



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



Εμβιομηχανική επανάληψη 2

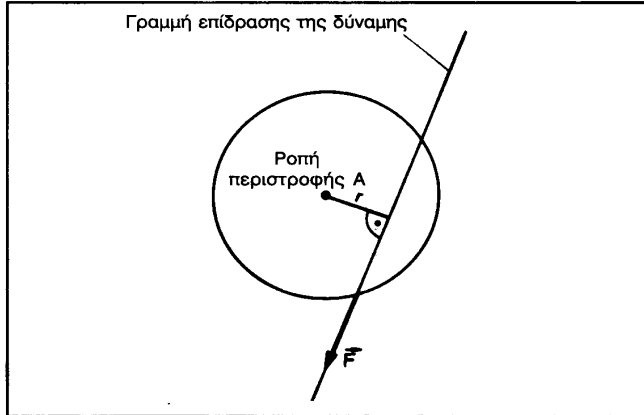
Αθανάσιος Τσιόκανος, Καθηγητής Βιοκινητικής
Τμήμα Επιστήμης Φυσικής Αγωγής και Αθλητισμού

Εισαγωγή στην περιστροφική δυναμική

- Η περιστροφική δυναμική (γωνιακά δυναμικά χαρακτηριστικά) ασχολείται με τα τεκταινόμενα κατά την περίπτωση που ένα σώμα υπό την επίδραση κάποιας δύναμης κινείται περιστροφικά.
- Στην ουσία όλες οι εκούσιες κινήσεις του ανθρώπινου σώματος είναι περιστροφικές, καθότι η ανάπτυξη μυϊκών δυνάμεων έχει ως αποτέλεσμα την περιστροφική κίνηση στις διάφορες αρθρώσεις.
- Η μεταφορική κίνηση κάποιου ανθρώπινου μέλους είναι αποτέλεσμα δύο ή περισσότερων περιστροφικών κινήσεων (η μεταφορική κίνηση του άκρου χεριού και η ώθηση της σφαίρας στη σφαιροβολία είναι αποτέλεσμα της έκτασης του αγκώνα λόγω της εφαρμοζόμενης δύναμης του τρικέφαλου βραχιόνιου μυός και της κάμψης του καρπού λόγω της δύναμης που αναπτύσσουν οι καμπτήρες της άρθρωσης αυτής).

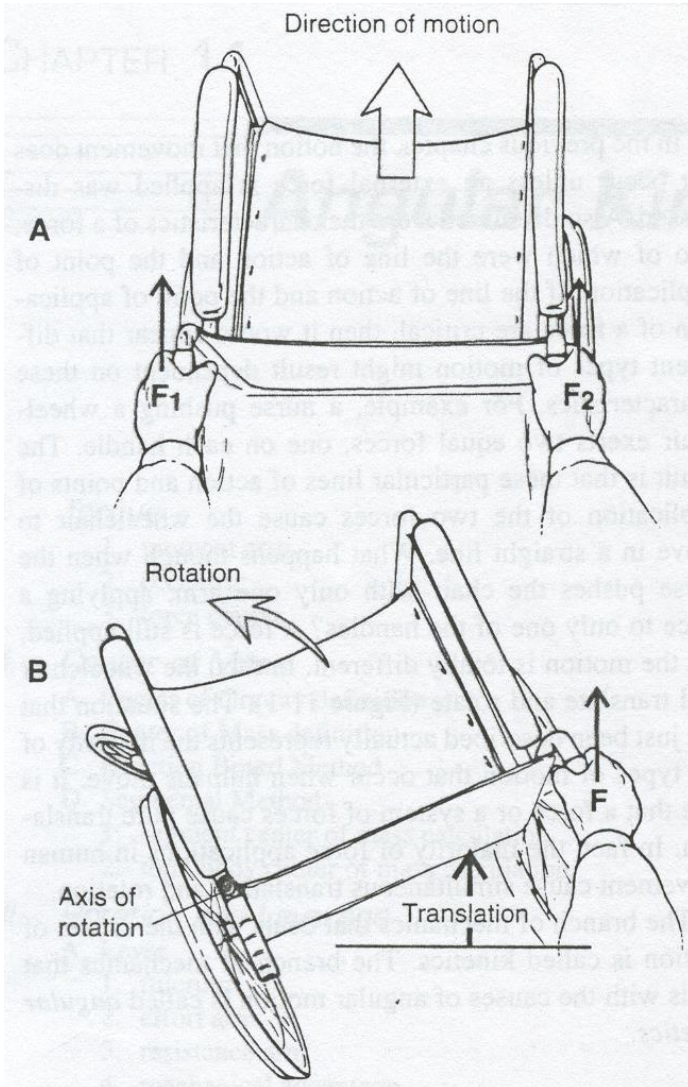
Ροπή δύναμης 1

- Όταν μια δύναμη F επιδρά σε ένα σώμα, χωρίς ο φορέας της δύναμης να περνά από το συμμετρικό κέντρο του σώματος, τότε το περιστρέφει με μια ροπή περιστροφής M .
- Ροπή περιστροφής είναι το γινόμενο της δύναμης F επί την κάθετη απόσταση r (μοχλοβραχίονας της δύναμης, κάθετη απόσταση του κέντρου περιστροφής από τον φορέα της δύναμης) (N.m).



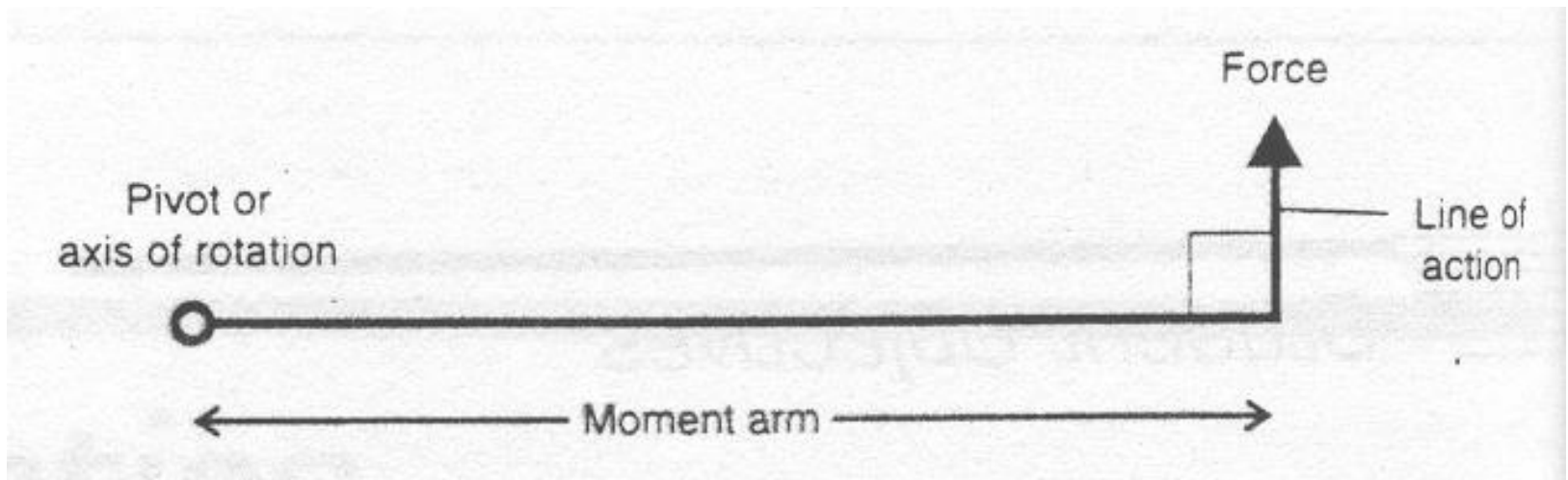
- $M = F \cdot r$
- Πολλές ροπές περιστροφής μπορούν να δρουν ταυτόχρονα σε ένα σώμα. Η συνισταμένη τους προκύπτει από το άθροισμά τους.
- Οι ροπές με φορά αντίθετη των δειχτών του ωρολογιού είναι θετικές (αριστερόστροφες).

Ροπή δύναμης 2



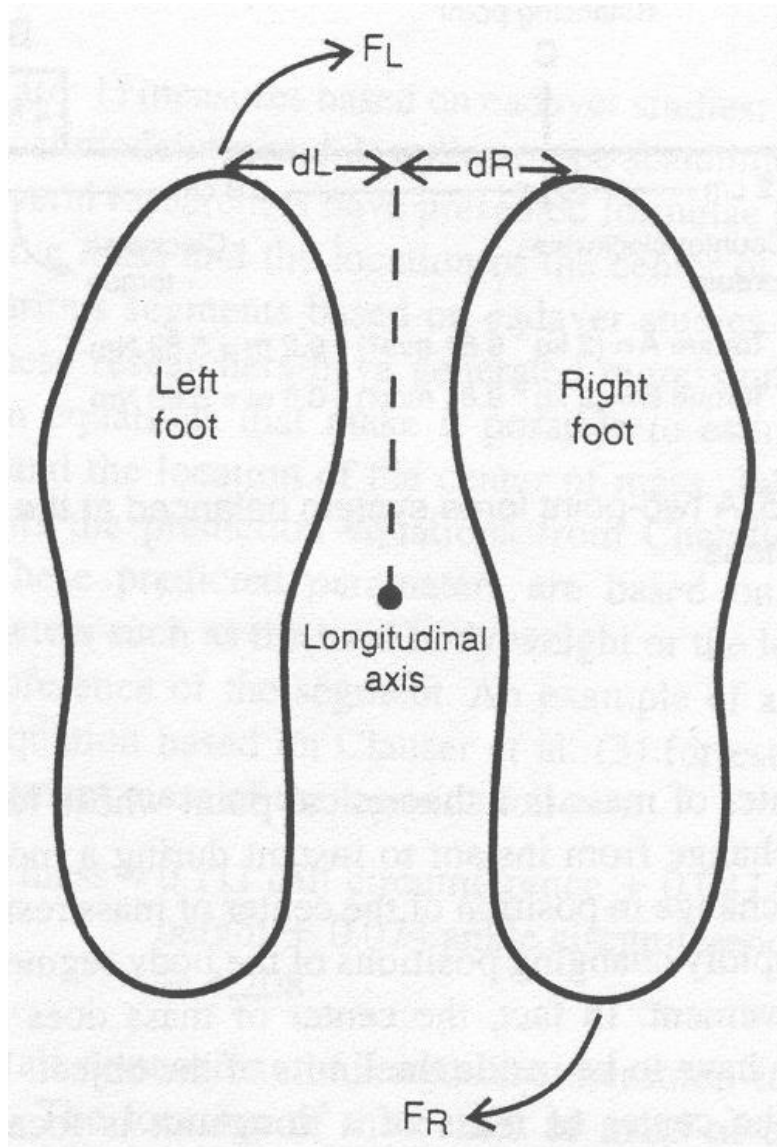
- Η εφαρμογή των δύο δυνάμεων F_1 και F_2 έχει ως αποτέλεσμα την μεταφορική κίνηση του αναπηρικού καροτσιού.
- Η εφαρμογή μόνο της F_1 έχει ως αποτέλεσμα, εκτός από την μεταφορική, και περιστροφική κίνηση του καροτσιού (ροπή περιστροφής).

Ροπή δύναμης 3



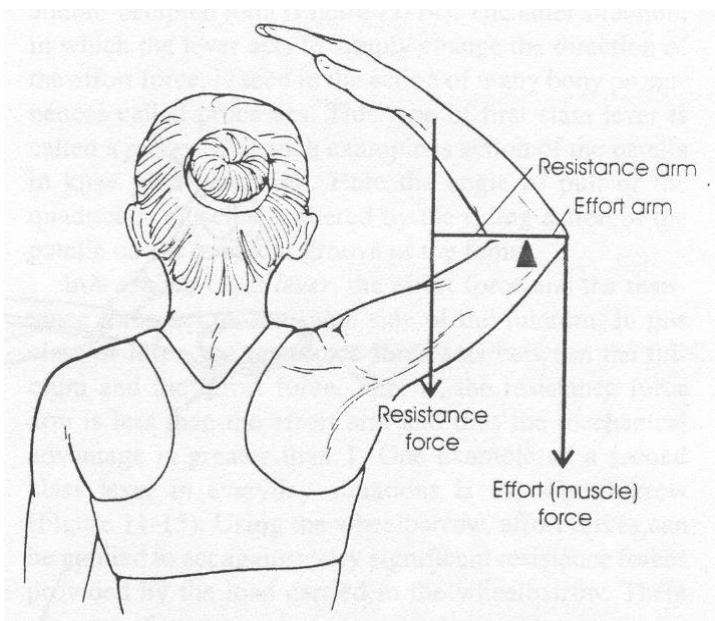
- Η ροπή δύναμης είναι διανυσματικό μέγεθος και η διεύθυνσή της ορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού. Έχει θετική φορά όταν αυτή είναι αντίθετη της κίνησης των δειχτών του ωρολογιού. Εδώ, παρουσιάζονται ο άξονας περιστροφής, ο μοχλοβραχίονας της δύναμης και ο φορέας της δύναμης.

Ροπή ζεύγους



- Μια ροπή $F_R * d_R$ αναπτύσσεται από το δεξί άκρο πόδι, ενώ άλλη μια ροπή $F_L * d_L$ αναπτύσσεται από το αριστερό άκρο πόδι.
- Αφού αυτές οι δύο ροπές είναι ίσες και με την ίδια γωνιακή κατεύθυνση, η ροπή ζεύγους (ζεύγος δυνάμεων) θα έχει ως αποτέλεσμα μια περιστροφή γύρω από τον επιμήκη άξονα τον διερχόμενο από το κέντρο μάζας του σώματος.

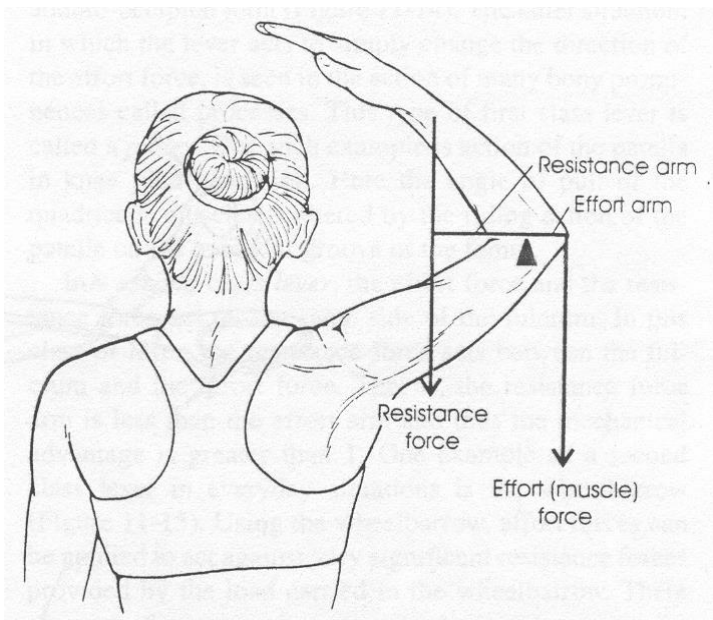
Μοχλοί 1



- Οι μοχλοί είναι μηχανές που χρησιμοποιούνται:
- α) για την αλλαγή της διεύθυνσης ή και της φοράς της δύναμης,
- β) για τον πολλαπλασιασμό της μετατόπισης του σημείου εφαρμογής της δύναμης αντίστασης,
- γ) για τον πολλαπλασιασμό του αποτελέσματος της εφαρμοζόμενης δύναμης.

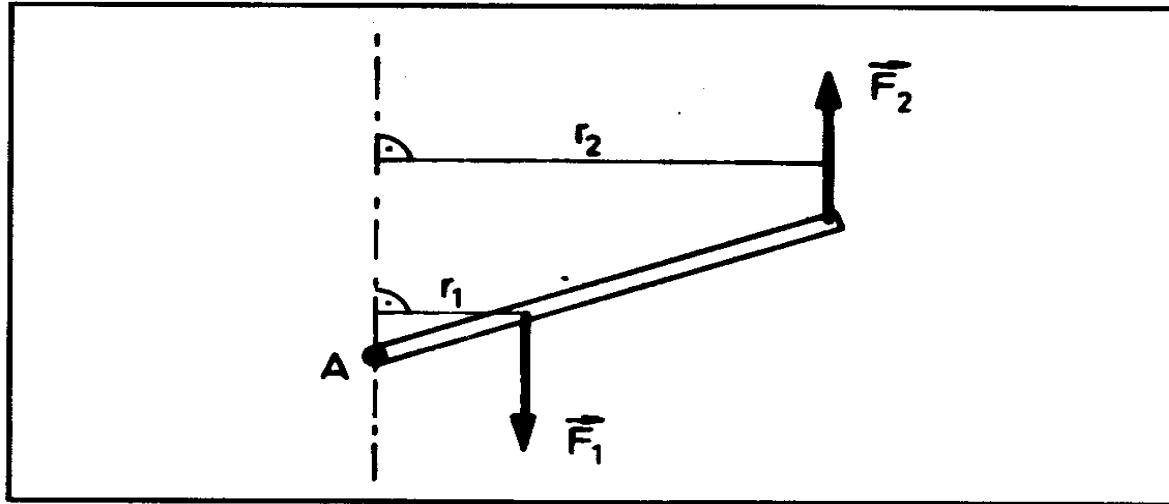
Μοχλοί 2

- Ο μοχλός είναι μια άκαμπτη ράβδος που περιστρέφεται γύρω από ένα σημείο ή έναν άξονα περιστροφής (υπομόχλιο) υπό την επίδραση δύο αντιμαχόμενων δυνάμεων (της εφαρμοζόμενης δύναμης και της δύναμης αντίστασης).



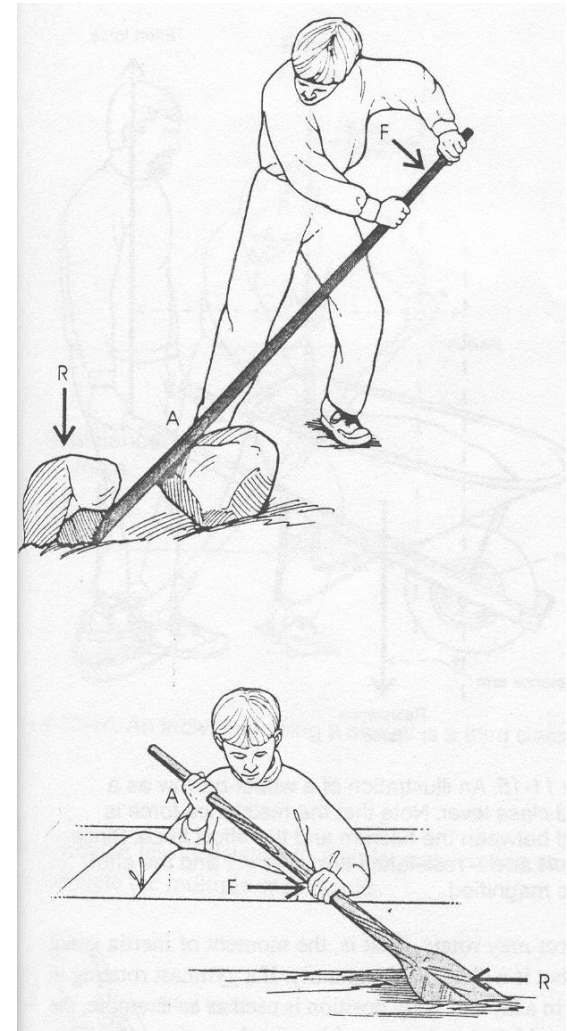
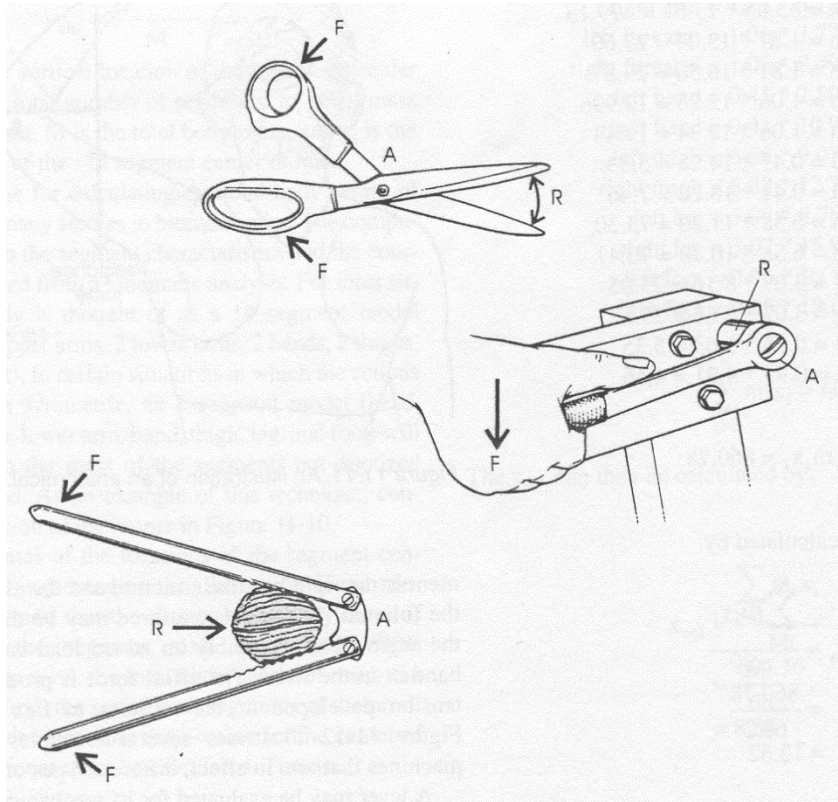
- Στο μοχλό διακρίνουμε και δύο μοχλοβραχίονες (της δύναμης και της αντίστασης), που είναι οι κάθετες αποστάσεις των φορέων των δυνάμεων από το υπομόχλιο.

Μοχλός περιστροφής



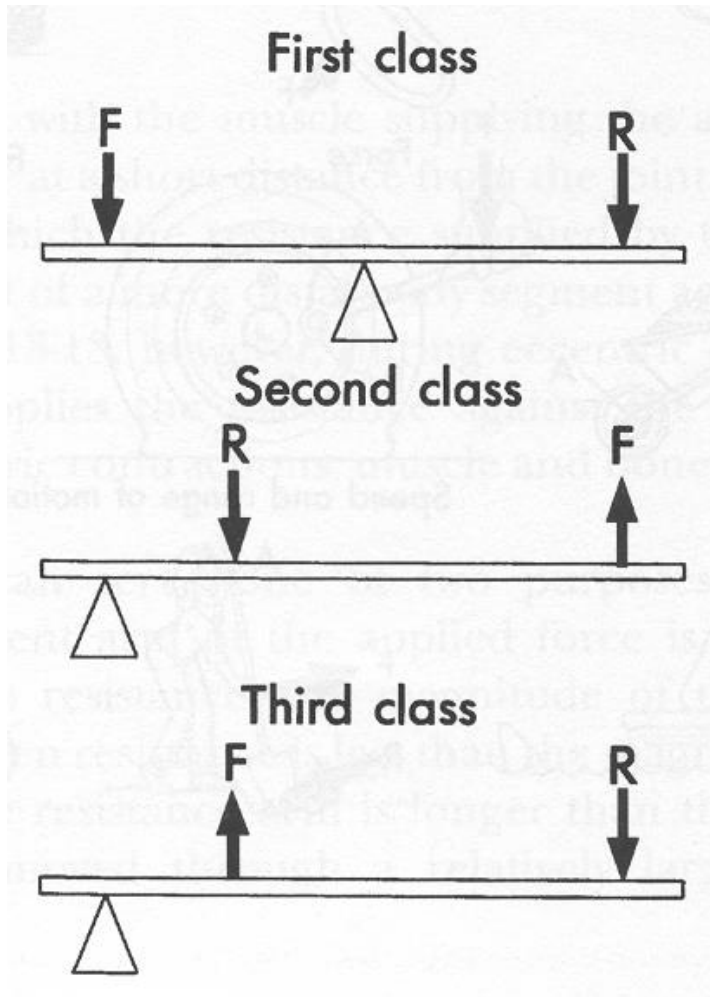
- Στο μοχλό με άξονα περιστροφής A, ενεργούν οι δυνάμεις F_1 και F_2 .
- $M_1 = F_1 \cdot r_1$ (δεξιόστροφη)
- $M_2 = F_2 \cdot r_2$ (αριστερόστροφη)
- Η συνολική ροπή $M = M_1 + M_2$ (αριστερόστροφη, θετική).

Μοχλοί



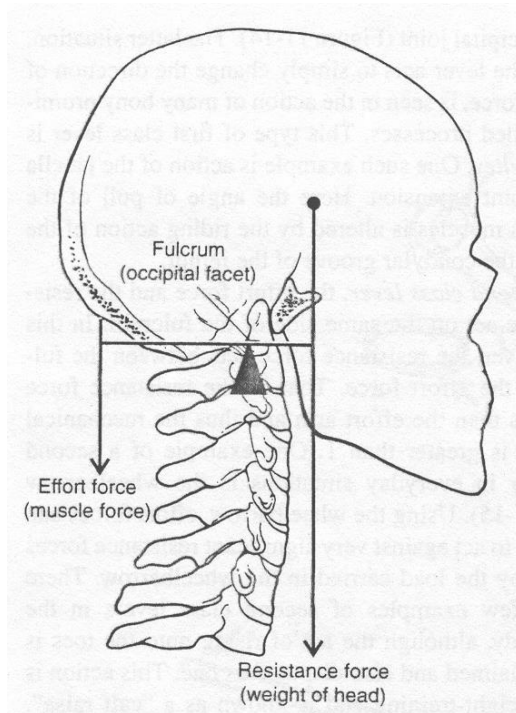
- Απλές μηχανές που είναι μοχλοί

Είδη μοχλών

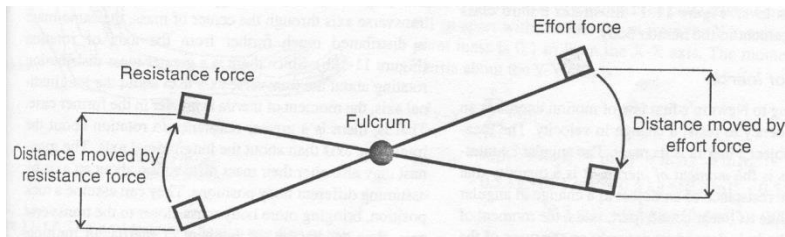


- Διακρίνουμε τρία είδη μοχλών:
- Πρώτου είδους: το υπομόχλιο βρίσκεται μεταξύ του σημείου εφαρμογής της δύναμης και του σημείου εφαρμογής της αντίστασης.
- Δευτέρου είδους: το σημείο εφαρμογής της αντίστασης βρίσκεται μεταξύ του υπομοχλίου και του σημείου εφαρμογής της δύναμης.
- Τρίτου είδους: το σημείο εφαρμογής της δύναμης βρίσκεται μεταξύ του υπομοχλίου και του σημείου εφαρμογής της αντίστασης.

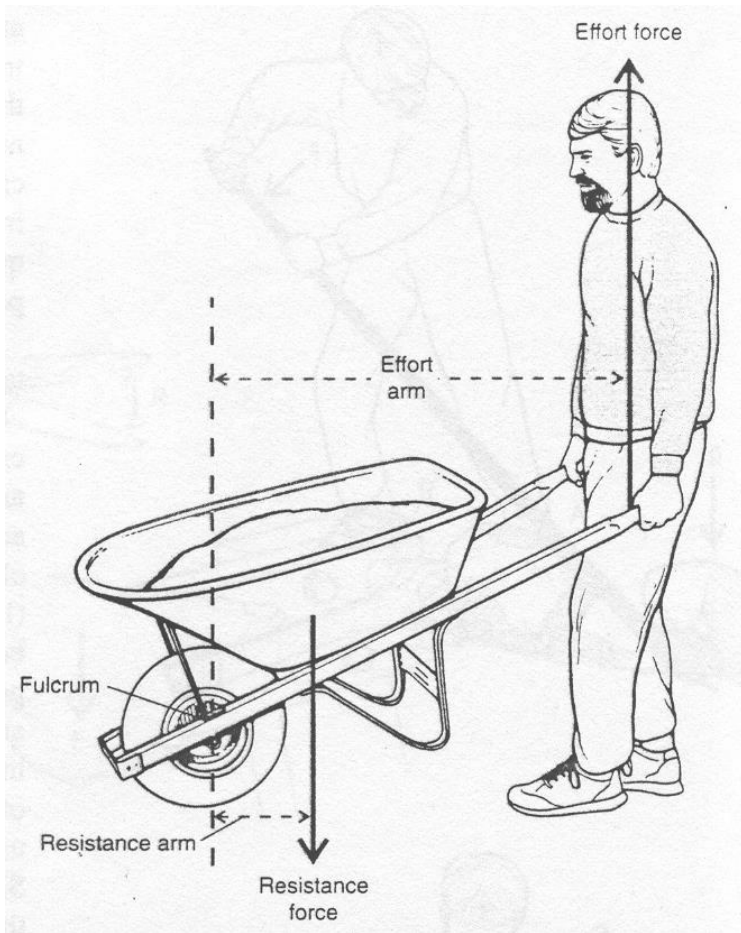
Μοχλοί στο ανθρώπινο σώμα 1



- Μοχλός πρώτου είδους:
- Το βάρος της κεφαλής είναι η δύναμη αντίστασης.
- Οι σπληνοειδείς μύες εξασφαλίζουν την εφαρμοζόμενη δύναμη.
- Υπομόχλιο είναι η ατλαντοϊνιακή άρθρωση.
- Στον μοχλό πρώτου είδους καταβάλλουμε λιγότερη δύναμη (κέρδος), αλλά διανύουμε μεγαλύτερη απόσταση (απώλεια).



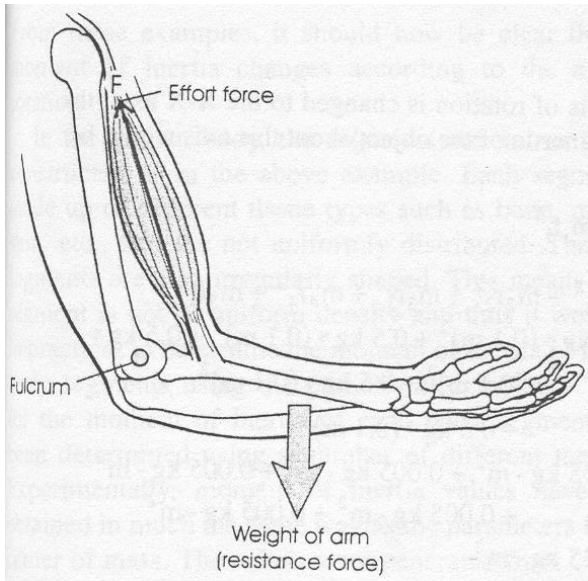
Μοχλοί στο ανθρώπινο σώμα 2



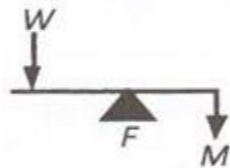
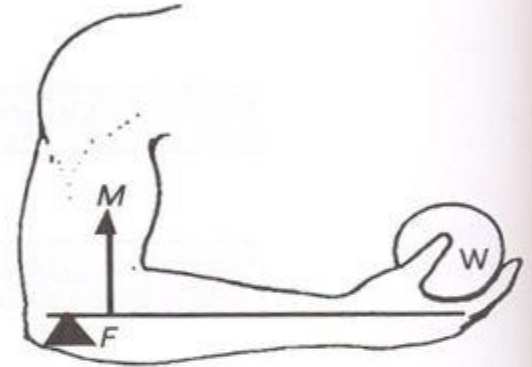
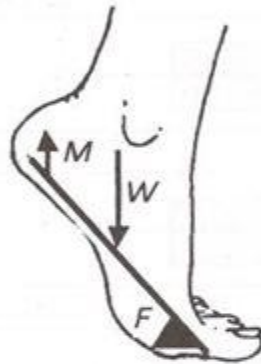
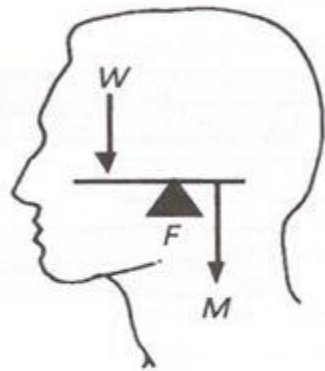
- Μοχλός δευτέρου είδους:
- Η δύναμη αντίστασης (φορτίο του καρτσιού) είναι ανάμεσα στην εφαρμοζόμενη δύναμη (δύναμη του ανθρώπου στις χειρολαβές) και το υπομόχλιο (άξονας της ρόδας).
- Ο άνθρωπος θα καταβάλει μικρή δύναμη σε σχέση με το μέγεθος της αντίστασης, λόγω του μεγάλου μοχλοβραχίονα της δύναμης σε σχέση με το μοχλοβραχίονα της αντίστασης.

