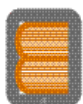


Σκουμπουρδή Χρυσάνθη

Το παιχνίδι στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών



Ελληνικά Ακαδημαϊκά Ηλεκτρονικά
Συγγράμματα και Βοηθήματα
www.kallipos.gr

HEALINK
Σύνδεσμος Ελληνικών Ακαδημαϊκών Βιβλιοθηκών



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΧΡΥΣΑΝΘΗ ΣΚΟΥΜΠΟΥΡΔΗ
Αναπληρώτρια Καθηγήτρια, ΤΕΠΑΕΣ, Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Το παιχνίδι στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών



Ελληνικά Ακαδημαϊκά Ηλεκτρονικά
Συγγράμματα και Βοηθήματα
www.kallipos.gr

Το παιχνίδι στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών

Συγγραφή

Χρυσάνθη Σκουμπουρδή

Κριτικός αναγνώστης

Φραγκίσκος Καλαβάσης

Συντελεστές έκδοσης

Τεχνική Επεξεργασία: Χατζημιχάλης Μάριος-Τσαμπίκος σε συνεργασία με τον Ευριπίδη Αναγνωστάκη

ISBN: 978-960-603-117-5

Copyright © ΣΕΑΒ, 2015



Το παρόν έργο αδειοδοτείται υπό τους όρους της άδειας Creative Commons Αναφορά Δημιουργού - Μη Εμπορική Χρήση - Όχι Παράγωγα Έργα 3.0. Για να δείτε ένα αντίγραφο της άδειας αυτής επισκεφτείτε τον ιστότοπο <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/gr/>

ΣΥΝΔΕΣΜΟΣ ΕΛΛΗΝΙΚΩΝ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΩΝ ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΩΝ

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Ηρώων Πολυτεχνείου 9, 15780 Ζωγράφου

www.kallipos.gr

Αφιερωμένο στον Γιώργο, στη Μαρία και στους συνεργάτες μου

Πίνακας περιεχομένων

Εισαγωγή	7
Α΄ Μέρος	11
ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΖΗΤΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΟ ΠΑΙΧΝΙΔΙ	11
A.1 Οι διαδρομές του παιχνιδιού στο πέρασμα των χρόνων	11
A.2 Θεωρίες για το παιχνίδι	17
A.3 Θεωρία Παιγνίων	25
Β΄ Μέρος	30
ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΖΗΤΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΟ ΠΑΙΧΝΙΔΙ	30
B.1 Στάσεις και απόψεις για το παιχνίδι στη μαθηματική εκπαίδευση.....	30
B.2 Συνέπειες από την ένταξη παιχνιδιών στη μαθηματική εκπαίδευση	38
Γ΄ Μέρος	53
ΖΗΤΗΜΑΤΑ ΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΡΑΞΗΣ ΓΙΑ ΤΟ ΠΑΙΧΝΙΔΙ	53
Γ.1 Το παιχνίδι στον διδακτικό σχεδιασμό της μαθηματικής εκπαίδευσης.....	53
Γ.2 Παιχνίδι, παιγνιώδης δραστηριότητα, τυπική δραστηριότητα	68
Γ.3 Κατηγορίες και παραδείγματα παιχνιδιών για τα μαθηματικά	75
Δ΄ Μέρος	91
ΖΗΤΗΜΑΤΑ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΓΙΑ ΤΟ ΠΑΙΧΝΙΔΙ.....	91
Δ.1 Αρχές σχεδιασμού και ανάπτυξης εκπαιδευτικού παιχνιδιού για τα μαθηματικά. Παραδείγματα σχεδιασμένων εκπαιδευτικών παιχνιδιών	91
Δ.2 Δημιουργία εκπαιδευτικών παιχνιδιών στην τάξη των μαθηματικών	96
Ε΄ Μέρος	106
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	106
E.1 Μοντέλα μάθησης.....	106
E.1.1 Το μοντέλο μετάδοσης της γνώσης.....	106
E.1.2 Το κονστρουκτιβιστικό μοντέλο	108
E.1.3 Διαδικασία μάθησης με από κοινού ευθύνη.....	110
E.2 Παιχνίδια	112
E.2.1 Επιτραπέζια παιχνίδια με ζάρια	112

