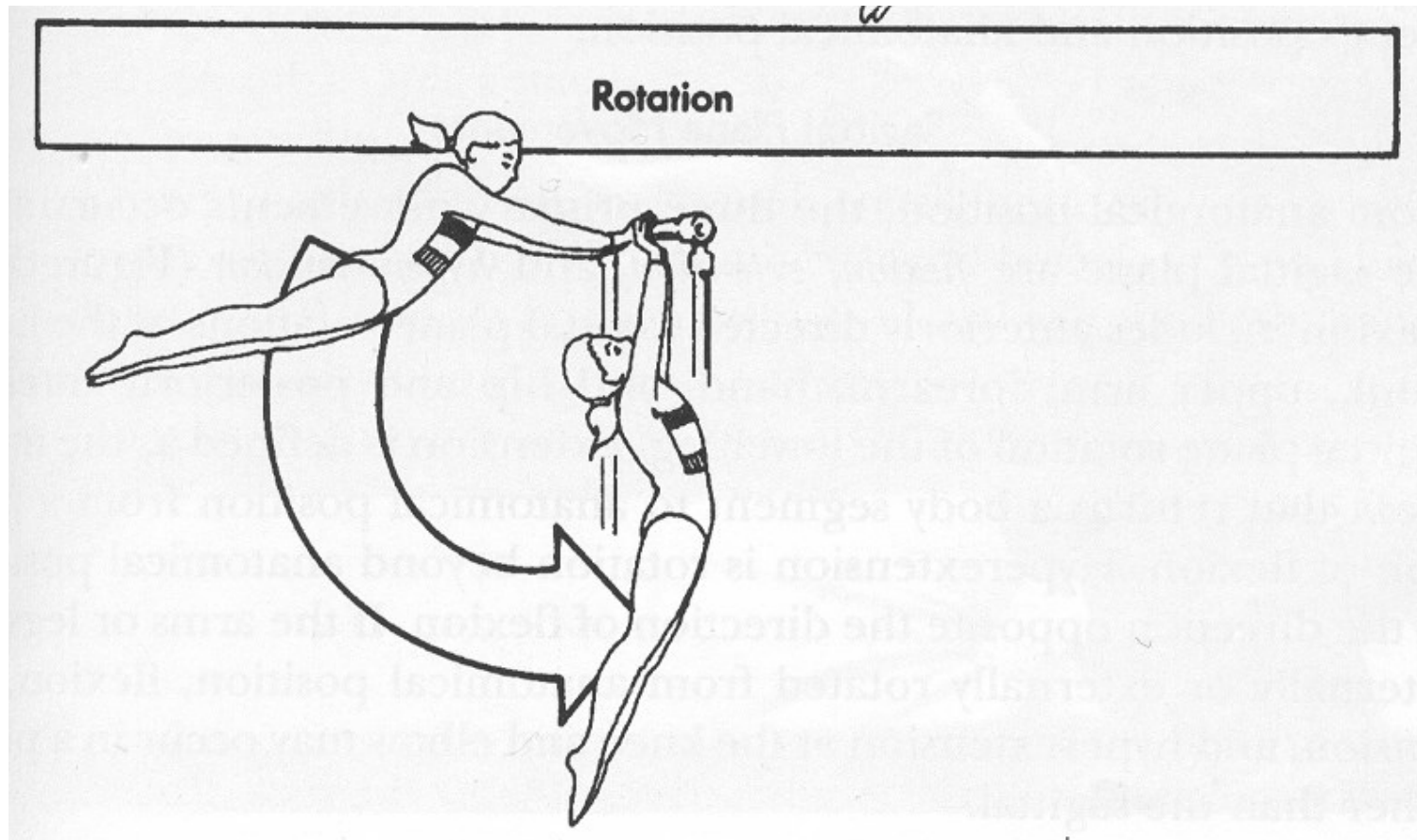


- Μεταφορική: όλα τα σημεία του σώματος διαγράφουν τις ίδιες, παράλληλα ή μία με την άλλη καμπύλες, δεν υπάρχει κάποια περιστροφή γύρω από τον άξονα του σώματος.
- Καμπύλη ή περιστροφική: όλα τα σημεία του σώματος διαγράφουν ομόκεντρους κύκλους γύρω από το σημείο περιστροφής. Το σημείο περιστροφής μπορεί να βρίσκεται τόσο εντός όσο και εκτός του σώματος.

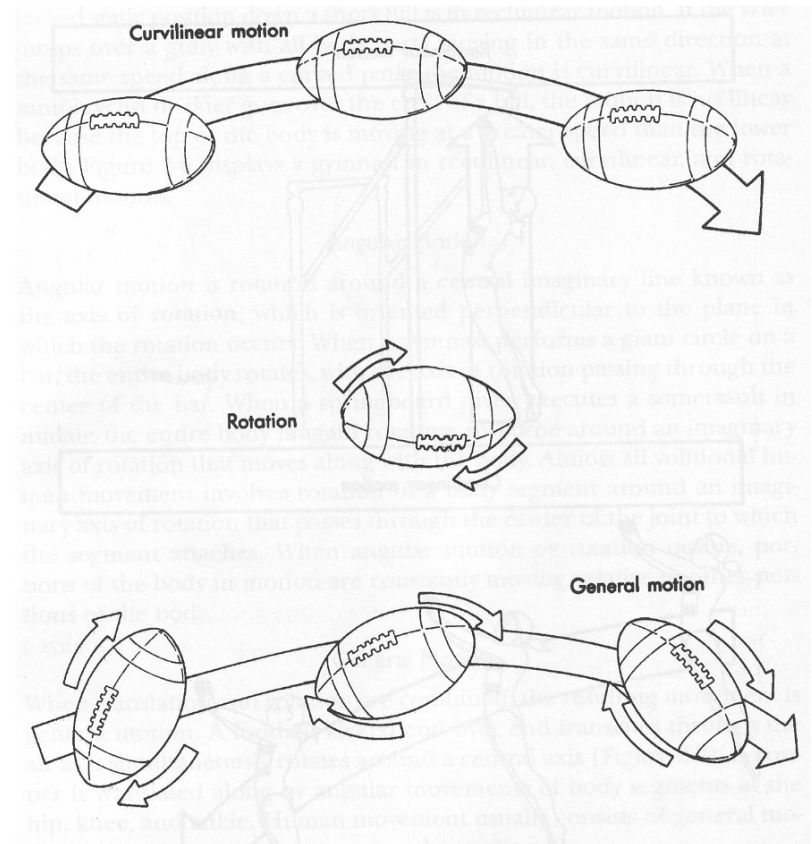
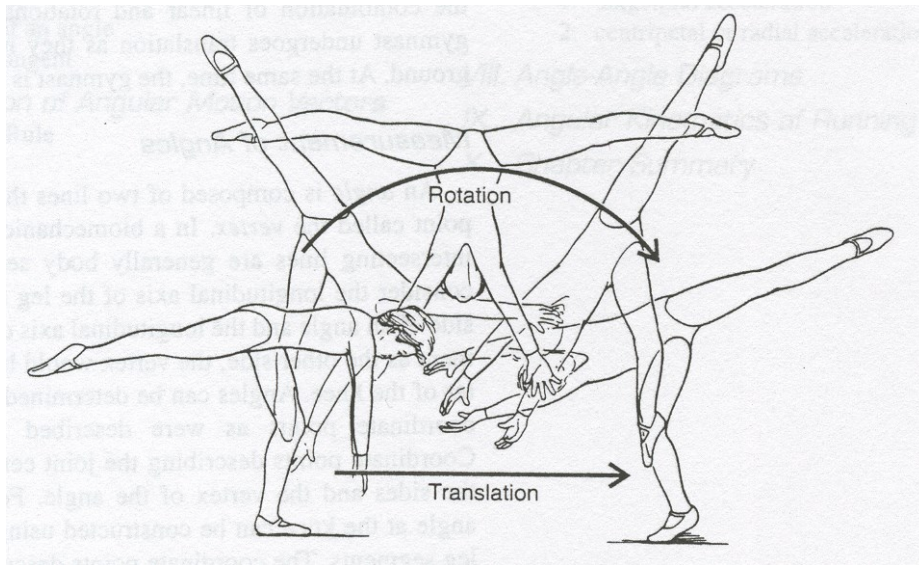
Μεταφορική κίνηση



