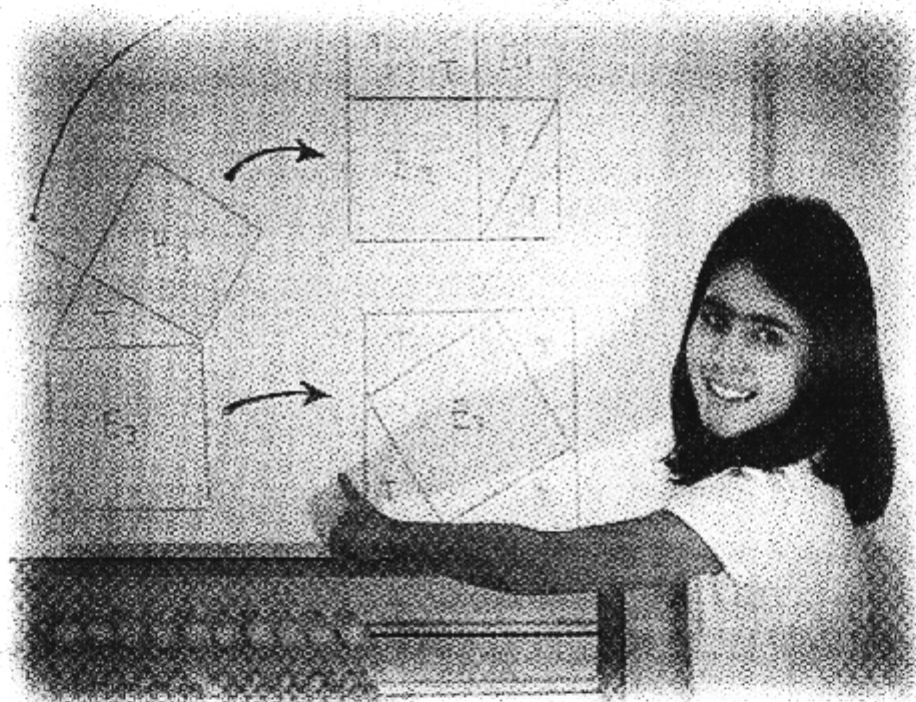


ΤΟ ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑ ΚΑΙ Η ΑΠΟΔΕΙΞΗ ΣΤΑ ΣΧΟΛΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΧΑΣΑΠΗΣ
Επιμέλεια



**2ο Διήμερο Διαλόγου
για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών
15 & 16 Μαρτίου 2003**

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης
Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης
Διδασκαλείο Δημοτικής Εκπαίδευσης «Δημήτρης Γληνός»

Επιχειρηματολογία και παιδιά Ρομά - το πέρασμα από τα προσωπικά βιώματα στην μαθηματική σκέψη

Άννα Χρονάκη

*Παιδαγωγικό Τμήμα Προσχολικής Εκπαίδευσης,
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας*

1. Η επιχειρηματολογία ως λόγος μαθηματικός

Ως επιχειρηματολογία γνωρίζουμε το μέρος εκείνο της ρητορικής που σχετίζεται με την προσπάθεια ενός ατόμου να πείσει ένα ακροατήριο χρησιμοποιώντας τον λόγο ως κύριο εργαλείο. Η επιχειρηματολογία στον χώρο των μαθηματικών συνδέεται στενά με την απόδειξη και την επίσημη ή την τυπική λογική. Η αναλυτική επιχειρηματολογία, όπως την ονομάζει ο Toulmin (1969) αποτελεί μια λογικά σωστή επαγωγή η οποία δεν περιέχει στην περίληψη της ή στο σύνολό της κάτι ξεχωριστό από τα ίδια τα συστατικά της. Στην ουσία γνωστοποιεί στοιχεία της σημασίας των προτάσεων και των συλλογισμών κάνοντας χρήση της επαγωγής. Έτσι, η αναλυτική επιχειρηματολογία αποτελεί ταυτολογία, με την έννοια ότι αποσκοπεί στην διασαφήνιση λανθανόντων σημείων μιας πρότασης. Όμως, αν αυτά τα τυπικά λογικά συμπεράσματα αποτελούν τον μόνο νομοθετικό τύπο επιχειρηματολογίας, τότε ο χώρος της ορθολογιστικής επικοινωνίας θα ήταν τελείως φτωχός και συρρικνωμένος σε μερικούς κανόνες λογικής, και ταυτόχρονα η επιχειρηματολογία σαν ένας πιθανός τρόπος επικοινωνίας βασισμένος στον ορθολογισμό δεν θα αφορούσε την διδακτική των μαθηματικών.

Σε αντίθεση, η ουσιαστική επιχειρηματολογία, όπως περιγράφεται από τον Toulmin (1969), διευρύνει την σημασία των προτάσεων και των συλλογισμών, εφόσον συσχετίζουν καθαρά μια συγκεκριμένη θέση με κάποια πράξη, αλλαγή ή εφαρμογή. Έτσι, η ουσιαστική επιχειρημα-

τολογία έχει και ένα πληροφοριακό χαρακτήρα με την έννοια ότι η σημασία των προτάσεων ενισχύεται ή διαφοροποιείται με την εφαρμογή μιας νέας περίπτωσης. Με την ουσιαστική επιχειρηματολογία μια δήλωση ή μια απόφαση υποστηρίζεται σταδιακά. Αυτή η υποστήριξη δεν γίνεται μέσω μιας τυπικής λογικής διαδικασίας, όπως την γνωρίζουμε στα μαθηματικά, αλλά κινητοποιείται κυρίως από την πραγματοποίηση μιας πειστικής παρουσίασης του υπόβαθρου, των σχέσεων, των επεξηγήσεων, ή των δικαιολογήσεων μιας πράξης, δήλωσης ή συλλογισμού.

Πρόσφατες προσεγγίσεις μιας θεωρίας της επιχειρηματολογίας συμφωνούν με τα παραπάνω, ξεφεύγουν από την μονοσήμαντη πορεία στην διαδικασία της αναλυτικής επιχειρηματολογίας και δίνουν έμφαση στον επικοινωνιακό χαρακτήρα της ουσιώδης. Για παράδειγμα, η εθνομεθοδολογική προσέγγιση στον χώρο της μαθηματικής παιδείας (Krummheuer, 1996) τονίζει την σύζευξη της πράξης και της διασαφήνισης της λογικής που διέπει αυτήν την πράξη υποστηρίζοντας ότι και τα δύο θα έπρεπε να μελετώνται ως αναπόσπαστα μέρη. Έτσι, στο πλαίσιο αυτό, η επιχειρηματολογία είναι βασικά ένα κοινωνικό φαινόμενο κατά το οποίο συνεργαζόμενα άτομα προσπαθούν να προσαρμόσουν τις προθέσεις και τις ερμηνείες τους παρουσιάζοντας διαμέσω του λόγου την λογική των πράξεων τους. Αυτό ακριβώς το σημείο της διαπραγμάτευσης έχει ένα σημαντικό αντίκτυπο στην διαδικασία της μάθησης των μαθηματικών. Συγκεκριμένα σε καταστάσεις αλληλεπίδρασης μεταξύ ατόμων (π.χ. μεταξύ μαθητών, ή μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητευόμενων) παρατηρείται η ανάπτυξη της εκ προθέσεως ανάλυσης των επεξηγήσεων που διέπουν συγκεκριμένες πράξεις και αποτελέσματα όχι μόνο μετά αλλά και κατά την διάρκεια της γένεσής τους.