E.2.1.1 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ζάρια: «Εκατό ή χάνεις»	112
E.2.1.2 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ζάρια: «Κλείσε το κουτί» (Shut the box).....	113
E.2.2 Επιτραπέζια παιχνίδια με ταμπλό	114
E.2.2.1 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Σένετ»	114
E.2.2.2 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Patolli»	115
E.2.2.3 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Ο τζίτζικας και ο μέρμηγκας»	117
E.2.2.4 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Το βιβλίο της περιπέτειας»	118
E.2.2.5 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Ο θησαυρός» (Golden treasure).....	120
E.2.2.6 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Ποιος έχει τα περισσότερα;» (Who has more)	121
E.2.2.7 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Μπορείς να μοιράσεις δίκαια;»	122
E.2.2.8 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Βρες αυτό που περιγράφω».....	123
E.2.2.9 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Βρες το σχήμα»	124
E.2.2.10 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Ανεβαίνω–Κατεβαίνω»	125
E.2.2.11 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Μπορείς να οδηγήσεις σωστά;»	126
E.2.2.12 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Ο γάτος και τα ποντίκια».....	127
E.2.2.13 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Η πόλη των σχημάτων».....	128
E.2.2.14 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Μαζεύω τρίγωνα».....	129
E.2.3 Επιτραπέζια παιχνίδια με κάρτες.....	130
E.2.3.1 Επιτραπέζιο παιχνίδι με κάρτες: «Κόλλα...15!»	130
E.2.3.2 Επιτραπέζιο παιχνίδι με κάρτες: «Μάντεψε ποιο σχήμα».....	131
E.2.3.3 Επιτραπέζιο παιχνίδι με κάρτες: «Παιχνίδι μνήμης με σχήματα».....	132
E.2.3.4 Επιτραπέζιο παιχνίδι με κάρτες: «Σπάσε το θερμόμετρο».....	133
E.2.3.5 Επιτραπέζιο παιχνίδι με κάρτες: «Κάνω 10».....	134
E.2.4 Κινητικά παιχνίδια	135
E.2.4.1 Κινητικά παιχνίδια: «Ρολογάς»	135
E.2.4.2 Κινητικά παιχνίδια: «Ρομπότ».....	136
E.2.5 Παιχνίδια εξερεύνησης.....	137
E.2.5.1 Παιχνίδια εξερεύνησης: «Στερεό σχήμα» (Solid figure).....	137
E.2.6 Παιχνίδια κατασκευών	138

E.2.6.1 Παιχνίδια κατασκευών: «Ξύλινα ραβδιά» (Wooden sticks).....	138
E.2.6.2 Παιχνίδια κατασκευών: «Παιχνίδι κάλυψης επιφάνειας».....	139
E.2.7 Παιχνίδια προσποίησης.....	140
E.2.7.1 Παιχνίδια προσποίησης: «Ο φούρνος».....	140
Επίλογος.....	141

Εισαγωγή

Τα μαθηματικά θεωρούνται από τα πλέον σημαντικά γνωστικά αντικείμενα. Η μαθηματική γνώση αποτελεί κλειδί για την επιτυχία στην επαγγελματική, αλλά και την καθημερινή ζωή, καθώς η τεχνολογική επανάσταση έχει δημιουργήσει ένα περιβάλλον όπου άτομα που αντιμετωπίζουν δυσκολία με τις μαθηματικές έννοιες αποκλείονται από μερικές από τις πιο σημαντικές θέσεις στον χώρο εργασίας (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001). Τα δεδομένα αυτά, μεταξύ άλλων, έχουν οδηγήσει στο να ξεκινάει η μαθηματική εκπαίδευση από νωρίς, ώστε να προετοιμάσει τα παιδιά από πολύ μικρά, δίνοντάς τους ίσες ευκαιρίες, αφενός για τις επόμενες εκπαιδευτικές βαθμίδες και αφετέρου για τη μελλοντική τους ζωή (Clements, 2004).

