

ΤΥΠΟΙ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ

Συστηματικά	Τυχαία
<p>α. οργάνων (π.χ. ελλιπής βαθμονόμηση)</p> <p>β. παρατήρησης (π.χ. σφάλμα παράλληλης κατά την ανάγνωση της ένδειξης της κλίμακας αναλογικού πολυμέτρου)</p> <p>γ. περιβάλλοντος (π.χ. πτώση ή άνοδος θερμοκρασίας ή τάσης δικτύου)</p> <p>δ. θεωρητικά (π.χ. μη μηδενική αντίσταση αμπερομέτρου, μη άπειρη αντίσταση βολτομέτρου)</p>	<p>α. παρατήρησης (π.χ. κατά την ανάγνωση της κλίμακας)</p> <p>β. περιβάλλοντος (π.χ. διακυμάνσεις της τάσης δικτύου, της θερμοκρασίας, μηχανικές δονήσεις της διάταξης...)</p>

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΤΥΧΑΙΩΝ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ

n διαδοχικές μετρήσεις ενός φυσικού μεγέθους **y**

$$y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$$

μέση αριθμητική τιμή \bar{y}

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

τυπική απόκλιση σ

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n-1}}$$

$$d_i = y_i - \bar{y}$$

τυπικό σφάλμα της μέσης τιμής
ή πειραματικό σφάλμα

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n(n-1)}}$$

Αποτέλεσμα μέτρησης

$$\bar{y} \pm \sigma_m$$

πραγματικό % σχετικό σφάλμα ϵ

$$\varepsilon = \frac{Y - y}{Y} 100\%$$

Y: πραγματική τιμή, y: μετρηθείσα τιμή

ΜΕΤΑΔΟΣΗ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ

Υπολογισμός του πειραματικού σφάλματος Δw ενός μεγέθους $w(x,y,z)$ όταν Δx , Δy , Δz είναι τα πειραματικά σφάλματα των μετρηθέντων μεγεθών x , y , z αντίστοιχα:

$$\Delta w = \sqrt{\left(\frac{\partial w}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \Delta y\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \Delta z\right)^2}$$

ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΨΗΦΙΑ

Πρέπει να αναγράφονται τόσα ψηφία, όσα επιτρέπει η ακρίβεια της μεθόδου μέτρησης, π.χ.:

$$121 \pm 1$$

$$54,1 \pm 0,1$$

$$15,28 \pm 0,12$$

$$7,125 \pm 0,014$$

Στρογγυλοποίηση δεκαδικών: $1,2345 \approx 1,235 \approx 1,24 \approx 1,2$

Κατά την πρόσθεση, την αφαίρεση, τον πολλαπλασιασμό ή διαίρεση αριθμών που προέρχονται από μετρήσεις, το τελικό αποτέλεσμα έχει τόσα σημαντικά ψηφία, όσα και ο λιγότερο ακριβής αριθμός, π.χ.:

$$L = L_1 + L_2 + L_3 = 0,765 \text{ m} + 3,3 \text{ m} + 28,71 \text{ m} = 32,8 \text{ m} \quad \text{λάθος: } L = 32,775 \text{ m}$$

$$A = L_1 \cdot L_2 = 2,4 \text{ m} \cdot 3,78 \text{ m} = 9,1 \text{ m}^2$$

$$\text{λάθος: } A = 9,072 \text{ m}^2$$

Στα ενδιάμεσα αποτελέσματα κρατάμε ένα ψηφίο επιπλέον απ' ό,τι ορίζει ο παραπάνω κανόνας, π.χ.:

$$\text{Αρχικές τιμές: } S = 0,20 \text{ m}, t = 0,19 \text{ s. Ενδιάμεσο αποτέλεσμα: } t^2 = 0,036 \text{ s}^2$$

$$\text{Τελικό αποτέλεσμα: } a = S/t^2 = 5,55556 \text{ m/s}^2 \approx 5,56 \text{ m/s}^2$$

ΤΕΧΝΙΚΗ ΤΗΣ ΓΡΑΦΙΚΗΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ

(σκοπός:....εύρεση σχέσης μεταξύ των μετρηθέντων μεγεθών...)