Άρα η ουσιώδης επιχειρηματολογία ως λόγος μαθηματικός (και λόγος χρήσιμος στην μαθηματική παιδεία) χαρακτηρίζεται από την χρήση τεχνικών και μεθόδων εγκαθίδρυσης της υποστήριξης μιας δήλωσης οι οποίες την επαναπροσδιορίζουν με τέτοιο τρόπο που δεν μπορεί να αμφισβητηθεί από άλλους. Αυτές οι τεχνικές και οι μέθοδοι αποτελούν τα επιχειρήματα τα οποία δεν απαρτίζονται μόνο από λεκτικές ανταλλαγές αλλά και από μαθηματικούς συμβολισμούς, εννοιολογικά μοντέλα, οπτικές ή φυσικές αναπαραστάσεις καθώς και των μεταξύ τους συνεργιών.

2. Μαθηματική παιδεία και παιδιά μειονοτικών ομάδων

Λαμβάνοντας λοιπόν υπόψη μια στάση για την επιχειρηματολογία όπως την περιγράψαμε παραπάνω, η διερεύνηση της φύσης της επιχειρηματολογίας σε παιδιά μικρής ηλικίας και ακόμη περισσότερο σε παιδιά που ανήκουν πολιτισμικά σε μειονοτικές ομάδες, όπως τα παιδιά Ρομά, έχει όχι μόνο νόημα αλλά αποτελεί και αναγκαιότητα αν και εφόσον αν ο στόχος μας είναι η ουσιαστική και πραγματική βελτίωση της μαθηματικής τους παιδείας. Δεν υπάρχει αμφιβολία ότι αυτά τα παιδιά βρίσκονται σε πολύ μειονεκτική θέση όσον αφορά στην αντίληψή τους για το τι αξίες πρεσβεύει το εκπαιδευτικό σύστημα το οποίο παρακολουθούν και τι είδους τεχνική ή επιστημονική γνώση προάγει. Είναι γεγονός ότι σε πολλά και διαφορετικά επίπεδα παρουσιάζονται ηχηρές διαφορές σε σχέση με την δική τους κουλτούρα. Τα παιδιά αυτά δεν έχουν μόνο ανάγκη να ενταχθούν αλλά κυρίως να αποκτήσουν τα εφόδια αυτά που θα τα βοηθήσουν να είναι ενεργή πολίτες. Προς αυτή την κατεύθυνση, μπορεί κανείς να ισχυριστεί ως ένα βαθμό, ότι τα μαθηματικά και ιδιαίτερα η δεξιότητα επιχειρηματολογίας σε πλαίσια καθημερινών προβλημάτων αποτελούν ένα σημαντικό μετα-εργαλείο και εφόδιο.

Συνεπώς, υιοθετώντας μια προσέγγιση της επιχειρηματολογίας ως ουσιώδη - δηλαδή ως έκφραση της μαθηματικής σκέψης και ως εργαλείο επικοινωνίας - έχει νόημα να θεωρήσουμε ότι τα παιδιά Ρομά, όπως και κάθε παιδί, έχουν την δυνατότητα να επιχειρηματολογούν και επιπροσθέτως έχουν το δικαίωμα και το απαιτούμενο δυναμικό να βελτιώσουν και να αναπτύξουν αυτή τη δεξιότητα.

3. Μεθοδολογία: εθνογραφία και κοινωνικο-πολιτισμική θεωρία

Ενώ τα τελευταία χρόνια έχουν οργανωθεί συγκεκριμένα προγράμματα για την εκπαίδευση των τσιγγανοπαίδων, τα αποτελέσματα ουσιαστικής τους ένταξης στο ελληνικό σχολείο δεν είναι πάντα θετικά. Όπως αναφέρει ο Γκότοβος (2002) ενώ το 1977 μόνο ένα 25% παιδιών ηλικίας 6-12 ετών παρακολουθούσαν το δημοτικό σχολείο, σήμερα το ποσοστό αυτό έχει αυξηθεί σε 74% (στοιχεία Δεκέμβρη 2000). Όμως παρόλη την αναμφισβήτητη αύξηση, η παρακολούθηση τους δεν είναι συστηματική και είτε λόγω της ημι-νομαδικής ζωής της οικογένειας εί-

τε λόγω τραυματικών εμπειριών τα παιδιά αναγκάζονται να εγκαταλείπουν το σχολείο.

Η ζωή των παιδιών αυτών είναι οργανωμένη γύρω από τον πυρήνα της οικογένειας και οι καθημερινές συνθήκες διαβίωσης είναι συνήθως κακές. Αλλάζουν συχνά τόπο κατοικίας λόγω του ότι οι γονείς χρειάζεται να ταξιδεύουν συχνά για την εργασία τους. Έρχονται από πολύ νωρίς σε επαφή με την εργασία των πατεράδων τους - κυρίως εμπόριο μικρής κλίμακας και τα κορίτσια παντρεύονται συνήθως στην εφηβεία. Οι γονείς δεν έχουν μεγάλες προσδοκίες από την εκπαίδευση των παιδιών τους. Σε αντίθεση με άλλες μειονοτικές ομάδες, αρκούνται στην εκμάθηση βασικών αρχών γραφής, ανάγνωσης και αριθμητικής. Έχουν την δική τους γλώσσα, ήθη και έθιμα. Χρησιμοποιούν βασικά ελληνικά στον προφορικό λόγο, αλλά σπάνια γνωρίζουν γραφή και ανάγνωση (Τσιάκαλος, 1998).

Με τέτοιες περίπλοκες συνθήκες έρευνας, η μεθοδολογία που επιλέχθηκε ως καταλληλότερη έχει εθνογραφικό χαρακτήρα με την έννοια ότι έχει ληφθεί υπόψη το πλαίσιο της κοινότητας στο οποίο ένα παιδί Ρομά, και συγκεκριμένα η Γιαννούλα, ζει και λειτουργεί (Goetz and LeCompte, 1984, Chronaki, in press). Οι επαφές μαζί της δεν έχουν στόχο τόσο την διαγνωστική διερεύνηση αλλά την κατανόηση των γνωσιακών λειτουργιών της όπως αυτές εμφανίζονται και αναπτύσσονται στο δικό της χώρο. Ακόμη η εθνογραφική προσέγγιση συντέλεσε στην δημιουργία σχέσεων εμπιστοσύνης και στην συσχέτιση των επιμέρους ερμηνειών με το όλο, αυξάνοντας έτσι την αξιοπιστία των παρατηρήσεων. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν είναι η μη συμμετοχική παρατήρηση, οι συνεντεύξεις και οι συνομιλίες με πρόσωπα του χώρου της Γιαννούλας, η συλλογή υλικού και η καταγραφή εντυπώσεων, ερμηνειών και συναισθημάτων σε μορφή ημερολογίου.