Παράλληλα με τη σημαντικότητά τους, τα μαθηματικά θεωρούνται από τα πλέον δύσκολα γνωστικά αντικείμενα. Η ιδιαιτερότητά τους, που αφορά στην αφηρημένη φύση τους καθώς και στην τυπική γλώσσα τους, η οποία παίζει διπλό ρόλο (σημαίνοντας – σημασιόμενου), τα διακρίνει από άλλους τομείς της ανθρώπινης γνώσης, συγκροτεί την επιστημολογική ιδιομορφία τους και παράλληλα αποτελεί πηγή προέλευσης δυσκολιών κατανόησής τους για τα παιδιά και όχι μόνο. Αυτή η δυσκολία του αντικειμένου από τη μια και η παράλληλη σημαντικότητά του από την άλλη, καθώς και άλλες αιτίες όπως αυτές που σχετίζονται με τις σχολικές συνθήκες διδασκαλίας τους, με τη στάση των εκπαιδευτικών¹ και της οικογένειας απέναντι στα μαθηματικά και την επίδοση των παιδιών, είναι παράγοντες που επεξηγούν την αρνητική στάση και τη φοβία που δημιουργείται συχνά για το αντικείμενο. Ανάλογα με τις υφιστάμενες συνθήκες, κάποιοι από αυτούς τους παράγοντες αξιολογούνται ως λιγότερο ή περισσότερο ουσιαστικοί και άρα μπορούν ή όχι να αντιμετωπιστούν μέσω του κατάλληλου εκπαιδευτικού σχεδιασμού στον οποίο συμπεριλαμβάνεται και το παιχνίδι (Σκουμπούρη & Καλαβάσης, 2007).

Το παιχνίδι² μπορεί να ενταχθεί στον διδακτικό σχεδιασμό των παιδιών της πρώτης σχολικής ηλικίας (4-7 ετών), ως πλαίσιο κατάλληλο για την υποστήριξη των μαθηματικών δραστηριοτήτων, αλλά και ως αυτόνομη δραστηριότητα. Τα παιχνίδια εμπεριέχουν στοιχεία χαράς και διασκέδασης τα οποία, συχνά, ενθαρρύνουν τα παιδιά να συγκεντρωθούν και να επιμείνουν σε μια δραστηριότητα, τόσο ώστε να κατακτήσουν την επιδιωκόμενη γνώση (Edwards, Gandini & Forman, 1998). Ακόμη και όταν τα μαθηματικά αρχίζουν να δυσκολεύουν το κίνητρο και το ενδιαφέρον των παιδιών μπορούν να διατηρηθούν, ισχυρά, με την παρουσίαση των μαθηματικών σε αλληλεπιδραστικά παιγνιώδη πλαίσια τα οποία υποστηρίζουν και κινητοποιούν τη μάθηση, κάτι που είναι πολύ δύσκολο να επιτευχθεί με τον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας. Εκτός από τον γνωστικό και τον παιδαγωγικό τομέα, ουσιώδης είναι η συνεισφορά του παιχνιδιού και στον νοητικό, τον κοινωνικό, τον συναισθηματικό, τον πολιτισμικό, καθώς και τον ψυχολογικό τομέα, με την καλλιέργεια ποικίλων δεξιοτήτων και ικανοτήτων που επιτυγχάνει.