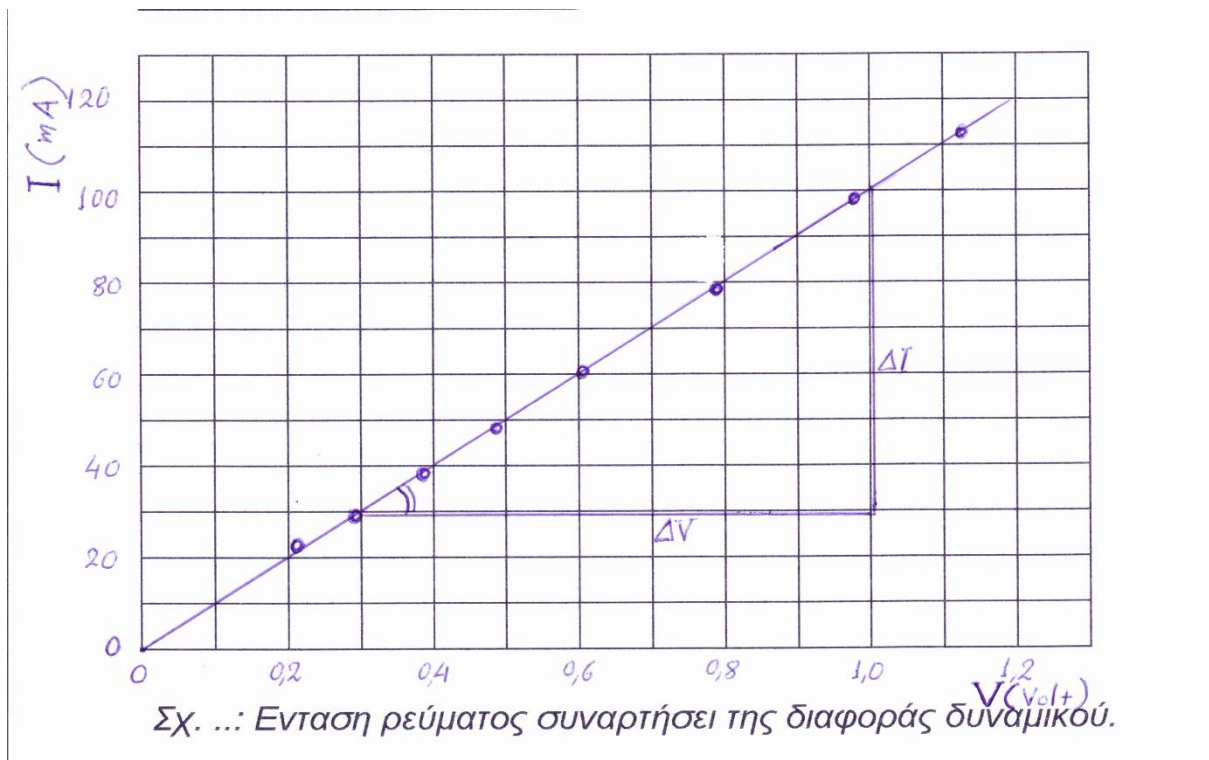
1. Επιλέγουμε ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων x και y .
2. Η ανεξάρτητη μεταβλητή λαμβάνει τον οριζόντιο άξονα x και η εξαρτημένη μεταβλητή τον κατακόρυφο άξονα y .
3. Σημειώνουμε κατά μήκος των αξόνων τα σύμβολα των μεγεθών με τις μονάδες μέτρησής τους.
4. Επιλέγουμε την κατάλληλη κλίμακα για κάθε άξονα, ώστε να χρησιμοποιήσουμε ολόκληρη την διαθέσιμη επιφάνεια του χαρτιού (μερικές φορές είναι απαραίτητο ένας άξονας να μη ξεκινά από το μηδέν !!!)
5. Ευρίσκουμε και σημειώνουμε τα σημεία (x,y) των μετρηθέντων ή υπολογισμένων μεγεθών (αν είναι απαραίτητο, με τα σφάλματά τους...).
6. Υπολογίζουμε – σχεδιάζουμε την καλύτερη καμπύλη ή ευθεία που ορίζεται από τα πειραματικά σημεία.
7. Δίνουμε στη γραφική παράσταση έναν σύντομο και περιεκτικό τίτλο.

Παραδείγματα

Παράδειγμα 1°

Πίνακας ...:

V [V]	I [mA]
0,220	21,9
0,290	29,2
0,387	38,7
0,484	48,5
0,607	60,9
0,787	79,0
0,974	97,7
1,047	105,0



Τα σημεία ευρίσκονται επί της ευθείας $I = k V$

Η κλίση k της ευθείας υπολογίζεται ως εξής:

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta V} = \frac{100 - 30 \text{ (mA)}}{1,0 - 0,3 \text{ (V)}} = \frac{70 \text{ (mA)}}{0,7 \text{ (V)}} = 0,1 \text{ (A/V)}$$

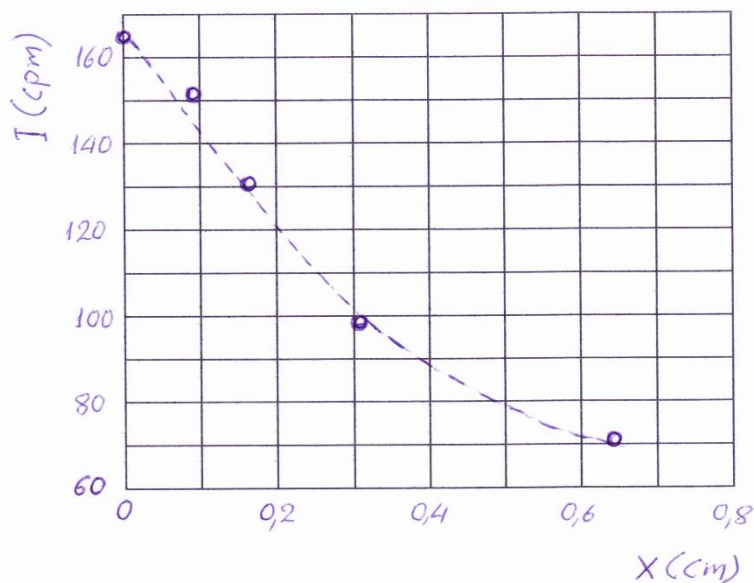
Το k παριστάνει την αγωγιμότητα G του αγωγού. Το αντίστροφο της αγωγιμότητας $1/G$ είναι η αντίσταση R
 $R = 1/G = 10 \Omega$