Μοχλοί στο ανθρώπινο σώμα 3

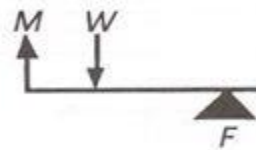
- Μοχλός τρίτου είδους:
- Δύναμη αντίστασης είναι το βάρος του πήχη.
- Υπομόχλιο είναι ο αγκώνας
- Η εφαρμοζόμενη δύναμη εξασφαλίζεται από τους καμπτήρες της άρθρωσης του αγκώνα.
- Οι περισσότερες κινήσεις του ανθρώπινου κινητικού μηχανισμού γίνονται με μοχλούς τρίτου είδους (κερδίζονται μεγάλες μετατοπίσεις των μελών εφαρμόζοντας, σε αντιστάθμισμα, μεγάλες δυνάμεις). 14



Μυϊκές δυνάμεις που σχετίζονται με μοχλούς



1ης τάξης



2ης τάξης



3ης τάξης

Εικόνα 3.4. Τα τρία είδη μοχλών μέσα στο ανθρώπινο σώμα με σχηματικά παραδείγματα. W είναι η δύναμη του βάρους, F η δύναμη στο υπομόχλιο και M η μυϊκή δύναμη. Το διαφορετικό είδος μοχλού εξαρτάται από την εκάστοτε διάταξη των τριών δυνάμεων.

Μοχλοί στο ανθρώπινο σώμα



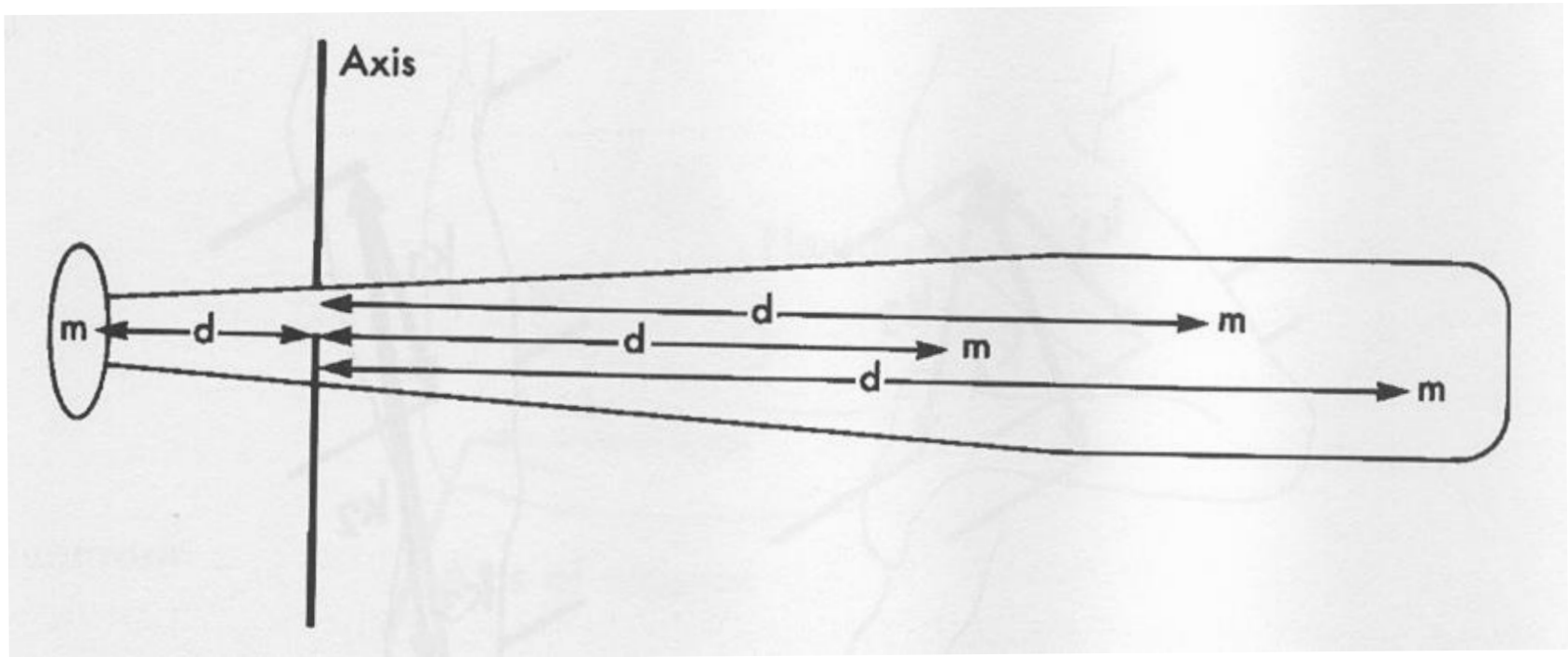
Copyright © 2007, Pearson Education, Inc., publishing as Pearson Addison-Wesley

Ροπή αδράνειας 1

- Στη γραμμική κίνηση η ιδιότητα της ύλης να διατηρεί την κινητική της κατάσταση ονομάζεται αδράνεια και δείκτης της αδράνειας είναι η μάζα (ποσότητα της ύλης) του σώματος.
- Στην περιστροφική κίνηση η αντίστοιχη ιδιότητα ονομάζεται ροπή αδράνειας.
- Ροπή αδράνειας ενός σώματος ως προς ένα σημείο ή έναν άξονα περιστροφής, είναι η ιδιότητα της μάζας να διατηρεί την περιστροφική κινητική της κατάσταση, είτε αυτή είναι ομαλή περιστροφική κίνηση είτε ηρεμία.
- Η ροπή αδράνειας (I) ισούται:
$$I = m * r^2$$

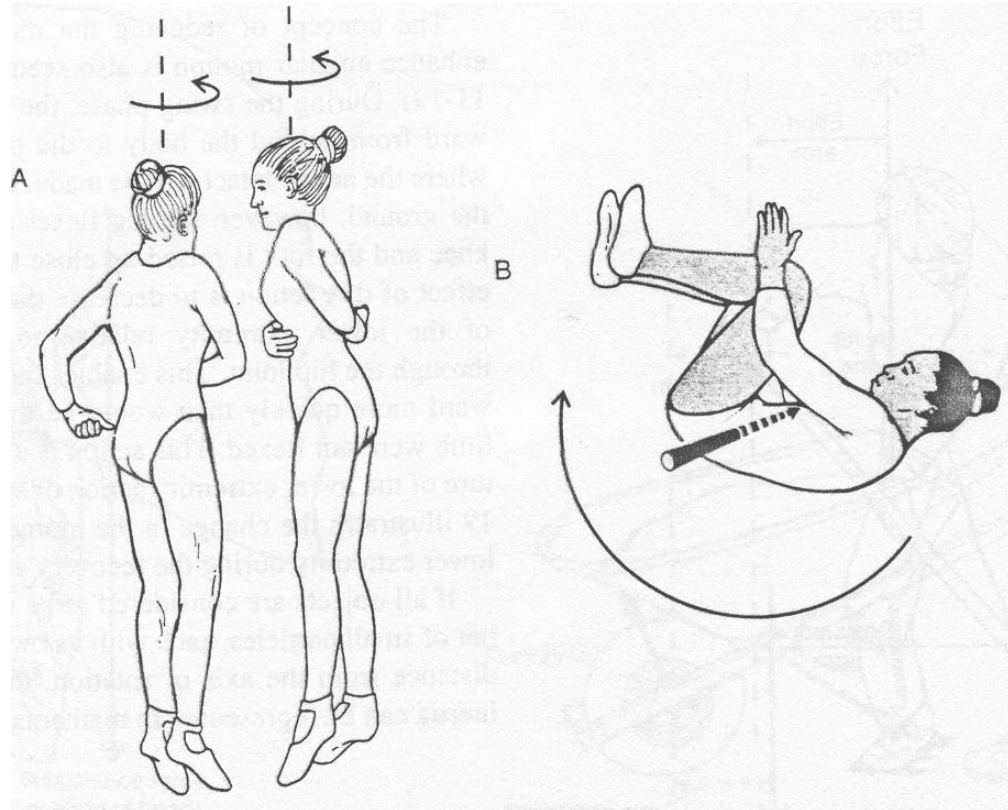
όπου m είναι η μάζα και r η απόσταση της μάζας από το σημείο περιστροφής
- Στο μέγεθος της ροπής αδράνειας συνεισφέρει περισσότερο η απόσταση της μάζας από το σημείο περιστροφής παρά η ίδια η μάζα του σώματος.

Ροπή αδράνειας 2



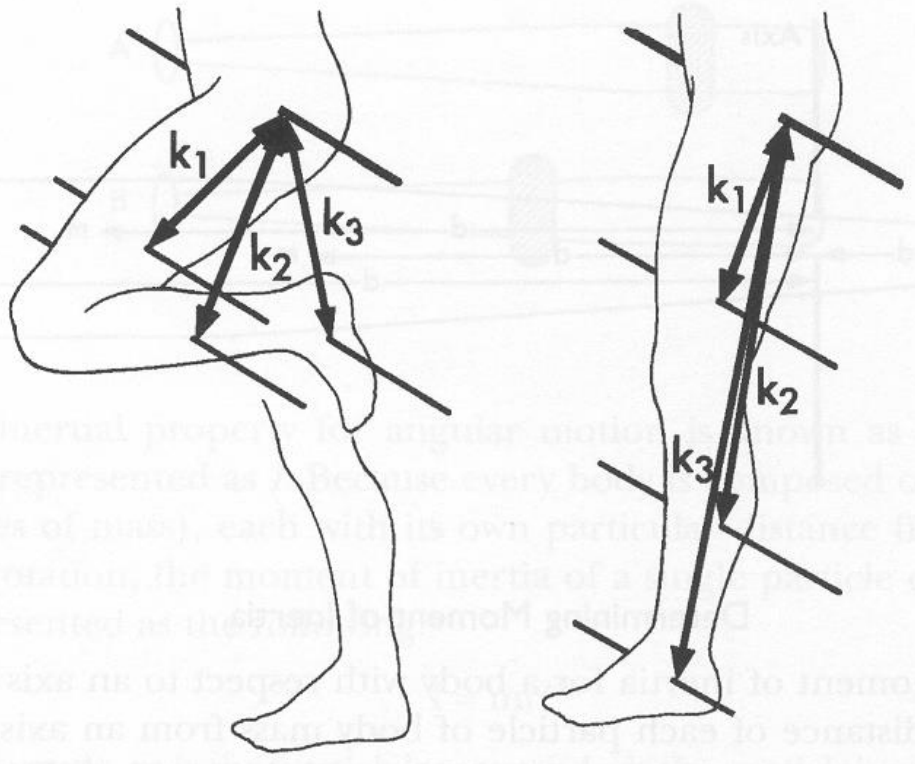
- Η ροπή αδράνειας είναι το άθροισμα των γινομένων της κάθε επιμέρους μάζας επί την ακτίνα περιστροφής στο τετράγωνο.

Ροπή αδράνειας 3



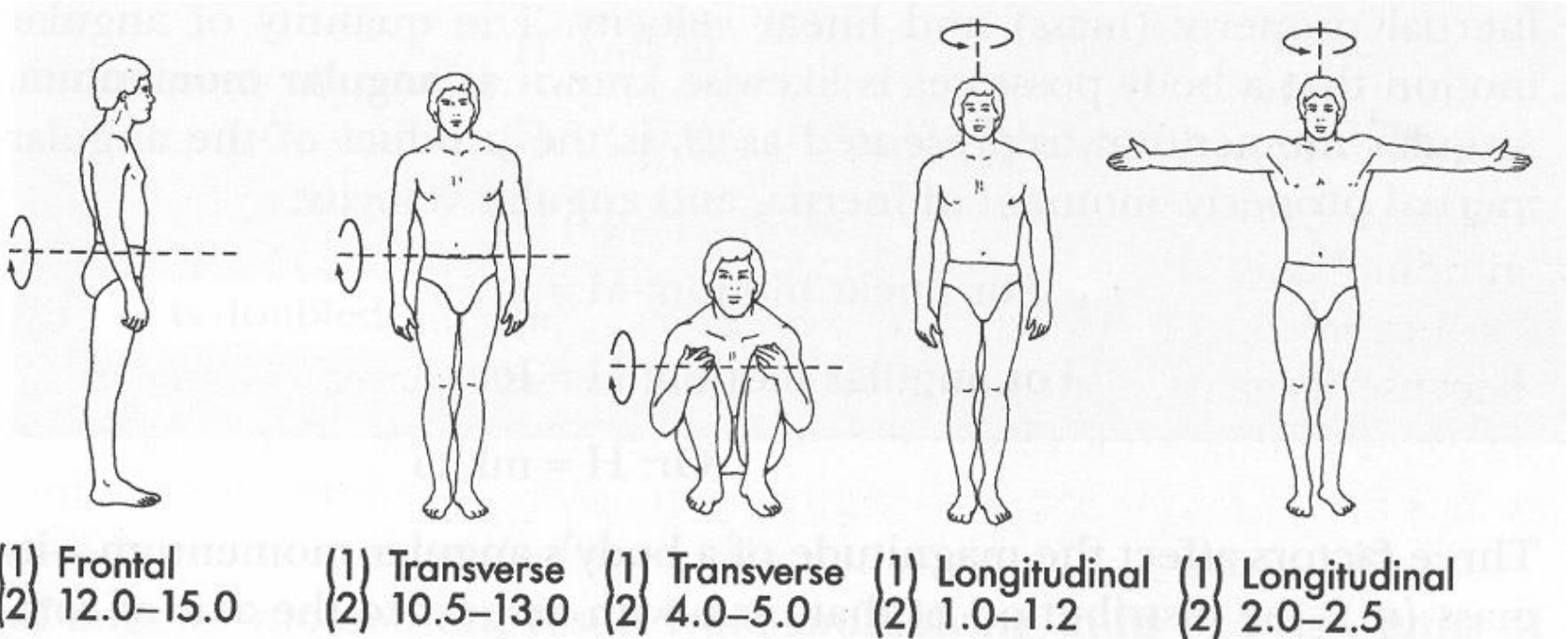
- Η κατανομή της μάζας γύρω από τον επιμήκη άξονα διερχόμενο από το κέντρο μάζας του σώματος (A) και γύρω από τον εγκάρσιο άξονα διερχόμενο από το κέντρο μάζας του σώματος (B).

Ροπή αδράνειας 5



- Η γωνία του γονάτου επιδρά στην τιμή της ροπής αδράνειας του αιωρούμενου ποδιού ως προς το ισχίο, λόγω των μεταβολών της ακτίνας περιστροφής (k) της κνήμης και του άκρου ποδιού.

Ροπή αδράνειας 6



- Μεταβολές στη ροπή αδράνειας του ανθρώπινου σώματος ανάλογα με την πόζα του σώματος και αναφορικά με τους άξονες περιστροφής

Στροφορμή 1

- Αν ένα σώμα περιστρέφεται με μια γωνιακή ταχύτητα ω , το αίτιο που μπορεί να αλλάξει την ορμή αυτού του σώματος είναι η ροπή μιας δύναμης.
- Στροφορμή (G) είναι η ορμή ενός περιστρεφόμενου σώματος και ισούται με τη ροπή αδράνειας επί την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής:

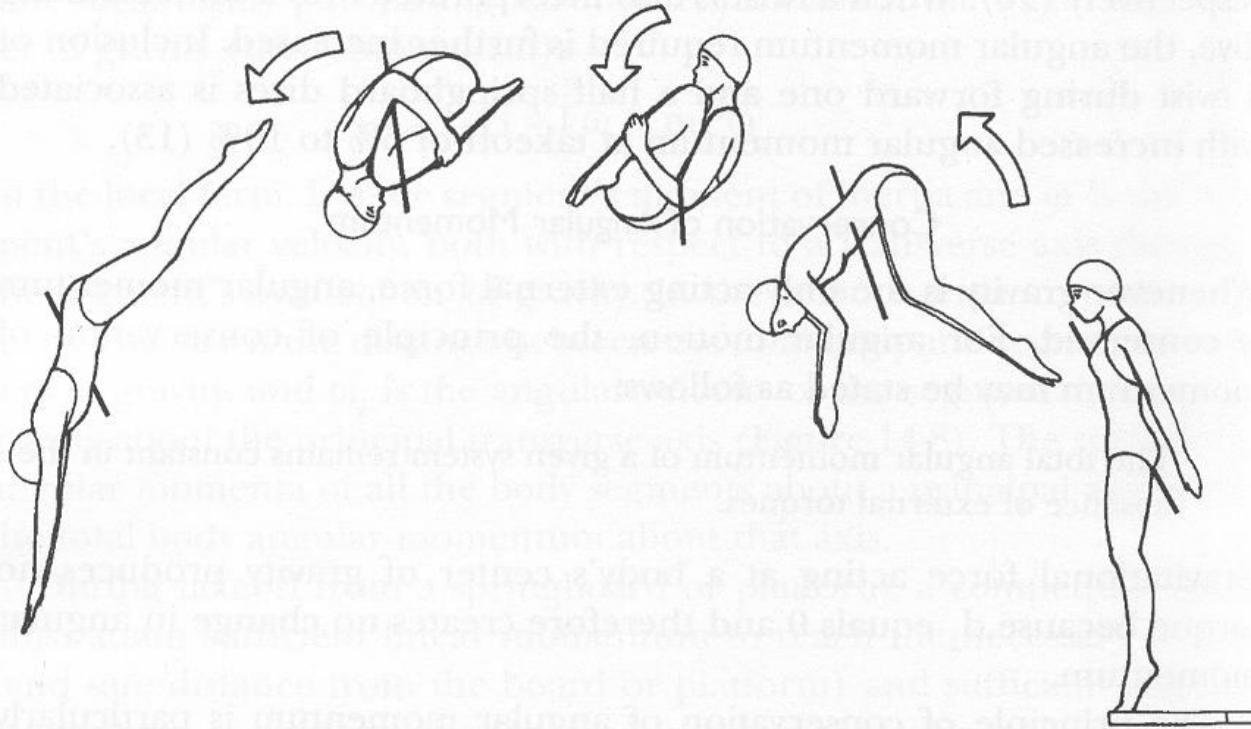
$$G = I * \omega$$

- Η στροφορμή είναι αποτέλεσμα εξωτερικών ροπών δύναμης που εφαρμόζονται πάνω σε ένα σώμα.

Στροφορμή 2

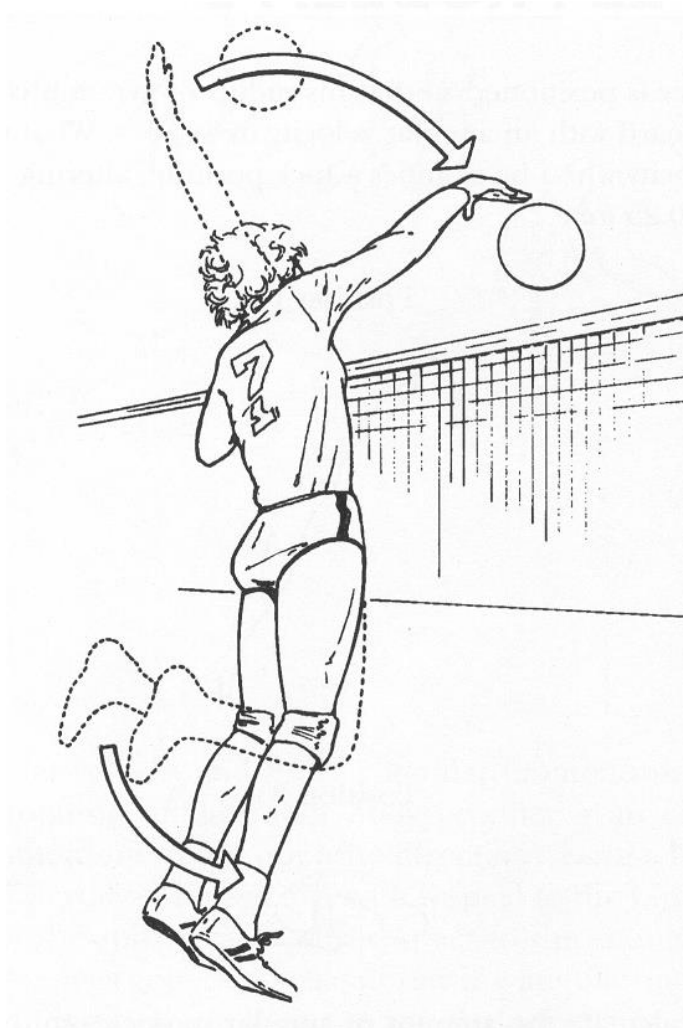
- Η εξίσωση: $M * dt = \Delta G$ είναι η εξίσωση μεταβολής της στροφορμής ($M * dt =$ περιστροφική ώθηση).
- Αρχή διατήρησης της στροφορμής Από την παραπάνω εξίσωση συνάγεται ότι αν δεν εφαρμοστεί καμιά εξωτερική ροπή ($M = 0$) η στροφορμή ενός σώματος παραμένει σταθερή (πτώση του σώματος στον αέρα).
- Επειδή ισχύει αυτό, σε πολλές περιπτώσεις, αυξάνοντας τη ροπή αδράνειας (I) μειώνεται ανάλογα η γωνιακή ταχύτητα (ω) του σώματος, ενώ μειώνοντας τη ροπή αδράνειας αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα.

Στροφορμή 5



- Όταν η στροφορμή του σώματος διατηρείται σταθερή, οι τυχόν μεταβολές στην πόζα του σώματος έχουν ως αποτέλεσμα την αύξηση ή μείωση της ροπής αδράνειας και αντισταθμιστικά αντίστοιχη μείωση ή αύξηση της γωνιακής ταχύτητας.

Στροφορμή 5



- Κατά τη διάρκεια της εκτέλεσης του καρφιού στο βόλει, η αντισταθμιστική περιστροφική κίνηση των κάτω άκρων εξισορροπεί την ισχυρή αιώρηση του χεριού, με αποτέλεσμα τη διατήρηση της στροφορμής.

Αντιστοιχίες των νόμων του Νεύτωνα στην περιστροφική κίνηση

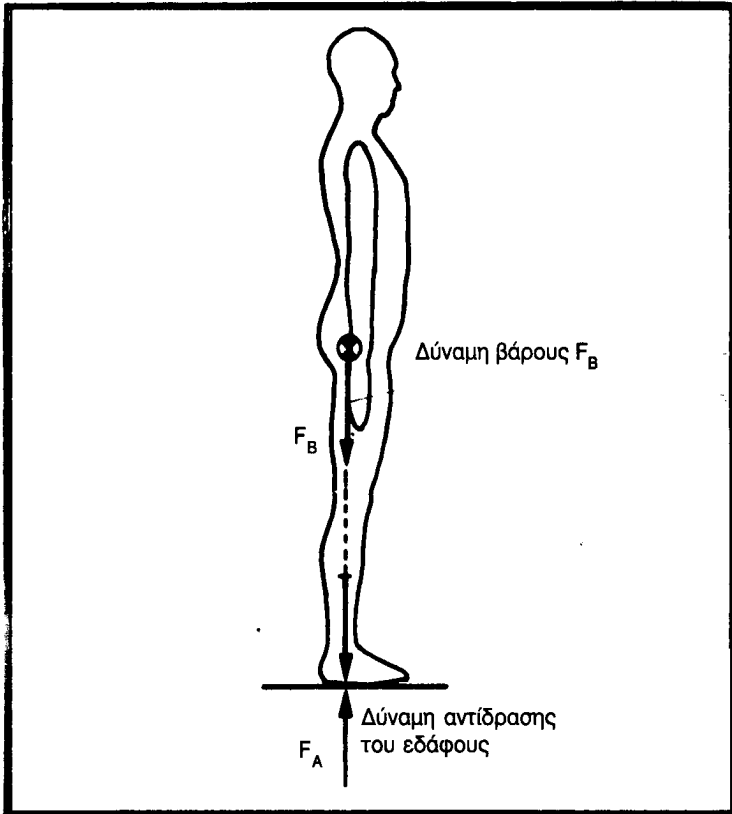
- Οι νόμοι του Νεύτωνα θα μπορούσαν να διατυπωθούν ως εξής για την περιστροφική κίνηση:
- 1^{ος} νόμος: Ένα περιστρεφόμενο σώμα θα διατηρήσει την κατάσταση της ομαλής περιστροφικής κίνησης, εκτός και αν ασκηθεί πάνω του μια εξωτερική ροπή.
- 2^{ος} νόμος: $T = I * \alpha$ Μια ροπή (T) προκαλεί σε ένα σώμα γωνιακή επιτάχυνση (α), η οποία είναι ευθέως ανάλογη του μεγέθους της ροπής, έχει την ίδια κατεύθυνση με αυτή, και είναι αντιστρόφως ανάλογη της ροπής αδράνειας (I) του σώματος.
- 3^{ος} νόμος: Για κάθε ροπή ασκούμενη από ένα σώμα σε άλλο σώμα, υπάρχει μια ίση και αντίθετη ροπή ασκούμενη από το δεύτερο σώμα πάνω στο πρώτο.

Προϋποθέσεις ισορροπίας ενός σώματος 1

- Οι δυνάμεις προκαλούν μετατοπίσεις.
- Οι ροπές προκαλούν περιστροφές.
- Ισορροπία επιτυγχάνεται όταν :
 - α) το σύνολο όλων των δυνάμεων είναι ίσο με μηδέν.
 - β) το σύνολο όλων των ροπών είναι ίσο με μηδέν.
- $F_1 + F_2 + \dots + F_m = 0$ ή $\sum F_i = 0$ ($\sum F_x = 0$ και $\sum F_y = 0$)
(όπου $i = 1$ έως m).
- $M_1 + M_2 + \dots + M_n = 0$ ή $\sum M_j = 0$ (όπου $j = 1$ έως n).

Προϋποθέσεις ισορροπίας ενός σώματος 2

- Η δύναμη F_B του ΚΒΣ ενεργεί προς τα κάτω.

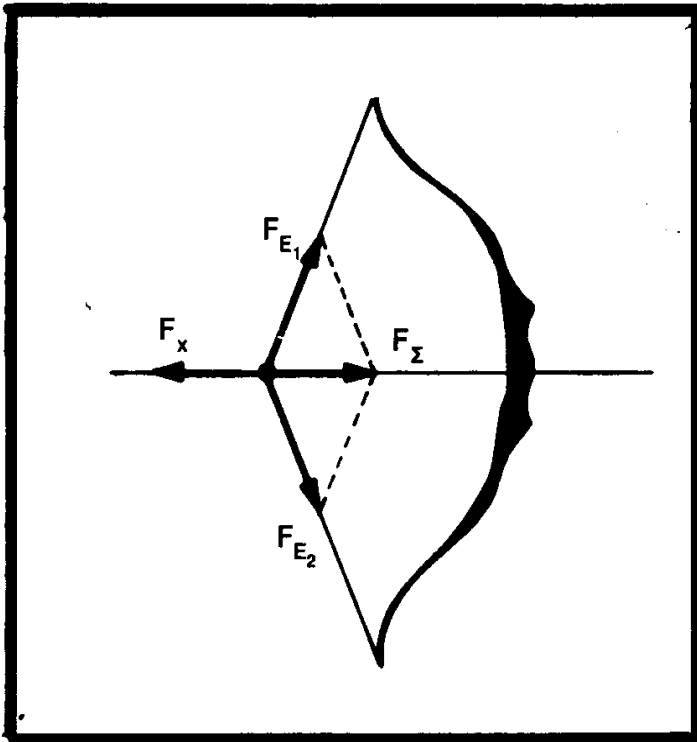


- Η αντίδραση F_A του εδάφους είναι δύναμη του ίδιου μέτρου, ίδιας διεύθυνσης και αντίθετης φοράς.

- Το άθροισμά τους ισούται με μηδέν και το σώμα ισορροπεί.

- $F_B + F_A = 0$

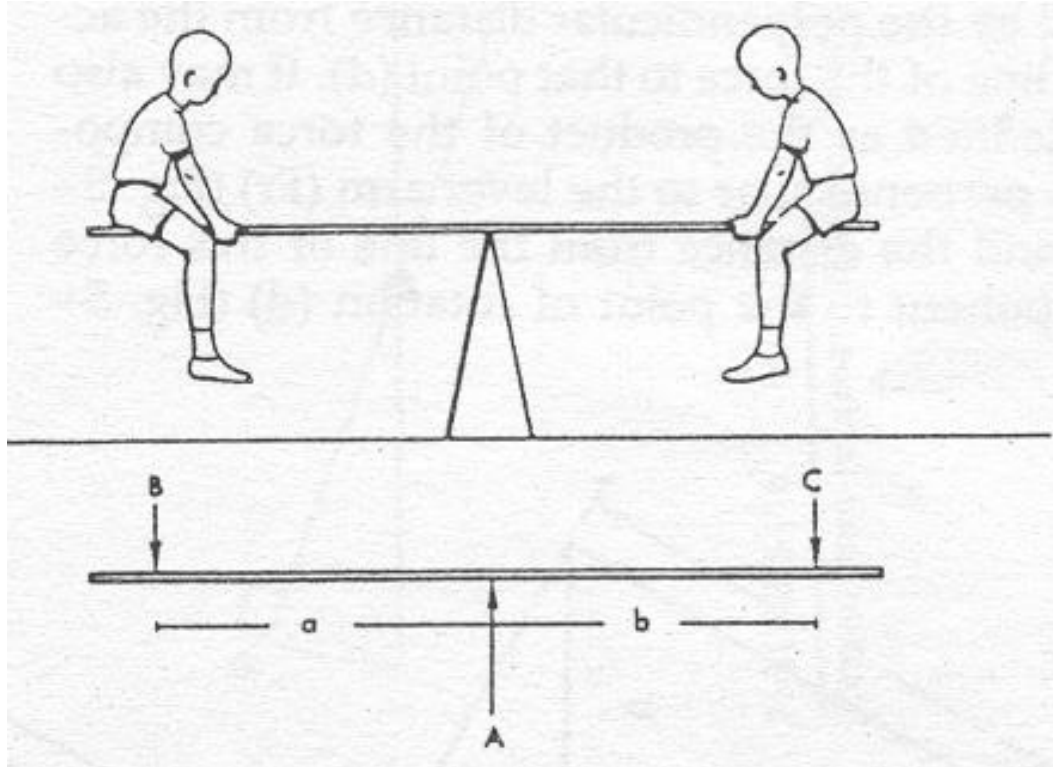
Προϋποθέσεις ισορροπίας ενός σώματος 3



- Η δύναμη F_x εφαρμόζεται μέσω του χεριού στη χορδή του τόξου.
- Η F_Σ (συνισταμένη των συμμετρικών ελκτικών δυνάμεων F_{E1} και F_{E2}) είναι του ίδιου μέτρου με την F_x , ίδιας διεύθυνσης και αντίθετης φοράς.
- Το άθροισμά τους ισούται με μηδέν και το σύστημα ισορροπεί.