Η ένταξη του παιχνιδιού στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών φαίνεται να κερδίζει συνεχώς έδαφος, τα τελευταία χρόνια. Όμως δεν θεωρείται ακόμα δεδομένη και προβληματίζει την ερευνητική και την εκπαιδευτική κοινότητα. Στα εκπαιδευτικά περιβάλλοντα τα οποία δεν διεγείρουν τα παιδιά με το παιχνίδι ως μέσο μάθησης και ανάπτυξης (Wood & Attfield, 1996) υποστηρίζεται ότι το παιχνίδι δεν έχει θέση σε μια τάξη μαθηματικών. Έτσι, δεν χρησιμοποιούνται παιχνίδια, ως μαθησιακές καταστάσεις, γιατί θεωρείται ότι τα παιδιά, με αυτόν τον τρόπο, θα προσλάβουν λανθασμένη εικόνα για τη φύση των μαθηματικών. Εκπαιδευτικά περιβάλλοντα τα οποία αποδέχονται τον σημαντικό ρόλο του παιχνιδιού στην εκπαιδευτική διαδικασία, διχάζονται για το αν θα το εντάξουν στη διδασκαλία τους. Υπάρχουν εκπαιδευτικοί οι οποίοι αντιλαμβάνονται και αναδεικνύουν την εκπαιδευτική αξία του παιχνιδιού και το θέτουν ως βάση των εκπαιδευτικών τους προγραμμάτων (Perry & Dockett, 2007) ή του προσφέρουν σημαντική θέση ως υποστηρικτικό πλαίσιο των μαθηματικών τους δραστηριοτήτων. Οι εκπαιδευτικοί που υιοθετούν αυτήν την άποψη αναφέρουν ότι το παιχνίδι προσφέρει το κατάλληλο πλαίσιο για μάθηση και το εντάσσουν, μετά από σχεδιασμό, στην εκπαιδευτική πράξη για την υποστήριξη της διδακτικής και μαθησιακής διαδικασίας

¹ Με τον γενικό όρο εκπαιδευτικός, σε όλο το βιβλίο, εννοούμε τον/την εκπαιδευτικό. Ανάλογα χρησιμοποιείται και ο

² Στο βιβλίο δε συμπεριλήφθηκαν τα ψηφιακά παιχνίδια. Τα παιχνίδια που διαμορφώνονται από τεχνολογικό περιβάλλον και στηρίζονται σε αυτό, λόγω του σημαντικού τους ρόλου και της συμβολής τους στο νέο τεχνολογικό, δικτυωμένο και εικονικό περιβάλλον θα πρέπει να μελετηθούν μέσα από τη συν-διαπραγμάτευση της οπτικής και θεωρίας των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας και της Διδακτικής των Μαθηματικών και να αποτελέσουν αντικείμενο ενός άλλου συγγράμματος. Εντούτοις, τα θεωρητικά, ερευνητικά, εκπαιδευτικά και τα θέματα σχεδιασμού που παρουσιάζονται στο βιβλίο μπορούν να αξιοποιηθούν από τους χρήστες της τεχνολογίας για την επιλογή, κατασκευή και συμπερίληψη ψηφιακών παιχνιδιών στον διδακτικό σχεδιασμό.

(Σκουμπουρδή & Καλαβάσης, 2009). Υπάρχουν ωστόσο και εκπαιδευτικοί που δυσκολεύονται να το εντάξουν στη διδασκαλία τους για ποικίλους λόγους με κυριότερο το ότι δεν γνωρίζουν πώς οι γνωστικές διαδικασίες που συνδέονται με τη μάθηση θα γίνουν αντιληπτές μέσω του παιχνιδιού. Στις περιπτώσεις αυτές σχεδιάζονται δραστηριότητες οι οποίες καθοδηγούνται από τον εκπαιδευτικό και στις οποίες ο ίδιος δεν έχει ξεκάθαρη στάση για τον ρόλο του στο παιχνίδι (McInnes, Howard, Miles & Crowley, 2011).

Στόχος του βιβλίου είναι να συνεισφέρει στον διάλογο που δημιουργείται για το παιχνίδι στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών (4-7 ετών). Εστιάζοντας στις βασικές συνισταμένες για τη σχεδιασμένη ένταξη του παιχνιδιού στη μαθηματική εκπαίδευση δημιουργούνται ερωτήματα και προκύπτουν προβληματισμοί μέσα από τα κεφάλαια του βιβλίου.