Περιστροφική κίνηση



Μεταφορική και περιστροφική κίνηση



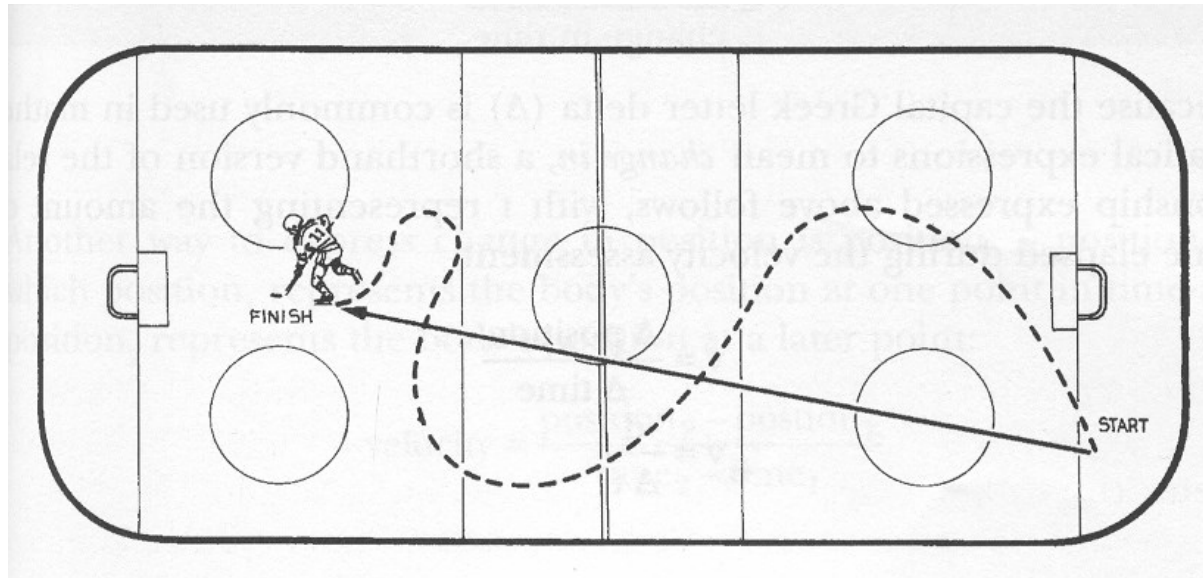
Θέση του κινητού – διανυόμενο διάστημα – μετατόπιση 1

- Θέση ενός κινητού είναι η τοποθέτησή του στο χώρο σε σχέση με κάποιο σύστημα αναφοράς (σημεία και άξονες αναφοράς). Για παράδειγμα η θέση του αθλητή καταδύσεων στην αφετηρία, στη σανίδα 10 m ύψους (10 m απόσταση από την επιφάνεια του νερού, που είναι το επίπεδο αναφοράς).
- Όταν ο καταδύτης αφήσει τη σανίδα, επιτελείται κίνηση, καθώς αυτός ταξιδεύει διαμέσου του αέρα προς το νερό. Κίνηση συμβαίνει όταν ένα κινητό αλλάζει θέση. Η κίνηση δεν γίνεται στη στιγμή, αλλά απαιτείται κάποιος χρόνος για να συμβεί. Επομένως, κίνηση είναι η διαδοχική μεταβολή της θέσης μέσα σε μια χρονική περίοδο.

Θέση του κινητού – διανυόμενο διάστημα – μετατόπιση 2

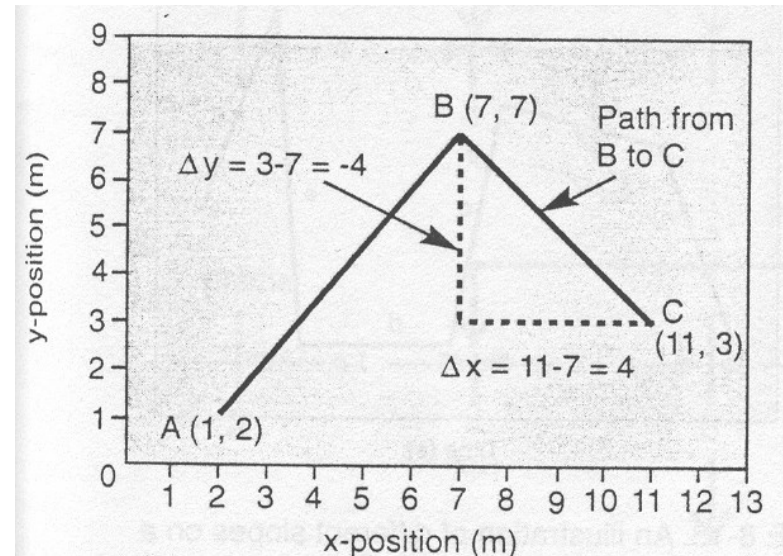
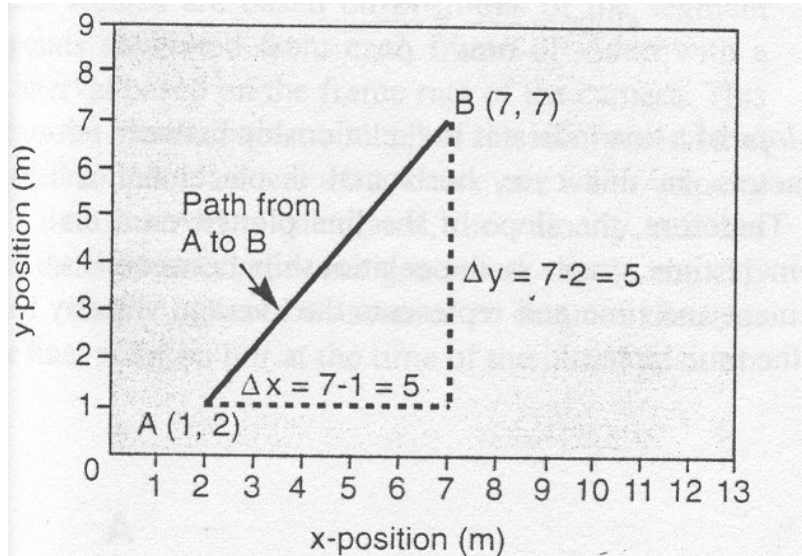
- Μετατόπιση είναι η ευθεία που ενώνει δύο διαδοχικές θέσεις ενός κινητού, και δεν πρέπει να τη συγχέουμε με τη διανυόμενη απόσταση ή διανυόμενο διάστημα, που είναι το μήκος της τροχιάς που διαγράφει ένα κινητό (η μετατόπιση είναι διανυσματικό μέγεθος, ενώ το διανυόμενο διάστημα μονόμετρο).

Θέση του κινητού – διανυόμενο διάστημα – μετατόπιση 3



- Το διάστημα που διανύει ο αθλητής του χόκεϊ μπορεί να μετρηθεί από την τροχιά του πάνω στην παγοπίστα.
- Η μετατόπιση του ίδιου αθλητή είναι μια ευθεία γραμμή από την αρχική μέχρι την τελική του θέση.