Παράλληλα με την εθνογραφική μεθοδολογία, η κοινωνικο-πολιτισμική θεώρηση (Vygotsky, 1978, Lave and Wegner, 1991) επέτρεψε την οργανωμένη διερεύνηση γνωσιακών λειτουργιών σε σχέση με την επιχειρηματολογία. Θεωρώντας την επιχειρηματολογία ως αποτέλεσμα κοινωνικών συναλλαγών, βασικές μονάδες ανάλυσης αποτέλεσαν: πρώτον, οι αλληλεπιδράσεις της Γιαννούλας με την ερευνήτρια-εκπαιδευτικό και, σε ορισμένα σημεία, με την μικρότερη αδερφή της την Μαρία, και δεύτερον η εργασία της σε εστιασμένες δραστηριότητες όπου οι μα-

θηματικές δεξιότητες μπορούν να διαγραφούν. Η ανάλυση είναι κυρίως ανάλυση λόγου (διαλόγων) βασισμένη σε απομαγνητοφωνημένα κείμενα της συνολικής αλληλεπίδρασης της ερευνήτριας με την Γιαννούλα. Ακολουθήθηκαν κάποια στάδια όπως: α) εστίαση σε συγκεκριμένα επεισόδια αλληλεπίδρασης, β) εστίαση σε σημεία που χαρακτηρίζουν την επιχειρηματολογία και γ) εστίαση σε σημεία που διαγράφουν το πλαίσιο στο οποίο κινούνται οι εν λόγω αλληλεπιδράσεις.

4. Η Γιαννούλα, οι αλληλεπιδράσεις και οι δραστηριότητες

Η Γιαννούλα είναι ένα κορίτσι Ρομά, 9½ χρονών και η οικογένεια της αποτελεί μια τυπική οικογένεια τσιγγάνων. Ο πατέρας είναι έμπορος και ταξιδεύει συχνά, η μητέρα φροντίζει τα παιδιά και όλοι μαζί ταξιδεύουν συχνά σε άλλες πόλεις προκειμένου να πουλήσουν τηνπραμάτεια τους. Έχουν δικό τους σπίτι με τις βασικές λειτουργίες στο οποίο η κουζίνα και η τηλεόραση παίζουν πρωτεύοντα ρόλο. Η Γιαννούλα έχει παρακολουθήσει την πρώτη και την δεύτερα δημοτικού, αλλά δεν θέλει πια να επιστρέψει στο σχολείο. Συνολικά η εμπειρία της στο σχολείο ήταν τραυματική και δεν βλέπει τι θετικά κίνητρα θα μπορούσε να επιφέρει. Για τους παραπάνω λόγους, το συγκεκριμένο κορίτσι, αντιπροσωπευτικά, αποτελεί χρήσιμη περίπτωση μελέτης.

Οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ ερευνήτριας, Γιαννούλας και της αδερφής της Μαρίας χαρακτηρίζονται από σχέσεις φιλίας. Ταυτόχρονα υπάρχουν και άλλες διαστάσεις όπως για παράδειγμα η εξερεύνηση του 'άλλου'. Τα κορίτσια ξέρουν ότι η ερευνήτρια ανήκει σε μια άλλη πολιτισμική ομάδα με διαφορετικές συνήθειες και τρόπο ζωής, την οποία έχουν περιέργεια να περιεργαστούν και να κατανοήσουν, πράγμα που αποτελεί αυτοσκοπό και για την ερευνήτρια. Ακόμη, πέρα από την φιλία, οι αλληλεπιδράσεις τους χαρακτηρίζονται και από την σχέση εκπαιδευτικού - μαθητευόμενου. Κατανοούν ότι οι ρόλοι τους δεν είναι μόνο φιλικόι αλλά εμμέσως εμπεριέχεται το ενδιαφέρον από την μεριά της ερευνήτριας να τις κατανοήσει αλλά και να τις εκπαιδεύσει σε κάποιες αρχές πολιτισμικές που αυτή θεωρεί σωστές. Αυτή η «σύγκρουση» γίνεται ορατή μέσα από την αλληλεπίδραση σε συγκεκριμένες δραστηριότητες (δες παρακάτω). Η ερευνήτρια σε κάθε ευκαιρία εισάγει «εργαλεία» για νέους τρόπους σκέψης τους οποίους τα κορί-

τσια άλλοτε προσπαθούν να αποδεχτούν και να υιοθετήσουν και άλλοτε όχι. Ο ρόλος της είναι δηλαδή διδακτικός και παιδαγωγικός.

Έχοντας στόχο την εστίαση σε αλληλεπιδράσεις που θα βοηθήσουν την παρατήρηση μαθηματικών διεργασιών, μια σειρά από δραστηριότητες αναπτύχθηκαν, που είχαν να κάνουν με την διαχείριση βασικών λογικο-μαθηματικών εννοιών όπως η μέτρηση και οι πράξεις σχετικά με το χρήμα και τον χρόνο. Και τα δύο, χρήμα-χρόνος, αποτελούν βασικές διαστάσεις στην καθημερινή τους ζωή και μπορούμε εύλογα να υποθέσουμε ότι η Γιαννούλα έχει προσωπικά βιώματα τα οποία να μπορούν να αποτελέσουν την αρχική βάση των συλλογισμών της. Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας μόνο οι δραστηριότητες σχετικά με την διαχείριση χρημάτων θα αναλυθούν και συγκεκριμένα δύο επεισόδια που αφορούν το πρώτο στην εύρεση ισοδυναμιών σε κέρματα μικρότερης αξίας, και το δεύτερο στην χρήση απλών αριθμητικών πράξεων για την επίλυση ενός απλού καθημερινού προβλήματος αγοράς.

5. Το πενήντάλεπτο: ισοδυναμίες κερμάτων μικρότερης αξίας

Ο στόχος σε αυτό το συγκεκριμένο επεισόδιο έχει να κάνει από την μια μεριά με την γνωριμία με το ευρώ και τις υποδιαίρέσεις του, και από την άλλη με την εύρεση ισοδυναμιών του πενήντάλεπτου σε άλλα κέρματα μικρότερης αξίας όπως τα λεπτά, τα δίλεπτα, τα πεντάλεπτα, τα δεκάλεπτα ή/και τα εικοσάλεπτα. Η ερώτηση της ερευνήτριας στον παρακάτω διάλογο είναι έμμεση: «Τι θες για τα πενήντα λεπτά», εννοώντας τι πιθανούς συνδυασμούς με κέρματα μικρότερης αξίας μπορείς να δημιουργήσεις. Κι αυτό γιατί έχουν προηγηθεί κι άλλα παραδείγματα με μικρότερα ποσά (π.χ, τα 0,15 λεπτά). Η Γιαννούλα, κατανοώντας, απαντάει με αυτοπεποίθηση ότι θα χρησιμοποιήσει τα πεντάλεπτα εξηγώντας ότι κάτι τέτοιο θα είναι πιο εύκολο.

124	Ερευν.	[Τώρα]...μετά είναι αυτό! (της δείχνω κέρμα €0,50)
125	Γιαν.	Πενήντα λεφτά.
126	Ερευν.	Πενήντα λεπτά. Για κάντο! Τι θες για πενήντα λεπτά;
127	Γιαν.	Απ' αυτά θα πάρω. (μου δείχνει κέρματα €0,05)
128	Ερευν.	Απ' αυτά θα πάρεις; Είναι πιο εύκολο;
129	Γιαν.	Πιο εύκολο.