Στο πρώτο μέρος του βιβλίου, το οποίο αποτελείται από τρία κεφάλαια, συζητούνται θεωρητικά ζητήματα για το παιχνίδι και τον ρόλο του στη μάθηση και ανάπτυξη των παιδιών. Στο πρώτο κεφάλαιο, με στόχο την αντίληψη της διαφοροποίησης του νοήματος του παιχνιδιού ανάλογα με την εποχή, την κουλτούρα και το γενικότερο κοινωνικοοικονομικό πλαίσιο, παρουσιάζονται ενδεικτικά παραδείγματα διαδρομών του. Με αφορμή τα παραδείγματα ξεκινάει ένας προβληματισμός και μία αναζήτηση των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών που αποδίδονται στον ρόλο του παιχνιδιού στις διαφορετικές χώρες και χρονικές στιγμές και των συσχετίσεών τους με τα χαρακτηριστικά της παιδικής ηλικίας, αλλά και με άλλους παράγοντες (εκπαιδευτικούς, κοινωνικούς, οικονομικούς κλπ.). Στο δεύτερο κεφάλαιο η παράθεση ενδεικτικών θεωρητικών οπτικών για το παιχνίδι στοχεύει στη θέαση του παιχνιδιού ως πολύμορφο φαινόμενο και στη δημιουργία μίας βάσης για τον προσδιορισμό του και την ανίχνευση του ρόλου του. Παράλληλα, ανοίγει πεδία προβληματισμού για τη σχέση του παιχνιδιού με την ανάπτυξη και τη μάθηση των παιδιών. Στο τρίτο κεφάλαιο, μέσα από την παράθεση του κύριου αντικειμένου της Θεωρίας Παιγνίων, δίνεται η αφορμή για διερεύνηση της συμβολής της σε μια πιο συνεπή σύνδεση των σχέσεων μεταξύ παιχνιδιού και μαθηματικής εκπαίδευσης. Η Θεωρία Παιγνίων, ως η θεωρία που διευκολύνει την εύρεση λύσης σε πολύπλοκα προβλήματα, μπορεί να αποτελέσει το μεθοδολογικό εργαλείο μελέτης του παιχνιδιού μέσα από την ανάλυση των στρατηγικών συλλογισμού των παικτών.

Στο δεύτερο μέρος του βιβλίου, το οποίο αποτελείται από δύο κεφάλαια, συζητούνται ερευνητικά ζητήματα προκειμένου να αναδυθούν αφενός ενδεικτικά θέματα ερευνών για το παιχνίδι και αφετέρου να συνεχιστεί ο διάλογος και ο προβληματισμός για τον εκπαιδευτικό του ρόλο. Στο πρώτο κεφάλαιο, με αφορμή τις καταγεγραμμένες απόψεις των εμπλεκόμενων στην εκπαιδευτική διαδικασία για τη θέση και τον ρόλο του παιχνιδιού στην τάξη των μαθηματικών, ξεκινάει ένας προβληματισμός για τη συσχέτιση των οπτικών τους και μία πρόκληση για επεξεργασία των κατάλληλων συνθηκών για τον συνυπολογισμό τους στον διδακτικό σχεδιασμό, ώστε να γίνει πιο προσοδοφόρα η χρήση του παιχνιδιού στην εκπαίδευση των μικρών παιδιών. Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζονται ενδεικτικά αποτελέσματα ερευνών από το ελεύθερο παιχνίδι των μικρών παιδιών, αλλά και από τη χρήση παιχνιδιών και παιγνιδιών δραστηριοτήτων στην τάξη των μαθηματικών της πρώτης σχολικής ηλικίας με σκοπό να ανιχνευθεί η πολλαπλή σημασία τους τόσο για τις γνωστικές και άλλες ικανότητες και δεξιότητες που αναπτύσσουν όσο και για το παιδαγωγικό κλίμα που διαμορφώνουν, ώστε να ληφθούν υπόψη στον διδακτικό σχεδιασμό.