Θέση του κινητού – διανυόμενο διάστημα – μετατόπιση 4

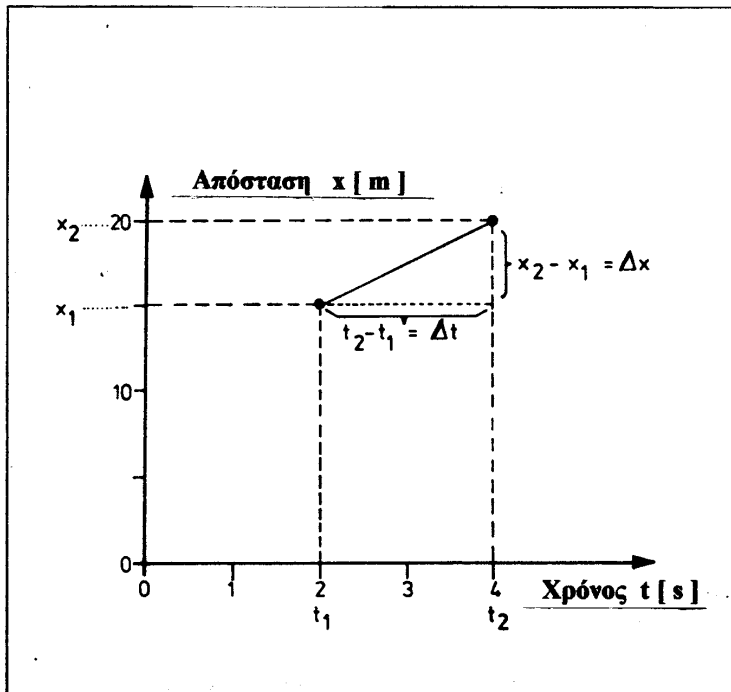


- Οι οριζόντιες και οι κατακόρυφες μετατοπίσεις σε ένα σύστημα αναφοράς, κατά την τροχιά του κινητού από το A στο B και από το B στο C.

Ορισμός της ταχύτητας

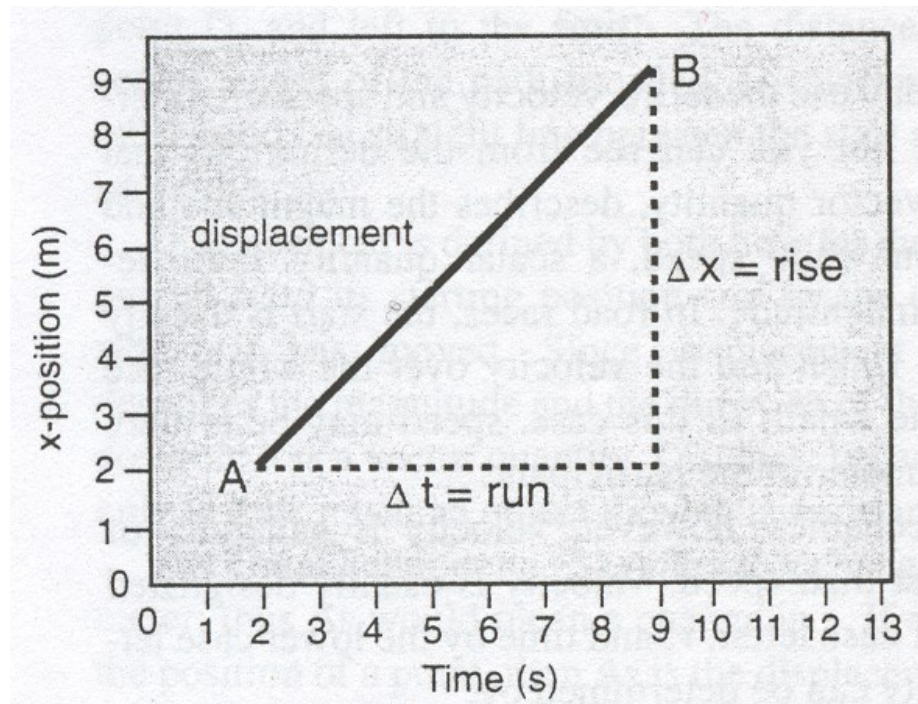
- Ταχύτητα είναι το πηλίκο της διανυόμενης απόστασης δια του απαιτούμενου χρόνου.
- Στιγμιαία ταχύτητα είναι η ταχύτητα που παρατηρείται σε ένα συγκεκριμένο χρονικό σημείο (χρονική στιγμή).
- Μέση ταχύτητα είναι η ταχύτητα που προκύπτει από το μέσο όρο των ταχυτήτων σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα.

Διάγραμμα απόστασης – χρόνου 1



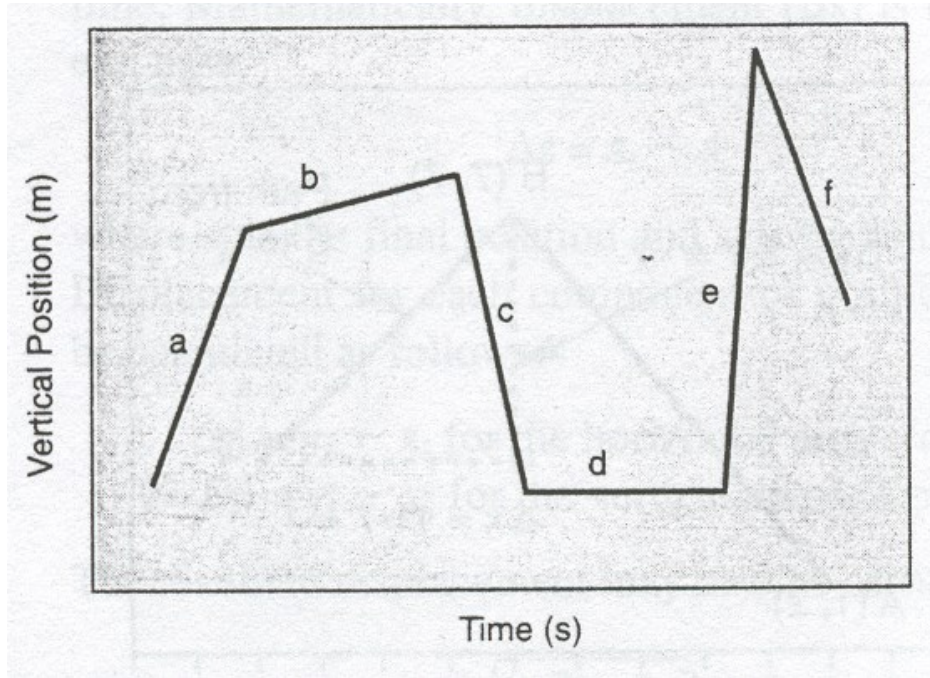
- Στον κατακόρυφο άξονα θέτουμε την απόσταση (X) και στον οριζόντιο τον χρόνο (t).
- $\Delta x = X_2 - X_1 = 20 - 15 = 5 \text{ m}$
- $\Delta t = t_2 - t_1 = 4 - 2 = 2 \text{ sec}$
- $V = \Delta x / \Delta t = 5 / 2 = 2,5 \text{ m/sec}$