Στην πράξη, όμως, χρησιμοποιεί τα λεπτά και τα δισεπτά, των οποίων η μέτρηση είναι, γι' αυτήν, περισσότερο γνώριμη και ασφαλής, σε σχέση με τα άγνωστα πεντάλεπτα, τα οποία φαίνεται ότι δεν ξέρει ακόμη καλά-καλά να ξεχωρίζει και να ονομάζει (στίχοι 131-136).

130	Ερευν.	Ποια είναι αυτά που πήρες τώρα;
131	Γιαν.	Πε...Πενήντα λεφτά.
132	Ερευν.	Πενήντα λεπτά είναι εκείνο;
133	Γιαν.	Όχι! Πενήντα...
134	Ερευν.	Ποιος αριθμός είναι επάνω;
135	Γιαν.	Το πέντε. Πέντε...Πέντε λεφτά είναι.
136	Ερευν.	Πέντε λεπτά είναι. Ωραία!
137	Γιαν.	Ένα, δύο. Τρία. Τέσσερα, πέντε, έξι (ως εδώ μετράει
138		κέρματα € 0,01 και συνεχίζει με κέρματα € 0,02)...εφτά,
139		οχτώ. Εννιά, δέκα. Όχι! Εφτά, οχτώ. Εννιά, δέκα. Έντε-
140		κα, δώδεκα. Δεκατρία, δεκατέσσερα. Δεκαπέντε, δεκα- έξι. Δεκαοχτώ, δεκαεννιά. Είκοσι, είκοσιένα.

Παρόλο που η τεχνική της ένα-προς-ένα μέτρησης είναι προσφιλής, η Γιαννούλα, συνεχίζοντας με τα δισεπτά, κάνει λάθος. Η ερευνήτρια παρεμβαίνει και ζητάει από την Γιαννούλα να επιβεβαιώσει (στίχος 141). Η Γιαννούλα, αμέσως αμφιβάλλει για την ορθότητα της δήλωσης της, προφανώς θεωρώντας ότι ο λόγος της ερευνήτριας έχει κύρος (στίχος 142). Για παράδειγμα, παρακάτω μπορούμε να δούμε ότι δεν δίνει την ίδια βαρύτητα στα σχόλια της αδερφής της. Παρόλο που έχει δημιουργηθεί μια φιλική σχέση μεταξύ τους υπάρχει ασύμμετρη σχέση εξουσίας και σε αυτήν την αλληλεπίδραση, την οποία η ερευνήτρια προσπαθεί να χαλαρώσει ισχυριζόμενη, τελικά ειρωνικά, ότι δεν πρόκειται για λάθος, αλλά για απλή επιβεβαίωση (στίχος 143). Με αυτό τον τρόπο εισαγάγει ένα κανόνα κοινωνικο-μαθηματικής φύσης (δες Cobb et al, 1996), ο οποίος τονίζει ότι στα μαθηματικά πρέπει να σιγουρευόμαστε κάθε βήμα.

141	Ερ.	Λοιπόν. Για λίγο ξαναμέτρα απ' την αρχή!
142	Γιαν.	Δεν τα έκανα καλά;
143	Ερ.	Όχι! Ξαναμέτρα τα! Να είσαι σίγουρη θέλω!
144	Γιαν.	Ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε, έξι, επτά, οχτώ, εννιά,
145		δέκα, έντεκα, δώδεκα, δεκατρία, δεκατέσσερα, δεκα-
		πέντε, δεκαέξι, δεκαεφτά, δεκαοχτώ, δεκαεννιά, είκοσι!
146	Ερ.	Είκοσι! Ωραία!
147	Γιαν.	Είκοσι ένα. Είκοσι δύο, είκοσι τρία.
148	Ερ.	Ωραία!
149	Γιαν.	Μμμ...Είκοσι τέσσερα, είκοσι πέντε. Δεν έχουμε άλλα
150		τέτοια; (μου ζητά κέρματα €0,02)
151	Ερ.	Πάρε άλλα κέρματα αν δεν έχουμε από αυτά!
152	Γιαν.	Πέντε λεφτά είναι εδώ! (παίρνει ένα κέρμα €0,05) Πόσο είπαμε;

Στον παρακάτω διάλογο, η Γιαννούλα, διαπιστώνοντας ότι τα μονόλεπτα και τα δίλεπτα έχουν τελειώσει, αναγκάζεται να χρησιμοποιήσει τα πεντάλεπτα. Η τεχνική της επιχειρηματολογίας της όμως χαρακτηρίζεται από: α) την μέτρηση ένα προς ένα (σειριακή καταμέτρηση) της αξίας των νομισμάτων, και β) την χρήση των φυσικών αντικειμένων (πρακτικές ενσωματώσεις) που έχει μπροστά της δηλαδή τα κέρματα ή/και τα δάχτυλά της. Συγκεκριμένα, τα δάχτυλα την βοηθούν στην καταμέτρηση γιατί αποτελούν μια τεχνική ασφαλή και σίγουρη, όπως η ίδια εξηγεί (στίχος 161). Είναι δε τόσο σίγουρη που δεν μπορεί καν να αντιληφθεί ότι υπάρχει πιθανότητα λάθους. Στην προκειμένη περίπτωση όμως, και λόγω της παρέμβασης της ερευνήτριας συνειδητοποιεί ότι διαψεύδεται. Με την παρότρυνσή της για επιβεβαίωση, η Γιαννούλα αναμετρά με τα δάχτυλα και αυτή τη φορά καταλήγει στο σωστό αποτέλεσμα. Η ίδια στην ερώτηση 'Τριάντα ή τριάντα ένα τώρα;' επιλέγει με σίγουρο τόνο το τριάντα, κάτι που δείχνει ότι μπορεί να ξεχωρίζει το λάθος.

153	Γιαν.	[.....] Πόσο είπαμε;
154	Ερ.	Είκοσι πέντε είπες.
155	Γιαν.	Είκοσι πέντε; Είκοσι πέντε, είκοσι έξι, είκοσι εφτά, είκοσι
156		οχτώ...(δείχνει με το δάχτυλο της το κέρμα και με κοιτάζει
157		και μετράει) Πόσα; Κάτσε! Δεν ξέρω! Με τα χέρια να μετρήσω.
158	Ερ.	Είκοσι πέντε και πέντε.
159	Γιαν.	Είκοσι πέντε (αρχίζει να μετράει τα δάχτυλα της και
160		απαριθμεί ως εξής 25, 27...)...είκοσι εφτά, είκοσι οχτώ, είκοσι εννιά...τριάντα, τριάντα ένα. Τριάντα ένα!
161	Ερ.	Είσαι σίγουρη;
162	Γιαν.	Ναι! Αφού τα μέτρησα με τα χέρια!
163	Ερ.	Είκοσι πέντε έχεις. Και πόσα λεπτά είναι εκείνο; (το
164	Γιαν.	κέρμα €0,05)
165	Ερ.	Πέντε.
166	Γιαν.	Ξαναμέτρα!
167		Είκοσι πέντε. (αρχίζει να μετρά με τα δάχτυλα) Είκοσι έξι,
168	Ερ.	είκοσι εφτά, είκοσι οχτώ, είκοσι εννιά...τριάντα!
169	Γιαν.	Τριάντα ή τριάντα ένα τώρα;
		Τριάντα.