- $F_\Sigma + F_x = 0$

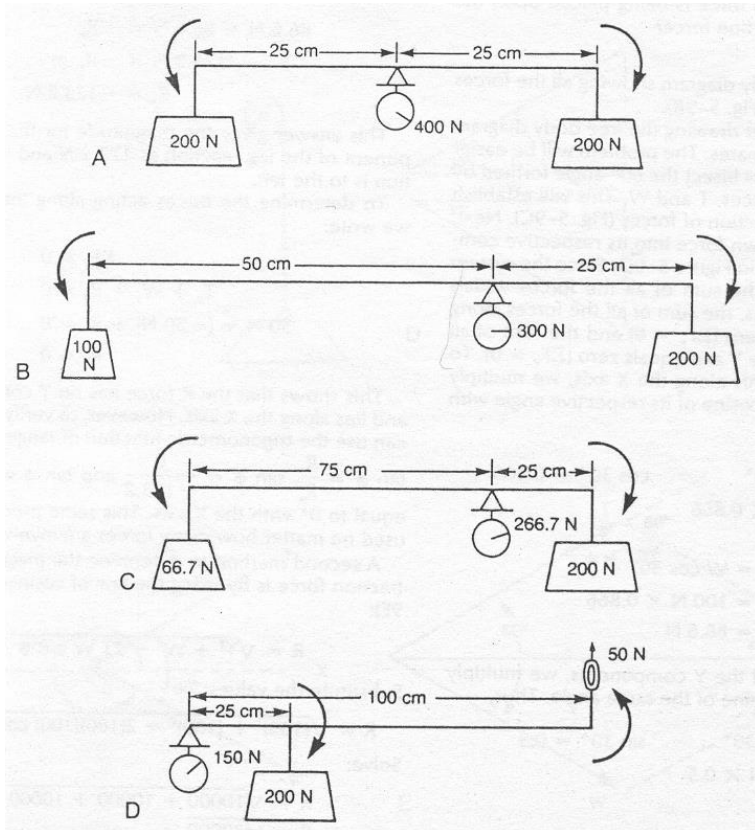
Προϋποθέσεις ισορροπίας ενός σώματος 4



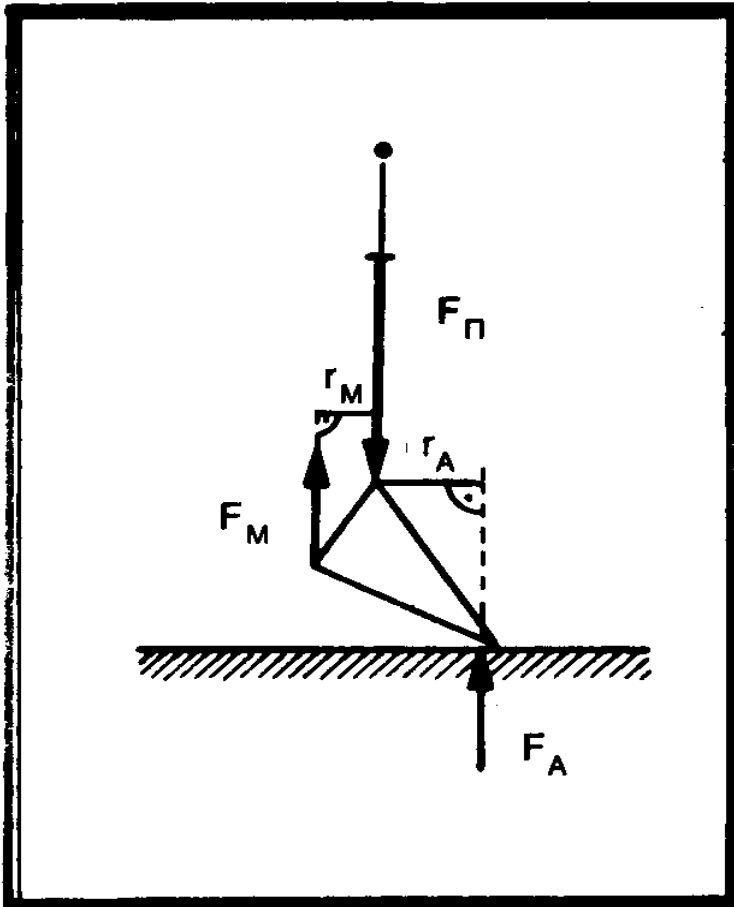
- Το σύστημα ισορροπεί:
- α) το σύνολο όλων των δυνάμεων είναι ίσο με μηδέν ($\Sigma F = 0, B+C-A = 0$)
- β) το σύνολο όλων των ροπών είναι ίσο με μηδέν ($\Sigma M = 0, M_B - M_C = 0$)

Προϋποθέσεις ισορροπίας ενός σώματος 5

- Το σύστημα ισορροπεί και στις 4 περιπτώσεις (A,B,C,D):
- Μια αρνητική ροπή 50 Nm, παραγόμενη από δύναμη 200N και με μοχλοβραχίονα 0.25 m (25 cm), εξισορροπείται από ίσου μεγέθους θετική ροπή, παραγόμενη από (σε κάθε περίπτωση) μεταβαλλόμενη δύναμη και μεταβαλλόμενο μοχλοβραχίονα.
- Σημειώνουμε ότι ασκείται σε καθεμιά από τις περιπτώσεις δύναμη προς τα πάνω, διερχόμενη από το κέντρο περιστροφής (δεν παράγει ροπή), με μέτρο ίσο με το άθροισμα των μέτρων των ασκούμενων προς τα κάτω δυνάμεων.

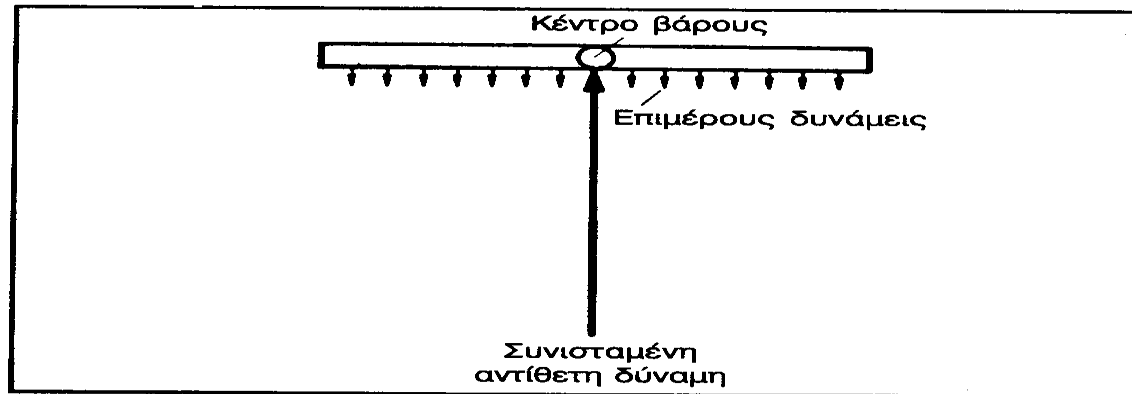


Προϋποθέσεις ισορροπίας ενός σώματος 6



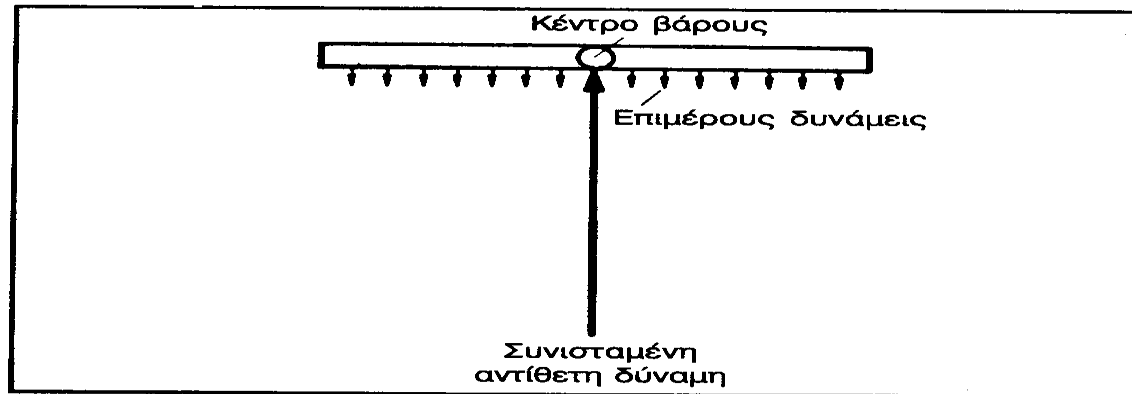
- F_{Π} = Δύναμη στην ποδοκνημική
- F_M = Δύναμη εκτεινόντων πέλματος
- F_A = Δύναμη αντίδρασης εδάφους
- Προϋπόθεση ισορροπίας :
- $F_M + F_{\Pi} + F_A = 0$ (1)
- $F_M \cdot r_M - F_A \cdot r_A = 0$ (2)
- $F_M = (r_A / r_M) \cdot F_A$ (3)
- Από τις (1) και (3) έχουμε:
- $\{(r_A / r_M) \cdot F_A\} + F_{\Pi} + F_A = 0 \Rightarrow$
- $F_A \cdot \{1 + (r_A / r_M)\} + F_{\Pi} = 0 \Rightarrow$
- $F_{\Pi} = -F_A \cdot \{1 + (r_A / r_M)\}$
- $F_{\Pi} = - (F_A + F_M)$

Κέντρο βάρους σώματος 1



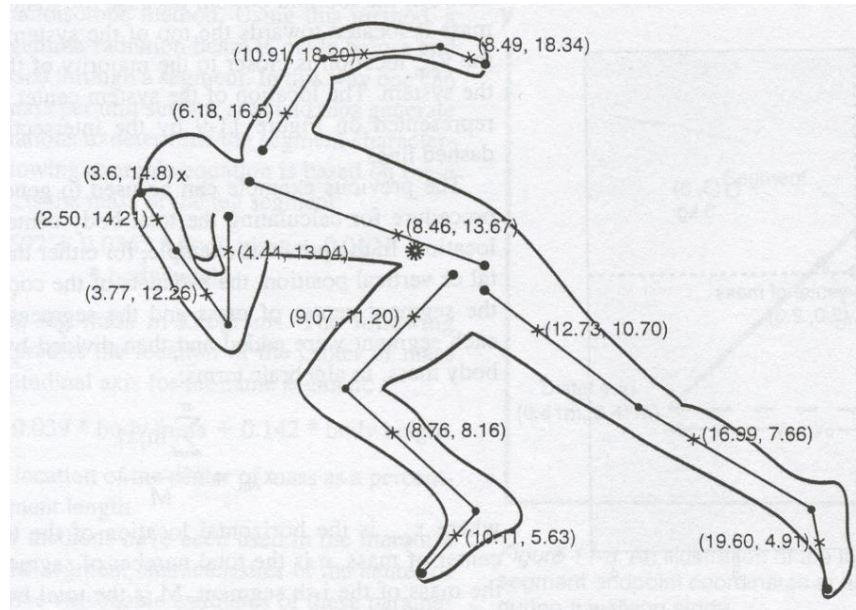
- Κάθε σώμα στο πεδίο βαρύτητας της γης επηρεάζεται από τη δύναμη της βαρύτητας.
- Η δύναμη της βαρύτητας εφαρμόζεται σε κάθε σωματίδιο της μάζας του σώματος (πολλές μικρές δυνάμεις, διευθυνόμενες προς τα κάτω, με διαφορετικά σημεία εκκίνησης).
- Μπορούμε να κρατήσουμε το σώμα σε ισορροπία με μια αντίθετη δύναμη που ενεργεί σε συγκεκριμένη θέση πάνω του. Αυτή είναι ίση με το βάρος του σώματος. Το σημείο εφαρμογής της ονομάζεται ΚΒΣ ή Κέντρο Μάζας (ΚΜ).

Κέντρο βάρους σώματος 2



- Το ΚΒΣ εκφράζει τη συνολική μάζα του σώματος, μαζεμένη σε αυτό το σημείο, και κινείται σαν να εφαρμόζονταν πάνω του όλες οι εξωτερικές δυνάμεις.
- Στο ανθρώπινο σώμα : α) το ΚΒΣ δεν έχει σταθερή ανατομική θέση β) ορίζεται από την σε κάθε στιγμή θέση των μελών, και γ) μπορεί να βρίσκεται και εκτός του σώματος.

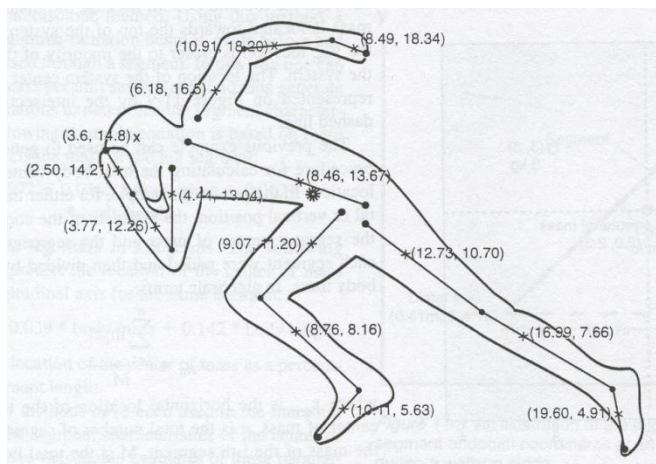
Κέντρο βάρους σώματος 3



- Το κέντρο βάρους ή κέντρο μάζας του σώματος είναι το σημείο γύρω από το οποίο η μάζα του σώματος είναι όμοια κατανεμημένη σε όλες τις κατευθύνσεις, είναι το σημείο γύρω από το οποίο το άθροισμα των ροπών (που προκαλούνται από το βάρος των διαφόρων μελών του σώματος) ισούται με μηδέν (κέντρο ισορροπίας του σώματος).

Κέντρο βάρους σώματος 4

- Για ένα συμμετρικό και ομοιογενές σώμα (με γεωμετρικό σχήμα) το κέντρο μάζας είναι το συμμετρικό του κέντρο. Για τα μη συμμετρικά και μη σταθερής πόζας (μη σταθερής κατανομής της μάζας) σώματα το Κ.Β.Σ. βρίσκεται προς την κατεύθυνση της μεγαλύτερης μάζας και ο εντοπισμός της θέσης του κάθε στιγμή γίνεται με τη χρήση του αθροίσματος των ροπών.
- Το Κ.Β.Σ. αντιπροσωπεύει όλη τη μάζα του σώματος που θεωρητικά βρίσκεται συγκεντρωμένη σε αυτό το σημείο. Πολλές φορές στη βιοκινητική, αυτό το σημείο χρησιμοποιείται για να περιγράψει την κίνηση ολόκληρου του σώματος (π.χ. η δυναμική της ταχύτητας ενός σπρίντερ, η πτήση ενός άλτη, κλπ.).

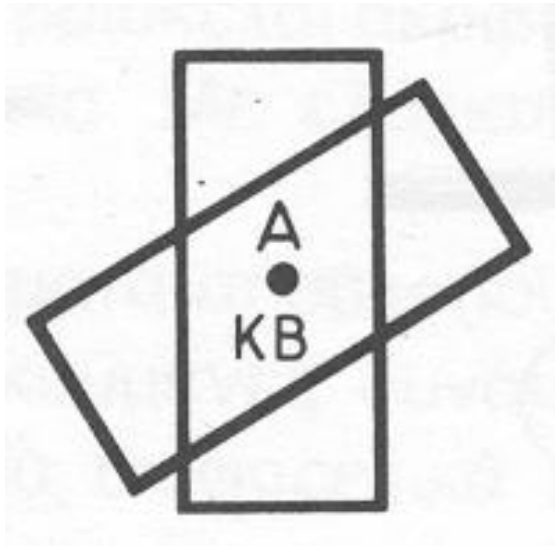


Ισορροπία και σταθερότητα 1



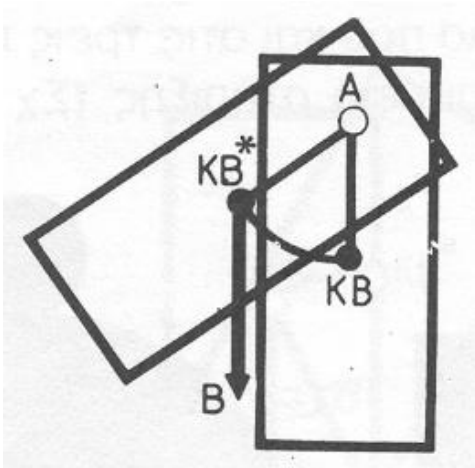
- Ένα σώμα είναι σε ισορροπία όταν δεν υπάρχει καμιά δύναμη ή ροπή δύναμης που να επηρεάζει τη θέση του.
- Υπάρχουν τρία είδη ισορροπίας: ευσταθής, ασταθής και αδιάφορη.
- Ευσταθής: Αυτή που αν εφαρμόσουμε μια δύναμη στο σώμα, αυτό τείνει να επανέλθει στην παλιά του θέση.
- Ασταθής: Αυτή που αν εφαρμόσουμε μια δύναμη το σώμα, αυτό δεν επανέρχεται στη θέση του και συνεχίζει να κινείται.
- Αδιάφορη: Αυτή που αν εφαρμόσουμε μια δύναμη στο σώμα, αυτό μετακινείται και σταματά, χωρίς να συνεχίσει να κινείται και χωρίς να επανέλθει στην αρχική του θέση.

Ισορροπία και σταθερότητα 2

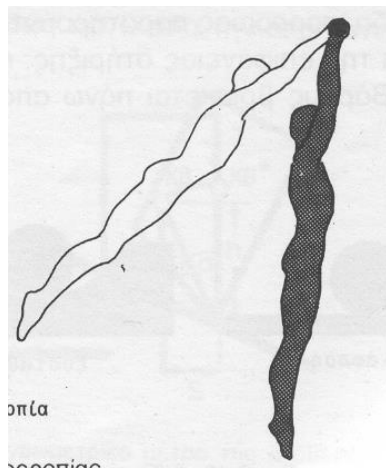


- Αδιάφορη ισορροπία: Ο άξονας περνά από το ΚΜΣ.
- Εάν το σώμα περιστραφεί με οποιαδήποτε γωνία, το είδος ισορροπίας δεν αλλάζει.
- Μετά την περιστροφή, το σώμα επανέρχεται στη νέα θέση ηρεμίας του.

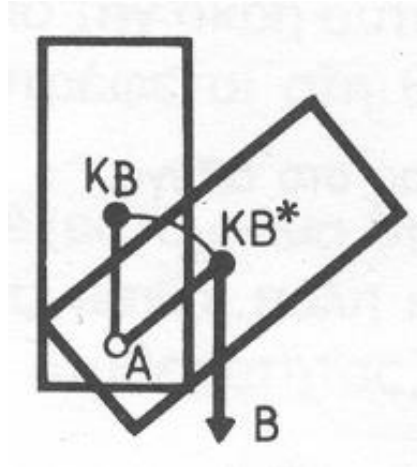
Ισορροπία και σταθερότητα 3



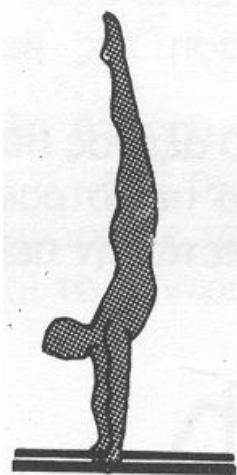
- Ευσταθής ισορροπία: Ο άξονας περνά από ένα σημείο της κατακόρυφης που βρίσκεται πάνω από το ΚΜΣ.
- Αν το σώμα περιστραφεί κατά μια ορισμένη γωνία, δημιουργείται ροπή δύναμης λόγω της βαρύτητας, η οποία επαναφέρει το σώμα στην παλιά του θέση (εξάρτηση στο μονόζυγο).



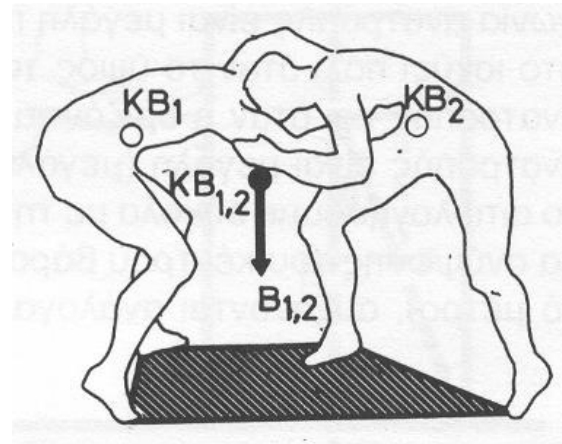
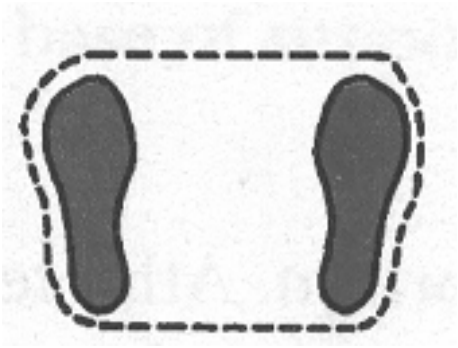
Ισορροπία και σταθερότητα 4



- Ασταθής ισορροπία: Ο άξονας βρίσκεται κατακόρυφα κάτω από το ΚΜΣ.
- Εάν το σώμα περιστραφεί, η δημιουργούμενη ροπή λόγω της βαρύτητας θα εντείνει την περιστροφή μέχρι να επιτευχθεί η ευσταθής ισορροπία (στήριξη στο δίζυγο).

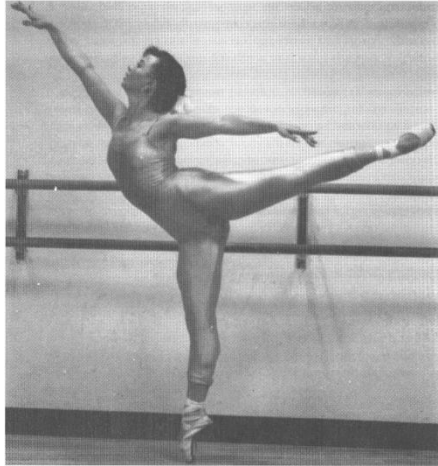


Ισορροπία και σταθερότητα 5



- Σταθερότητα μπορούμε να ονομάσουμε την αντίσταση στην απώλεια της ισορροπίας.
- Επιφάνεια στήριξης ενός σώματος είναι η περιοχή που περικλείεται από τα ακραία σημεία στήριξης του σώματος. Όταν το διάνυσμα του βάρους (προβολή του ΚΜΣ) περνά μέσα από την επιφάνεια στήριξης, τότε το σώμα έχει ευσταθή ισορροπία, δηλαδή σταθερότητα.
- Μερικά αθλήματα αποβλέπουν στο να έχει το σώμα σταθερότητα απέναντι στις πλάγια ασκούμενες δυνάμεις (πυγμαχία, πάλη, αμερικάνικο ποδόσφαιρο), ενώ στη στρατηγική άλλων είναι η ελαχιστοποίηση της σταθερότητας (θέση εκκίνησης στα σπριντ και στην κολύμβηση για γρήγορο πέρασμα στη φάση επιτάχυνσης).

Ισορροπία και σταθερότητα 6

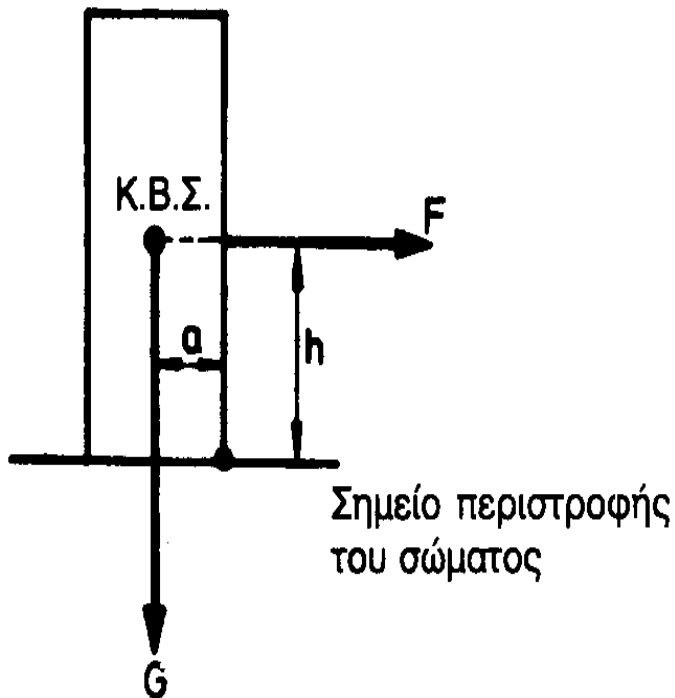


- Η συγκεκριμένη χορευτική φιγούρα (arabesque on pointe) απαιτεί μεγάλη ικανότητα ισορροπίας λόγω της εξαιρετικά μικρής βάσης στήριξης



- Η κολυμβήτρια στο βαθύρα εκκίνησης προβάλλει το ΚΜΣ κοντά στο μπροστινό χείλος της επιφάνειας στήριξής της, προετοιμαζόμενη για την προς τα μπροστά επιτάχυνση.

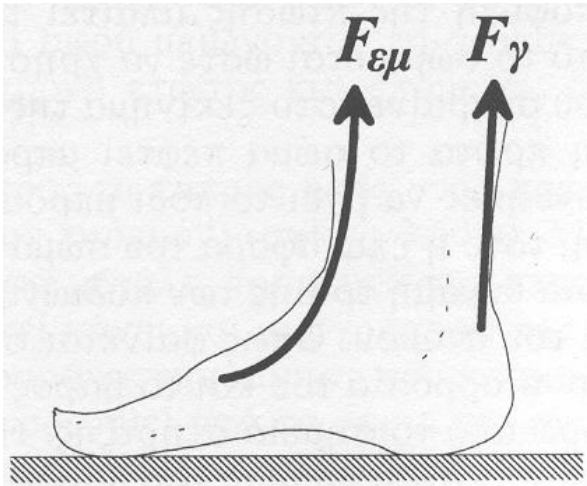
Μηχανικοί παράγοντες σταθερότητας 4



- Σώμα βρίσκεται σε ισορροπία όταν η κατακόρυφη προβολή του ΚΒΣ βρίσκεται εντός της επιφάνειας στήριξης.
- Αν κάποιος θέλει να παραβιάσει την ισορροπία του μπορεί να δημιουργήσει σημείο περιστροφής, με εφαρμογή κάθετης δύναμης προς την προβολή του ΚΒΣ, έτσι ώστε να το μετατοπίσει εκτός της επιφάνειας στήριξης.
- Δύναμη ανατροπής : $F > (a / h) \cdot G$
- Μεγαλύτερη σταθερότητα όταν :
 - α) μεγάλο βάρος του σώματος
 - β) χαμηλά το ΚΒΣ
 - γ) μεγάλη απόσταση α.

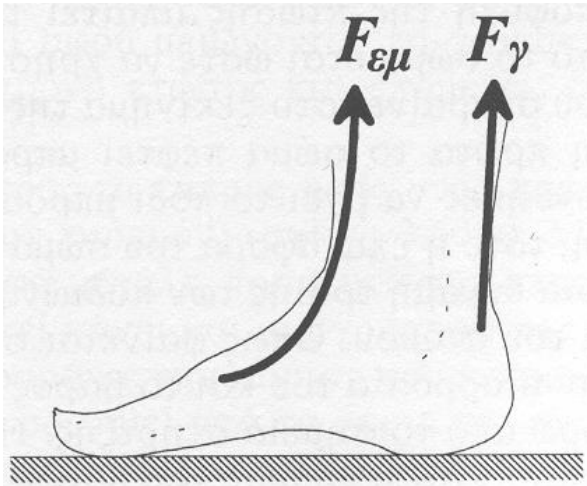
Σταθερότητα στην όρθια στάση του σώματος 1

- Στο ανθρώπινο σώμα για να υπάρχει ευσταθής ισορροπία θα πρέπει η προβολή του ΚΜΣ να περνά μέσα από την επιφάνεια στήριξης.
- Στην όρθια στάση το σώμα στηρίζεται σε δύο σημεία, τα κέντρα των ποδοκνημικών αρθρώσεων. Στο μετωπιαίο επίπεδο έχει ευσταθή ισορροπία (δύο σημεία στήριξης), ενώ στο προσθιοπίσθιο επίπεδο έχει ασταθή ισορροπία (στήριξη πάνω στην άρθρωση).



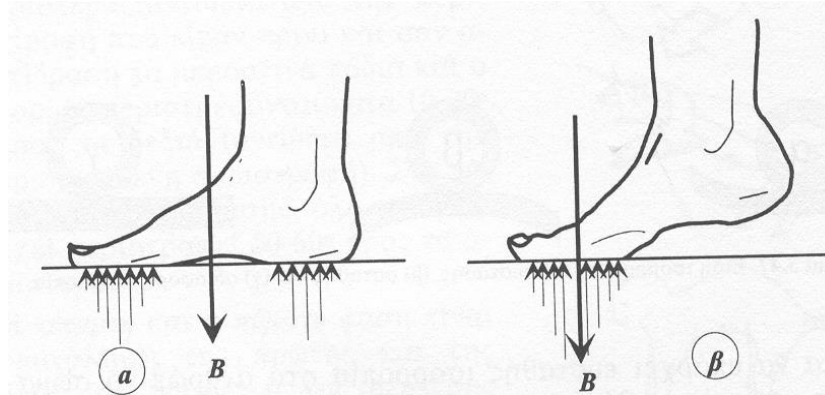
Σταθερότητα στην όρθια στάση του σώματος 2

- Η ισορροπία στο προσθιοπίσθιο επίπεδο επιτυγχάνεται με τη συνεχή αλληλεπίδραση των καμπτήρων και εκτεινόντων μυών της ποδοκνημικής ($F_{\epsilon\mu}$ και F_{γ}).



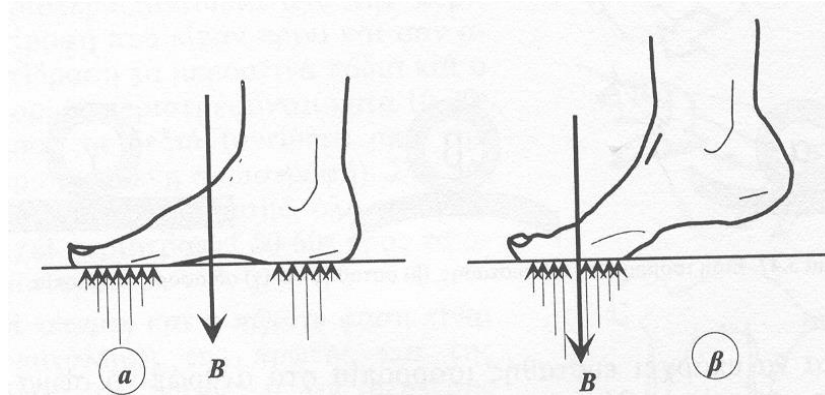
- Υπό την επίδραση αυτών των δυνάμεων η άρθρωση κρατείται σε συγκεκριμένη γωνιακή θέση ώστε να ισορροπεί το υπερκείμενο σώμα.
- Υπό την επίδραση των ροπών δύναμης των μυών του κορμού, εμποδίζεται η πτώση του κορμού προς τα μπροστά και ισορροπεί το σώμα.

Σταθερότητα στην όρθια στάση του σώματος 3



- Ανάλογα με την μετατόπιση του ΚΜΣ στον προσθιοπίσθιο άξονα, αναπτύσσονται και αντίστοιχες δυνάμεις αντίδρασης του εδάφους για ισορροπία του σώματος. Σε κατάσταση ισορροπίας στην όρθια στάση οι πιέσεις στην επιφάνεια στήριξης είναι κατανεμημένες μπροστά και πίσω.
- Αν το άτομο σταθεί στα δάχτυλα το ΚΜΣ θα μετακινηθεί προς τα μπροστά και οι δυνάμεις αντίδρασης του εδάφους θα αναπτυχθούν στο μπροστινό μέρος της στήριξης. Αν η προβολή του ΚΜΣ βγει έξω από την επιφάνεια στήριξης τότε παραβιάζεται η ισορροπία και το σώμα πέφτει μπροστά.

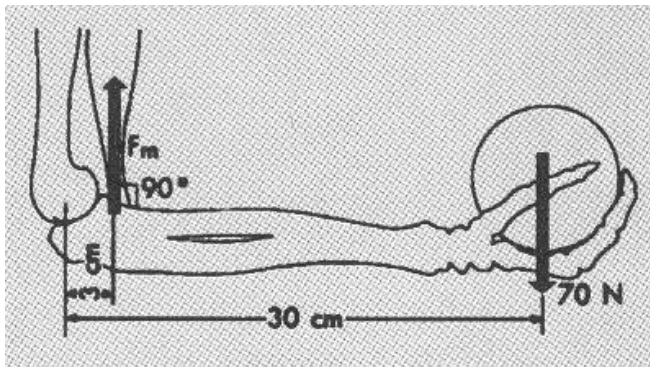
Σταθερότητα στην όρθια στάση του σώματος 4



- Το σώμα μπορεί να χάσει την ισορροπία του και να περιστραφεί προς τα μπροστά είτε λόγω ανάπτυξης εσωτερικών (μυϊκών) δυνάμεων, είτε από την άσκηση εξωτερικής δύναμης που προκαλεί ροπή ανατροπής.
- Προς αποφυγή της ανατροπής βγάζουμε το πόδι μπροστά ως στήριγμα. Όταν όμως το πόδι δεν μπορεί να βγει (για διάφορους λόγους) μπροστά, τότε για να αποφευχθεί η πτώση και να επανέλθει το σώμα στη θέση ισορροπίας απαιτείται μεγάλη δύναμη τριβής μεταξύ του εδάφους και των ποδιών, καθώς και σειρά αντισταθμιστικών κινήσεων από το άτομο για αποφυγή της πτώσης.