Διάγραμμα απόστασης – χρόνου 2



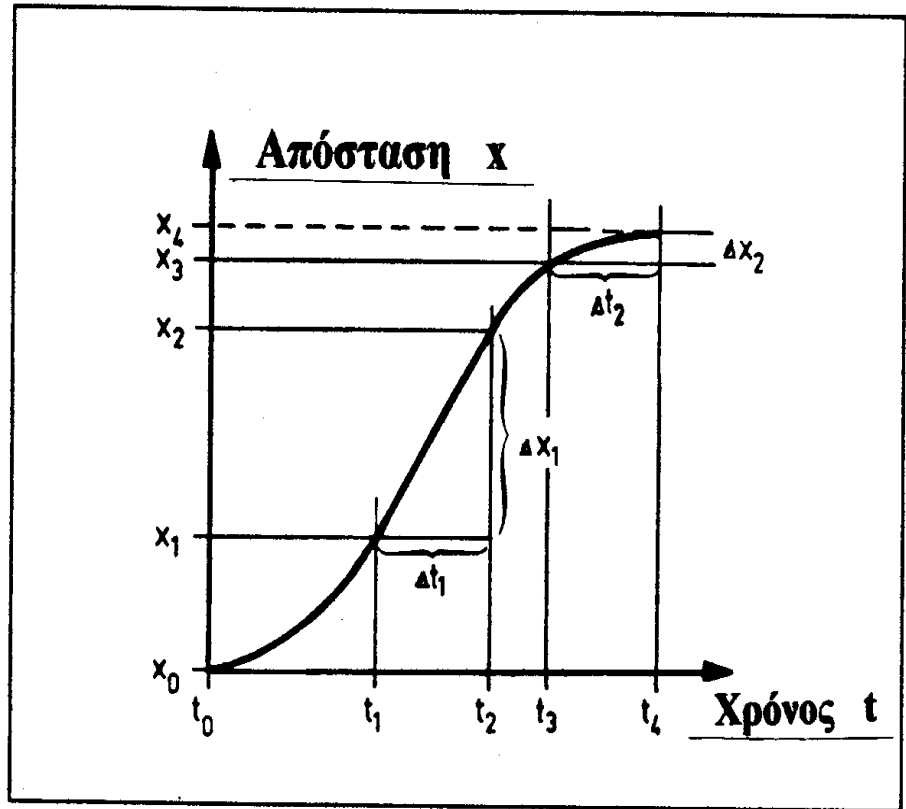
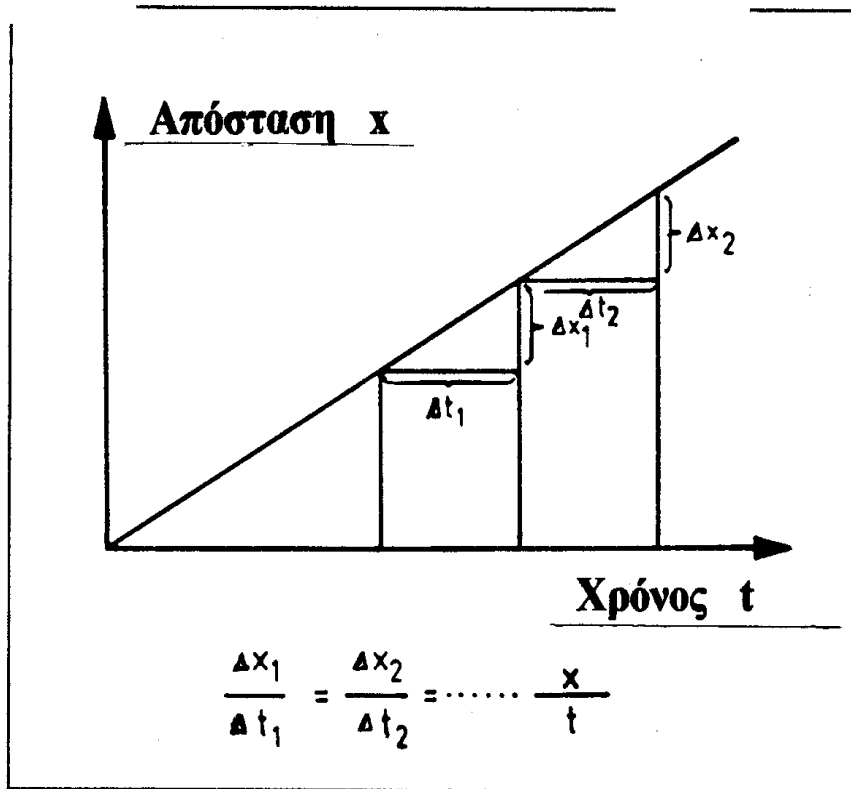
- Η οριζόντια θέση, σχεδιασμένη ως συνάρτηση του χρόνου. Η κλίση της ευθείας από το A στο B είναι η ταχύτητα $\Delta x / \Delta t$.

Διάγραμμα απόστασης – χρόνου 3

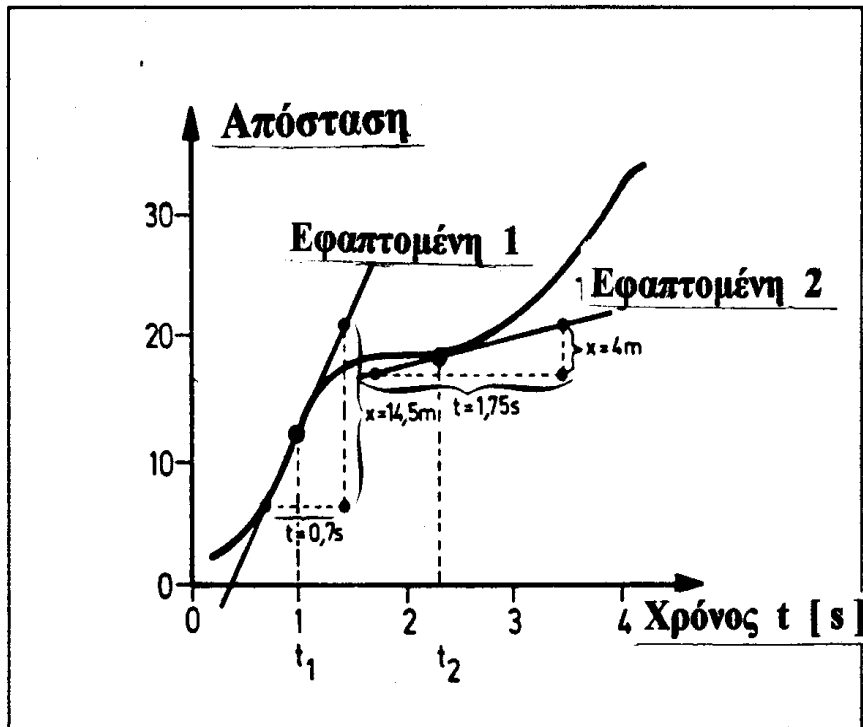


- Απεικόνιση των διαφορετικών κλίσεων στην κατακόρυφη θέση ως συνάρτηση του χρόνου. Οι κλίσεις a, b και e είναι θετικές. Οι κλίσεις c και f είναι αρνητικές, ενώ η d έχει μηδενική κλίση.

Διάγραμμα απόστασης - χρόνου (σταθερή και μεταβαλλόμενη ταχύτητα)