Η Γιαννούλα συνεχίζει την μέτρηση χρησιμοποιώντας τα πεντάλεπτα (στίχος 164), αλλά μετρώντας ένα προς ένα και χρησιμοποιώντας ταυτόχρονα τα κέρματα και τα δάχτυλά της, φτάνει ως το πενήντα. Από την παρακάτω στιχομυθία φαίνεται ότι η Γιαννούλα έχει καταφέρει να δημιουργήσει την ισοδυναμία αποδεικνύοντας την αξιοπιστία των προτάσεων της στην οποία συμφωνούν (στίχοι 180-184).

180		Αυτά δηλαδή είναι ίσα μ' αυτό; (της δείχνω τα κέρμα €0,50)
181		Ναι.
182		Δηλαδή είτε σου δώσω αυτά είτε αυτό είναι το ίδιο;
183		(της δείχνω τα κέρματα που ξεχώρισε και αυτό των €0,50)
184		Κοίτα! Να τα μετρήσω! Κοίτα!
185		Μέτρα τα!

Η ερευνήτρια, όπως θα δούμε και πιο κάτω, προσπαθεί να ωθήσει την Γιαννούλα στην χρήση μιας περισσότερο ευέλικτης και γενικευμένης τεχνικής - την μέτρηση με βάση την πεντάδα. Ένα εργαλείο, που ενώ η Γιαννούλα το έχει συναντήσει στο σχολείο ή στην οικογένεια, δεν μπορεί να χρησιμοποιήσει συστηματικά, με σιγουριά και ευχέρεια. Συγκεκριμένα, της ζητείται να μην χρησιμοποιήσει τα χέρια, αλλά να κάνει την μέτρηση νοητικά (στίχος 199). Η Γιαννούλα, όπως φαίνεται στον στίχο 200, δεν μπορεί να αποδεσμευτεί από την ένα προς ένα μέτρηση. Όταν η ερευνήτρια επιμένει δείχνοντας της τα δύο κέρματα, αυτή απαντάει «Πέντε...Δέκα!», εννοώντας πέντε και πέντε μας κάνει δέκα. Ενώ πιο κάτω απαντάει στην τύχη, όπως η ίδια ομολογεί (στίχος 206).

Παρόλους τους δισταγμούς και την αδυναμία της στην χρήση της τεχνικής της πεντάδας, στους στίχους 210 και 211 αποκαλύπτεται ένας εκπληκτικός και περίπλοκος συλλογισμός. Αντί να προβεί στην μέτρηση ανά πεντάδα σειριακά (δηλαδή 5, 10, 15, 20) όπου στόχευε η ερευνήτρια, χρησιμοποιεί το νοητικό μοντέλο πέντε και πέντε ίσον δέκα, το οποίο μπορεί να χειριστεί εύκολα και δημιουργεί τον συλλογισμό: $5+5=10$ (φωναχτά), $5+5=10$ (δεν το λει γιατί θεωρεί ότι εννοείται εφόσον έχει τα κέρματα μπροστά της), $10+10=20$ (φωναχτά), καταλήγοντας στο σωστό αποτέλεσμα. Αυτό το συγκεκριμένο επεισόδιο καταδεικνύει ότι πρώτον: τη βάση που δημιουργεί την ευχέρεια τέτοιων συλλογισμών αποτελούν τα προσωπικά εννοιολογικά μοντέλα που διαθέτει το παιδί και για τη χρήση των οποίων αισθάνεται ασφάλεια και σιγουριά. Έτσι, ενώ η ίδια έχει δυσκολία να προβεί στην μέτρηση συνολικά ανά πεντάδα, διαχειρίζεται το πρόβλημα σε μέρη οικεία που αποτελούν προσωπική εμπειρία και γνώση. Δεύτερον, αυτές οι προσωπικές εμπειρίες (σε μορφή εννοιολογικών μοντέλων) αποτελούν τις τεχνικές, δηλαδή τα επιχειρήματα, της αναπτυσσόμενης επιχειρηματολογίας της. Και τρίτον, η ζώνη επικείμενης ανάπτυξης της Γιαννούλας έχει θετικό δυναμικό το οποίο μπορεί να ενεργοποιηθεί με την διαμεσολάβηση της ερευνήτριας - εκπαιδευτικού.

Τα παραπάνω διαφαίνονται και στην αντιμετώπιση της ερώτησης: «Δέκα κέρματα των δύο λεπτών πόσα λεπτά είναι;» (στίχοι 228-230) που θέτει η ερευνήτρια με στόχο την χρήση του πολλαπλασιασμού ή των δεκάδων. Η Γιαννούλα, πάλι ανάγει την επιχειρηματολογία της σε μια βάση που είναι γνωστή και αποδεκτή από αυτήν την ίδια. Μη ξέ-

ροντας τον πολλαπλασιασμό ($10 \times 0,02$) ή την μέτρηση με δεκάδες, δεν τα παρατάει, αλλά χρησιμοποιεί πρόσθεση που γνωρίζει. Είναι αξιοσημείωτο ότι δεν πτοείται με πράγματα που ίσως από άλλα παιδιά θεωρούνται ανυπερέβλητες δυσκολίες και που οδηγούν στην παραίτηση ή στην σιωπή. Έχει θετική στάση, αυτοπεποίθηση και χαίρεται όταν κάνει μια επιτυχημένη προσπάθεια με τις δικές της δυνάμεις.

197	Ερ.	[.....] Πέντε κέρματα των πέντε λεπτών πόσα λεπτά είναι; (ξεχωρίζω 5 κέρματα €0,05)
198		
199		Μπορείς να μετρήσεις πέντε-πέντε; Όχι με τα χέρια σου! Πέντε-πέντε!
200	Γιαν.	Ένα, δύο...(κρατάει στο χέρι της ένα κέρμα € 0,05 κι αρχίζει να μετράει)
201	Ερ.	Πέντε και πέντε πόσο μας κάνει; (της δείχνω 2 κέρματα των €0,05)
202	Γιαν.	Πέντε...Δέκα!
203	Ερ.	Και πέντε; (της δείχνω κι άλλο κέρμα €0,05)
204	Γιαν.	Και πέντε, είκοσι!
205	Ερ.	Είσαι σίγουρη;
206	Γιαν.	Όχι!
207	Ερ..	Λοιπόν! Πέντε και πέντε...(της δείχνω πάλι 2 κέρματα €0,05)
208	Γιαν.	Και πέντε...δέκα!
209	Ερ.	Δέκα. Πέντε...(της δείχνω κι άλλο κέρμα €0,05)
210	Γιαν.	Και πέντε, δέκα. (μου δείχνει ακόμη ένα κέρμα 0,05) Δέκα και δέκα, είκοσι! (προσθέτει τα αθροίσματα από τα δύο ζεύγη των 0,05)
211		
212	Ερ.	Και πέντε; (της δείχνω κι άλλο κέρμα €0,05)
213	Γιαν.	Είκοσι πέντε!
214	Ερ.	Είκοσι πέντε. Οπότε πέντε κέρματα των πέντε λεπτών πόσα λεπτά είναι;
215	Γιαν.	Είκοσι πέντε!
216	Ερ.	Είκοσι πέντε. Ωραία! Τα υπόλοιπα; Τι χρειάστηκες άλλο;
217	Γιαν.	Να τα μετρήσω ένα-ένα. Δύο και δύο, τέσσερα. (αρχίζει με κέρματα €0,02)