Εφαρμογές 1

- Πόση δύναμη πρέπει να αναπτυχθεί από τον δικέφαλο βραχιόνιο, που προσφύεται με 90° γωνία στην κερκίδα σε απόσταση 3 cm από το κέντρο περιστροφής (αγκώνα), ώστε να αντισταθεί (ισορροπία) σε βάρος 70 N που κρατιέται στο χέρι σε απόσταση 30 cm από τον αγκώνα; (θεωρούνται αμελητέα το βάρος του πήχη και του άκρου χεριού, καθώς και η δράση κάθε άλλου μυός).

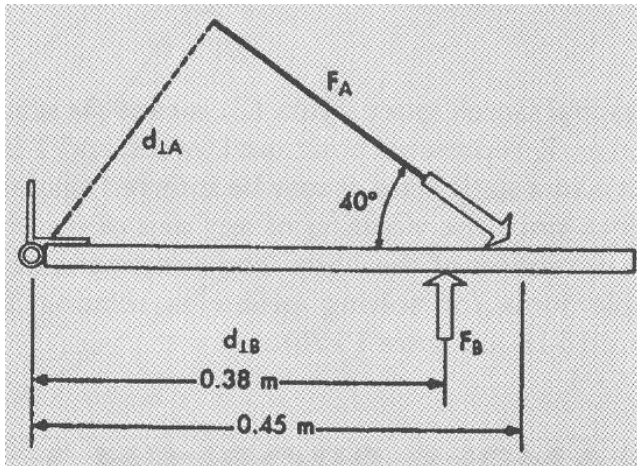


- Δεδομένα: $d_m = 3\text{ cm} = 0.03\text{ m}$
 $W = 70\text{ N}$
 $d_w = 30\text{ cm} = 0.30\text{ m}$

- Λύση:
- Το άθροισμα όλων των ροπών πρέπει να είναι ίσο με το μηδέν:
- $\Sigma M = (F_m * d_m) - (W * d_w)$
- $0 = [F_m * (0.03\text{ m})] - [(70\text{ N}) * (0.30\text{ m})]$
- $F_m = 700\text{ N}$

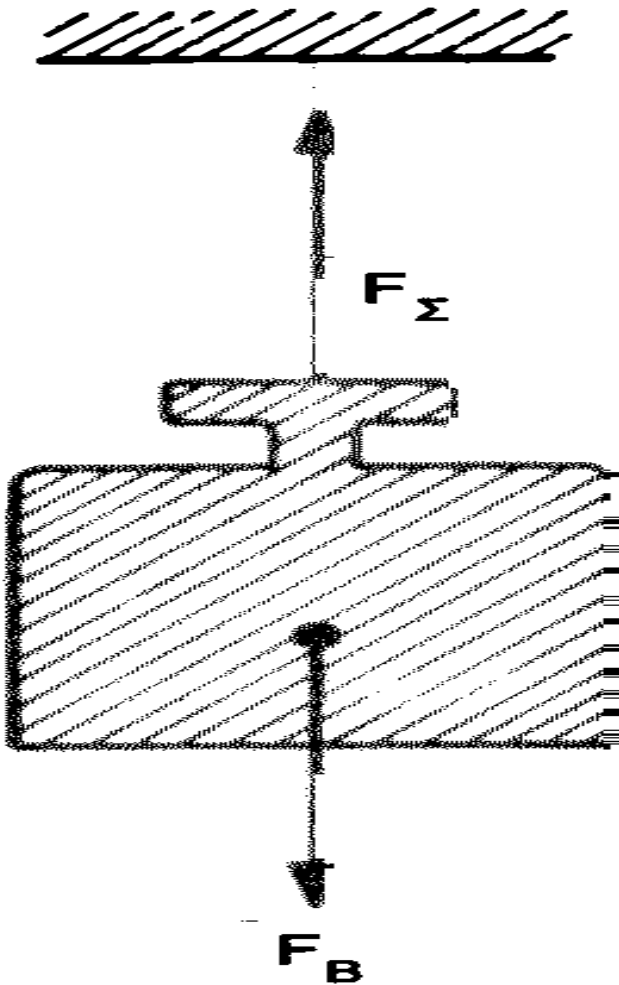
Εφαρμογές 2

- Δύο άτομα εφαρμόζουν δύναμη στις αντίθετες πλευρές μιας πόρτας. Εάν ο Α εφαρμόσει δύναμη 30 N σε γωνία 40° και σε απόσταση 45 cm από τον αρμό (άξονα περιστροφής) της πόρτας και ο Β εφαρμόσει δύναμη σε γωνία 90° και σε αντίστοιχη απόσταση 38 cm, τι ποσότητα δύναμης εφαρμόζεται από τον Β ώστε η πόρτα να ισορροπεί (να μην περιστρέφεται).



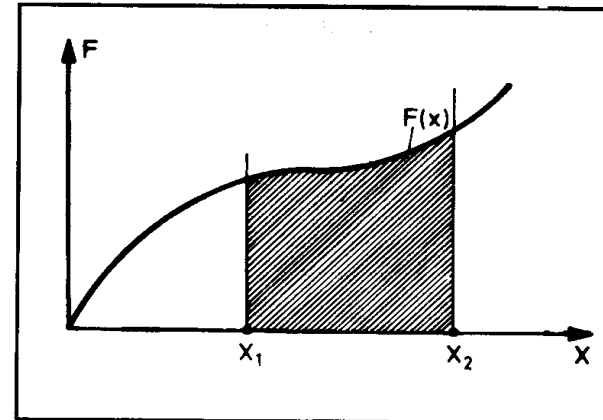
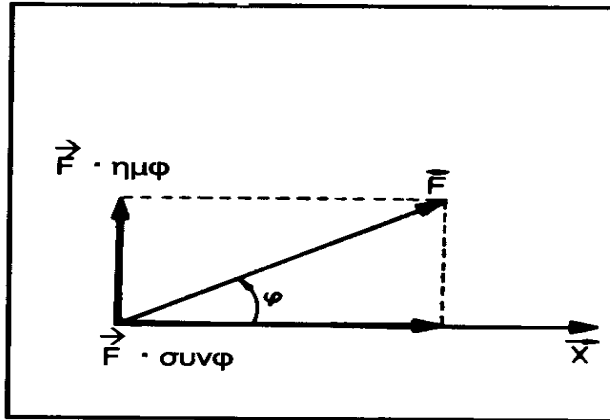
- Δεδομένα: $F_A = 30 \text{ N}$
 $d_A = (0.45\text{m})(\eta\mu 40)$
 $d_B = 0.38 \text{ m}$
- Λύση:
- Το άθροισμα όλων των ροπών πρέπει να είναι ίσο με το μηδέν:
- $\Sigma M = [(F_A) \cdot (d_A)] - [(F_B) \cdot (d_B)]$
- $0 = [(30\text{N}) \cdot (0.45\text{m}) \cdot (\eta\mu 40)] - [(F_B) \cdot (0.38\text{m})]$
- $F_B = 22.8 \text{ N}$

Μηχανικό έργο 1



- Όταν μια δύναμη εφαρμόζεται πάνω σε ένα σώμα και το μετακινεί από μια θέση σε κάποια άλλη, τότε λέμε ότι η δύναμη παράγει μηχανικό έργο.
- Μηχανικό έργο W είναι το γινόμενο της δύναμης F που μετακινεί το σώμα επί τη μετατόπιση X του σώματος.
- $W = F \cdot S$
- Μονάδα έργου είναι το Joule
- $1 \text{ Joule} = 1 \text{ Newton} \cdot 1 \text{ m}$
- Στο κρεμασμένο σώμα επιδρά η δύναμη F_{Σ} ως αντίδραση στη δύναμη του βάρους F_B . Η F_{Σ} δεν προκαλεί καμιά μετακίνηση, το σώμα ισορροπεί και το έργο είναι ίσο με μηδέν.

Μηχανικό έργο 2



- Όταν η δύναμη εφαρμόζεται υπό γωνία (ϕ) ως προς την διεύθυνση της μετατόπισης, τότε για τον υπολογισμό του έργου λαμβάνουμε υπόψη τη συνιστώσα της δύναμης που έχει την ίδια διεύθυνση με αυτή της μετατόπισης ($W = F \cdot \sigma\upsilon\nu\phi \cdot S$).
- Όταν έχουμε το διάγραμμα δύναμης - μετατόπισης, τότε το έργο που παράγεται στη μετατόπιση S ($X_1 - X_2$), είναι ίσο με το εμβαδόν της σκιαγραφημένης περιοχής μεταξύ της καμπύλης της δύναμης και της μετατόπισης για το διάστημα $X_1 - X_2$.
- Στην περιστροφική κίνηση το έργο που παράγεται από μια δύναμη είναι ίσο με το γινόμενο της ροπής της επί τη γωνιακή μετατόπιση :
- $W_{\text{περ}} = M \cdot \theta$

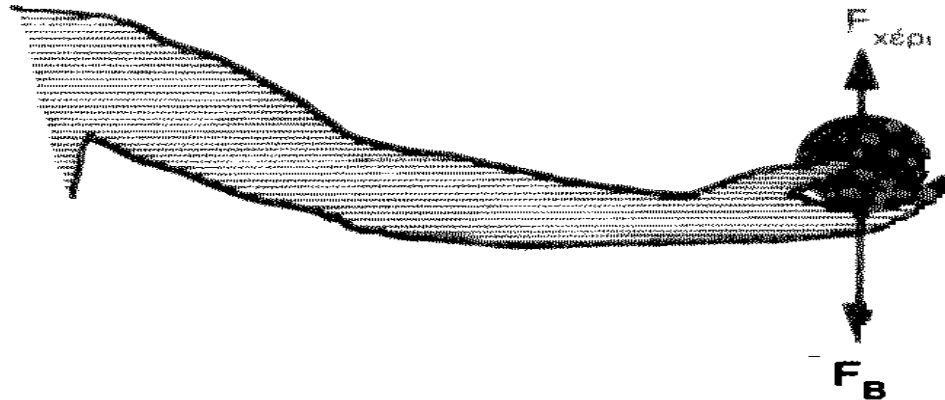
Μηχανικό έργο 3

- Το έργο είναι μονόμετρο μέγεθος.
- Αν μια δύναμη F εφαρμόζεται πάνω σε ένα σώμα και το αναγκάζει να πραγματοποιήσει μεταφορική και περιστροφική κίνηση συγχρόνως (σύνθετη κίνηση), τότε το συνολικό έργο ισούται με: $W_{\Sigma} = (F \cdot S) + (M \cdot \theta)$
- Η λειτουργία των μυών παράγει δύο ειδών μηχανικό έργο: το εσωτερικό και το εξωτερικό.
- Εσωτερικό έργο είναι αυτό που παράγεται από τους μυς στην προσπάθειά τους να κινήσουν τον εαυτό τους και το κινητό μέλος της άρθρωσης προς μια ορισμένη κατεύθυνση, χωρίς όμως η προσπάθειά τους να έχει κανένα εξωτερικό αποτέλεσμα (κίνηση των μελών γύρω από το ΚΒΣ).

Μηχανικό έργο 3

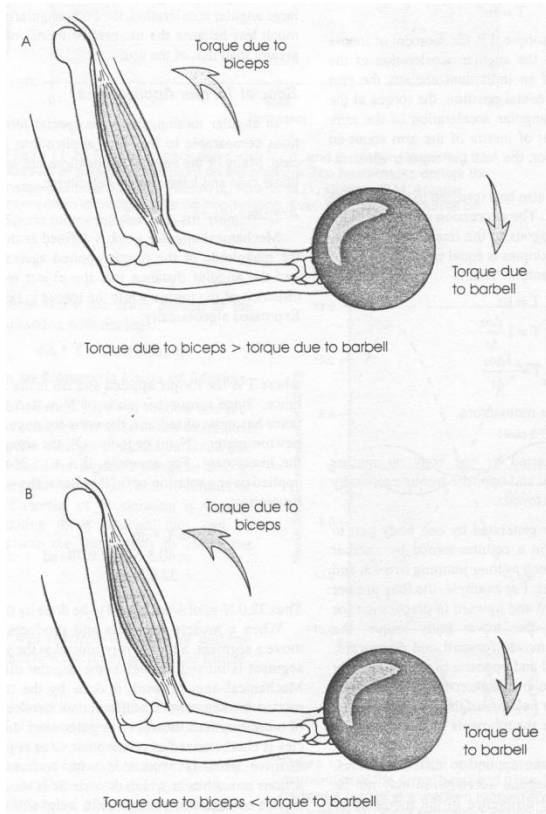
- Εξωτερικό έργο είναι αυτό που παράγεται από τους μυς όταν κατά την ενεργοποίησή τους έχουμε ως αποτέλεσμα την μετατόπιση κάποιου αντικειμένου ή την προώθηση του ΚΒΣ στο χώρο.
- Σε μια ανθρώπινη κίνηση το συνολικό παραγόμενο έργο είναι το άθροισμα των δύο (εσωτερικό και εξωτερικό). Το εξωτερικό έργο υπολογίζεται από τη δύναμη που δέχεται συνολικά το σώμα και από τη μετατόπισή του, ενώ για τον υπολογισμό του εσωτερικού πρέπει να γνωρίζουμε την κίνηση των μελών του σώματος ως προς το ΚΒΣ, τις μάζες των μελών και τις ροπές που προκαλούν τις μετατοπίσεις.

Φυσιολογικό έργο



- Για να παραμείνει η σφαίρα σε ισορροπία πρέπει οι μυϊκές δυνάμεις του χεριού να αναπτύξουν ίση και αντίθετη δύναμη με εκείνη του βάρους. Λόγω της ακινησίας δεν υπάρχει μηχανικό έργο.
- Σε αυτή την περίπτωση, λόγω έλλειψης μηχανικού αποτελέσματος, η κατανάλωση ενέργειας που συνδέεται με τη μυϊκή συστολή δεν μπορεί να μετρηθεί με μεθόδους της βιοκινητικής, αλλά μετριέται με μεθόδους της φυσιολογίας (π.χ. με την κατανάλωση οξυγόνου) και ονομάζεται φυσιολογικό έργο. Δεν έχει καμία σχέση με το μηχανικό έργο αφού δεν υπάρχει μετατόπιση (ισομετρική συστολή, αύξηση της τάσης του μυός χωρίς μεταβολή του μήκους του).

Θετικό και αρνητικό μηχανικό έργο



- Ανάλογα με τον τύπο της μυϊκής συστολής έχουμε την παραγωγή θετικού ή αρνητικού μηχανικού έργου.
- Θετικό μηχανικό έργο παράγεται όταν επικρατεί ομόκεντρη συστολή των αγωνιστών μυών σε μια κίνηση (ο μυς μεταφέρει ενέργεια στο κινητό μέλος της άρθρωσης).
- Αρνητικό μηχανικό έργο παράγεται όταν επικρατεί η έκκεντρη συστολή των αγωνιστών μυών (παράγεται έργο από μια εξωτερική δύναμη και μεταφέρεται ενέργεια από το κινούμενο μέλος πάνω στο μυ, αφού ο μυς δρα ως απορροφητικός μηχανισμός της ενέργειας).
- Ενώ έχει βρεθεί ότι το θετικό μηχανικό έργο απαιτεί μεγαλύτερη μεταβολική (θερμιδική) δαπάνη απ' ό τι το αρνητικό μηχανικό έργο, δεν έχει διατυπωθεί καμιά ευθεία συσχέτιση μεταξύ μηχανικού έργου των μυών και φυσιολογικού έργου.

Έργο ανύψωσης

- Εκτελείται στο πεδίο βαρύτητας της γης.
- Όταν ανυψώσει κάποιος ένα σώμα (χωρίς να το επιταχύνει) αντίθετα με τη δύναμη της βαρύτητας, τότε εκτελείται έργο ανύψωσης :
- $W_A = B \cdot h$
- Παράδειγμα : Ένας δρομέας ανυψώνει το ΚΒΣ του σε κάθε φάση στήριξης κατά 3 cm. Σε κάθε δρομικό κύκλο πόσο θα είναι το έργο ανύψωσης ($m = 75 \text{ kg}$) ;
- $W_A = B \cdot h = m \cdot g \cdot h = 75 \text{ Kg} \cdot 9,81 \text{ m/sec}^2 \cdot 0,03 \text{ m} = 22 \text{ Nm}$.
- Συνολικά για την αριστερή και δεξιά στήριξη $22 \text{ Nm} + 22 \text{ Nm} = 44 \text{ Nm}$.

Έργο επιτάχυνσης 1

- Είναι το έργο που εκτελείται υπό την επίδραση μιας δύναμης που προσδίδει στο σώμα επιτάχυνση κατά μήκος της μετατόπισης του σώματος :
- $W_E = F \cdot S = m \cdot a \cdot S$ (η δύναμη έχει την ίδια διεύθυνση με την επιτάχυνση)
- Στην ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση (δύναμη και επιτάχυνση σταθερές) στην επιτάχυνση από την ηρεμία (V_0) το έργο επιτάχυνσης ισούται :
 $W_E = 1/2 m \cdot V^2.$

Έργο επιτάχυνσης 2

- Στις αθλητικές κινήσεις η μετατόπιση που επιτυγχάνεται κατά το έργο επιτάχυνσης, λέγεται «απόσταση επιτάχυνσης» (η απόσταση κατά την οποία επιταχύνεται το σώμα ή ένα μέλος του) και έχει μεγάλη σημασία όσον αφορά το μήκος και τις διακυμάνσεις της.
- Η ταχύτητα που επιτυγχάνεται ως αποτέλεσμα του έργου επιτάχυνσης είναι αποτέλεσμα της μετατόπισης και της εφαρμοζόμενης δύναμης. Έτσι δεν αρκεί μόνο η αύξηση της απόστασης επιτάχυνσης για επίτευξη μεγαλύτερης τελικής ταχύτητας.

Ενέργεια

- Ενέργεια είναι η ικανότητα ενός σώματος να παράγει έργο.
- Οι μονάδες ενέργειας είναι ίδιες με αυτές του έργου :
- $Nm = \text{Joule} = WS$
- Στην ανθρώπινη κίνηση η ενέργεια προέρχεται από τον μεταβολισμό (χημική ενέργεια) και για αυτό χρησιμοποιείται συχνά το μηχανικό ισοδύναμο της θερμότητας που είναι η θερμίδα (cal). 1 cal είναι η ποσότητα της ενέργειας που απαιτείται για την αύξηση της θερμοκρασίας ενός γραμμαρίου νερού από $14,5^{\circ}C$ σε $15,5^{\circ}C$ και είναι: $1 \text{ cal} = 4,185 \text{ Joule}$. Πολλαπλάσιο του cal είναι η χιλιοθερμίδα (kcal) που στην καθημερινή ζωή αναφέρεται ως θερμίδα : $1 \text{ kcal} = 1000 \text{ cal} = 4185 \text{ Joules}$.
- Η ενέργεια στη φύση απαντάται σε διάφορες μορφές (θερμική, ακουστική, χημική, μηχανική, κλπ).
- Η μηχανική ενέργεια απασχολεί τη βιοκινητική και έχει τις μορφές της κινητικής, δυναμικής και ελαστικής ενέργειας.

Δυναμική ενέργεια

- Δυναμική ενέργεια έχει ένα σώμα λόγω της θέσης του (ύψος) στο πεδίο βαρύτητας της γης. Αν ένα σώμα ανυψωθεί από ένα ύψος h_1 σε ένα ύψος h_2 , τότε εκτελέστηκε ένα έργο ανύψωσης ($h = h_2 - h_1$) το οποίο αποθηκεύτηκε στο σώμα ως δυναμική ενέργεια ($E_{δυν}$).
- $E_{δυν} = m \cdot g \cdot h$
- Η δυναμική ενέργεια ενός σώματος είναι ανάλογη της μάζας του και του ύψους ανύψωσης του σώματος.

Κινητική ενέργεια

- Κινητική ενέργεια έχει ένα σώμα λόγω της κίνησής (της ταχύτητάς) του. Με την αύξηση της ταχύτητας του σώματος παράγεται έργο επιτάχυνσης που βρίσκεται στο σώμα με τη μορφή κινητικής ενέργειας ($E_{κιν}$).
- $E_{κιν} = 1/2 \cdot m \cdot v^2$
- Η κινητική ενέργεια ενός σώματος είναι ανάλογη της μάζας του και του τετραγώνου της ταχύτητάς του.
- Στην περιστροφική κίνηση η κινητική ενέργεια είναι:
- $E_{κιν} = 1/2 \cdot I \cdot \omega^2$ όπου I είναι η ροπή αδράνειας του σώματος ($I = m \cdot r^2$), και ω η γωνιακή ταχύτητα.

Ελαστική ενέργεια 1

- Ως ελαστικότητα ορίζεται η ικανότητα του σώματος να επανέρχεται στην αρχική του θέση μετά από την παραμόρφωσή του λόγω της εφαρμογής κάποιας δύναμης (ταρτάν, ταπί γυμναστικής, στρώμα του ύψους, κοντάρι του επικοντώ, κλπ).
- Σε αυτή την περίπτωση (όταν το σώμα τείνει να επανέλθει μετά την παραμόρφωση στην αρχική του μορφή) λέμε ότι το σώμα περιέχει ελαστική ενέργεια.

Ελαστική ενέργεια 2

- Η ελαστική ενέργεια είναι μια ειδική μορφή δυναμικής ενέργειας (ενέργεια λόγω θέσης):

$$E_{\text{ελαστ}} = \frac{1}{2} k \cdot \chi^2$$

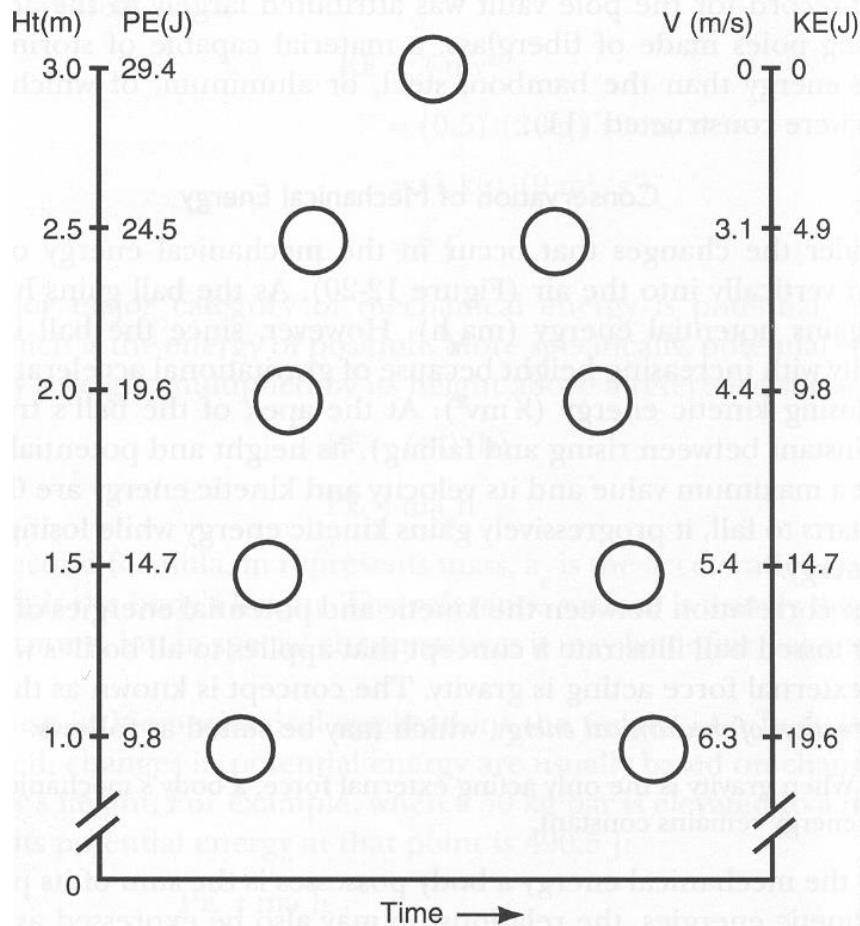
όπου k είναι η σταθερά δύναμης του ελαστικού σώματος (αντιπροσωπεύει τη σχετική ακαμψία του σώματος ή την ικανότητά του να αποθηκεύει ενέργεια λόγω παραμόρφωσης) και χ η απόσταση κατά την οποία παραμορφώνεται το σώμα.

- Όταν το ελαστικό σώμα παραμορφώνεται (διατείνεται ή κάμπτεται) χωρίς η παραμόρφωση να ξεπερνά τα όρια αντοχής του, αυτό αποθηκεύει ελαστική ενέργεια για να την μετατρέψει αργότερα σε κινητική ενέργεια (στους μυς αποθήκευση ενέργειας κατά την έκκεντρη συστολή και απελευθέρωσή της κατά την επακολουθούσα μειομετρική συστολή, αποθήκευση ενέργειας στη σανίδα καταδύσεων και στο τραμπολίνο, κλπ).

Αρχή διατήρησης της ενέργειας 1

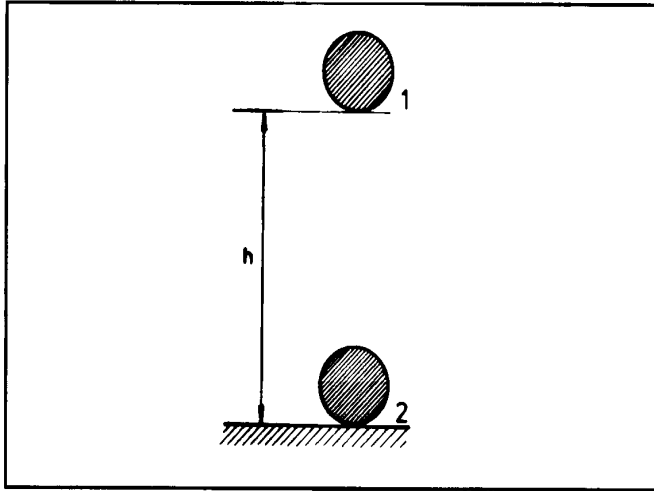
- Η ενέργεια στη φύση μετατρέπεται από μια μορφή σε άλλη.
- Ένα σώμα που βρίσκεται σε ένα ορισμένο ύψος περικλείει δυναμική ενέργεια. Κατά την πτώση του, η δυναμική του ενέργεια μετατρέπεται σε κινητική, χωρίς να χάνεται ενέργεια.
- Αρχή διατήρησης της ενέργειας :
- Η ποσότητα της ενέργειας που περικλείει ένα σώμα το οποίο δεν επηρεάζεται από κάποια εξωτερική δύναμη (ανεξάρτητο ή κλειστό σύστημα) παραμένει σταθερή.
- Η αρχή αυτή συμπεριλαμβάνει όλες τις μορφές της ενέργειας.
- Στη μηχανική ισχύει όταν δεν υπάρχουν τριβές, μετατροπή (απώλεια) δηλαδή της μηχανικής ενέργειας σε θερμική.
- Συνεπώς : $E_{δυν} + E_{κιν} = \text{σταθερό}$

Αρχή διατήρησης της ενέργειας 3



- Διακύμανση των τιμών του ύψους (Ht), της ταχύτητας (V), της δυναμικής (PE) και της κινητικής (KE) ενέργειας κατά τη ρίψη μιας σφαίρας 1 kg από ύψος 1 m προς τα πάνω.
- Η συνολική ενέργεια (PE + KE) διατηρείται σταθερή καθ' όλη τη διάρκεια της πτήσης.

Αρχή διατήρησης της ενέργειας 4



- Μια ατσάλινη σφαίρα πέφτει από ύψος h σε ατσάλινη πλάκα και αναπηδά, χωρίς απώλειες, ξανά στο αρχικό ύψος. Ποιοι τύποι ενέργειας εμφανίζονται και ποια η συνολική ενέργεια του συστήματος:

- 1) $E_{δυν} = m \cdot g \cdot h$, $E_{κιν} = 0$
και $E_{συνολ} = E_{δυν} + E_{κιν} = m \cdot g \cdot h$
- 2) $E_{δυν} = 0$, $E_{κιν} = \frac{1}{2} m \cdot V^2$
και $E_{συνολ} = E_{δυν} + E_{κιν} = \frac{1}{2} m \cdot V^2$
- $E_{συνολ(1)} = E_{συνολ(2)}$
 $\Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot V^2$
και συνεπώς $V = (2 \cdot g \cdot h)^{1/2}$.

Αρχή διατήρησης της ενέργειας 5



- Ο αθλητής του άλματος επί κοντώ τη στιγμή της απογείωσής του έχει ένα ποσό κινητικής ενέργειας λόγω της ταχύτητας τηςφοράς.
- Όταν το κοντάρι αρχίσει να κάμπτεται η κινητική ενέργεια του αθλητή μειώνεται, αφού ένα μέρος της μετατρέπεται σε δυναμική (ανύψωση) και ένα μέρος σε ελαστική ενέργεια του κονταριού.
- Η κινητική ενέργεια του αθλητή εξακολουθεί να μειώνεται, η δυναμική του αυξάνει και η ελαστική του κονταριού έχει τη μεγαλύτερή της τιμή τη στιγμή της μέγιστης κάμψης του κονταριού.

Αρχή διατήρησης της ενέργειας 6



- Όταν το κοντάρι αρχίσει να ευθειάζεται η ελαστική του ενέργεια βαθμιαία μετατρέπεται σε κινητική (λόγω της ώθησης του αθλητή από το κοντάρι) και δυναμική (λόγω της ανύψωσης) του αθλητή.
- Όταν ο αθλητής φτάνει στο μέγιστο ύψος (πάνω από τον πήχη) η κινητική ενέργεια του αθλητή είναι σχεδόν μηδενική, η δυναμική του μέγιστη και η ελαστική του κονταριού μηδενική.

Ισχύς

- Ισχύς είναι το πηλίκο του παραγόμενου έργου στη μονάδα του χρόνου :
- $P = W / t$
- Μονάδα ισχύος είναι το Watt :
 $1 \text{ Watt (W)} = 1 \text{ Joule} / 1 \text{ sec} = 1 \text{ Nm} / \text{sec}$
- Επίσης η ισχύς μπορεί να εκφραστεί και με το γινόμενο της δύναμης επί την ταχύτητα με την οποία η δύναμη παράγει έργο :

$$P = W / t = (F \cdot S) / t = F \cdot V$$

- Στην περιστροφική κίνηση η ισχύς ορίζεται με τον ίδιο τρόπο ($P = W / t$), όπου όμως $W = M \cdot \theta$ (ροπή επί την γωνιακή μετατόπιση). Επίσης η ισχύς στην περιστροφική κίνηση μπορεί να εκφραστεί ως το γινόμενο της ροπής επί τη γωνιακή ταχύτητα ($P = M \cdot \omega$).

Ισχύς στην ανθρώπινη κίνηση 1

- Στα ταχυδυναμικά αθλήματα (μέγιστη παραγωγή δύναμης σε μικρό χρόνο) η ισχύς είναι σημαντικότερος παράγοντας επίδοσης απ' ό,τι το έργο και αποτελεί δείκτη αλληλοσυσχέτισης της εφαρμοζόμενης δύναμης με την ταχύτητα κίνησης.
- Από την καμπύλη του Hill προκύπτει ότι η μέγιστη ισχύς ενός μυός παρουσιάζεται σε ταχύτητα συστολής 25-30% της μέγιστης ταχύτητάς του και με εφαρμοζόμενη δύναμη 30% της μέγιστης δύναμης που αναπτύσσει ο μυς. Όμως αυτό ισχύει για απομονωμένο μυ και δεν μπορεί να γενικευτεί για ολόκληρο το σώμα.

Ισχύς στην ανθρώπινη κίνηση 2

- Ένας τρόπος μέτρησης της συνολικής ισχύος του σώματος είναι το Margaria test (1966). Σε αυτό, το άτομο καλείται να ανεβεί σκαλοπάτια τρέχοντας με μέγιστη ταχύτητα. Με δεδομένα το βάρος του, την κατακόρυφη μετατόπισή του και τη διάρκεια της προσπάθειας υπολογίζεται η ισχύς.
- Ένας έμμεσος τρόπος υπολογισμού της ισχύος στον άνθρωπο είναι αυτός που γίνεται με τη μέτρηση του καταναλισκόμενου οξυγόνου (Από τον όγκο του οξυγόνου που καταναλώνεται σε ένα χρονικό διάστημα για την καύση λιπών, υδατανθράκων και πρωτεϊνών υπολογίζουμε την απελευθερούμενη ενέργεια στη μονάδα του χρόνου).