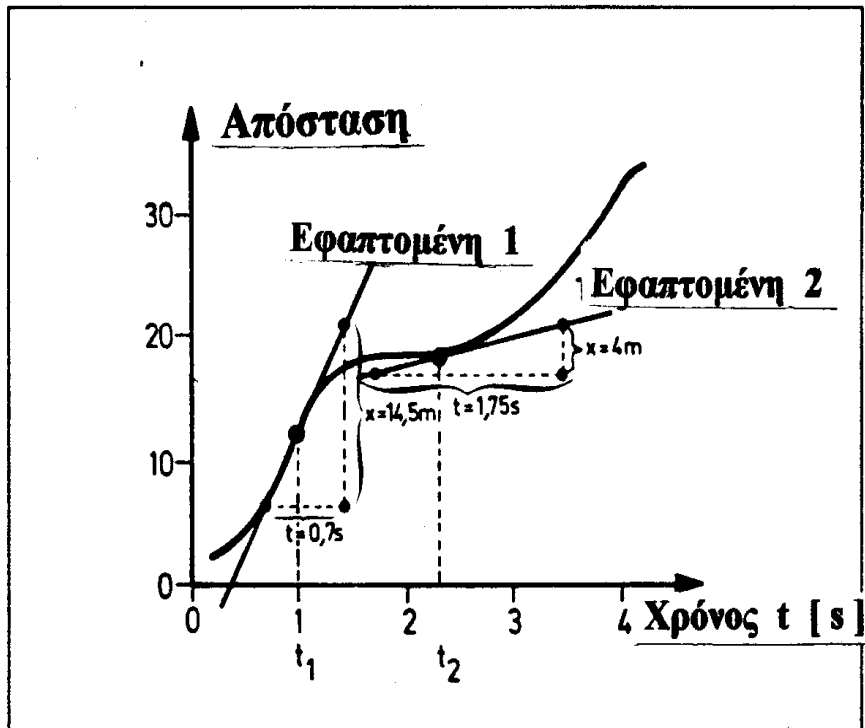


Διάγραμμα απόστασης - χρόνου (σταθερή και μεταβαλλόμενη ταχύτητα) 1



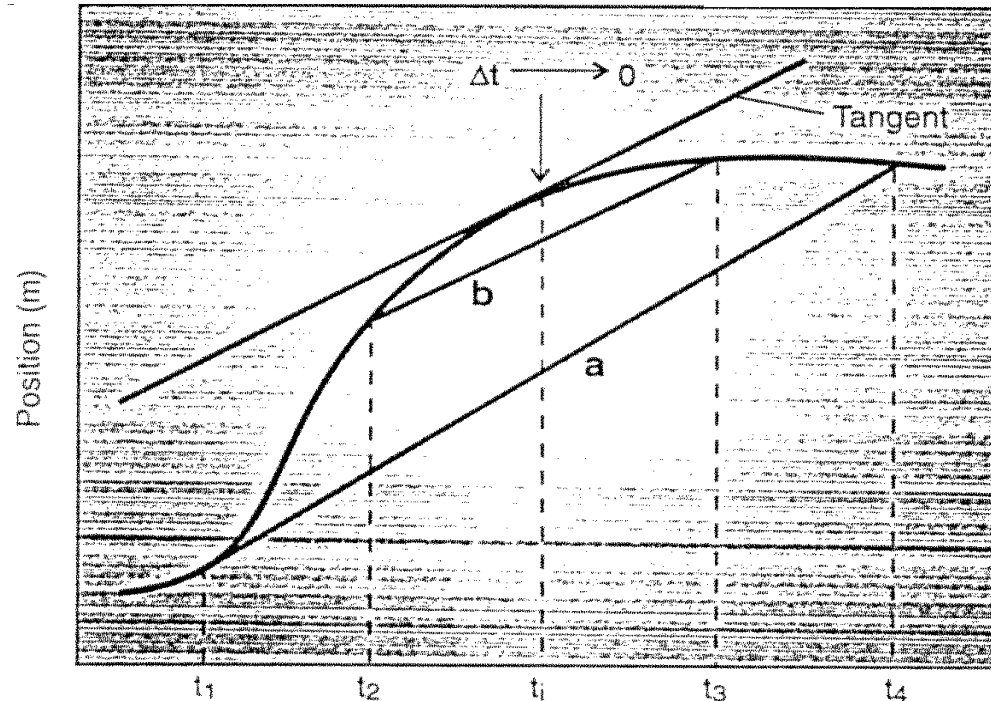
- Η κλίση της εφαπτομένης σε ένα χρονικό σημείο της καμπύλης είναι ίση με τη στιγμιαία ταχύτητα στο σημείο αυτό.
- Η κλίση της εφαπτομένης ισούται με το πηλίκο της μεταβολής του διανυόμενου διαστήματος δια της μεταβολής του χρόνου.
- $V_{\Sigma_1} = 14,5 / 0,7 = 20,71$ m/sec
- $V_{\Sigma_2} = 4 / 1,75 = 2,29$ m/sec

Διάγραμμα απόστασης - χρόνου (στιγμιαία ταχύτητα) 2



- Το διάγραμμα παρουσιάζει τη διανυόμενη απόσταση σε συγκεκριμένους χρόνους.
- Όσο μεγαλύτερη είναι η κλίση της καμπύλης σε ένα χρονικό σημείο t , τόσο μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα σε αυτό το χρονικό σημείο.
- Όταν η καμπύλη τείνει να γίνει παράλληλη με τον άξονα του χρόνου, τότε η ταχύτητα είναι ίση με μηδέν.

Διάγραμμα απόστασης - χρόνου (στιγμιαία ταχύτητα) 3



Slope of the secant a is the average velocity over the time interval t_1 to t_4 . The slope of secant b is the average velocity over the time interval t_2 to t_3 . The slope of the tangent is the instantaneous velocity at the time interval t_1 , when the time interval is so small it is, in effect, zero.

Διάγραμμα απόστασης - χρόνου (στιγμιαία ταχύτητα) 4

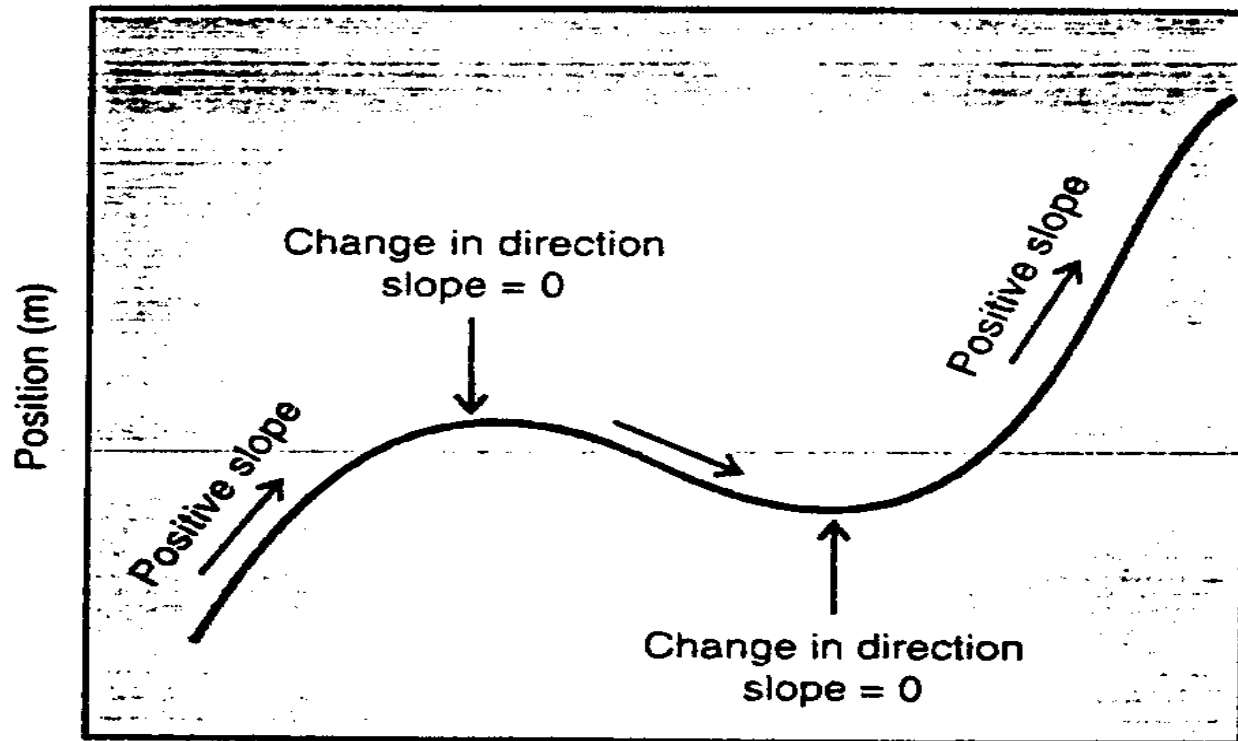
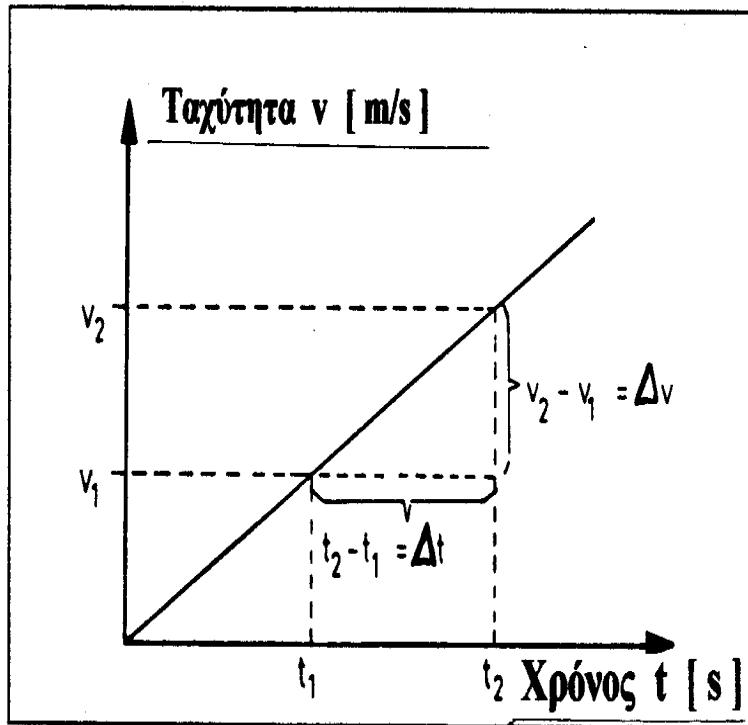


Illustration of local extrema (slope = 0) on a position-time graph.