218	Ερ.	Τα έχεις μαζέψει όλα;
219	Γιαν.	Ωχ!
220	Ερ.	Ωραία!
221	Γιαν.	Δύο και...
222	Ερ.	Τι κέρματα έχεις εκεί πέρα; (μετράει κέρματα €0,02)
223	Γιαν.	Είκοσι!
224	Ερ.	Των πόσων λεπτών;
225	Γιαν.	Είκοσι λεφτά! Αχ!
226	Ερ.	Δες καλύτερα!
227	Γιαν.	Δύο λεφτά!
228	Ερ.	Δύο λεπτά. Πόσα κέρματα των δύο λεπτών έχεις;
229	Γιαν.	(τα μετράει) Δέκα.
230	Ερ.	Δέκα κέρματα των δύο λεπτών πόσα λεπτά είναι;
231	Γιαν.	Κάτσε να τα μετρήσω! Δύο και δύο, τέσσερα και ένα,
232		πέντε κι ένα έξι. Και...οχτώ! (ως εδώ δείχνει ένα-ένα κέρ-
234		ματα € 0,02 και μετράει απαριθμεί δύο-δύο) Να τα μετρήσω πιο καλά;
235	Ερ.	Δεν μπορείς αλλιώς;
236	Γιαν.	Και δύο, τέσσερα. Έξι. Οχτώ. Εννιά, δέκα. Έντεκα, δώ-
237		δεκα. Δεκατρία, δεκατέσσερα. Δεκαπέντε, δεκαέξι. Δεκα-
		εφτά, δεκαοχτώ. Δεκαεννιά, είκοσι. Είκοσι!
238	Ερ.	Είκοσι πόσα είναι;
239	Γιαν.	Είκοσι...είκοσι λεφτά!

Στον παρακάτω διάλογο, βλέπουμε τη Γιαννούλα να μπαίνει στην διαδικασία χρήσης των πεντάλεπτων και της τεχνική μέτρησης με βάση την πεντάδα. Χρησιμοποιεί αυτή την τεχνική μέχρι εκεί που μπορεί και μόλις αισθάνεται ανασφάλεια επιστρέφει στην γνωστή της ένα-προς-ένα μέτρηση. Θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε ότι μαθαίνει την χρήση ενός νέου νοητικού εργαλείου (π.χ. την μέτρηση ανά πέντε), το οποίο μπορεί να χρησιμοποιεί με σιγουριά ως ένα βαθμό και άρα σαν επιχείρημα. Προς το τέλος της στιχομουθίας βλέπουμε ότι στην ανακεφαλαίωση σχετικά με την ισοδυναμία, η Γιαννούλα με πολύ αυτοπεποίθηση μπορεί και απαριθμεί τον συνδυασμό των κερμάτων που επεξεργάστηκε σε μια ισοδυναμία της μορφής: $10 \times 0,02 + 5 \times 0,05 + 5 \times 0,01 = 0,50$ (στίχοι 305-313). Η ερευνήτρια έχει ένα ρόλο διδακτικό καθώς

οργανώνει την αλληλεπίδραση κατάλληλα έτσι ώστε: α) να εστιάζει την προσοχή της Γιαννούλας όχι μόνο στο αποτέλεσμα αλλά και στην διαδικασία, και β) να αποδέχεται την τρόπο χρήσης της γλώσσας που διαθέτει η Γιαννούλα, αλλά ταυτόχρονα να τονίζει την σημασία κατάκτησης αρτιότερου λεξιλογίου και εκφράσεων (στίχοι 312-313).

276	Ερ.	Λοιπόν, έχεις εδώ πέρα δέκα κέρματα των δύο λεπτών.
277		Που κάνουν είκοσι! Μην αγχώνεσαι και μη ξεφυσάς!
278		Έλα! Κάνουν είκοσι. Και πέντε; (της δείχνω ένα κέρμα €0,05)
279	Γιαν.	Είκοσι πέντε.
280	Ερ.	Και πέντε...(της δείχνω κι άλλο κέρμα €0,05)
281	Γιαν.	Είκοσι...ε...είκοσι έξι.
282	Ερ.	Είκοσι πέντε και πέντε;...Μέτρα με τα χέρια σου! Είκοσι
	Γιαν.	πέντε και πέντε...
283	Ερ.	Είκοσι. Να τα μετρήσω από τα είκοσι;
284	Γιαν.	Ναι...Όχι, όχι! Είκοσι πέντε. Εντάξει; Και πέντε. Συνέ-
		χισε απ' τα είκοσι πέντε!
285		Είκοσι πέντε, είκοσι έξι, είκοσι επτά, είκοσι οχτώ, είκοσι
286		εννιά...τριάντα! (μετρά με τα χέρια της)
287	Ερ.	Τριάντα. Και πέντε; (της δείχνω κι άλλο κέρμα €0,05)
288	Γιαν.	Τριάντα πέντε.
289	Ερ.	Και πέντε; (της δείχνω κι άλλο κέρμα €0,05)
290	Γιαν.	Τριάντα πέντε, τριάντα έξι, τριάντα επτά, τριάντα οχτώ,
291		τριάντα εννιά, πενήντα. (μετράει με τα χέρια της)
292	Ερ.	Τριάντα εννιά, πενήντα;
293	Γιαν.	Ωχ! Τριάντα εννιά...σαράντα!
294	Ερ.	Και πέντε; (της δείχνω κι άλλο κέρμα €0,05)
295	Γιαν.	Περίμενε! Σαράντα ένα, σαράντα δύο, σαράντα τρία,
296		σαράντα τέσσερα, σαράντα πέντε! (συνεχίζει να μετρά με τα χέρια)
297	Ερ.	Και είχες και αυτά εδώ πέρα. (της δείχνω πέντε κέρματα €0,01)
298	Γιαν.	Σαράντα πέντε. Κάτσε να τα μετρήσω αυτά!
299	Ερ.	Σαράντα πέντε.