Ισχύς στην ανθρώπινη κίνηση 3

- Οι προαναφερθέντες τρόποι υπολογισμού της ισχύος αναφέρονται στη μέση ισχύ του σώματος σε σχετικά μεγάλης χρονικής διάρκειας προσπάθεια, και δεν μας πληροφορούν για την παραγόμενη ισχύ σε μια δυναμική κίνηση (π.χ. άλμα σε ύψος).
- Ένας απλός τρόπος μέτρησης της ισχύος είναι η ανύψωση μια μπάρας με βάρη, έχοντας ως δεδομένα τα κιλά της μπάρας, το ύψος και το χρόνο ανύψωσης. Επειδή η ταχύτητα της μπάρας δεν είναι σταθερή καθ' όλη την τροχιά της κίνησης, τελικά υπολογίζουμε τη μέση ισχύ.

Ισχύς στην ανθρώπινη κίνηση 4

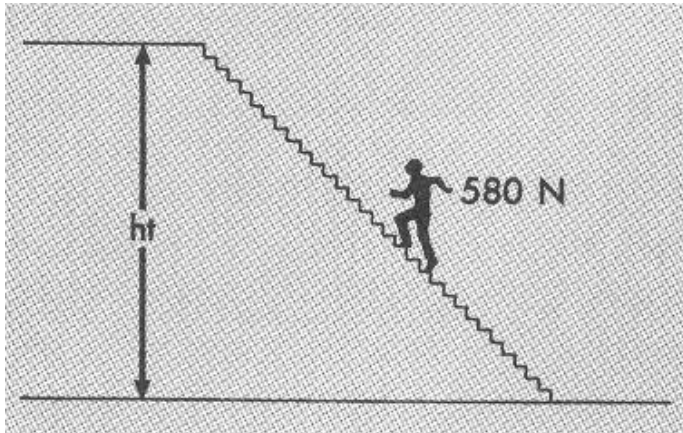
- Το κατακόρυφο άλμα επίσης, που χρησιμοποιείται ως τεστ αξιολόγησης της εκρηκτικής ή αλτικής ικανότητας των αθλητών, μπορεί να αποτελέσει μέσο υπολογισμού της ισχύος του δοκιμαζόμενου (δύναμη επί τη μετατόπιση στη μονάδα του χρόνου).
- Στα αθλήματα αντοχής δεν ενδιαφέρει μόνο το παραγόμενο μηχανικό έργο και η μηχανική ισχύς, αλλά και η σχέση του παραγόμενου (W_{π}) προς το καταναλισκόμενο (W_{κ}) έργο, κάτι που ονομάζεται δείκτης απόδοσης (e):

$$e = (W_{\pi} / W_{\kappa}) * 100$$

- Η ανθρώπινη μηχανή έχει δείκτη απόδοσης περίπου $\frac{1}{4}$.

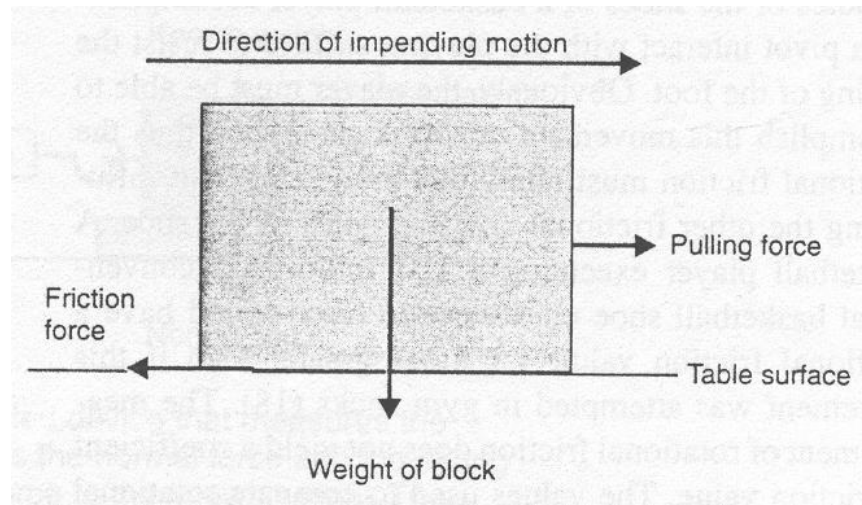
Εφαρμογές 1

- Ένα άτομο βάρους 580 N ανεβαίνει 30 σκαλοπάτια που το καθένα έχει ύψος 20 cm σε 12 sec. Ποιο θα είναι το μηχανικό έργο που θα παράγει το άτομο και ποια η ισχύς του.



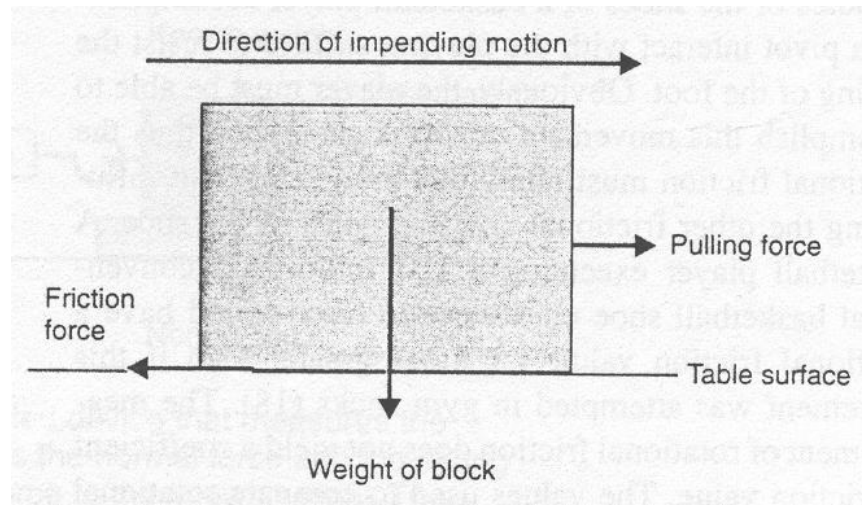
- Δεδομένα: $F_B = 580 \text{ N}$
 $h = 30 * 0.20 \text{ m}$
 $t = 12 \text{ s}$
- Λύση:
- Το μηχανικό έργο:
 $W = F_B * h = 580 \text{ N} * 6 \text{ m} = 3480 \text{ J}$
- Η μηχανική ισχύς:
 $P = W / t = 3480 \text{ J} / 12 \text{ s} = 290 \text{ Watt}$

Στατική τριβή 1



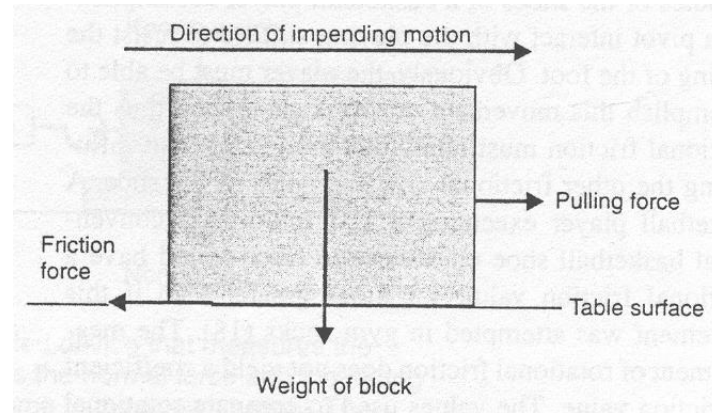
- Τριβή είναι η δύναμη που αναπτύσσεται στην κοινή περιοχή μεταξύ δύο επιφανειών που βρίσκονται σε επαφή, με κατεύθυνση παράλληλη και φορά αντίθετη της κίνησης (ή της επικείμενης κίνησης) της μιας επιφάνειας πάνω στην άλλη. Η τριβή είναι δύναμη επαφής και μετριέται σε N.
- Το μέγεθος της παραγόμενης τριβής εκφράζει την ευκολία ή τη δυσκολία της κίνησης δύο σωμάτων που βρίσκονται σε επαφή.

Στατική τριβή 2



- Στον αθλητισμό άλλοτε επιδιώκεται να υπάρχει μεγάλη και άλλοτε μικρή τριβή: ο δρομέας φοράει παπούτσια με καρφιά για να μην γλιστρούν τα πόδια του, ο σκιέρ αλείφει με κερί την κάτω επιφάνεια των σκι του για να γλιστρούν πολύ, οι αρσιβαρίστες αλείφουν τις παλάμες τους με μαγνησία για να μην τους γλιστρήσει η μπάρα.

Στατική τριβή 3



- Η δύναμη τριβής οφείλεται σε μαγνητικές μοριακές δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ των μορίων των δύο επαπτόμενων επιφανειών.
- Επίσης οφείλεται σε δυνάμεις αντίδρασης που αναπτύσσονται μεταξύ των δύο επιφανειών, λόγω των ανωμαλιών που υπάρχουν σε αυτές.
- Το μέγεθος της τριβής εξαρτάται από την τραχύτητα των επαπτόμενων επιφανειών και από τη δύναμη που εφαρμόζει η μια πάνω στην άλλη. Όταν ένα σώμα τείνει να κινηθεί πάνω σε ένα σταθερό δάπεδο, η δύναμη μεταξύ των επιφανειών είναι το βάρος του σώματος.

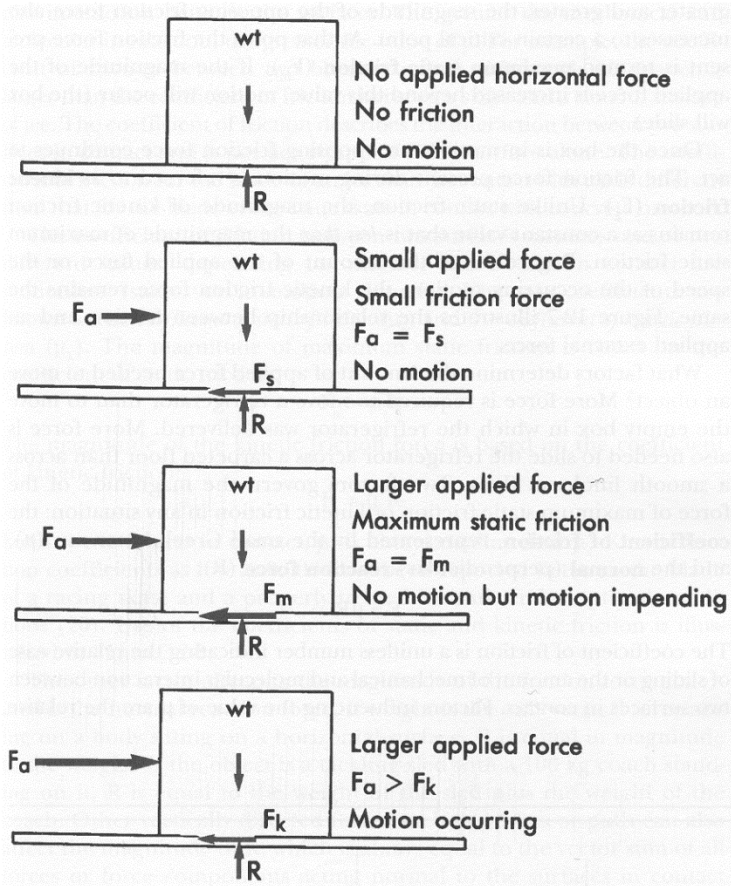
Στατική τριβή 4

- Η δύναμη τριβής είναι ανεξάρτητη από το εμβαδόν της κοινής περιοχής μεταξύ των δύο εφραπτόμενων επιφανειών.
- Στην πραγματικότητα, όταν δύο σώματα εφάπτονται, η πραγματική επιφάνεια επαφής (μικροσκοπικά μόνο ορατή) είναι πολύ μικρότερη από αυτήν που αρχικά φαίνεται, και είναι ανάλογη της κάθετης δύναμης (βάρος του σώματος) γιατί τα σημεία επαφής παραμορφώνονται πλαστικά κάτω από τις μεγάλες τάσεις που αναπτύσσονται σε αυτά. Πολλά σημεία επαφής παθαίνουν «ψυχρή συγκόλληση». Στα σημεία επαφής, τα μόρια των δύο επιφανειών είναι τόσο κοντά το ένα στο άλλο, ώστε εξασκούν μεταξύ τους ισχυρές διαμοριακές δυνάμεις.

Στατική τριβή 5

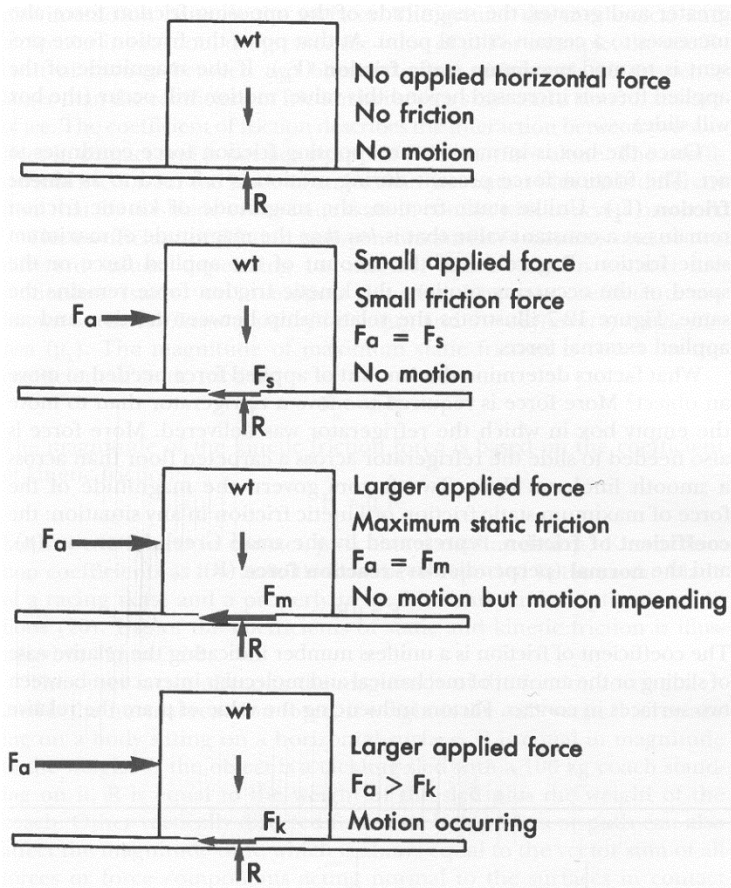
- Όταν ένα σώμα ολισθαίνει πάνω σε ένα άλλο, η αντίσταση της τριβής έχει σχέση με το σπάσιμο αυτών των χιλιάδων μικροσκοπικών συγκολλήσεων, οι οποίες συνεχώς αναμορφώνονται καθώς δημιουργούνται νέες τυχαίες επαφές.
- Έτσι, όταν ένας πλίνθος ολισθαίνει πάνω σε μια επιφάνεια, η δύναμη τριβής που αναπτύσσεται είναι η ίδια είτε η επαφή γίνεται με τη μεγάλη είτε με τη μικρή έδρα του πλίνθου (η μικροσκοπική επιφάνεια επαφής είναι η ίδια για όλες τις έδρες). Όταν εφάπτεται η μεγάλη έδρα, ένας σχετικά μεγάλος αριθμός μικρών επαφών στηρίζουν το φορτίο. Όταν εφάπτεται η μικρή έδρα υπάρχουν λιγότερες επαφές (η ορατή επιφάνεια είναι μικρή), αλλά το εμβαδόν κάθε επαφής είναι μεγαλύτερο κατά τον ίδιο ακριβώς παράγοντα, εξαιτίας της μεγαλύτερης πίεσης που εξασκεί ο όρθιος πλίνθος (στήριξη στη μικρή έδρα) πάνω στον μικρότερο αριθμό επαφών που στηρίζουν το ίδιο βάρος.

Στατική τριβή – τριβή ολίσθησης 1



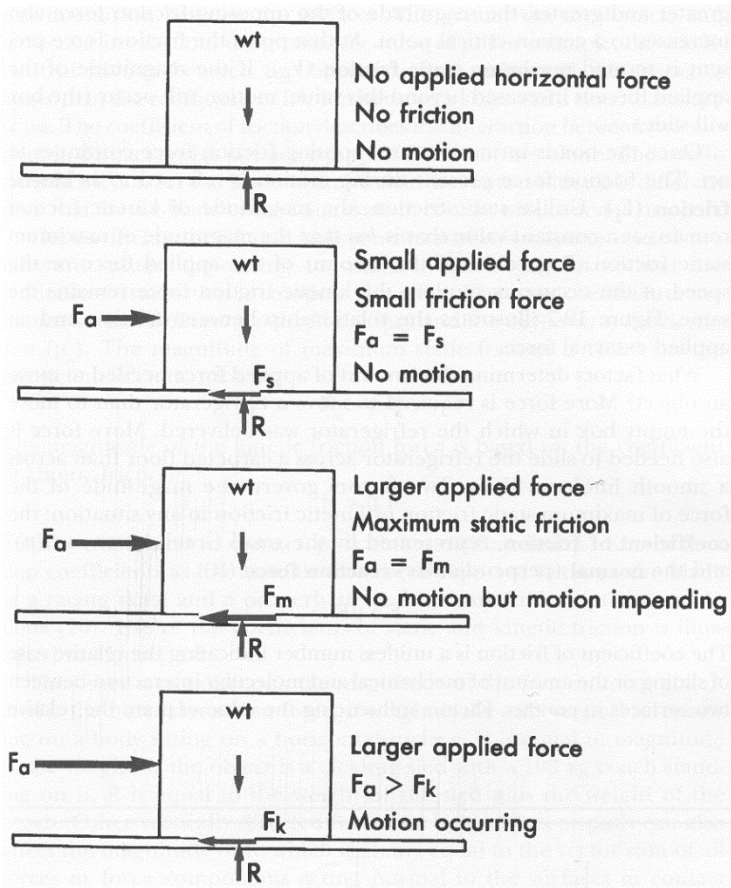
- Ένα κουτί βρίσκεται πάνω σε ένα τραπέζι. Στην αρχή (εικ. 1) οι μόνες δυνάμεις που ασκούνται στο κουτί είναι το βάρος του (w_t) και η αντίδραση (R) της επιφάνειας στήριξης (η δύναμη αντίδρασης είναι ίση και αντίθετη με το βάρος του κουτιού και το κουτί ισορροπεί).
- Όταν εφαρμοστεί μια μικρή εξωτερική οριζόντια δύναμη (F_a) το κουτί παραμένει ακίνητο (εικ. 2). Αυτό συμβαίνει γιατί η εφαρμογή μικρής οριζόντιας δύναμης προκαλεί την ανάπτυξη δύναμης τριβής στην επιφάνεια κουτιού / τραπεζιού, που είναι ίση και αντίθετη με την εφαρμοζόμενη δύναμη.

Στατική τριβή – τριβή ολίσθησης 2



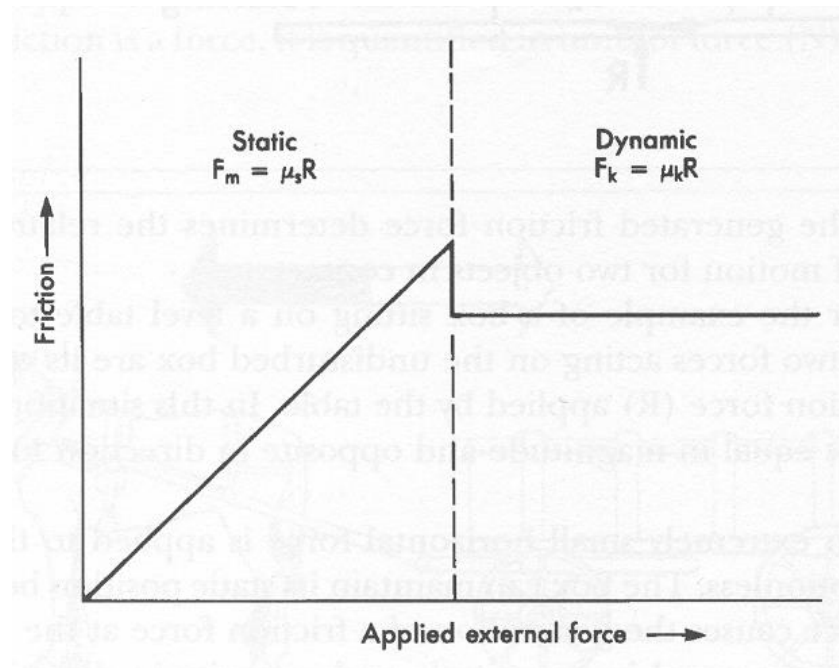
- Όσο η εφαρμοζόμενη δύναμη αυξάνεται σε μέγεθος αυξάνεται και το μέγεθος της εναντιούμενης στην κίνηση δύναμης τριβής, μέχρι ενός κρίσιμου σημείου (εικ. 3).
- Σε αυτό το κρίσιμο σημείο η αναπτυχθείσα τριβή λέγεται μέγιστη στατική τριβή (F_m).
- Αν η εφαρμοζόμενη εξωτερική δύναμη συνεχίσει να αυξάνει (μετά το κρίσιμο σημείο) τότε προκύπτει κίνηση (ολίσθηση του κουτιού).

Στατική τριβή – τριβή ολίσθησης 3



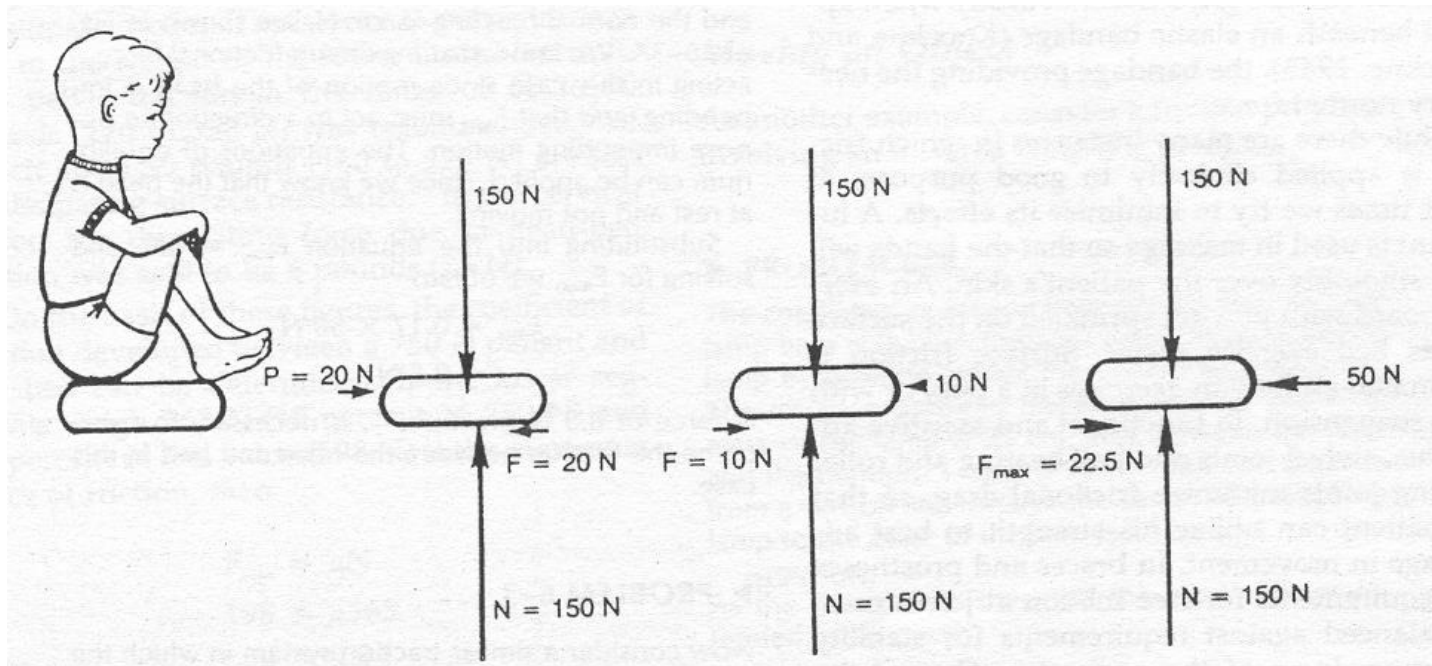
- Καθώς το κουτί είναι σε κίνηση (εικ. 4), η δύναμη τριβής συνεχίζει να δρα. Η τριβή αυτή, που παρουσιάζεται κατά την κίνηση (τριβή ολίσθησης), ονομάζεται κινητική τριβή (F_k).
- Η κινητική τριβή έχει σταθερή τιμή και είναι ανεξάρτητη από την τιμή της εφαρμοζόμενης δύναμης ή την ταχύτητα της κίνησης. Είναι μικρότερη από τη μέγιστη στατική τριβή ($F_m > F_k$).

Στατική τριβή – τριβή ολίσθησης 4



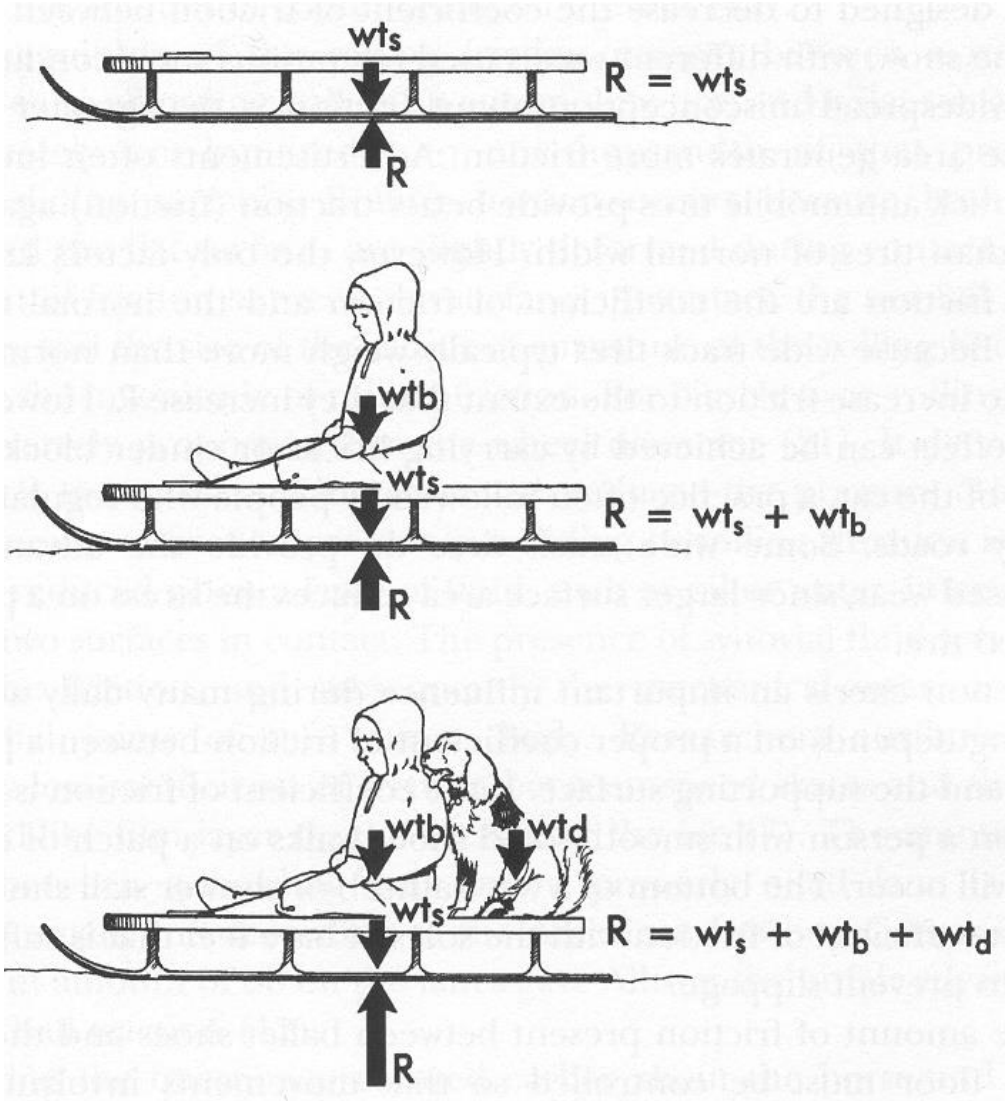
- Για όσο διάστημα το σώμα είναι σε ακινησία το μέγεθος της αναπτυσσόμενης στατικής τριβής είναι ίσο με το μέγεθος της εφαρμοζόμενης εξωτερικής δύναμης (όσο αυξάνει η εξωτερική δύναμη τόσο αυξάνει και η δύναμη τριβής).
- Όταν αρχίζει η κίνηση, το μέγεθος της δύναμης τριβής (τριβή ολίσθησης) παραμένει σταθερό. Η τιμή της είναι σταθερή, χαμηλότερη από τη μέγιστη στατική τριβή.

Στατική τριβή – τριβή ολίσθησης 5



- Το μέγεθος και η διεύθυνση της αναπτυσσόμενης τριβής εξαρτάται από την εξωτερική δύναμη που εφαρμόζεται πάνω στο σώμα (του οποίου η κίνηση επιδιώκεται).
- Όσο αυξάνει η εφαρμοζόμενη (οριζόντια) δύναμη τόσο αυξάνεται και η δύναμη τριβής (F). Μέχρις ενός σημείου όμως, γιατί αν η εξωτερική δύναμη αυξηθεί πολύ (50N), το σώμα αρχίζει και ολισθαίνει και η τριβή έχει σταθερή τιμή (22.5N).

Στατική τριβή – τριβή ολίσθησης 6



- Όσο αυξάνει το βάρος του σώματος τόσο αυξάνει και η κάθετη δύναμη αντίδρασης.
- Ως αποτέλεσμα έχουμε την αύξηση της δύναμης τριβής και συνεπώς της δυσκολίας στην ολίσθηση του σώματος

Συντελεστής τριβής 1

- Η δύναμη τριβής είναι ανάλογη της κάθετης δύναμης αντίδρασης (R) που αναπτύσσεται κατακόρυφα (κάθετα στην επιφάνεια επαφής):

$$F = \mu * R$$

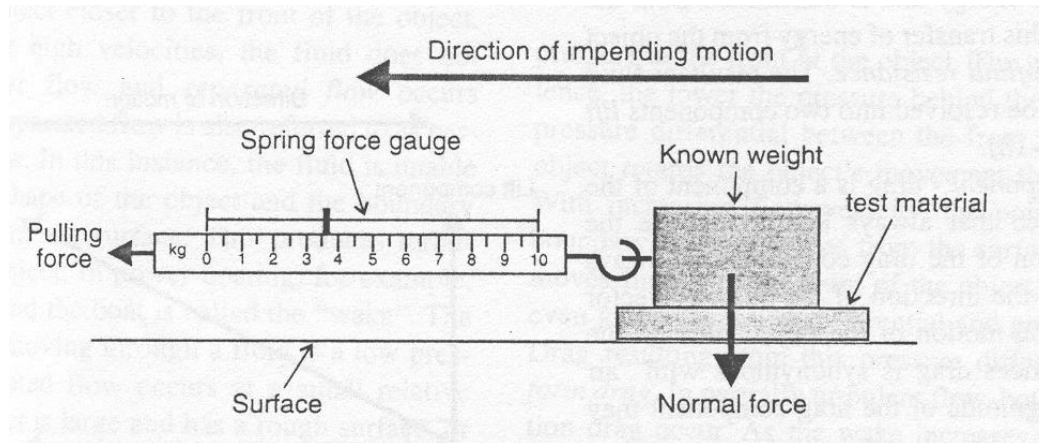
όπου μ είναι ο συντελεστής τριβής και R η κάθετη δύναμη αντίδρασης

- Ο συντελεστής τριβής υπολογίζεται: $\mu = F/R$

Συντελεστής τριβής 2

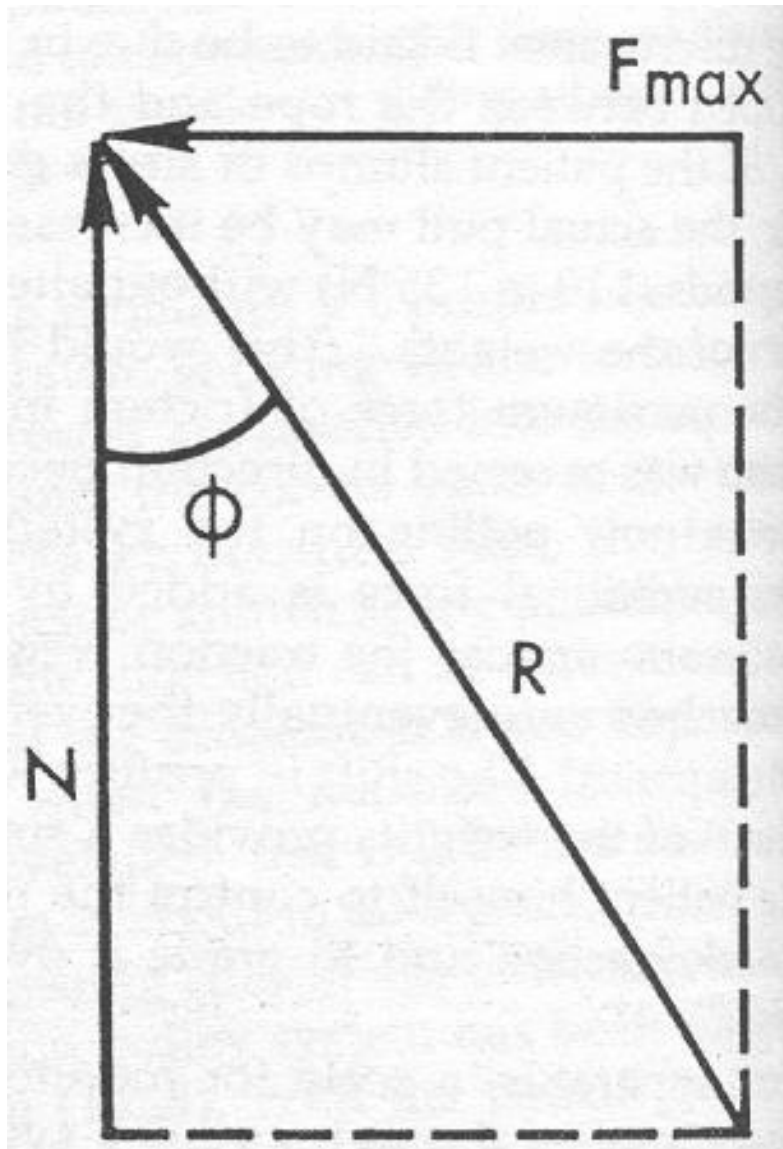
- Ο συντελεστής τριβής είναι καθαρός αριθμός και εξαρτάται από τον τύπο του υλικού σύστασης και τη φύση των επαπτόμενων επιφανειών (τραχύτητα των δύο επιφανειών). Εκφράζει τη ευκολία ή τη δυσκολία της μεταξύ τους ολίσθησης και το μέγεθος της μηχανικής και μοριακής τους αλληλεπίδρασης (όσο μεγαλύτερη η αλληλεπίδραση τόσο μεγαλύτερος ο συντελεστής τριβής).
- Διακρίνουμε το συντελεστή στατικής τριβής μ_s (τα επαπτόμενα σώματα σε στάση) και το συντελεστή κινητικής τριβής μ_k (τα σώματα σε κίνηση).
- Ισχύει δε ότι: $\mu_s > \mu_k$.