Παράδειγμα 2°

$$I = I_0 e^{-kx} \rightarrow \ln I = \ln I_0 - kx \quad (\text{εξίσωση ευθείας})$$

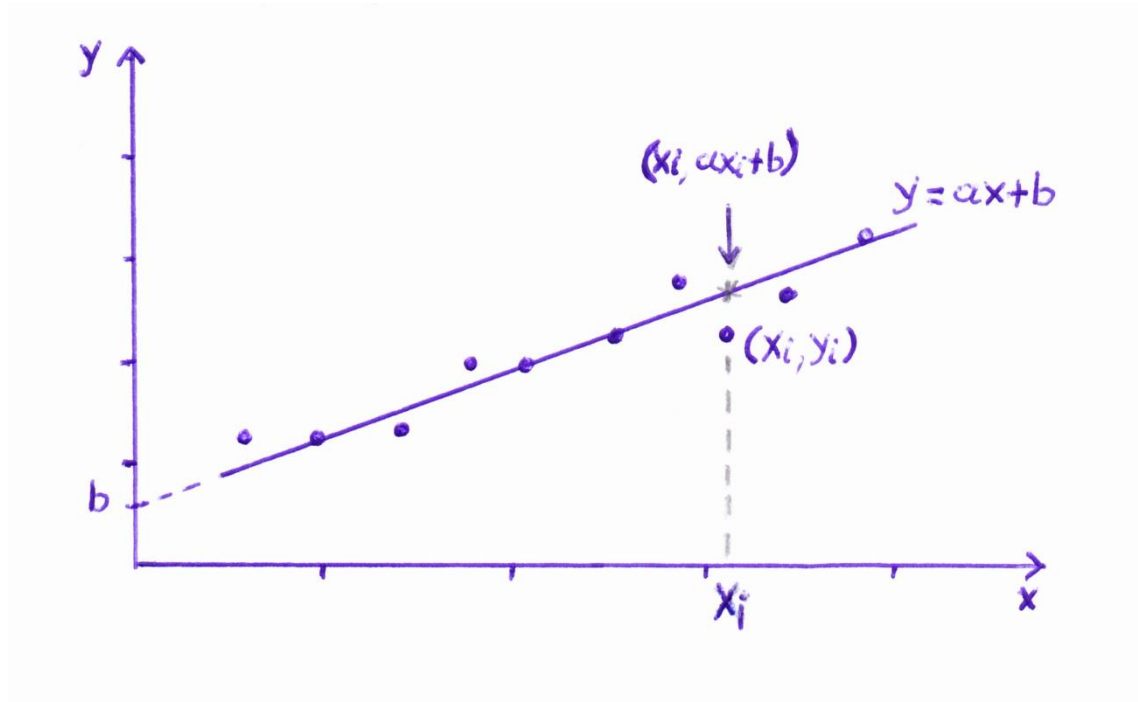
Πίνακας ...: Ένταση των ακτίνων γ κατά την έξοδό τους από απορροφητή πάχους x .

x [cm]	I [cpm]
0	164
0,08	152
0,16	130
0,32	97
0,64	71



Σχ...: Ένταση των ακτίνων γ συναρτήσει του πάχους του απορροφητή

ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ



Πειραματικά σημεία (x_i, y_i) . Σφάλματα έχουν μόνο οι τιμές των y_i .

Προσέγγιση των πειραματικών σημείων με ευθεία: $y = ax + b$

Προσδιορισμός των a, b .

Αν d_i είναι η κατακόρυφη απόκλιση του i -οστού πειραματικού σημείου από την πλέον άριστη ευθεία

$$d_i = y_i - (ax_i + b)$$

Κριτήριο για την εύρεση της πλέον άριστης ευθείας:

Το άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων των πειραματικών τιμών από τις θεωρητικές να είναι ελάχιστο.

$$S = \sum (y_i - ax_i - b)^2 = \min$$

$$\frac{\partial S}{\partial a} = -2 \sum x_i (y_i - ax_i - b) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = -2 \sum (y_i - ax_i - b) = 0$$

$$a \sum x_i^2 + b \sum x_i = \sum x_i y_i$$

$$a \sum x_i^2 + bn = \sum y_i$$

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΤΙΤΛΟΣ ΤΗΣ ΑΣΚΗΣΗΣ

Ημερομηνία εκτέλεσης του πειραματικού μέρους της άσκησης:

1. Περίληψη
2. Θεωρητικό μέρος
3. Πειραματικό μέρος
4. Αποτελέσματα
5. Σχολιασμός των αποτελεσμάτων
6. Συμπεράσματα
7. Απαντήσεις των ερωτήσεων
8. Βιβλιογραφία