Επιτάχυνση

- Επιτάχυνση: το πηλίκο της μεταβολής της ταχύτητας δια του διανυόμενου χρόνου.
- Επιτάχυνση έχουμε μόνο όταν μεταβάλλεται η ταχύτητα (όταν η ταχύτητα είναι σταθερή η επιτάχυνση είναι ίση με μηδέν).
-
- $\alpha = \Delta v / \Delta t = (\text{m/sec}) / \text{sec} = \text{m} / \text{sec}^2$
- Η επιτάχυνση είναι το μέτρο της μεταβολής της ταχύτητας.
- Θετική επιτάχυνση = αύξηση της ταχύτητας
- Αρνητική επιτάχυνση = μείωση της ταχύτητας.

Διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου (σταθερά επιταχυνόμενη κίνηση)

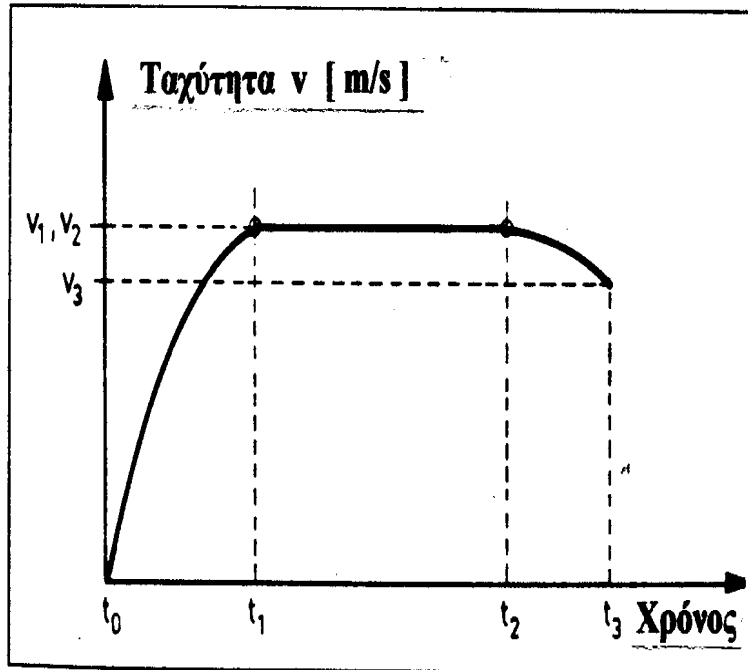


- Στον κατακόρυφο άξονα θέτουμε την ταχύτητα (V) και στον οριζόντιο τον χρόνο (t).
- Όταν η επιτάχυνση (α) είναι σταθερή η ταχύτητα είναι μία ευθεία γραμμή, η κλίση της οποίας είναι ανάλογη του μέτρου της επιτάχυνσης.
- $\Delta v = V_2 - V_1 = 7 - 6 = 1 \text{ m/sec}$
- $\Delta t = t_2 - t_1 = 2,5 - 2 = 0,5 \text{ sec}$
- $\alpha = \Delta v / \Delta t = 1 / 0,5 = 2 \text{ m/sec}^2$

Επιτάχυνση της βαρύτητας

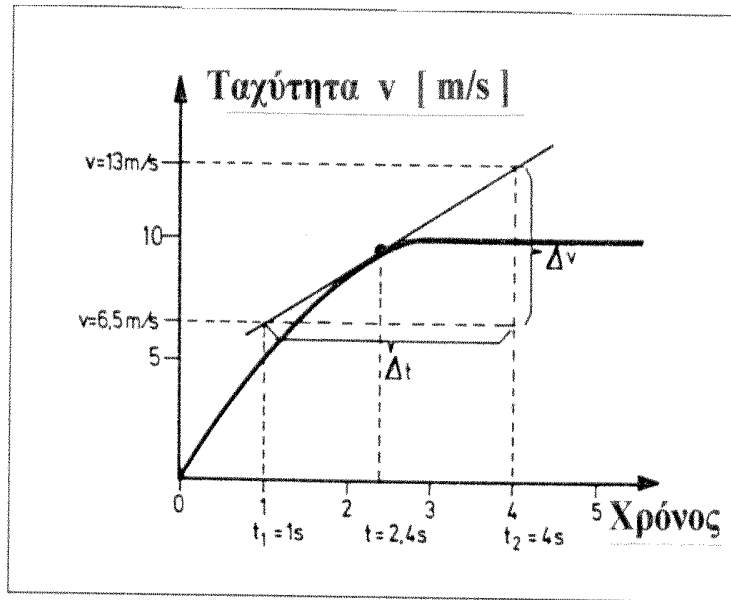
- Αναφέρεται στο πεδίο βαρύτητας της γης.
- Επιδρά σε όλα τα σώματα, με κατεύθυνση το κέντρο της γης.
- Είναι σταθερή επιτάχυνση, $g = 9,81 \text{ m/sec}^2$.
- Ένα σώμα κατά τη διάρκεια της ελεύθερης πτώσης του, υπό την επίδραση της επιτάχυνσης της βαρύτητας, αυξάνει την ταχύτητά του κατά 9,81 m κάθε δευτερόλεπτο της πτώσης του.

Διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου (μεταβαλλόμενη επιτάχυνση)



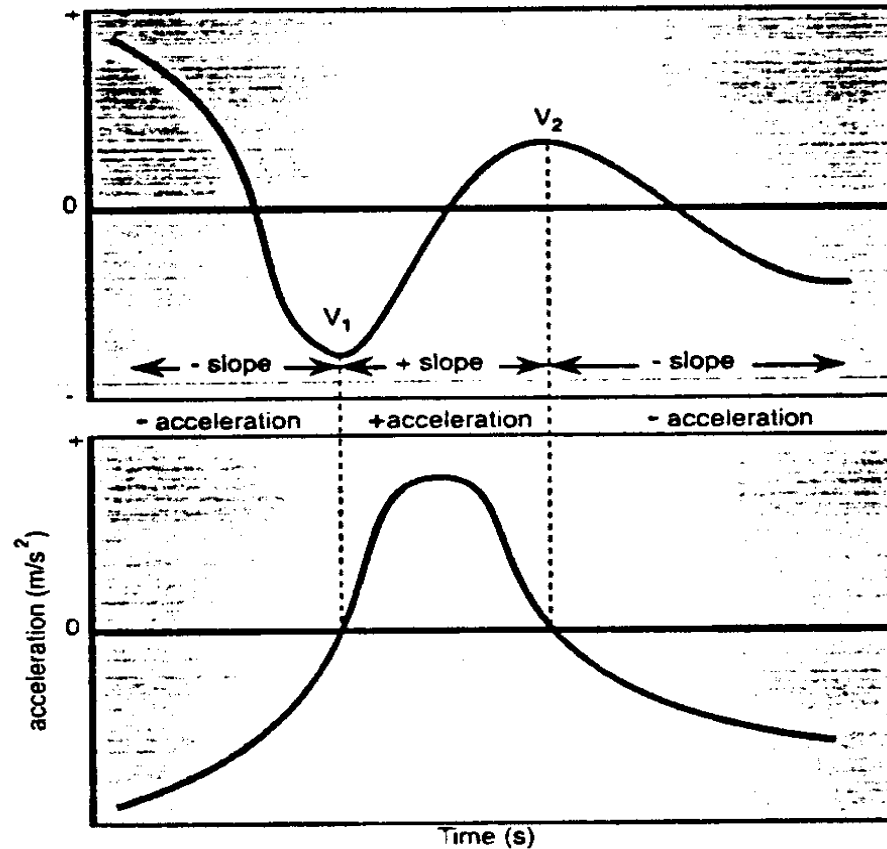
- Η ταχύτητα σχηματίζει καμπύλη.
- $\alpha_1 = \Delta v_1 / \Delta t_1 = (V_1 - V_0) / (t_1 - t_0) = v_1 / t_1$
- $\alpha_2 = \Delta v_2 / \Delta t_2 = (V_2 - V_1) / (t_2 - t_1) = 0$
- $\alpha_3 = \Delta v_3 / \Delta t_3 = (V_3 - V_2) / (t_3 - t_2)$

Διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου (στιγμαία επιτάχυνση)



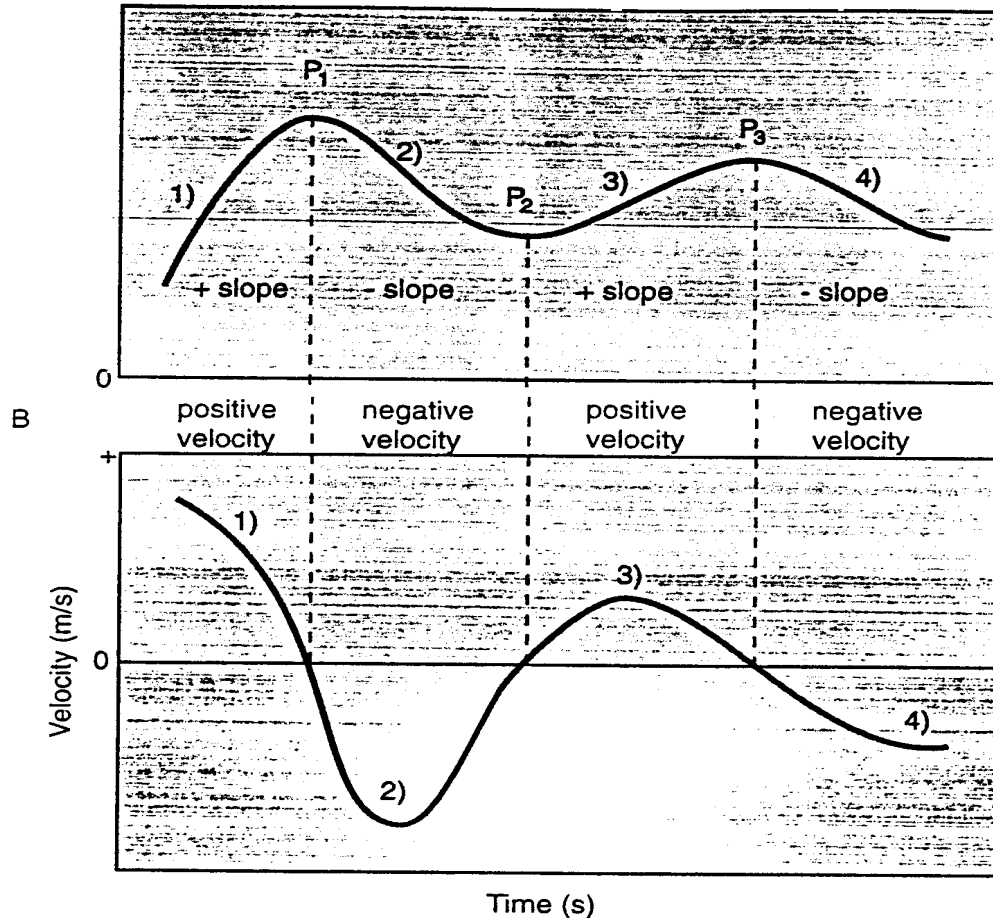
- Η κλίση της εφαπτομένης σε ένα χρονικό σημείο της καμπύλης είναι ίση με τη στιγμιαία επιτάχυνση στο σημείο αυτό.
- Η κλίση της εφαπτομένης ισούται με το πηλίκο της μεταβολής της ταχύτητας δια της μεταβολής του χρόνου.
- Όταν $\Delta t \rightarrow 0 \Rightarrow \alpha = \lim \Delta v / \Delta t$
- $\alpha = \Delta v / \Delta t = (14 - 6,5) / (4 - 1) = 7,5 / 3 = 2,5 \text{ m/sec}^2$

Διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου (στιγμαία επιτάχυνση) 1



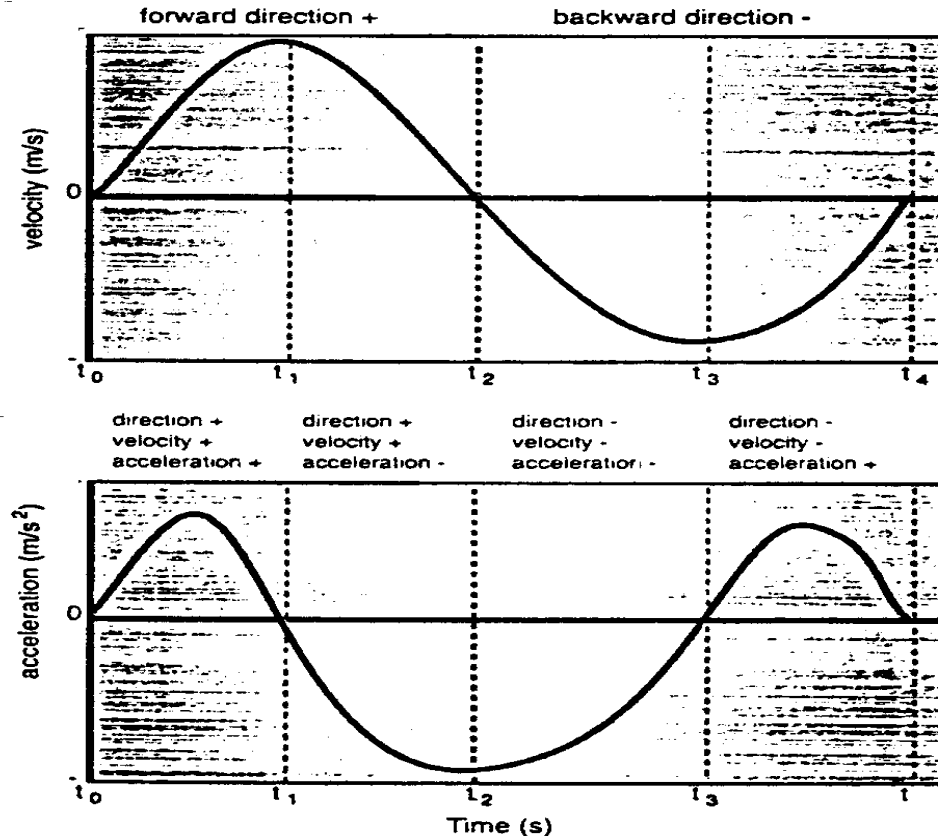
Graphical illustration of the relationship between a velocity-time and the acceleration-time curve drawn using the concepts of local extrema and slopes.

Διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου (στιγμιαία επιτάχυνση) 2



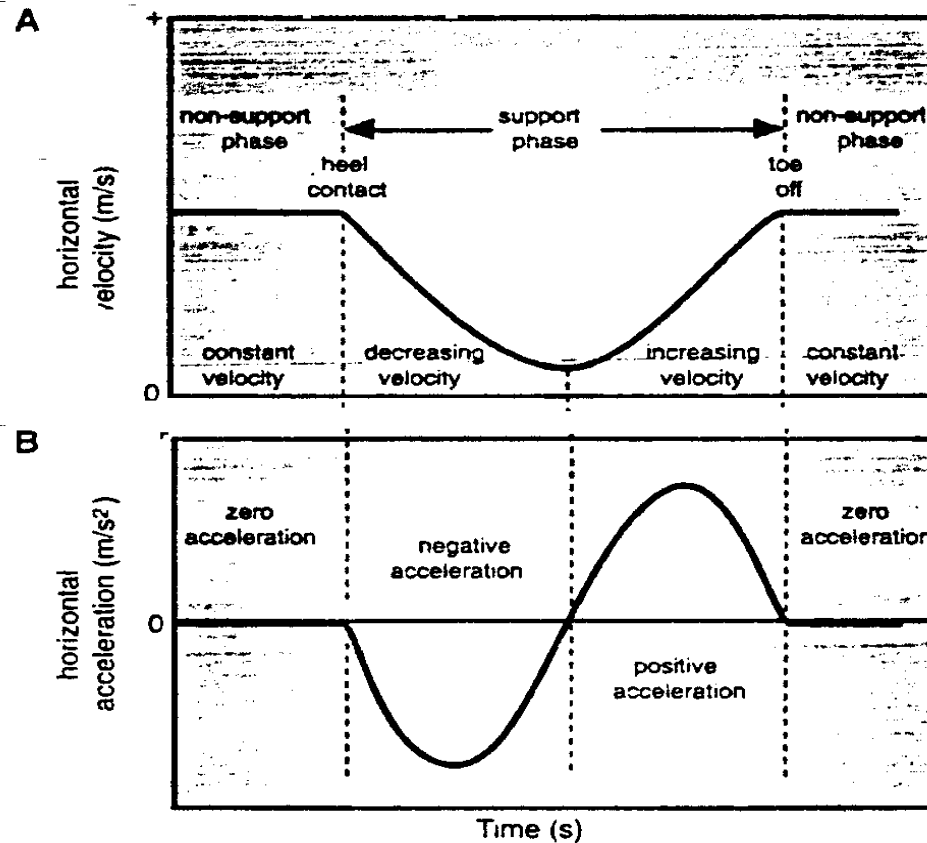
Graphical illustration of the A) position-time curve and B) the respective velocity-time curve drawn using the concepts of local extrema and slopes.

Διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου (στιγμιαία επιτάχυνση) 3



The graphical relationship between acceleration and direction of motion during a shuttle run (t_2 denotes when the runner changed direction).

Διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου (στιγμαία επιτάχυνση) 4



Changes in A) velocity and B) acceleration during the support phase of a running stride

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

A) Ταχύτητα: $\mathbf{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

Όπου: s το διανυόμενο διάστημα και t ο χρόνος

B) Επιτάχυνση: $\mathbf{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (χωρίς επιτάχυνση):

$$\mathbf{S} = \mathbf{V} * \mathbf{t}$$

Ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση, με θετική (+a) ή αρνητική (-a) επιτάχυνση:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 \pm \mathbf{a} * \mathbf{t}$$

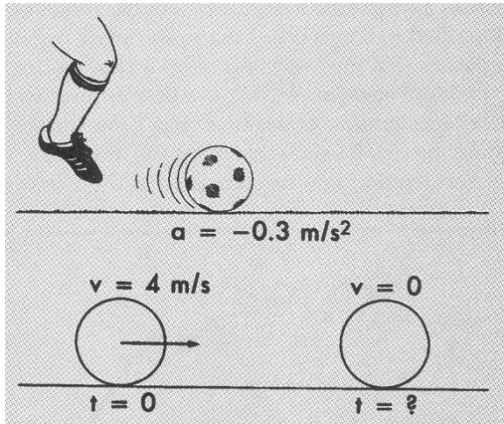
$$\mathbf{S} = \mathbf{V}_0 * \mathbf{t} \pm \frac{1}{2} * \mathbf{a} * \mathbf{t}^2$$

Όταν δεν υπάρχει αρχική ταχύτητα (v_0) τότε:

$$\mathbf{V} = \mathbf{a} * \mathbf{t} \quad \text{και} \quad \mathbf{S} = \frac{1}{2} * \mathbf{a} * \mathbf{t}^2$$

Εφαρμογές 1

Πότε θα σταματήσει η μπάλα;

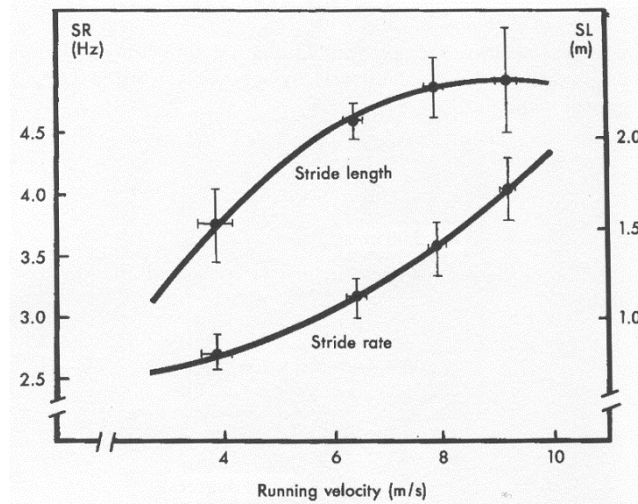


- Μια μπάλα του ποδοσφαίρου κυλάει στο χόρτο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$, η μπάλα έχει στιγμιαία ταχύτητα $V_1 = 4 \text{ m/s}$. Λόγω της τριβής η μπάλα χάνει ταχύτητα και κάποια στιγμή θα σταματήσει. Αν η επιβράδυνσή της είναι σταθερή $a = -0.3 \text{ m/s}^2$, σε πόσο χρόνο η μπάλα θα σταματήσει;
- Απάντηση:
- Αν $V_2 = 0$ η ταχύτητα που θα έχει η μπάλα όταν σταματήσει, έχουμε:
- $a = (V_2 - V_1)/t$,
- Οπότε λύνοντας ως προς t :
- $t = (V_2 - V_1)/a =$
- $(0 - 4 \text{ m/sec}) / -0.3 \text{ m/sec}^2 = 13.3 \text{ sec}$

Εφαρμογές 2

Δρομική ταχύτητα

- Στα δρομικά αγωνίσματα η ταχύτητα προώθησης (V_{run}) είναι συνισταμένη δύο παραγόντων, του μήκους (SL) και της συχνότητας (SR) των διασκελισμών:
- $V_{run} = SL * SR$
- Οι δρομείς μπορούν να αυξήσουν τη δρομική τους ταχύτητα, είτε αυξάνοντας το μήκος, είτε τη συχνότητα διασκελισμών, είτε και τις δύο συνιστώσες ταυτόχρονα.
- Μέχρι τα 7 m/s η αύξηση των δύο συνιστωσών είναι σχεδόν γραμμική. Στις υψηλότερες ταχύτητες έχουμε μικρή αύξηση του μήκους και μεγάλη αύξηση της συχνότητας διασκελισμού.



Θέματα για συζήτηση ή μελέτη

- Μια μπάλα ποδοσφαίρου κυλά στο έδαφος με επιτάχυνση -0.5 m/sec^2 . Αν αυτή σταματήσει μετά από 9 sec, ποια ήταν η αρχική της ταχύτητα;
- Ένα κινητό κινείται από τη θέση A (4, 6) στη θέση B (8, 9). Ποια θα είναι: α) η οριζόντια μετατόπιση, β) η κατακόρυφη μετατόπιση, γ) η συνισταμένη μετατόπιση;
- Όταν η ταχύτητα αποκτά μέγιστη τιμή, πως θα περιγράφαμε την αντίστοιχη επιτάχυνση σε αυτή τη χρονική στιγμή;
- Ένας δρομέας από τη γραμμή της εκκίνησης επιταχύνει και φτάνει στη μέγιστή του ταχύτητα 9 m/sec μετά από 7 min. Σε όλη αυτή τη διαδρομή ποια ήταν η μέση του επιτάχυνση;

Βιβλιογραφία

- Κόλλιας Η. (1997). *Βιοκινητική της αθλητικής κίνησης*. Θεσσαλονίκη.
- Τσαρούχας Λ. (1983) *Βιομηχανική αθλητικών κινήσεων*, Αθήνα.
- Φωτεινόπουλος Β. *Μηχανική*. Εκδόσεις Βλάσση, Αθήνα.
- Baumann W. (1996). *Βασικές αρχές της βιομηχανικής των αθλητικών κινήσεων*. Εκδόσεις Σάλτο, Θεσσαλονίκη.
- Abernethy B., Kippers V., Mackinnon L.T., Neal R.J., Hanrahan S. (1997). *The Biophysical Foundations of Human Movement*. Human Kinetics, Champaign, IL.
- Adrian M.J., Cooper J.M. (1995). *Biomechanics of Human Movement*. Brown & Benchmark Publishers, IA, USA.
- Cavanagh P.R. (1990). *Biomechanics of Distance Running*. Human Kinetics, Champaign, IL.
- Hall S.J. (1995). *Basic Biomechanics*. McGraw-Hill Companies, USA.
- Hamill J., Knutzen K.M. (1995). *Biomechanical Basis of Human Movement*. Williams & Wilkins, PA, USA.



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



Τέλος Ενότητας