300	Γιαν.	Σαράντα πέντε, σαράντα έξι, σαράντα εφτά, σαράντα
301		οχτώ, σαράντα εννιά, πενήντα! Όλα αυτά πενήντα! (μου
302	Ερ.	δείχνει τα κέρμα τα που έχει μπροστά της)
303	Γιαν.	Ωραία! Όλα αυτά μας κάνουν πόσα λεπτά;
304	Ερ.	Πενήντα λεφτά.
305		Πενήντα λεπτά. Δηλαδή αυτό το κέρμα! (της δείχνω το
306	Γιαν.	κέρμα των € 0,50) Έτσι; Δηλαδή τι χρειάστηκες για να
307	Ερ.	βγάλεις τα πενήντα λεπτά;
308	Γιαν.	Είκοσι...(μου δείχνει τα κέρματα των € 0,02)
309	Ερ.	Πόσα είναι εκείνα;
310	Γιαν.	Είκοσι κέρματα...Δέκα κέρματα των δύο λεφτών. Πέντε
311	Ερ.	κέρματα των πέντε λεφτών. Και ένα...και ένα...
312	Γιαν.	Ένα είναι εκείνο;
313	Ερ.	Πέντε κέρματα...Δηλαδή των ένα λεφτό.
314	Γιαν.	Του ενός λεπτού! Ωραία! Τώρα...ποιο είναι το αμέσως
		επόμενο μετά από αυτό; (από το κέρμα των € 0,50)
		Είδα-με το ένα λεπτό, τα δύο λεπτά, τα πέντε, τα δέκα
		και το...
		Ένα! (εννοεί το ένα ευρώ)

6. Η σοκολάτα: αφαιρώντας το 7 από το 12

Έχοντας κάνει αρκετές δραστηριότητες σχετικά με την αναγνώριση και τον συνδυασμό κερμάτων για την εύρεση ισοδυναμίας με ένα συγκεκριμένο χρηματικό ποσό, μια σειρά από προβλήματα χρησιμοποιήθηκαν. Σχετίζονται με προβλήματα καθημερινών αγοραπωλησιών, τα οποία απαιτούν διαχείριση χρημάτων και την χρήση απλών αριθμητικών πράξεων. Συγκεκριμένα το παρακάτω πρόβλημα αναφέρεται στην αγορά μιας σοκολάτας από το συνοικιακό μαγαζάκι της Μαρίνας. Η ερευνήτρια στοχεύει στην εκτέλεση της πράξης νοητικά, επιζητώντας αποστασιοποίηση από τα φυσικά αντικείμενα. Το πρόβλημα απαιτεί αφαίρεση, κάνοντας χρήση μικρών νούμερων έτσι ώστε να διευκολυνθεί η Γιαννούλα στη νοητική πράξη. Σε αντίστοιχα προβλήματα με μεγαλύτερα νούμερα (και περισσότερο ρεαλιστικές τιμές) τα κορίτσια αντιμετώπισαν πρόβλημα.

Σ' αυτή την αλληλεπίδραση συμμετέχει και η μικρότερη αδερφή της, η Μαρία, η οποία παρατηρεί την διαδικασία, σχολιάζοντας. Για παράδειγμα, προτείνει το κόστος της σοκολάτας να έχει μια περισσότερο ρεαλιστική τιμή (π.χ. 0,17). Επειδή δεν μπορεί να αγοραστεί με τα 0,12 λεπτά, η Γιαννούλα λέει 'Δεν μπορώ' και συμφωνεί με το προτεινόμενο κόστος. Η παρουσία της Μαρίας δημιουργεί ανταγωνισμό που σ' αυτό το επεισόδιο έχει ένα διφορούμενο ρόλο για την μάθηση της Γιαννούλας. Από την μια μεριά λειτουργεί εποικοδομητικά: Η Μαρία προσπαθεί και εκείνη να λύσει το πρόβλημα. Όταν η ερευνήτρια της απευθύνει τον λόγο, και ενώ η Γιαννούλα είναι κοντά στο να παρατήσει τις προσπάθειες της, ενεργοποιείται και λύνει το πρόβλημα. Από την άλλη μεριά λειτουργεί κατασταλτικά: Η ανάγκη της να δώσει λύση, και να υπερισχύσει της αδερφής της, ωθεί την Γιαννούλα στην χρήση της τεχνικής καταμέτρησης με τα δάχτυλα. Έτσι ναι μεν δίδει την απάντηση, στερεί όμως στον εαυτό της την δυνατότητα εξάσκησης στην χρήση μιας νοητικής τεχνικής.

1345	Ερ.	Λοιπόν. Σου δίνω δώδεκα λεπτά και πας να πάρεις ε...από τη Μαρίνα μία...ε...
1346	Μαρία	Μία...σοκολάτα!
1347	Ερ.	Μια σοκολάτα που κάνει εφτά λεπτά.
1348	Μαρία	Όχι, δεκαεφτά... (προτείνει μια ρεαλιστική τιμή)
1349	Ερ.	Συγγνώμη!
1350	Γιαν.	Δεν μπορώ... (εννοεί δεν μπορεί εφόσον έχει μόνο 12
1351		λεπτά, και άρα συμφωνεί στο προτεινόμενο κόστος των 7 λεπτά)
1352	Ερ.	Πες μου! Με...Χωρίς λεφτά. Για σκέψου λίγο τώρα!
1353	Γιαν.	Είκοσι πέντε. (συνεχίζει να πειράζει το μικρόφωνο)
1354	Ερ.	Μη χτυπάς! Πόσο κάνει; Σου δίνω δώδεκα λεπτά.
1355	Γιαν.	Εφτά λεφτά.
1356	Ερ.	Και η σοκολάτα κάνει εφτά λεπτά. Θα σου δώσει ρέστα η Μαρίνα ή όχι;
1357	Γιαν.	Ναι.
1358	Μαρία	Η σοκολάτα πόσο κάνει;
1359	Ερ.	Θα σου δώσει. Λοιπόν, Μαρία! Για πες μου! Πόσα
	Γιαν.	ρέστα θα σου δώσει;
1360	Ερ.	Κάτσε! Δώδεκα, ε;

1361	Ερ.	Ναι.
1362	Γιαν.	Να κάνω με τα χέρια;
1363	Ερ.	Κάνε με τα χέρια, αλλά θα μου πεις και πόσα...τι κέρματα θα σου δώσει μετά.
1364	Γιαν.	(μετράει τα δάχτυλα) Εφτά βγάζουμε έξω.
1365	Ερ.	Ναι.
1366	Γιαν.	Τρία λεφτά.

Η αγωνία της να απαντήσει γρήγορα, αλλά και η ακαμψία των δαχτύλων ως φυσικά αντικείμενα στην μέτρηση, οδηγούν την Γιαννούλα να κάνει λάθος. Αντί να αφαιρέσει το επτά από το δώδεκα το αφαιρεί από τα δέκα δάχτυλα που έχει μπροστά της. Σε αμφισβήτηση της ερευνητριας διορθώνει το λάθος της, με ευκολία, και δίνει την σωστή απάντηση. Τέλος, όπως βλέπουμε στους στίχους 1377 και 1379 έχει αποκτήσει ευχέρεια στο να βρίσκει ισοδυναμίες με συνδυασμό κερμάτων. Σε σχέση με το «πέντε» που αποτελεί την απάντηση για τα ρέστα, λέει ότι ο συνδυασμός κερμάτων είναι «ένα των πέντε ή Δύο κέρματα των δύο λεπτών και ένα κέρματο το ένα λεφτό». Με μαθηματικά σύμβολα αυτό θα μπορούσε να μεταφραστεί με την αλγεβρική παράσταση $5 = 2 \times 2 + 1$.