Ο διάλογος περί παιχνιδιού, μέσω των θεωρητικών και των ερευνητικών ζητημάτων που συζητήθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια, συνεχίζεται στο τρίτο μέρος του βιβλίου, το οποίο αποτελείται από τρία κεφάλαια, σχετικά με τη συζήτηση για ζητήματα του παιχνιδιού στην εκπαιδευτική πράξη. Στο πρώτο κεφάλαιο, διερευνάται η σημασία της ένταξης του παιχνιδιού στον διδακτικό σχεδιασμό για μία κριτική και δημιουργική μαθηματική εκπαίδευση. Τα θέματα προς συζήτηση χρησιμοποιούν ως σημείο αναφοράς την πολύπλευρη συνεισφορά του παιχνιδιού στην ανάπτυξη και τη μάθηση των παιδιών η οποία τεκμηριώνει την επιλογή του ως κατάλληλου πλαισίου διδασκαλίας και μάθησης, αλλά παράλληλα θέτουν και τις απαραίτητες προϋποθέσεις για αυτό, αναδεικνύοντας τη σημασία του ρόλου του εκπαιδευτικού, τόσο στην υιοθέτηση του παιχνιδιού όσο και στη διαχείρισή του. Στο δεύτερο κεφάλαιο επιδιώκεται να φανεί η διάκριση μεταξύ παιχνιδιού, παιγνιδιού δραστηριότητας και τυπικής μαθησιακής δραστηριότητας μέσω προσδιορισμού του στόχου, του περιεχομένου και του προσανατολισμού τους. Από τη διαπραγμάτευση, τη διαφοροποίηση και τον συσχετισμό ενδεικτικών χαρακτηριστικών τους, δημιουργείται προβληματισμός και ξεκινάει μία συζήτηση για την ύπαρξη ή μη και τη σαφήνεια ή όχι των ορίων τους με στόχο την αποσαφήνιση των παραπάνω όρων. Στο τρίτο κεφάλαιο, μέσα από την παράθεση ενδεικτικών παραδειγμάτων της ποικιλίας των κατηγοριοποιήσεων των παιχνιδιών, επιδιώκεται η αναγνώριση της σημασίας της κατηγοριοποίησης, η αναγκαιότητα κριτικής θεώρησης των ποικίλων κατηγοριοποιήσεων, αλλά και η καλλιέργεια της ικανότητας δημιουργίας κατηγοριών με επιλογή των κατάλληλων, κατά περίπτωση, κριτηρίων ως παραγόντων οι οποίοι επηρεάζουν την ένταξη του παιχνιδιού στον εκπαιδευτικό και διδακτικό σχεδιασμό. Επιπλέον, μέσα από τρεις

κατηγορίες παιχνιδιού, καθώς και ενδεικτικών παραδειγμάτων από κάθε κατηγορία, δίνεται η αφορμή για προβληματισμό και διερεύνηση των χαρακτηριστικών τους και της σχέσης τους με τη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών. Τα παραδείγματα αφορούν σε παιχνίδια τα οποία έχουν αναφερθεί στα προηγούμενα κεφάλαια του βιβλίου είτε ως παιχνίδια των διαφορετικών χωρών και εποχών, είτε ως παιχνίδια που έχουν χρησιμοποιηθεί στην ερευνητική ή/και διδακτική πράξη και άρα υπάρχουν καταγεγραμμένα αποτελέσματα από τη χρήση τους.