Υπολογισμός του συντελεστή τριβής 1



- Η παραπάνω συσκευή (ρημουλκούμενο έλκηθρο) χρησιμεύει για τη μέτρηση του συντελεστή στατικής τριβής διαφόρων υλικών. Αποτελείται από ένα σώμα γνωστού βάρους που έλκεται από ένα ελατήριο – μετρητή. Η μετακινούμενη (ολισθαίνουσα) επιφάνεια, συνήθως κάποιο υλικό υπόδησης, τοποθετείται κάτω από το σώμα.
- Το ελατήριο τραβά το σώμα (της γνωστής μάζας) μέχρι αυτό να μετακινηθεί. Τη στιγμή που αρχίζει η μετακίνηση μετριέται η εφαρμοζόμενη (οριζόντια) δύναμη αφέλκησης. Το βάρος του σώματος καθορίζει και την κατακόρυφη δύναμη αντίδρασης (ίση και αντίθετη).
- Ο συντελεστής τριβής είναι ο λόγος: δύναμη ελατηρίου / δύναμη του βάρους

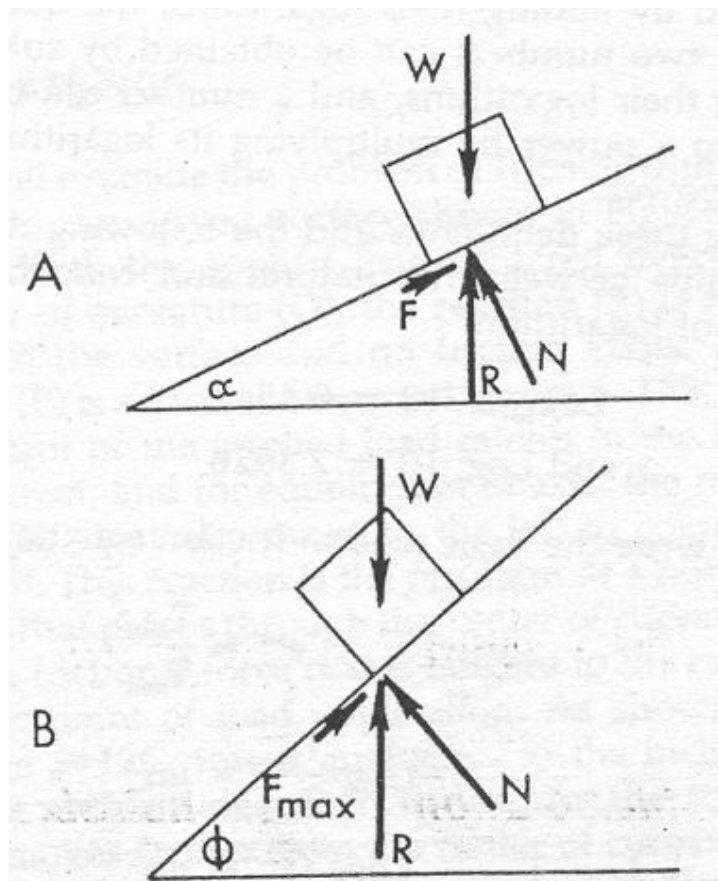
Υπολογισμός του συντελεστή τριβής 2



- Γραφικός υπολογισμός του συντελεστή τριβής
- F_{max} είναι η εφαρμοζόμενη εξωτερική δύναμη (μέχρι το σώμα να μετακινηθεί), N είναι η (κάθετη σε αυτήν) δύναμη αντίδρασης, R είναι η συνισταμένη τους, ϕ είναι η γωνία μεταξύ της N και της R .
- Επειδή $\mu = F_{max} / N$
και $\epsilon\phi\Phi = F_{max} / N$
 $\Rightarrow \mu = \epsilon\phi\Phi$
- Ο συντελεστής τριβής ισούται με την εφαπτομένη της γωνίας Φ .
- Η γωνία Φ ονομάζεται γωνία τριβής.

Υπολογισμός του συντελεστή τριβής 3

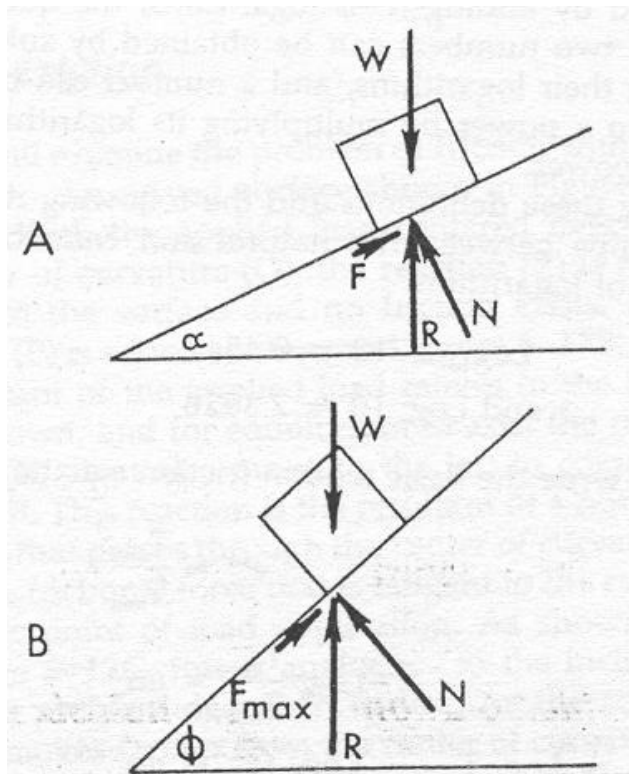
Υπολογισμός του συντελεστή τριβής στο κεκλιμένο επίπεδο



- Αν τοποθετήσουμε ένα σώμα σε ένα κεκλιμένο επίπεδο, ανάλογα με το μέγεθος της γωνίας κλίσης α και της δύναμης τριβής F , το σώμα παραμένει σε ηρεμία ή γλιστρά προς τα κάτω. Αυτό φανερώνει ότι υπάρχει μια σχέση μεταξύ της γωνίας κλίσης και του συντελεστή τριβής.
- Αυξάνοντας τη γωνία κλίσης (Φ) φτάνουμε σε ένα οριακό σημείο που το σώμα παραμένει ακόμα σε ηρεμία (μόλις πριν αρχίσει να μετακινείται) και η δύναμη τριβής έχει τη μέγιστη τιμή της (F_{\max}).

Υπολογισμός του συντελεστή τριβής 4

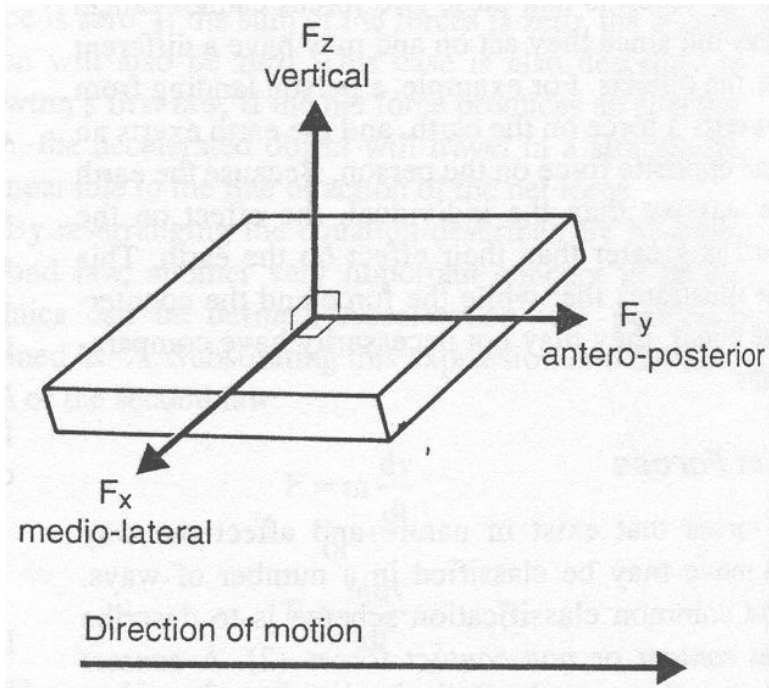
Υπολογισμός του συντελεστή τριβής στο κεκλιμένο επίπεδο



- Η δύναμη αντίδρασης R είναι η συνισταμένη της δύναμης τριβής F και της κάθετης δύναμης αντίδρασης N , και είναι ίση και αντίθετη με το βάρος για να ισορροπεί το σύστημα. Από τη γεωμετρία του σχήματος η γωνία μεταξύ της N και της F είναι ίση με τη γωνία α (κλίση του επιπέδου).
- Όταν η κλίση έχει φτάσει στη μεγαλύτερή της τιμή (Φ), στην οριακή θέση πριν την μετακίνηση, η τριβή έχει τη μέγιστή της τιμή (F_{\max}), η γωνία μεταξύ των R και N έχει μεγαλώσει επίσης και είναι ίση με την Φ .
- Η Φ λοιπόν είναι η γωνία τριβής και η εφαπτομένη της ισούται με το συντελεστή τριβής.

Υπολογισμός του συντελεστή τριβής 5

Υπολογισμός του συντελεστή τριβής με το δυναμοδάπεδο

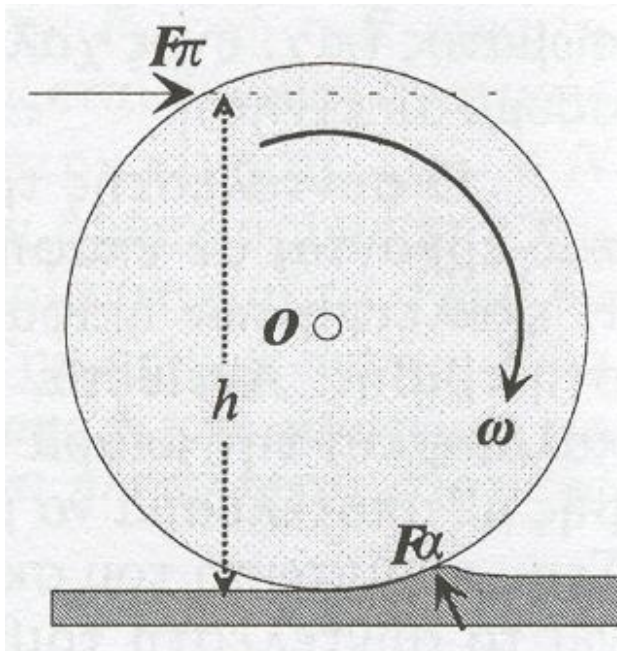


- Ο υπολογισμός της στατικής και της κινητικής τριβής απαιτεί εξοπλισμό που να παρέχει ακριβείς μετρήσεις.
- Στο δυναμοδάπεδο οι συνιστώσες F_y και F_x είναι στην ουσία οι δυνάμεις τριβής στην προσθιοπίσθια και στην πλάγια διεύθυνση αντίστοιχα.
- Η κατακόρυφη δύναμη αντίδρασης δίνεται από τη συνιστώσα F_z .
- Έτσι ο συντελεστής τριβής υπολογίζεται:

$$\mu = F_y / F_z$$

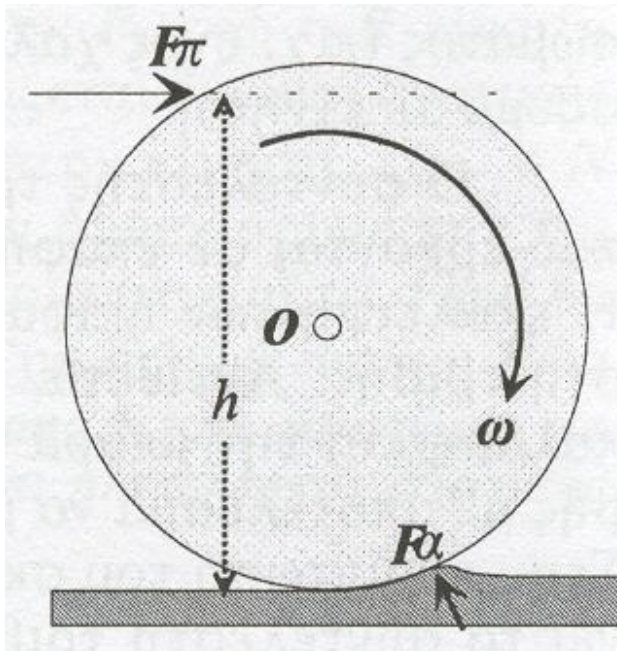
Τριβή κύλισης 1

- Εκτός από τη στατική και τη δυναμική (ολίσθησης) τριβή υπάρχει και η τριβή κύλισης. Είναι η τριβή που δέχεται ένας κύλινδρος κατά την περιστροφή του πάνω σε μια επίπεδη επιφάνεια. Η τριβή κύλισης εμποδίζει την κίνηση του κυλίνδρου.
- Η τριβή κύλισης οφείλεται κυρίως στις αντιστάσεις της επιφάνειας του δαπέδου όπου πρόκειται να βρεθεί ο κύλινδρος, λόγω της παραμόρφωσης της επιφάνειας από την πίεση στο προηγούμενο μέρος της, όπου βρίσκεται ο κύλινδρος.
- Το μέγεθος της τριβής κύλισης εξαρτάται από το βάρος του κυλίνδρου (κάθετη δύναμη αντίδρασης), από το μήκος της ακτίνας του, από το συντελεστή τριβής των δύο επιφανειών που βρίσκονται σε επαφή και από το βαθμό παραμόρφωσής τους. 93



Τριβή κύλισης 2

- Για να τεθεί ο κύλινδρος σε περιστροφή πρέπει να εφαρμόσουμε σε αυτόν μια ροπή δύναμης ($F\pi \cdot h$). Η ροπή αυτή είναι τόσο μεγαλύτερη όσο μακρύτερα από το σημείο στήριξης εφαρμόζεται η δύναμη (μηχανικό πλεονέκτημα).



- Στις ρόδες του αυτοκινήτου η τριβή κύλισης είναι αντιστρόφως ανάλογη της διαμέτρου του τροχού και αυξάνει με τη μείωση της πίεσής του αέρα των ελαστικών.
- Η τριβή κύλισης σε σύγκριση με τη στατική τριβή και την τριβή ολίσθησης είναι πολύ μικρή (το 1/100 μέχρι το 1/1000 τους). Γι' αυτό και από την αρχαία εποχή μέχρι σήμερα οι κύλινδροι (ο τροχός) χρησιμοποιούνται στη μετακίνηση μεγάλων φορτίων.

Ο ρόλος της τριβής στον αθλητισμό 1

- Όπως έχουμε προαναφέρει, στον αθλητισμό, άλλοτε επιδιώκεται να υπάρχει μεγάλη και άλλοτε μικρή τριβή.
- Έτσι κατασκευάζονται διάφορες επιφάνειες στήριξης (επαφής) με διαφορετικό συντελεστή τριβής. Για τα παπούτσια ο συντελεστής τριβής με τις διάφορες επιφάνειες είναι από 0.3 έως 2.0, για το στίβο με κάρβουνο 0.6 και για το χορτοτάπητα 1.6. Οι χαμηλότεροι συντελεστές παρατηρούνται στις παγοδρομίες (0.003 – 0.004).

Ο ρόλος της τριβής στον αθλητισμό 2

- Πολλές φορές η αύξηση ή η μείωση του συντελεστή τριβής είναι σύνθετο πρόβλημα (π.χ. σκι ανωμάλου δρόμου). Τα πέλματα των σκι στον ανώμαλο δρόμο πρέπει να είναι έτσι κατασκευασμένα ώστε να διευκολύνουν την κίνηση προς τα εμπρός και να εμποδίζουν την κίνηση προς τα πίσω.
- Έτσι συνήθως έχουν τη μορφή δέρματος ψαριού με λέπια. Αυτή η επιφάνεια έχει μεγάλο συντελεστή τριβής στην κίνηση του σκι προς τα πίσω (αποφυγή γλιστρήματος προς τα πίσω κατά την ώθηση) και μικρό συντελεστή τριβής στην κίνηση προς τα μπρος (γλίστρημα προς τα μπρος χωρίς εμπόδιο).

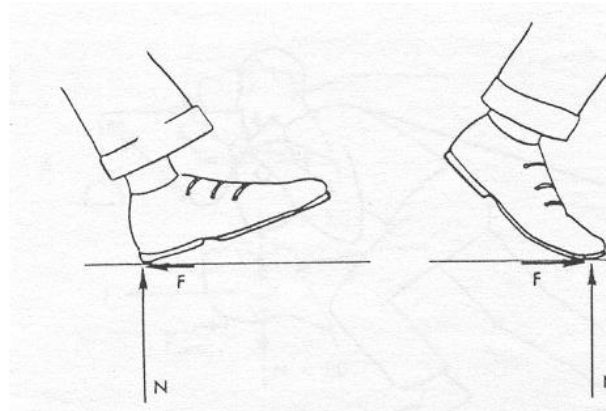
Ο ρόλος της τριβής στον αθλητισμό 3

- Η επιδιωκόμενη αύξηση του συντελεστή τριβής βρίσκει εφαρμογή στο γκολφ με τη χρήση γαντιών (αύξηση του συντελεστή τριβής μεταξύ χεριού και μπαστονιού), καθώς και στο σέρφινγκ με τις ειδικές επιστρώσεις από κερί για αύξηση της τραχύτητας της σανίδας (αύξηση του συντελεστή τριβής μεταξύ των ποδιών και της σανίδας).
- Στο μπαλέτο το μέγεθος της τριβής ανάμεσα στα παπούτσια του μπαλέτου και το πάτωμα χορού πρέπει να είναι ελεγχόμενο, ώστε να εξασφαλίζεται η εκτέλεση κινήσεων που περιλαμβάνουν ολίσθηση και στροφή (glissades, assembles, pirouettes) χωρίς τον κίνδυνο απώλειας της ισορροπίας. Έτσι το πάτωμα καλύπτεται από ειδικά βερνίκια που εξασφαλίζουν μεγάλο συντελεστή στατικής τριβής (βοηθά στην αποφυγή του γλιστρήματος και της απώλειας της ισορροπίας), αλλά σημαντικά μικρότερο συντελεστή δυναμικής τριβής (επιτρέπει την ελεύθερη διεξαγωγή των επιθυμητών κινήσεων).

Ο ρόλος της τριβής στον αθλητισμό 4

- Πολλές φορές όμως, η ύπαρξη υψηλού συντελεστή τριβής έχει δυσμενή αποτελέσματα.
- Για παράδειγμα, στο αμερικανικό ποδόσφαιρο η διεξαγωγή αγώνων σε τεχνικό χλοοτάπητα, λόγω του υψηλού συντελεστή τριβής μεταξύ του τάπητα και του παπουτσιού, δεν επιτρέπει τη στροφή (rotation) του ποδιού στήριξης όταν του γίνεται τάκλιν, με αποτέλεσμα τους πολλούς τραυματισμούς (turf toe και ρήξη του πρόσθιου χιαστού).

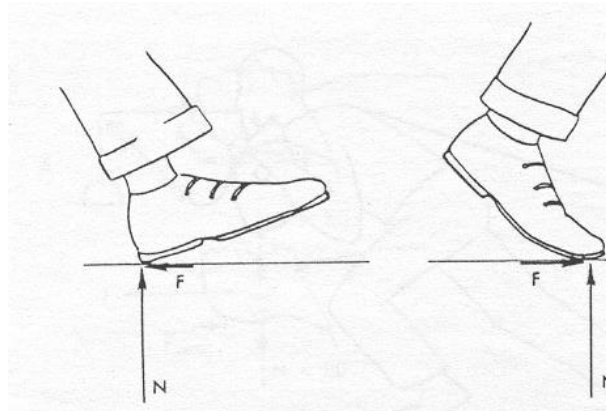
Εφαρμογές 1



Δύναμη τριβής κατά τη βάρδιση

- Είμαστε σε θέση να βαδίζουμε και να τρέχουμε λόγω της δράσης της δύναμης τριβής στο άκρο πόδι προς την κατεύθυνση της κίνησής μας.
- Μετρήσεις στο δυναμοδάπεδο έδειξαν ότι η οριζόντια συνιστώσα της δύναμης αντίδρασης του εδάφους στην προσγείωση με τη φτέρνα είναι 15% BW και στην απογείωση (δάχτυλα) 20% BW. Η F_{max} πρέπει να υπερβεί αυτές τις τιμές για να μην γλιστρήσει το πόδι.

Εφαρμογές 2



Δύναμη τριβής κατά τη βάρδιση

- Οι τιμές της κατακόρυφης δύναμης (N) σε αυτές τις δύο χρονικές στιγμές είναι μεγαλύτερες του BW λόγω της ορμής του σώματος κατά την προσγείωση και την ώθηση για απογείωση.
- Η τριβή που αναπτύσσεται κατά τη βάρδιση είναι γενικά μικρότερη της F_{max} , αλλά ίσως να προσεγγίζει την τιμή της F_{max} σε ολισθηρές επιφάνειες (μικρός συντελεστής τριβής).
- Η προσγείωση στη φτέρνα είναι περισσότερο επικίνδυνη προς ολίσθηση απ' ότι η επαφή με τα δάχτυλα (στιγμή της απογείωσης).

Εφαρμογές 3

- Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ ενός έλκηθρου και του χιονιού είναι 0.18, με συντελεστή δυναμικής (ολίσθησης) τριβής 0.15. Ένα αγόρι 300 N κάθεται πάνω στο έλκηθρο βάρους 180 N. Τι μεγέθους οριζόντια δύναμη πρέπει να εφαρμοστεί για να ξεκινήσει το έλκηθρο την κίνησή του; Πόση δύναμη απαιτείται για να διατηρήσει το έλκηθρο σε κίνηση;
- Δεδομένα: $\mu_s = 0.18$
 $\mu_k = 0.15$
 $B = 300 \text{ N} + 180 \text{ N}$
- Λύση:
- Για να ξεκινήσει η κίνηση πρέπει η εφαρμοζόμενη δύναμη να υπερβεί τη δύναμη της στατικής τριβής:
 $F_m = \mu_s * R = (0.18) * (300 \text{ N} + 180 \text{ N}) = 86,4 \text{ N}$
- Για τη διατήρηση της κίνησης, η εφαρμοζόμενη δύναμη πρέπει να είναι ίση με τη δύναμη της κινητικής τριβής:
 $F_k = \mu_k * R = (0.15) * (300 \text{ N} + 180 \text{ N}) = 72 \text{ N}$

Γενικά για την κρούση 1

- Σε πολλές αθλητικές κινήσεις έχουμε σύγκρουση δύο σωμάτων (σύγκρουση ενός μέλους με μια μπάλα, μιας ρακέτας ή ενός μπάστουνιού με μια μπάλα, σύγκρουση του σώματος ή ενός μέλους του με μια επιφάνεια στην προσγείωση). Ο τρόπος με τον οποίο γίνεται η σύγκρουση καθορίζει και τη μετέπειτα κινητική κατάσταση των συμμετεχόντων σωμάτων (καθορίζεται π.χ. η τροχιά, η διεύθυνση, η ταχύτητα και το φάλτσο της μπάλας).
- Στη μηχανική η σύγκρουση μεταξύ δύο σωμάτων (μαζών) ονομάζεται κρούση.
- Κρούση είναι η επαφή δύο σωμάτων που η σχετική τους ταχύτητα δεν είναι μηδέν.

Γενικά για την κρούση 2

- Κατά την κρούση η χρονική διάρκεια επαφής των δύο σχετικά κινούμενων σωμάτων είναι πολύ μικρή, και αναπτύσσονται ισχυρές δυνάμεις δράσης και αντίδρασης πάνω στα σώματα λόγω της παραμόρφωσής τους κατά την επαφή, προκαλώντας απότομη μεταβολή της ορμής κάθε σώματος.
- Με τον όρο σχετικά κινούμενα σώματα εννοούμε ότι τα δύο σώματα μπορεί να κινούνται με διαφορετικές ταχύτητες στην ίδια διεύθυνση με ίδια ή αντίθετη φορά, ή το ένα να κινείται και το άλλο να είναι ακίνητο.

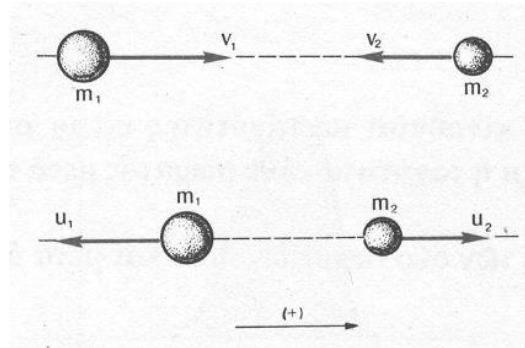
Είδη κρούσης 1

- Η δύναμη που ασκείται σε κάθε σώμα κατά την κρούση προκαλεί μεταβολή της ορμής (άρα και της ταχύτητας) του κάθε σώματος.
- Η κινητική ενέργεια κάθε σώματος μετά την κρούση θα είναι διαφορετική από την αντίστοιχη πριν την κρούση. Η κινητική ενέργεια όμως του συστήματος δύο σωμάτων μετά την κρούση θα είναι ίση ή μικρότερη από την αντίστοιχη του συστήματος πριν την κρούση.

Είδη κρούσης 2

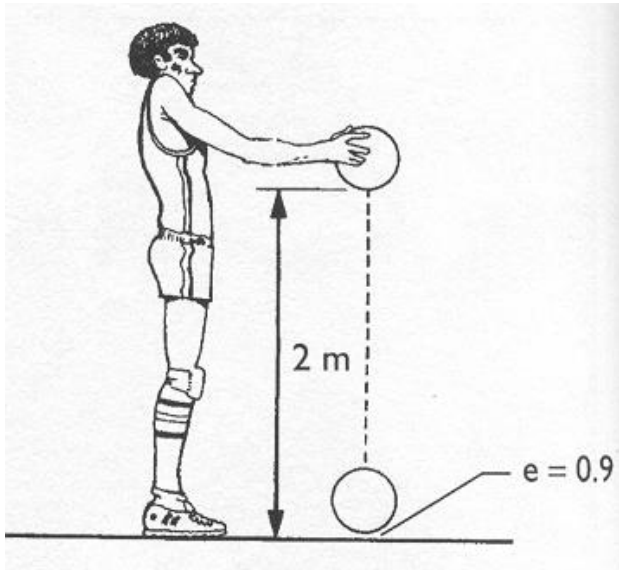
- Σε μια κρούση, όταν η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή, η κρούση ονομάζεται ελαστική.
- Όταν η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων ελαττώνεται μετά την κρούση, η κρούση ονομάζεται μη ελαστική.
- Μια μη ελαστική κρούση ονομάζεται πλαστική όταν τα σώματα μετά την κρούση δεν αποχωρίζονται.
- Στην ελαστική κρούση η παραμόρφωση των σωμάτων είναι παροδική, ενώ στη μη ελαστική μόνιμη.
- Κεντρική ονομάζεται μια κρούση όταν τα κέντρα μάζας των δύο σωμάτων κινούνται πριν και μετά την κρούση στην ίδια ευθεία.
- Πλάγια ονομάζεται η κρούση όταν τα κέντρα μάζας των σωμάτων κινούνται σε διαφορετικές ευθείες.

Συντελεστής κρούσης 1



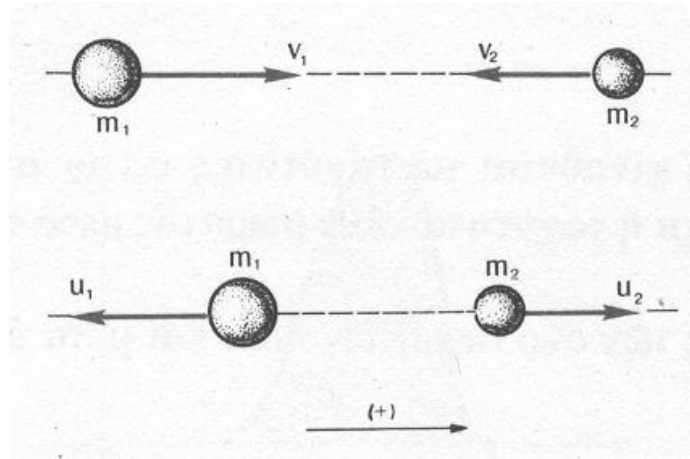
- Δύο σώματα που κινούνται με ταχύτητες V_1 και V_2 συγκρούονται, ενώ οι ταχύτητές τους μετά την κρούση είναι U_1 και U_2 αντίστοιχα.
- Η σχετική ταχύτητα προσέγγισης των δύο σωμάτων πριν και μετά την κρούση είναι αντίστοιχα:
 $V_{σχ} = V_1 - V_2$ και $U_1 - U_2$.
- Συντελεστής κρούσης ή συντελεστής ανταπόδοσης (coefficient of restitution) ονομάζεται το αντίθετο του πηλίκου της σχετικής ταχύτητας απομάκρυνσης των σωμάτων μετά την κρούση, δια της σχετικής ταχύτητας προσέγγισης των σωμάτων πριν από την κρούση.
- $e = -U_{σχ} / V_{σχ}$ ή $e = -(U_1 - U_2) / (V_1 - V_2)$
- Ο συντελεστής κρούσης περιγράφει τη σχετική ελαστικότητα μιας κρούσης (από 0 έως 1). Όσο πλησιάζουμε το 1 η κρούση είναι πιο ελαστική, ενώ όσο πλησιάζουμε το μηδέν τείνει να γίνει πλαστική.