1367	Ερ.	Τρία λεπτά θα σου δώσει; Έτσι;
1368	Γιαν.	Από δώδεκα;
1369	Ερ.	Ναι.
1370	Γιαν.	Πέντε λεφτά.
1371	Ερ.	Πέντε λεπτά θα σου δώσει; Ναι. Τι κέρματα θα σου δώσει;
1372	Γιαν.	Τι κέρματα; (το σκέφτεται)...Το πέντε!
1373	Ερ.	Ένα των πέντε; Ωραία! Άλλα τι μπορεί να σου δώσει;
1374		Άσ' το! (με το μολύβι πειράζει το μικρόφωνο)
1375	Μαρία	Άσ' το! Όλο αυτό ακουμπάς! (τη μαλώνει)
1376	Ερ.	Άλλο τι μπορεί να σου δώσει; Μη χτυπάς σε παρακαλώ!
1377	Γιαν.	Μπορεί και δύο κέρματα και ένα.

1379	Γιαν.	Δύο κέρματα των δύο λεπτών και ένα κέρματο το ένα λεφτό.
1380	Ερ.	Και ένα κέρμα το ένα...του ενός λεπτού. Μάλιστα! Μη χτυπάς! [.....]

Συμπεράσματα

Το παρόν άρθρο υποστηρίζει ότι η επιχειρηματολογία των παιδιών Ρομά, μέσα από την ανάλυση της περίπτωσης της Γιαννούλας, μοιάζει αρκετά με την μορφή επιχειρηματολογίας που χρησιμοποιούν άλλα παιδιά μικρής ηλικίας ως προς δύο βασικά σημεία. Συγκεκριμένα, ο πρακτικός (concrete) και ο συλλογικός (collective) χαρακτήρας της επιχειρηματολογίας που έχει παρατηρηθεί σε τάξεις παιδιών πρώτης σχολικής ηλικίας (Krummheuer, 1996, Cobb et al, 1992) εμφανίζεται και εδώ, όπως είδαμε στους παραπάνω διάλογους. Πρώτον, τα παιδιά Ρομά στηρίζουν την επιχειρηματολογία τους σε τεχνικές ή επιχειρήματα με τα οποία αισθάνονται προσωπική ασφάλεια, σιγουριά και ευχέρεια στην χρήση. Οι τεχνικές αυτές έχουν βασικά την μορφή της πρακτικής επιχειρηματολογίας (concrete argumentation) όπου χειροπιαστά αντικείμενα όπως τα δάχτυλα και τα κέρματα αποτελούν ή υποβοηθούν την έκφραση των αναπαραστάσεων της μαθηματικής τους σκέψης.

Δεύτερον, η επιχειρηματολογία τους αναπτύσσεται μέσα σε ένα συλλογικό περιβάλλον αλληλεπιδράσεων όπου η ανάγκη υποστήριξης των απόψεών ή των δηλώσεών τους προκύπτει μέσα από την διαμεσολάβηση της εκπαιδευτικού (collective argumentation). Μέσα σε αυτήν την συλλογική εργασία δημιουργούνται διαπραγματεύσεις των προθέσεων, δηλώσεων και ερμηνειών σε σχέση με μια συγκεκριμένη δραστηριότητα. Η επιχειρηματολογία λοιπόν γεννιέται σε ένα κλίμα όπου η πράξη και η λογική που διέπει αυτήν την πράξη είναι συνυφασμένες. Η ανάγκη για την εκ προθέσεως ανάλυση των επεξηγήσεων (σε μορφή επιχειρημάτων) που διέπουν συγκεκριμένες πράξεις και αποτελέσματα εκδηλώνονται μέσα από την αλληλεπίδραση με την εκπαιδευτικό και δημιουργούνται συλλογικά, ως μέρος του διαλόγου που αναπτύσσεται. Το πέρασμα βέβαια από τα προσωπικά βιώματα και τρόπους επεξήγησης (τα προσωπικά επιχειρήματα) σε περισσότερο άρτιες μαθημα-

τικές εκφράσεις δεν είναι ούτε εύκολο, ούτε λείο, ούτε συστηματικό, όπως παρατηρήσαμε στα παραπάνω. Σε πολλά σημεία είδαμε την Γιαννούλα εκεί που έδειχνε έτοιμη να χρησιμοποιήσει μια περισσότερο γενικεύσιμη και ευέλικτη τεχνική επιχειρηματολογίας να πισωγυρίζει σε προσωπικές τεχνικές (κυρίως πρακτικής φύσης) με τις οποίες η ίδια αισθάνεται παραπάνω ασφάλεια και σιγουριά. Αυτή η προσπάθεια εμπλέκεται με στοιχεία της συμπεριφοράς της τα οποία είναι πολιτισμικής φύσης, αλλά τα οποία δεν υπάρχει ο χώρος να αναλυθούν εδώ. Μπορούμε όμως να πούμε ότι η διαμεσολάβηση της εκπαιδευτικού, δημιουργεί τις προϋποθέσεις για την εκδήλωση αυτών των προσωπικών μορφών επιχειρηματολογίας, για την διδασκαλία στην χρήση περισσότερο γενικεύσιμων τεχνικών και παράλληλα για την μύηση σε πολιτισμικά σημεία της κυρίαρχης κουλτούρας. Η αξία, η σημασία, και η χρησιμότητα αυτών των ενεργειών χρήζουν περαιτέρω προβληματισμού και ανάλυσης.

Αναφορές

- Chronaki, A. in press. Researching the school mathematics culture of «others»- Creating a self-other dialogue. In R. Zevenbergen & P. Valero (Eds.), *Researching the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology*. 2003 Kluwer Academic Publishers. Netherlands.
- Cobb, P., Wood, T., Yackel, E. and McNeal, B. 1992. Characteristics of classroom mathematics traditions: An interactional analysis. *American Educational Research Journal*. 29, pp.573-604.
- Γκότοβος, Α. 2002. *Εκπαίδευση και Ετερότητα - Ζητήματα διαπολιτισμικής παιδαγωγικής*. Αθήνα. Μεταίχμιο.
- Goetz, J. P. and LeCompte, M. D. 1984. *Ethnography and Qualitative Design in Educational Research*. New York and London. Academic Press Inc.
- Krummheuer, G. 1996. The Ethnography of Argumentation. In P. Cobb and H. Bauersfeld (ed.). *The Emergence of Mathematical Meaning*. Hillsdale. NJ: Lawrence Erlbaum Associates. (pp. 229-269).

- Lave, J. and Wegner, E. 1991. *Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation*. Cambridge. Cambridge University Press.
- Toulmin, S. 1969. *The uses of argument*. Cambridge. England. Cambridge University Press.
- Τσιάκας, Γ. 1998. Κοινωνικός Αποκλεισμός- Ορισμοί, πλαίσιο και σημασία. Στο Κ. Κασσιμάτη (επιμ.) *Κοινωνικός Αποκλεισμός στην Ελλάδα*. Αθήνα. Gutenberg (σελ.39-65).
- Vygotsky, L. S. 1978. *Mind and Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Cambridge. MA: Harvard University Press.

Ευχαριστίες: Πολλά ευχαριστώ στα παιδιά Ρομά που συμμετείχαν στην παρούσα έρευνα, που χωρίς την ενθουσιώδη συμμετοχή τους δεν θα μπορούσε να υλοποιηθεί. Ιδιαίτερες ευχαριστίες στην ερευνήτρια Σοφία Τακοπούλου που οργάνωσε την συλλογή και απομαγνητοφώνηση των παραπάνω αλληλεπιδράσεων.