Συντελεστής κρούσης 2



- Στην περίπτωση κρούσης ενός κινούμενου σώματος πάνω σε ένα ακίνητο σώμα (πρόπτωση μιας μπάλας πάνω στο δάπεδο) σε ό,τι αφορά στο συντελεστή κρούσης τα πράγματα είναι γίνονται πιο απλά (λόγω της μηδενικής ταχύτητας του ακίνητου σώματος).
- Έτσι $e = V_{\text{αντ}} / V_{\text{πτ}}$
- Οπότε ο συντελεστής κρούσης υπολογίζεται αν γνωρίζουμε την ταχύτητα πτώσης ($V_{\text{πτ}}$) και την ταχύτητα της μπάλας μετά την πτώση, την ταχύτητα ανταπόδοσης ($V_{\text{αντ}}$).
- Όμως $V_{\text{πτ}} = (2 h_{\text{πτ}} g)^{1/2}$ και $V_{\text{αντ}} = (2 h_{\text{αντ}} g)^{1/2}$
οπότε $e = (h_{\text{αντ}} / h_{\text{πτ}})^{1/2}$
- Ο συντελεστής κρούσης υπολογίζεται αν γνωρίζουμε το ύψος πτώσης ($h_{\text{πτ}}$) και το ύψος ανταπόδοσης ($h_{\text{αντ}}$).

Κεντρική ελαστική κρούση 1



- Δύο σφαίρες μάζας m_1 και m_2 κινούνται στην ίδια ευθεία με ταχύτητες V_1 και V_2 αντίστοιχα. Οι σφαίρες μετά τη σύγκρουσή τους κινούνται στην ίδια ευθεία με αντίστοιχες ταχύτητες U_1 και U_2 . Υποθέτουμε επίσης ότι οι σφαίρες δεν περιστρέφονται και ότι δεν ασκούνται πάνω τους εξωτερικές δυνάμεις (η συνισταμένη τους είναι μηδέν.)

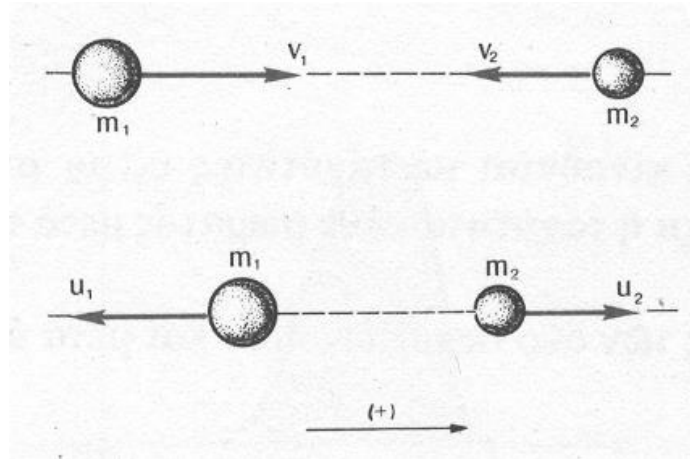
- Η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών πριν την κρούση είναι:

$$J_1 = m_1 V_1 - m_2 V_2$$

- Η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών μετά την κρούση είναι:

$$J_2 = -m_1 U_1 + m_2 U_2$$

Κεντρική ελαστική κρούση 2



- Επειδή στο σύστημα δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις, θα είναι:

$$J = \text{σταθ} \Rightarrow J_1 = J_2$$

$$\text{και συνεπώς: } m_1 V_1 - m_2 V_2 = -m_1 U_1 + m_2 U_2 \quad (1)$$

- Η κινητική ενέργεια του συστήματος πριν την κρούση είναι:

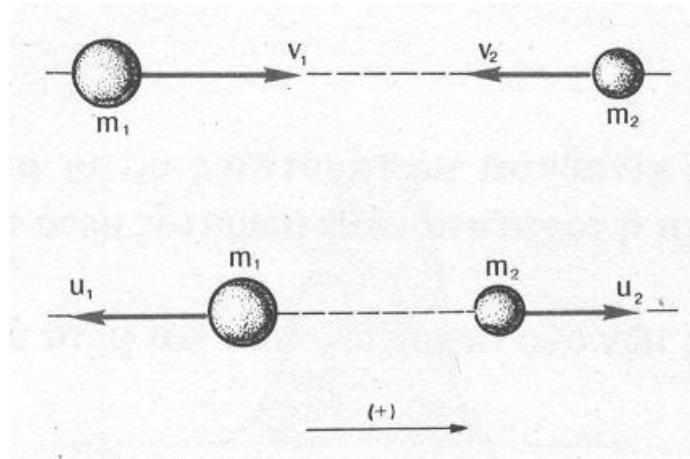
$$W_1 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2$$

- Η κινητική ενέργεια του συστήματος μετά την κρούση είναι:

$$W_2 = \frac{1}{2} m_1 U_1^2 + \frac{1}{2} m_2 U_2^2$$

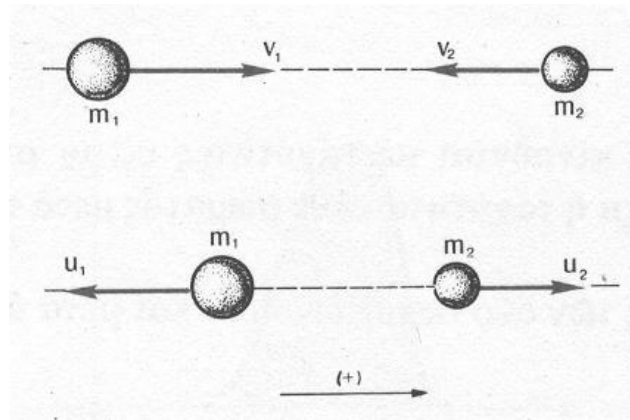
- Επειδή $W_1 = W_2$ (ελαστ. κρούση) $\Rightarrow m_1 V_1^2 + m_2 V_2^2 = m_1 U_1^2 + m_2 U_2^2$
(2)

Κεντρική ελαστική κρούση 3



- Από τις (1) και (2) μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα κάθε σφαίρας μετά την κρούση, αν γνωρίζουμε τις μάζες των σφαιρών και τις ταχύτητές τους πριν την κρούση.
- Η (1) μπορεί να γραφεί: $m_1 (V_1 + U_1) = m_2 (V_2 + U_2)$ (3)
- Η (2) μπορεί να γραφεί: $m_1 (V_1^2 - U_1^2) = m_2 (U_2^2 - V_2^2)$ (4)
- Διαιρώντας τις (3) και (4) έχουμε:
$$\frac{(V_1^2 - U_1^2)}{(V_1 + U_1)} = \frac{(U_2^2 - V_2^2)}{(V_2 + U_2)} \Rightarrow$$
$$\frac{[(V_1 + U_1)(V_1 - U_1)]}{(V_1 + U_1)} = \frac{[(U_2 + V_2)(U_2 - V_2)]}{(V_2 + U_2)} \Rightarrow$$
$$V_1 - U_1 = U_2 - V_2 \Rightarrow V_1 + V_2 = U_1 + U_2 \quad (5)$$
- Το σύστημα των εξισώσεων (1) & (2) είναι ισοδύναμο με εκείνο των (3)&(5)

Κεντρική ελαστική κρούση 4



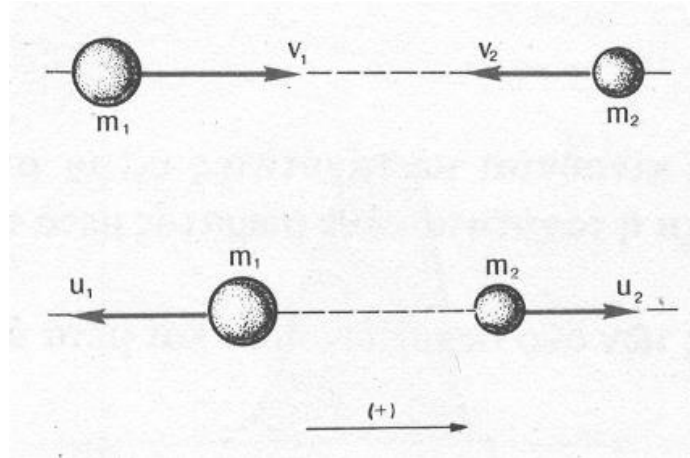
- Το μέτρο της σχετικής ταχύτητας των δύο σφαιρών πριν και μετά την κρούση είναι:

$$V_{\text{σχετ}} = V_1 + V_2 \quad \text{και} \quad U_{\text{σχετ}} = U_1 + U_2$$

Ο συντελεστής κρούσης θα είναι: $e = U_{\text{σχετ}} / V_{\text{σχετ}} = (U_1 + U_2) / (V_1 + V_2)$
 $\Rightarrow e = 1$ (λόγω της εξισ. 5)

- Στην ελαστική κρούση ο συντελεστής κρούσης ισούται με τη μονάδα ($e = 1$)
- Έτσι, μπορούμε να υπολογίσουμε τις ταχύτητες μετά την κρούση (U_1, U_2) χωρίς τη χρήση του θεωρήματος της κινητικής ενέργειας. Από την αρχή διατήρησης της ορμής προκύπτει η (3) και στη συνέχεια η (5) (επειδή $e = 1$).
- Στην περίπτωση που οι μάζες των δύο σφαιρών είναι ίσες, από τις (3) και (5) προκύπτει $U_1 = V_2$ και $U_2 = V_1$ (μετά την κρούση η κάθε σφαίρα αποκτά την ταχύτητα της άλλης).

Κεντρική μη ελαστική κρούση 1



- Υποθέτουμε ότι απεικονιζόμενη κρούση είναι μη ελαστική.
- Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε:

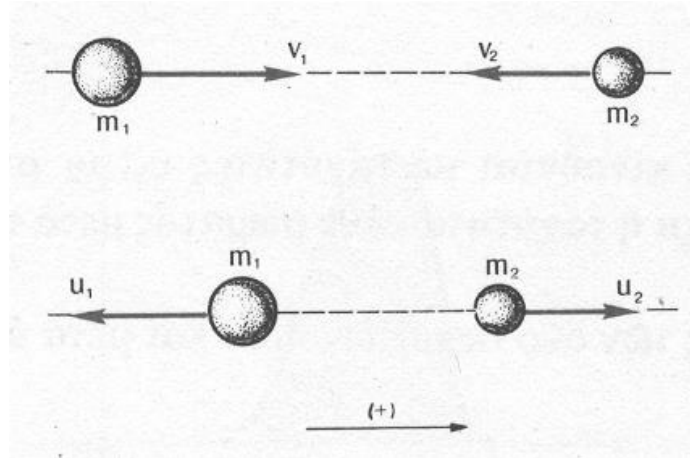
$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = -m_1 u_1 + m_2 u_2 \Rightarrow$$
$$m_1 (v_1 + u_1) = m_2 (v_2 + u_2) \quad (1)$$

- Επειδή η κρούση είναι μη ελαστική, μια ποσότητα (ΔW) της κινητικής ενέργειας του συστήματος μετατρέπεται σε θερμότητα:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 + \Delta W \quad (2)$$

- Για να υπολογίσουμε τις ταχύτητες μετά την κρούση (u_1 και u_2) πρέπει να είναι γνωστή η ποσότητα ΔW .

Κεντρική μη ελαστική κρούση 2



- Οι U_1 και U_2 μπορούν να υπολογιστούν αν είναι γνωστός ο συντελεστής κρούσης ($e = (U_1 + U_2) / (V_1 + V_2)$).

- Από τη (2) προκύπτει:

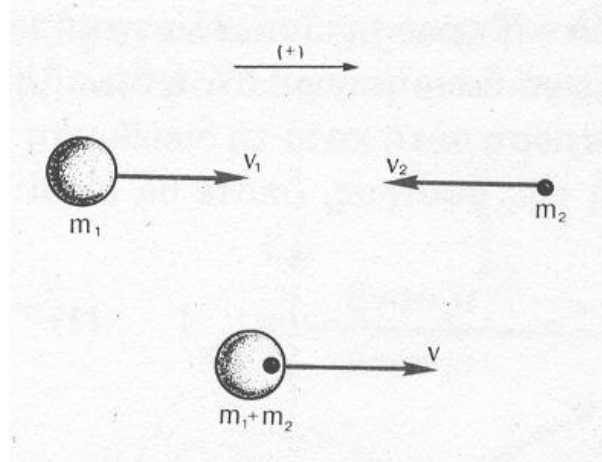
$$\frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2 > \frac{1}{2} m_1 U_1^2 + \frac{1}{2} m_2 U_2^2 \Rightarrow m_1 (V_1^2 - U_1^2) > m_2 (U_2^2 - V_2^2)$$

\Rightarrow

$$m_1 (V_1 + U_1)(V_1 - U_1) > m_2 (U_2 + V_2)(U_2 - V_2), \text{ και λόγω της (1)}$$
$$V_1 - U_1 > U_2 - V_2 \Rightarrow V_1 + V_2 > U_1 + U_2$$

- Επειδή $V_1 + V_2 > 0$, έχουμε $(U_1 + U_2) / (V_1 + V_2) < 1 \Rightarrow e < 1$
- Επομένως $0 < e < 1$
- Άρα στη μη ελαστική κρούση ο συντελεστής κρούσης παίρνει τιμές μεταξύ του μηδενός και της μονάδας.

Κεντρική πλαστική κρούση



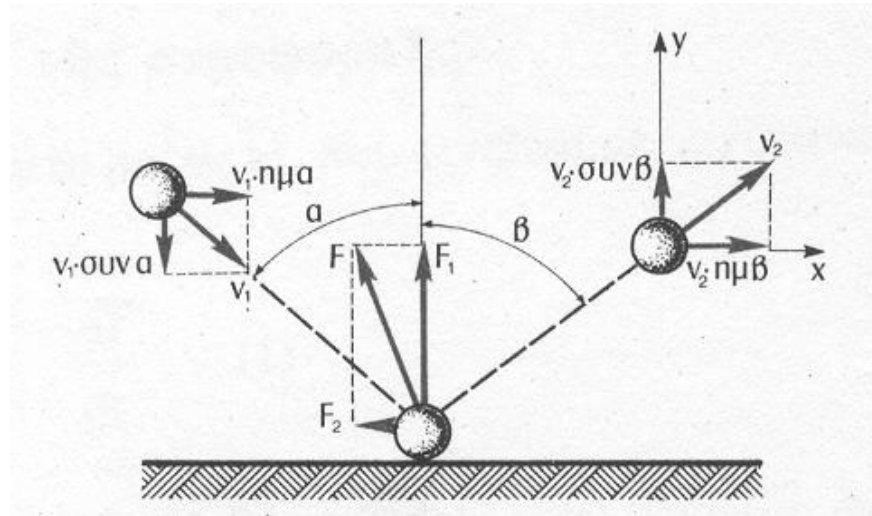
- Οι δύο σφαίρες (με μάζες m_1 , m_2) κινούνται με ταχύτητες V_1 και V_2 , στην ίδια ευθεία. Μετά την κρούση αποτελούν ένα σώμα ($m_1 + m_2$) που κινείται με ταχύτητα V στην ίδια προαναφερόμενη ευθεία.
- Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε:

$$m_1 V_1 - m_2 V_2 = (m_1 + m_2) V \Rightarrow$$
$$V = (m_1 V_1 - m_2 V_2) / (m_1 + m_2) \quad (1)$$

Από τη σχέση (1) υπολογίζουμε την κοινή ταχύτητα των δύο σφαιρών μετά την κρούση.

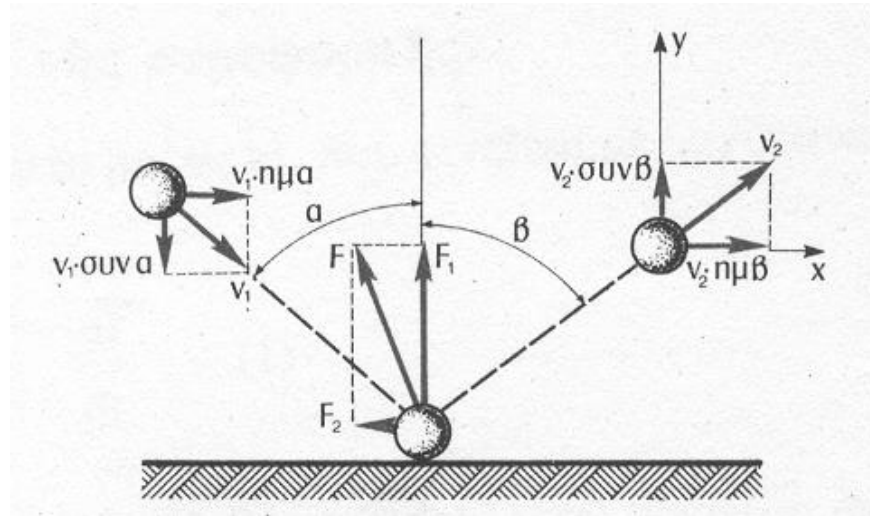
- Επειδή η $V_{\text{σχετ}} = 0 \Rightarrow e = 0$
- Στην πλαστική κρούση ο συντελεστής κρούσης ισούται με μηδέν.

Πλάγια κρούση 1



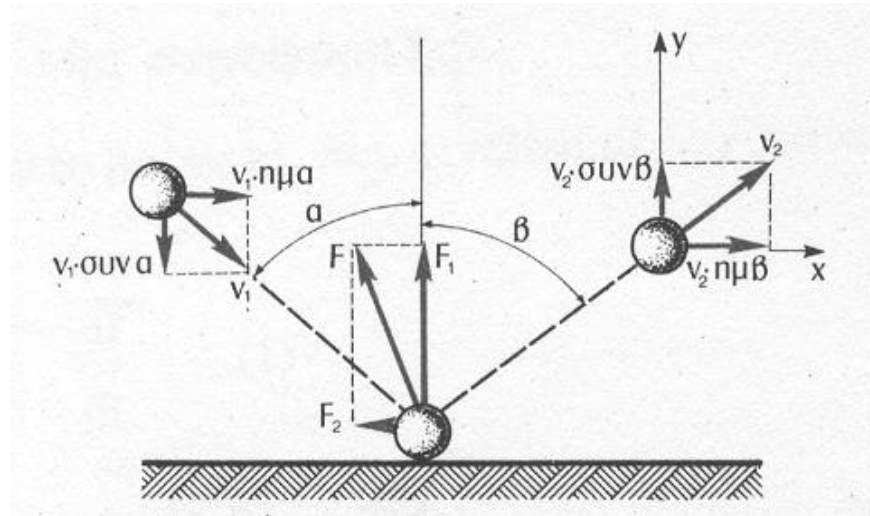
- Στις περισσότερες περιπτώσεις δεν έχουμε κεντρική κρούση, αλλά πλάγια (οι δύο μάζες κινούνται σε διαφορετικές διευθύνσεις, συγκρούονται και μετά πάλι κινούνται σε διαφορετικές διευθύνσεις).
- Στην περίπτωση που μια σφαίρα προσπίπτει πάνω σε ένα ακλόνητο επίπεδο και ανακλάται, γωνία πρόσκρουσης ονομάζεται η γωνία που σχηματίζει η εφαπτομένη της τροχιάς της σφαίρας με τον κάθετο άξονα του επιπέδου στο σημείο κρούσης (γωνία α), ενώ γωνία ανταπόδοσης η γωνία που σχηματίζει η εφαπτομένη της τροχιάς της σφαίρας μετά την κρούση με τον ίδιο κάθετο άξονα (γωνία β).

Πλάγια κρούση 2



- Σφαίρα μάζας m , κινούμενη με ταχύτητα V_1 , προσπίπτει με γωνία πρόσκρουσης α σε σταθερό επίπεδο.
- Κατά την επαφή της με το επίπεδο η σφαίρα δέχεται δύναμη F , όχι κάθετη στο επίπεδο επαφής. Η F αναλύεται στις κάθετες συνιστώσες F_1 και F_2 .
- Η F_1 προκαλεί μεταβολή της ορμής στη διεύθυνση του άξονα y , ενώ η F_2 στη διεύθυνση του άξονα x .
- Ο συντελεστής κρούσης θα είναι: $e = V_2 \cos \beta / V_1 \cos \alpha$
- Έτσι, έχουμε προς επίλυση μια εξίσωση με δύο αγνώστους (V_2, β).

Πλάγια κρούση 3

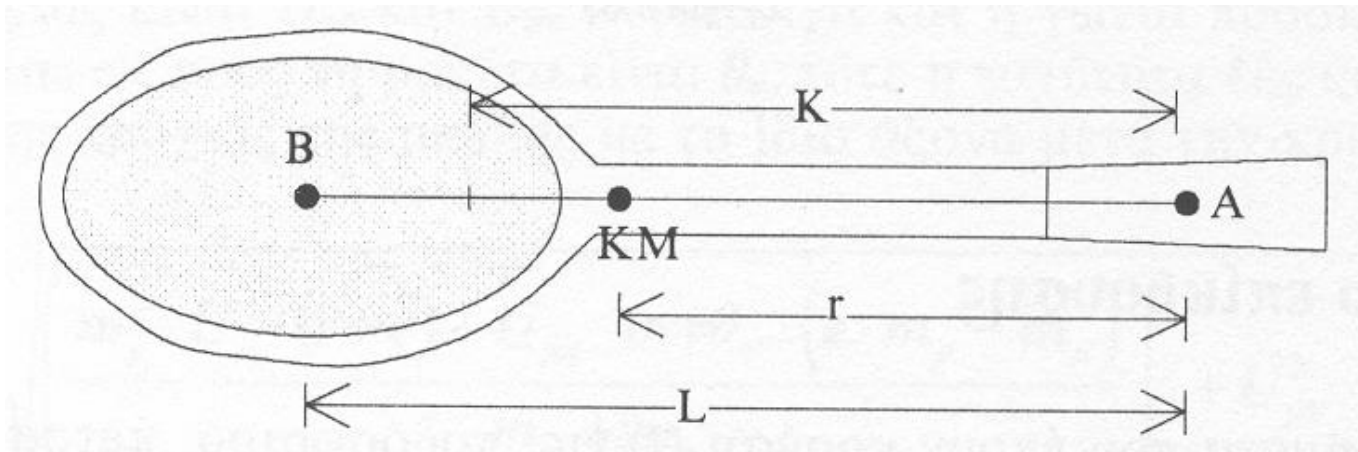


- Στην περίπτωση που η κρούση είναι ελαστική και οι επιφάνειες επαφής λείες, τότε μπορεί να θεωρηθεί ότι η δύναμη F είναι κάθετη στο επίπεδο επαφής. Σ' αυτή την περίπτωση δεν θα έχουμε μεταβολή της ορμής της σφαίρας στον άξονα x , οπότε:

$$e = V_2 \cos \beta / V_1 \cos \alpha = 1 \quad (1) \quad \text{και} \quad mV_1 \sin \alpha = mV_2 \sin \beta \quad (2)$$

- Από τις (1) και (2) προκύπτει ότι $V_1 = V_2$ και $\alpha = \beta$

Κέντρο επίκρουσης 1

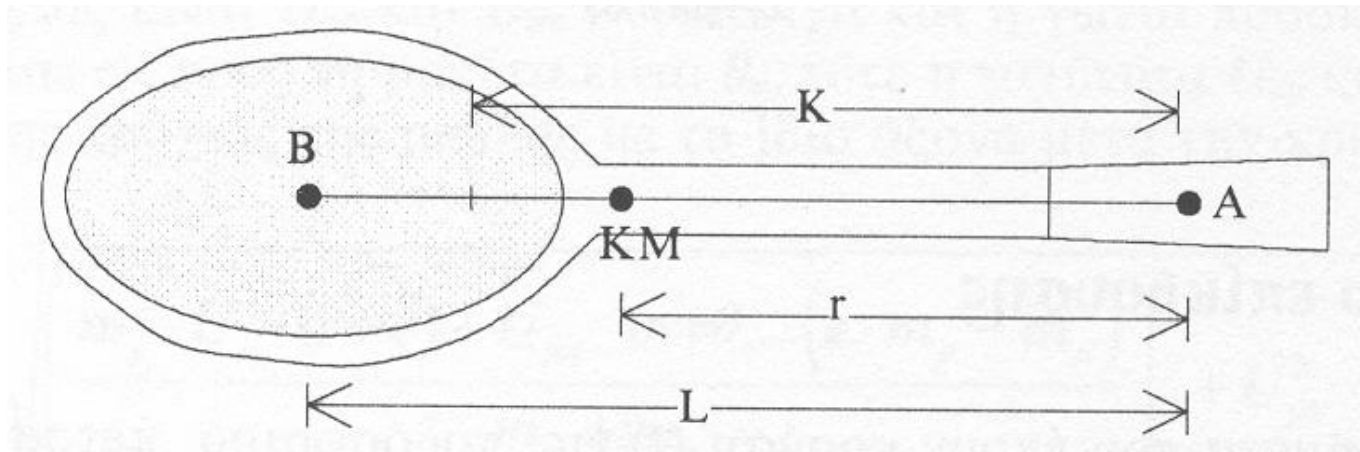


- Σε κάθε σώμα που περιστρέφεται γύρω από ένα σημείο A, υπάρχει ένα άλλο σημείο B το οποίο κατά τη σύγκρουσή του με ένα άλλο σώμα μεταφέρει τη μέγιστη δυνατή ενέργεια στο συγκρουόμενο σώμα. Το σημείο B ονομάζεται κέντρο επίκρουσης του σώματος, η δε θέση του καθορίζεται από τον τύπο:

$$L = K^2 / r$$

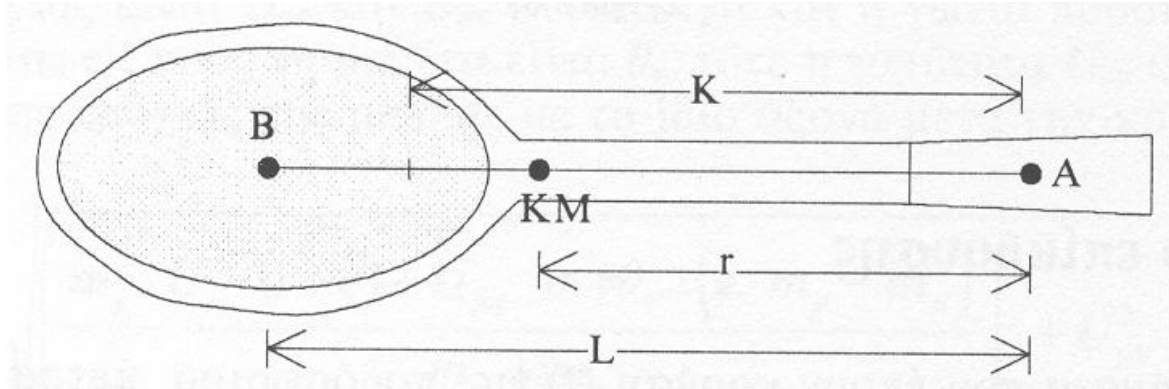
(όπου L η απόσταση του κέντρου επίκρουσης από το σημείο περιστροφής A, K η ακτίνα αδράνειας του σώματος ως προς το κέντρο περιστροφής A και r η απόσταση του κέντρου μάζας από το A)

Κέντρο επίκρουσης 2



- Αν το σώμα κρεμαστεί είτε από το σημείο B είτε από το σημείο A και τεθεί σε ταλάντωση, θα έχει την ίδια περίοδο. Αυτό βοηθά στον πειραματικό προσδιορισμό του κέντρου επίκρουσης.
- Αφού κρεμάσουμε το σώμα από το σημείο A, το θέσουμε σε ταλάντωση και μετρήσουμε την περίοδό του, επαναλαμβάνουμε το ίδιο και για διάφορα άλλα σημεία του σώματος, ώσπου να προκύψει ίδια περίοδος, οπότε αυτό θα είναι και το ζητούμενο σημείο B.

Κέντρο επίκρουσης 3



- Υπάρχει και πρακτικός τρόπος προσδιορισμού του κέντρου επίκρουσης: Κρεμάμε τη ρακέτα από το σημείο περιστροφής (σημείο λαβής) και αρχίζουμε να τη χτυπάμε ελαφρά με ένα σφυρί σε διάφορες περιοχές του πλέγματος. Σταματώντας την κίνηση της ρακέτας μετά από κάθε χτύπημα, θα εντοπίσουμε το σημείο όπου το χτύπημα παράγει ήχο υψηλής συχνότητας («τικ» αντί του «τουκ» των άλλων σημείων). Αυτό θα είναι το κέντρο επίκρουσης. Επίσης χαρακτηριστικό του γνώρισμα είναι ότι το χτύπημα σε αυτό το σημείο θα προκαλέσει μόνο περιστροφική κίνηση γύρω από το A, και όχι και μεταφορική όπως συμβαίνει με τα άλλα σημεία.

Κέντρο επίκρουσης 4



- Το κέντρο επίκρουσης παίζει σημαντικό ρόλο στις καθημερινές κινήσεις του ανθρώπου (σφυρί - καρφί), καθώς και στις αθλητικές (ρακέτα – μπάλα, χέρι – μπάλα, πόδι - μπάλα). Η κρούση με αυτό το σημείο παρέχει μηχανικό πλεονέκτημα.

Κέντρο επίκρουσης 5



- Ειδικά στις ρακέτες του τένις, το κέντρο επίκρουσης είναι το λεγόμενο «γλυκό σημείο» (sweet spot). Επιδίωξη των κατασκευαστών είναι να το τοποθετήσουν στο κέντρο συμμετρίας του πλέγματος. Αν αυτό δεν επιτευχθεί στην κατασκευή της ρακέτας, γίνονται παρεμβάσεις με την τοποθέτηση στα διάφορα σημεία του σκελετού της μικρών βαρών με τη μορφή μεταλλικής ή βαριάς πλαστικής ταινίας.
- Με αυτό τον τρόπο αλλάζει η θέση του κέντρου μάζας της ρακέτας, η ακτίνα αδράνειάς της και τελικά η θέση του κέντρου επίκρουσης. Αυτός ο τρόπος παρέμβασης δίνει επίσης τη δυνατότητα στον τενίστα να μετατοπίσει τη θέση του «γλυκού σημείου», ανάλογα με τις ανάγκες του.

Οι κρούσεις στον αθλητισμό 1



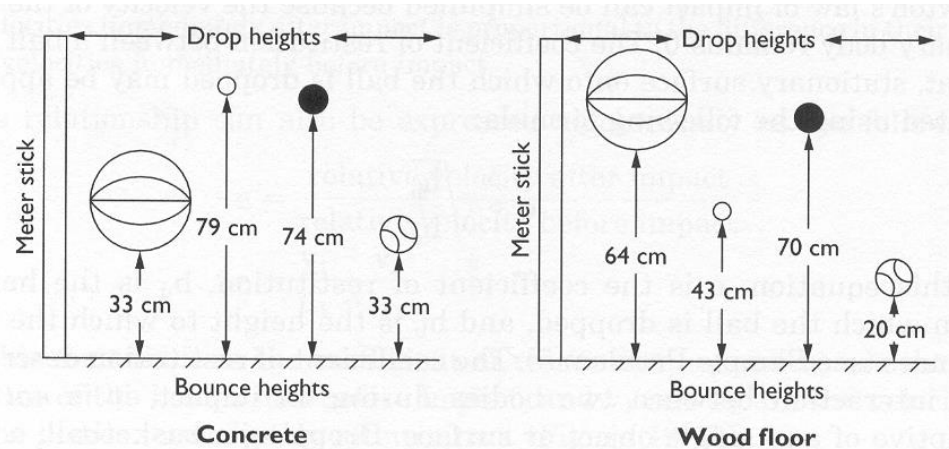
- Στις αθλητικές κινήσεις οι κρούσεις δεν είναι ούτε τελείως ελαστικές ούτε τελείως πλαστικές ($1 > e > 0$). Άλλα όργανα έχουν υψηλό συντελεστή κρούσης (ρακέτες, μπάλες, μπαστούνια) και άλλα χαμηλό (στρώματα προσγείωσης των αλμάτων).
- Για την απορρόφηση των κραδασμών (υπεύθυνοι για τραυματισμούς), που προκαλούνται στην κρούση κατά την προσγείωση του σώματος, δίνεται βαρύτητα στην κατασκευή κατάλληλων δαπέδων και αθλητικού παπουτσιού.

Οι κρούσεις στον αθλητισμό 2



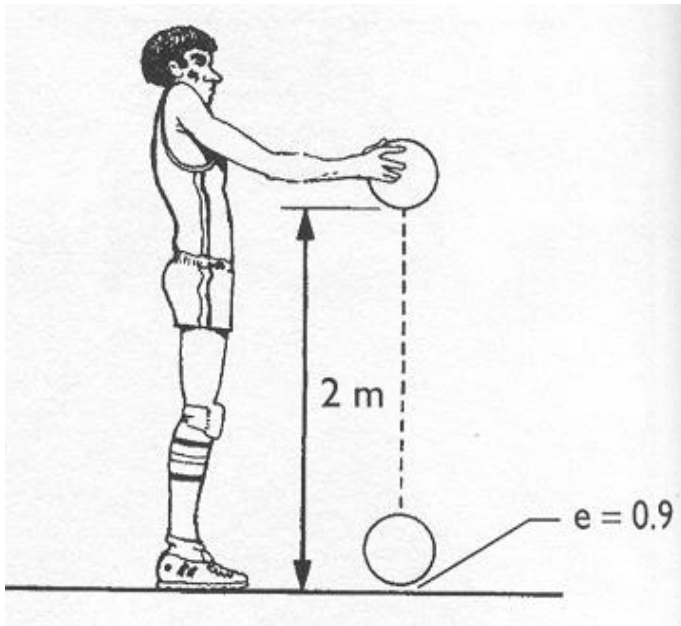
- Ένα πολύ απορροφητικό υλικό μειώνει την αθλητική απόδοση (τρέξιμο, βιάδισμα, άλματα): α) δεν ανταποδίδει ενέργεια στο σώμα του αθλητή, κάνοντας την κίνηση αντιοικονομική και β) απορροφά μέρος της ενέργειας της ώθησης, δυσκολεύοντας περισσότερο την κίνηση.
- Το ιδανικότερο υλικό (για δάπεδο, παπούτσι) είναι αυτό που απορροφά μέρος της ενέργειας της κρούσης κατά την προσγείωση, τη μετατρέπει σε ελαστική ενέργεια του δαπέδου ή του παπουτσιού και στη συνέχεια την ανταποδίδει στο σώμα (χρήση πολύπλοκων συνδυασμών υλικών).

Εφαρμογές 1



- Ο συντελεστής κρούσης (ανταπόδοσης) αφορά την αλληλεπίδραση μεταξύ δύο σωμάτων (μαζών) κατά τη διάρκεια της κρούσης. Δεν περιγράφει κάποιο σώμα ή κάποια επιφάνεια μεμονωμένα. Στην πτώση μιας μπάλας πάνω σε μια επιφάνεια (δάπεδο) η αλληλεπίδραση αυτή (συντελεστής κρούσης) εξαρτάται και από τη σύσταση της μπάλας και από τη σύσταση του δαπέδου, και εκφράζεται από το ύψος ανόδου της μπάλας ($h_{αντ}$) σε σχέση με το αρχικό ύψος ($h_{πτ}$).
- Στις εικόνες βλέπουμε το ύψος ανόδου της μπάλας (κατά σειρά μπάλας μπάσκετ, γκολφ, τένις, μπίτζμπολ) μετά από την πρόσκρουσή της αρχικά σε δάπεδο από τσιμέντο και μετά σε ξύλινο δάπεδο, με αρχικό επίπεδο άφεσης της μπάλας το 1 m.

Εφαρμογές 2



- Μια μπάλα του μπάσκετ πέφτει από ύψος 2 m στο δάπεδο. Αν ο συντελεστής κρούσης μεταξύ μπάλας και δαπέδου είναι 0.9, σε τι ύψος θα αναπηδήσει η μπάλα;

- Δεδομένα: $h_{\pi\tau} = 0.18$
 $e = 0.9$

- Λύση: $e = (h_{\alpha\nu\tau} / h_{\pi\tau})^{1/2}$

$$0.9 = (h_{\alpha\nu\tau} / 2\text{m})^{1/2}$$

$$0.81 = h_{\alpha\nu\tau} / 2\text{m}$$

- $h_{\alpha\nu\tau} = 1.6 \text{ m}$

Εμβιομηχανική ανθρωπομετρία 1

Διαδικασίες μέτρησης για τον προσδιορισμό των μηχανικών ιδιοτήτων του κινητικού μηχανισμού:

- Βασικές μετρήσεις μήκους και περιφέρειας μελών (μήκη μελών περίμετροι).
- Γεωμετρικές κατανομές της μάζας (θέση ΚΒΣ, ροπή αδράνειας της μάζας).
- Εσωτερική γεωμετρία του κινητικού συστήματος (κατασκευή αρθρώσεων, θέση του άξονα της άρθρωσης, μοχλοβραχίονες μυών, μήκη μυών).
- Αντοχή των υλικών του κινητικού συστήματος (ελαστικότητα, πλαστικότητα, όριο θραύσης).

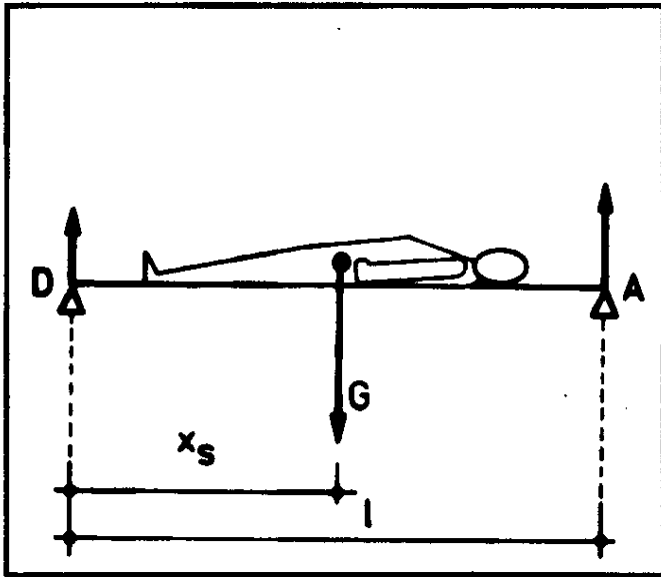
Εμβιομηχανική ανθρωπομετρία 2

- Η γνώση της θέσης του ΚΒΣ (Κέντρο Βάρους του Σώματος) ή του ΚΜΣ (Κέντρο Μάζας του Σώματος) έχει μεγάλη σημασία στις εμβιομηχανικές αναλύσεις και στην αξιολόγηση της τεχνικής των αγωνισμάτων.
- Η θέση του ΚΒΣ εξαρτάται από τη θέση των διαφόρων μελών του σώματος. Συνεπώς μεταβάλλεται ανάλογα με τις μεταβολές της πόζας του σώματος.
- Η θέση του ΚΒΣ εξαρτάται και από τις ανατομικές αναλογίες και τις κατανομές της μάζας των μελών του σώματος (στα μεγέθη αυτά υπάρχει διακύμανση στα εξεταζόμενα άτομα, ανάλογα με το φύλο, την ηλικία, το σωματότυπο, το αγώνισμα, κλπ).
- Ο προσδιορισμός της θέσης του ΚΒΣ γίνεται με την πειραματική και την αναλυτική μέθοδο.

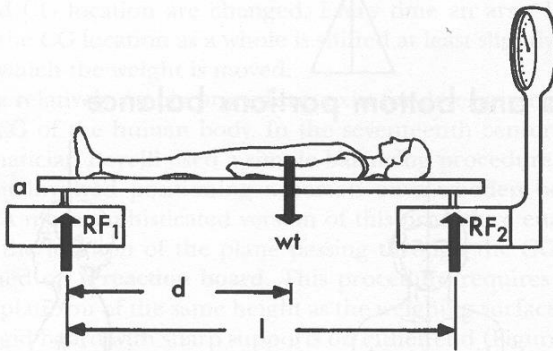
Πειραματική μέθοδος προσδιορισμού ΚΒΣ

- Λαμβάνουμε υπόψη ότι ένα σώμα που βρίσκεται στο πεδίο βαρύτητας της γης μπορεί να διατηρήσει την ισορροπία του όταν η δύναμη του βάρους του (που εφαρμόζεται στο ΚΒΣ) μπορεί να εξουδετερωθεί με μια δύναμη ίση και αντίθετη.
- Η διαδικασία της μέτρησης είναι μηχανική ή ηλεκτρονική.
- Ο προσδιορισμός του ΚΒΣ είναι πρόβλημα ορισμού της θέσης ενός σημείου στο χώρο (τρεις διαστάσεις).
- Απλοποιείται πολλές φορές (ανάλογα με το βαθμό προσέγγισης) σε πρόβλημα δύο διαστάσεων (εντοπισμός του ΚΒΣ στο εγκάρσιο επίπεδο) ή σε μια διάσταση (ύψος του ΚΒΣ στον κατακόρυφο επιμήκη άξονα του σώματος).

Προσδιορισμός ΚΒΣ στον επιμήκη άξονα 1

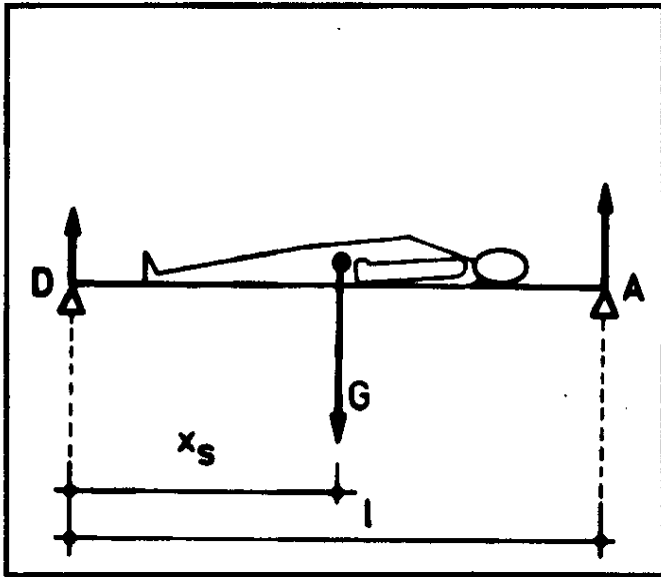


- Προσδιορισμός του ΚΒΣ στον επιμήκη άξονα του σώματος (χαλαρή όρθια θέση, τα χέρια προς τα κάτω).
- Ο δοκιμαζόμενος τοποθετείται σε ύπτια κατάκλιση πάνω σε επίπεδη επιφάνεια (σανίδα αντίδρασης), που στηρίζεται σε δύο βάσεις.
- Η βάση D σταθερή, στην A υπάρχει ζυγαριά (μετράει την εφαρμοζόμενη κατακόρυφη δύναμη στο σημείο A).
- Στο ΚΒΣ εφαρμόζεται η δύναμη G σε απόσταση x_s από το D. Η συνολική απόσταση DA = l.



$$\begin{aligned}\Sigma T_2 &= 0 \\ \Sigma T_a &= (RF_2 \times l) - (wt \times d) \\ 0 &= (RF_2 \times l) - (wt \times d) \\ d &= \frac{RF_2 \times l}{wt}\end{aligned}$$

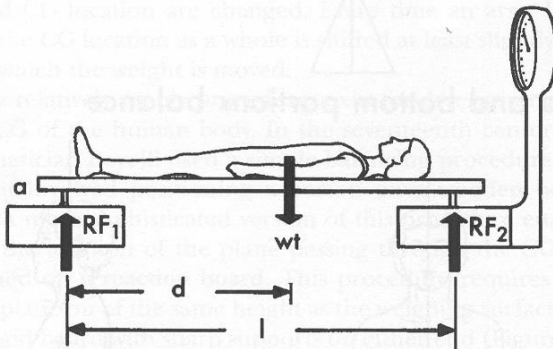
Προσδιορισμός ΚΒΣ στον επιμήκη άξονα 2



- Σε κατάσταση ισοροπίας :
Ως προς το σημείο περιστροφής D, θα πρέπει το σύνολο των ροπών (δύναμη του βάρους G, δύναμη στο σημείο A) να είναι ίσο με μηδέν.

$$G \cdot x_s - A \cdot l = 0$$

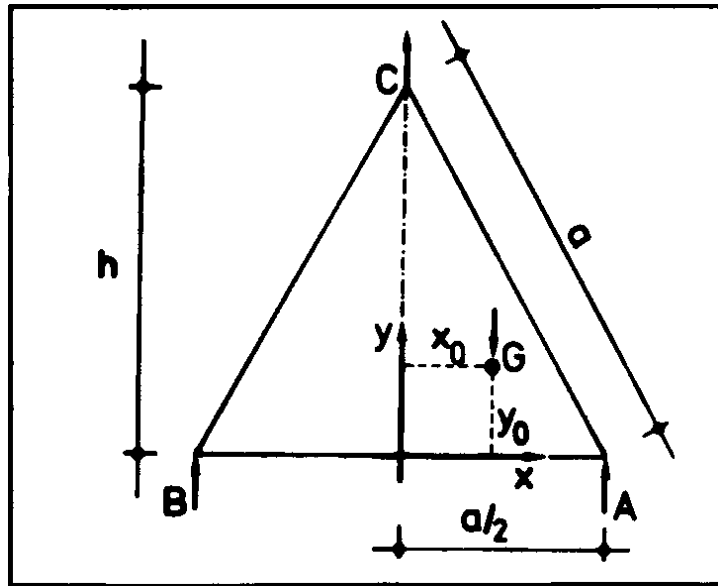
$$x_s = (A / G) \cdot l$$



$$\begin{aligned}\Sigma T_2 &= 0 \\ \Sigma T_G &= (RF_2 \times l) - (wt \times d) \\ 0 &= (RF_2 \times l) - (wt \times d) \\ d &= \frac{RF_2 \times l}{wt}\end{aligned}$$

- Όταν είναι γνωστή η δύναμη του βάρους G (σωματικό βάρος), μπορούμε να μετρήσουμε την απόσταση x_s και να προσδιορίσουμε τη θέση του ΚΒΣ στον επιμήκη άξονα.

Προσδιορισμός ΚΒΣ στο εγκάρσιο επίπεδο 2



- Ισχύουν οι προϋποθέσεις ισορροπίας :
- $G (h - y_0) - (A + B)h = 0$
- $G \cdot x_0 + (B \cdot a/2) - (A \cdot a/2) = 0$
- Έτσι οι συντεταγμένες του ΚΒΣ δίνονται από τις σχέσεις :
 $x_0 = a/2 \cdot [(A - B)/G]$
(όταν $B > A$, $x_0 < 0$)
 $y_0 = h \cdot (G - A - B) / G$
- Γνωρίζοντας τη δύναμη του βάρους G και υπολογίζοντας τα A και B μπορούμε να υπολογίσουμε τη θέση του ΚΒΣ στο επίπεδο.

Προσδιορισμός ΚΒΣ στο εγκάρσιο επίπεδο 3

- Η θέση του ΚΒΣ είναι διαφορετική από άτομο σε άτομο, και μεταξύ των άλλων εξαρτάται και από την κατασκευή και την πυκνότητα του σώματος, καθώς και από την κατανομή των ιστών του.
- Τα σφάλματα που διαπράττονται σε αυτή τη μέθοδο προσδιορισμού του ΚΒΣ οφείλονται:
 - 1) Στην ασταθή διατήρηση της συγκεκριμένης θέσης
 - 2) Στη μετατόπιση των μαλακών μορίων και υγρών του σώματος στο οριζόντιο επίπεδο, λόγω της στροφής του σώματος κατά 90°
 - 3) Στη διαφοροποίηση του μυϊκού τόνου (στατική θέση, σε διαφορετική κατεύθυνση με την πραγματική ως προς τη βαρύτητα)

Αδυναμία εφαρμογής της πειραματικής μεθόδου

- 1) Όταν δεν έχουμε στη διάθεσή μας τον δοκιμαζόμενο (στους αγώνες).
- 2) Οι στατικές θέσεις του σώματος δεν μπορούν να αποδοθούν ικανοποιητικά ή αποδίδονται μόνο εν μέρει (π.χ. τρισδιάσταση κίνηση).
- 3) Ο αριθμός των θέσεων του σώματος που θέλουμε να εξετάσουμε είναι πολύ μεγάλος (π.χ. μεταβολή του ΚΒΣ στο πέρασμα των εμποδίων).
- Λύση δίνει η εφαρμογή της αναλυτικής μεθόδου, που βασίζεται στη μοντελοποίηση των επιμέρους μαζών και της θέσης του ΚΒ των επιμέρους μελών του σώματος, τα οποία λαμβάνονται υπόψη ως συμπαγή και άκαμπτα μέρη του σώματος.

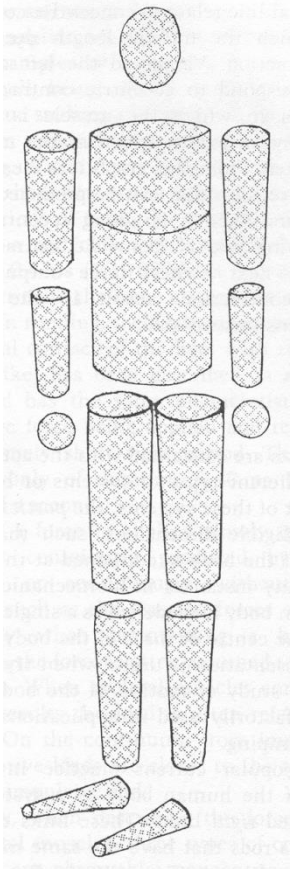
Ανθρωπομετρικά δεδομένα

ΘΕΣΗ ΤΟΥ Κ.Μ. ΜΕΛΩΝ ΤΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ
(% του μήκους του μέλους από το κοντινό σημείο)

Μέλος	Q1
Κορμός	50.0
Κεφάλι + αυχένας	56.7
Βραχίονας	43.6
Πήχης + χέρι	67.7
Πήχης	43.0
Παλάμη	50.6
Μηρός	43.3
Κνήμη	43.3
πόδι	24.9

Ανθρωπομετρικά δεδομένα

Επιμέρους μάζες - Ποσοστιαία απόσταση των ΚΜ των μελών

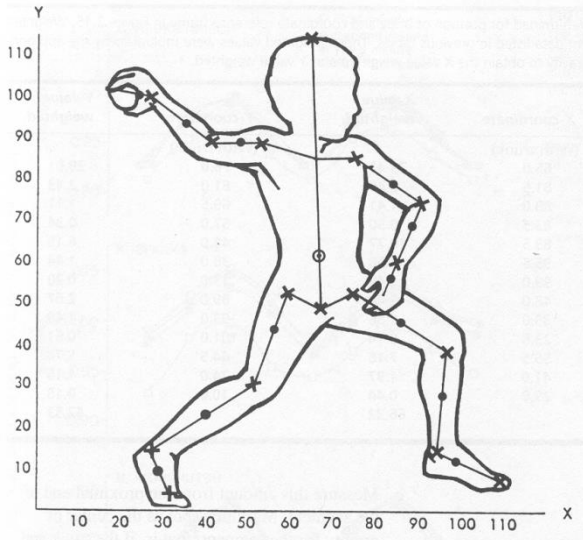


Μέλος	μι επί τοις %	ρι επί τοις %
Κεφάλι	7	50
Θώρακας	43	44
Μηρός	14	44
Κνήμη	4,5	42
Πέλμα	1,5	44
Βραχίονας	2,7	47
Πύχης	1,6	42*
Παλάμη	0,7	
Κεφάλι και Θώρακας	50	
Πόδι	20	
Χέρι	5	

*αφορά το μήκος του πύχη

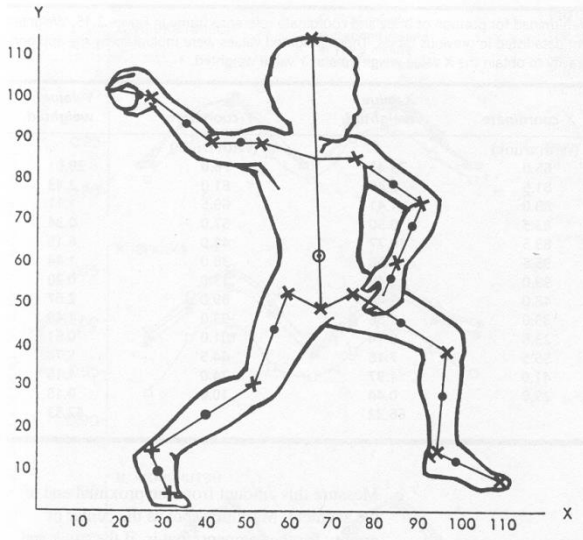
Αναλυτική μέθοδος

- Το ΚΒΣ προσδιορίζεται από τις μάζες και τη θέση το ΚΒ των μελών από τα οποία απαρτίζεται το σώμα.
- Προϋπόθεση είναι η ύπαρξη ανθρωπομετρικών στοιχείων για το μήκος των μελών, τη θέση του ΚΒ του κάθε μέλους σχετικά με τα άκρα του μέλους, την ολική μάζα του ατόμου και τη σχέση της επιμέρους μάζας του κάθε μέλους σχετικά με τη συνολική μάζα του ατόμου.
- Η μέθοδος εφαρμόζεται όταν χρησιμοποιούμε φιλμ ή βίντεο για κινηματική ανάλυση.
- Η θέση ενός μέλους του σώματος (π.χ. μηρός) προσδιορίζεται από τις συντεταγμένες του κοντινού (proximal) σημείου (ισχίο) και τις συντεταγμένες του μακρινού (distal) σημείου (γόνατο), συντεταγμένες ως προς κάποιο σημείο αναφοράς.

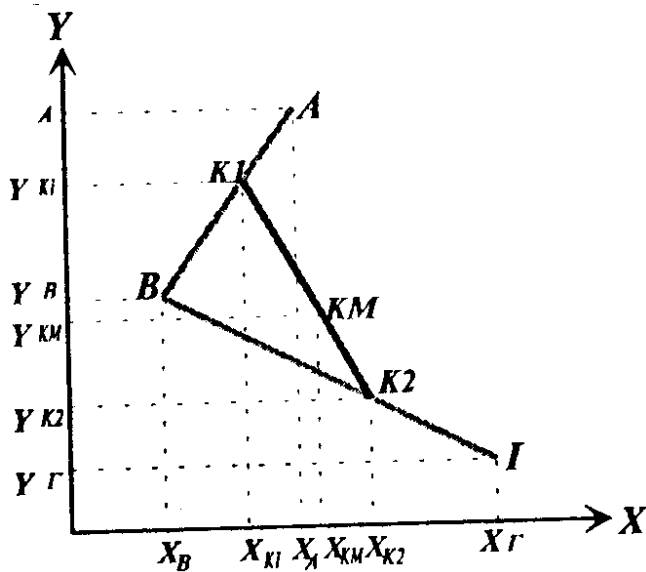


Αναλυτική μέθοδος

- Το ΚΒΣ προσδιορίζεται από τις μάζες και τη θέση το ΚΒ των μελών από τα οποία απαρτίζεται το σώμα.
- Προϋπόθεση είναι η ύπαρξη ανθρωπομετρικών στοιχείων για το μήκος των μελών, τη θέση του ΚΒ του κάθε μέλους σχετικά με τα άκρα του μέλους, την ολική μάζα του ατόμου και τη σχέση της επιμέρους μάζας του κάθε μέλους σχετικά με τη συνολική μάζα του ατόμου.
- Η μέθοδος εφαρμόζεται όταν χρησιμοποιούμε φιλμ ή βίντεο για κινηματική ανάλυση.
- Η θέση ενός μέλους του σώματος (π.χ. μηρός) προσδιορίζεται από τις συντεταγμένες του κοντινού (proximal) σημείου (ισχίο) και τις συντεταγμένες του μακρινού (distal) σημείου (γόνατο), συντεταγμένες ως προς κάποιο σημείο αναφοράς.



Εύρεση του ΚΒ δύο μελών 1



Σχήμα 5.5

- Θέλουμε να βρούμε τη θέση του ΚΒ (συντεταγμένες του) των δύο μελών του σώματος.
- Έστω οι συντεταγμένες των τριών σημείων είναι :

$$(X_A, Y_A) = (30\text{cm}, 50\text{cm})$$

$$(X_B, Y_B) = (10\text{cm}, 20\text{cm})$$

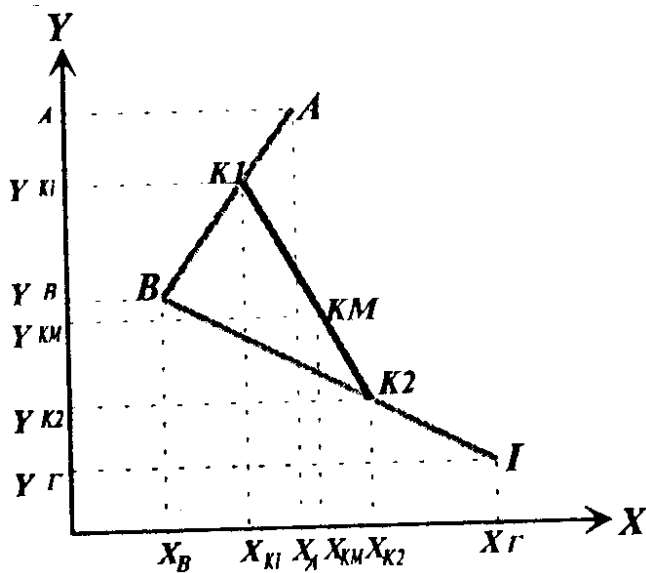
$$(X_\Gamma, Y_\Gamma) = (60\text{cm}, 0\text{cm})$$

- $L_{AB} = [(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2]^{1/2} = [(10 - 30)^2 + (20 - 50)^2]^{1/2} = 36,06 \text{ cm}$
- $L_{B\Gamma} = [(X_\Gamma - X_B)^2 + (Y_\Gamma - Y_B)^2]^{1/2} = [(60 - 10)^2 + (0 - 20)^2]^{1/2} = 53,85 \text{ cm}$

- Αν $AB = 10,8 \text{ Kg}$ και $B\Gamma = 7,2 \text{ Kg}$ η συνολική μάζα των δύο μελών είναι $M = 18 \text{ Kg}$. Το AB έχει το 60% και το BΓ το 40% της συνολικής μάζας Γ.

Εύρεση του ΚΒ δύο μελών 2

- Για τον προσδιορισμό του ΚΒ των δύο μελών απαιτείται η γνώση του ΚΒ του κάθε μέλους (πλατφόρμα αντίδρασης).
- Έστω ότι Κ1 το ΚΒ του ΑΒ και ότι απέχει 16 cm από το Α (0,44 του μήκους του ΑΒ) και Κ2 το ΚΒ του ΒΓ και ότι απέχει 35 cm από το Β (0,65 του μήκους του ΒΓ).
- Οι συντεταγμένες των Κ1 και Κ2 είναι (X_{K1}, Y_{K1}) και (X_{K2}, Y_{K2}) αντίστοιχα. Έτσι από το θεώρημα του Θαλή για τα ευθύγραμμα τμήματα που τέμνονται από παράλληλες ευθείες προκύπτει :



Σχήμα 5.5

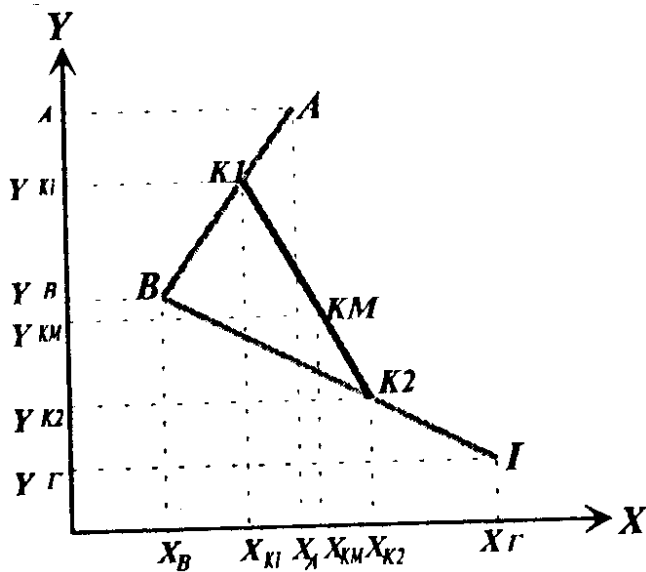
$$X_{K1} = X_A - (X_A - X_B) \cdot 0,44 = 21,2\text{cm}$$

$$Y_{K1} = Y_A - (Y_A - Y_B) \cdot 0,44 = 36,8\text{cm}$$

$$X_{K2} = X_B - (X_B - X_G) \cdot 0,65 = 42,5\text{cm}$$

$$Y_{K2} = Y_B - (Y_B - Y_G) \cdot 0,65 = 7,0\text{cm}$$

Εύρεση του ΚΒ δύο μελών 3



Σχήμα 5.5

- Το πρόβλημα συνίσταται στην εύρεση του ΚΒ δύο γνωστών σημειακών μαζών $K1 = 10,8 \text{ Kg}$ και $K2 = 7,2 \text{ Kg}$ με συντεταγμένες $(X_{K1}, Y_{K1}) = (21,2\text{cm}, 36,8\text{cm})$ για την πρώτη και $(X_{K2}, Y_{K2}) = (42,5\text{cm}, 7,0\text{cm})$ για τη δεύτερη.
- Αν το σημείο ΚΜ είναι το ΚΒ ή το Κέντρο Μάζας των δύο μελών με συντεταγμένες (X_{KM}, Y_{KM}) τότε οι ροπές σε κάθε άξονα γύρω από το ΚΜ είναι ίσες με μηδέν και ισχύει :

$$X_{KM} = X_{K1} \cdot (K1/M) + X_{K2} \cdot (K2 / M) = (21,2 \cdot 0,6) + (42,5 \cdot 0,4) = 29,72 \text{ cm}$$

$$Y_{KM} = Y_{K1} \cdot (K1/M) + Y_{K2} \cdot (K2 / M) = (36,8 \cdot 0,6) + (7,0 \cdot 0,4) = 24,88 \text{ cm}$$

Γενικός τύπος προσδιορισμού του ΚΒΣ

$$C_{\text{Κ.Μ.}} = \sum [P_i - (P_i - D_i) \cdot q_i] \cdot m_i$$

όπου $i = 1$ έως n

Εφαρμογές 1

- Να προσδιοριστεί η θέση του ΚΜ του μηρού, όταν οι συντεταγμένες των άκρων του είναι για το κοντινό (0.45 m, 0.78 m) και για το μακρινό (0.41 m, 0.47 m).
- Λύση
Σύμφωνα με τα δεδομένα του Dempster η απόσταση της θέση του ΚΜ του μηρού από το κοντινό σημείο είναι ίση με το 43.3% (0.433) του μήκους του μέλους (του μηρού).
Επομένως στο γενικό τύπο $P_i - ((P_i - D_i) \cdot q_i)$, όπου q βάζουμε 0.433 και όπου P και D τις συντεταγμένες (ξεχωριστά για X και Y) του κοντινού και μακρινού σημείου αντίστοιχα:

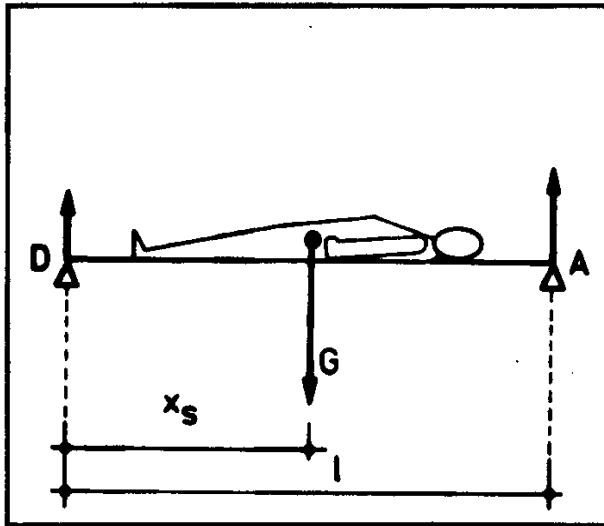
$$X = 0.45 - ((0.45 - 0.41) * 0.433) = 0.4327$$

$$Y = 0.78 - ((0.78 - 0.47) * 0.433) = 0.645$$

Άρα η θέση του ΚΜ του μηρού είναι $(X,Y) = (0.4327, 0.645)$

Εφαρμογές 2

- Αν το βάρος του ατόμου είναι $G = 800 \text{ N}$, το μήκος της σανίδας είναι $l = 2 \text{ m}$, και η ένδειξη του βάρους στη ζυγαριά στο σημείο A (μετατροπή των Kg σε N) είναι $A = 396 \text{ N}$, να προσδιοριστεί η θέση του ΚΜΣ (η τιμή x_s).



- Λύση

Για να ισορροπεί το σύστημα πρέπει:

$$G \cdot x_s - A \cdot l = 0$$

$$\text{Οπότε } x_s = (A / G) \cdot l = (396 \text{ N} / 800 \text{ N}) \cdot 2 \text{ m}$$

$$x_s = 0.99 \text{ m}$$

Άρα το ΚΜΣ βρίσκεται σε απόσταση 99 cm από το άκρο D .