Τα ζητήματα σχεδιασμού, στο τέταρτο μέρος του βιβλίου, το οποίο αποτελείται από δύο κεφάλαια, συμπληρώνουν και συσχετίζουν τα θεωρητικά, ερευνητικά και εκπαιδευτικά ζητήματα για το παιχνίδι που προηγήθηκαν. Στο πρώτο κεφάλαιο ξεκινάει ένας διάλογος και ένας προβληματισμός που αφορά στις αρχές σχεδιασμού και ανάπτυξης εκπαιδευτικού παιχνιδιού, ως τις αρχές που μπορούμε να λαμβάνουμε υπόψη μας κατά τον σχεδιασμό/επιλογή και αξιολόγηση ενός παιχνιδιού για την ένταξή του στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών. Αποτελεί πρόκληση για τους εκπαιδευτικούς να επιλέγουν, μετά από αξιολόγηση ή/και να κατασκευάζουν παιχνίδια αφενός κατάλληλα για την εξυπηρέτηση των στόχων τους και αφετέρου ενδιαφέροντα για τους μαθητές τους, τα οποία να εντάσσουν στη διδακτική διαδικασία μετά από σχεδιασμό. Η χρήση των αρχών αυτών στην πράξη οδήγησε στον σχεδιασμό και την κατασκευή εκπαιδευτικών παιχνιδιών, ενδεικτικά παραδείγματα των οποίων παρουσιάζονται. Έτσι, ξεκινάει ένας διάλογος για τη σχεδιαστική τους επάρκεια και τον εκπαιδευτικό τους ρόλο. Επιπλέον, τα παιχνίδια αυτά μπορούν να αποτελέσουν τη βάση για τον σχεδιασμό και την ανάπτυξη άλλων παιχνιδιών, αλλά και την αξιολόγηση και βελτίωσή τους επινοώντας νέες αρχές σχεδιασμού, συμπληρώνοντας τις υπάρχουσες. Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζονται ιδέες, ως εργαστήρια, για τον σχεδιασμό και τη δημιουργία νέων παιχνιδιών στην τάξη των μαθηματικών. Τα ενδεικτικά αυτά εργαστήρια μπορούν να αποτελέσουν την αφορμή για τη δημιουργία ενδιαφερόντων παιχνιδιών, με την εποικοδομητική συνεργασία εκπαιδευτικών και μαθητών, καλλιεργώντας σημαντικές ικανότητες και δεξιότητες καθώς και οικοδομώντας ποικίλες μαθηματικές έννοιες.

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Clements, D. (2004). Major themes and recommendations. In D. Clements, J. Sarama & A.-M. DiBiase (Eds.) *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education* (pp. 7-72). New York and London: Routledge.
- Edwards, C., Gandini, L. & Forman, G. (1998). *The hundred languages of children: The Reggio Emilia approach-advanced reflections*. Greenwood Publishing Group.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- McInnes, K., Howard, J., Miles, G. & Crowley, K. (2011). Differences in practitioners' understanding of play and how this influences pedagogy and children's perceptions of play. *Early Years*, 31(2), 121-133.
- Perry, B. & Dockett, S. (2007). *Play and mathematics*. Adelaide: Australian Association of Mathematics Teachers.
- Σκουμπουρδή, Χ. & Καλαβάσης, Φ. (2007). Σχεδιασμός ένταξης του παιχνιδιού στη μαθηματική εκπαίδευση για την προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία. Στο Φ. Καλαβάσης & Α. Κοντάκος (επιμ.) *Θέματα Εκπαιδευτικού Σχεδιασμού* (σελ. 137-156). Ατραπός, Αθήνα.
- Σκουμπουρδή, Χ. & Καλαβάσης, Φ. (2009). Ο ρόλος του παιχνιδιού στη μαθηματική εκπαίδευση: ανταγωνιστικές στάσεις και ψευδαίσθηση ομοθυμίας. *Παιδαγωγική Επιθεώρηση*, 47, 138-154.
- Wood, E. & Attfield, J. (1996). *Play, Learning and the Early Childhood Curriculum*. London: Paul Chapman Publishing Ltd.

Α΄ Μέρος

ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΖΗΤΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΟ ΠΑΙΧΝΙΔΙ

Α.1 Οι διαδρομές του παιχνιδιού στο πέρασμα των χρόνων

Σύνοψη

Στο κεφάλαιο αυτό, στοχεύοντας στην αντίληψη της διαφοροποίησης του νοήματος του παιχνιδιού ανάλογα με την εποχή, την κουλτούρα και το γενικότερο κοινωνικοοικονομικό πλαίσιο, παρουσιάζονται ενδεικτικά παραδείγματα διαδρομών του. Με αφορμή αυτά τα παραδείγματα ξεκινάει ένας προβληματισμός και μία αναζήτηση των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών που αποδίδονται στον ρόλο του παιχνιδιού στις διαφορετικές χώρες και χρονικές στιγμές και των συσχετίσεών τους με τα χαρακτηριστικά της παιδικής ηλικίας, αλλά και με άλλους καθοριστικούς παράγοντες (εκπαιδευτικούς, κοινωνικούς, οικονομικούς κλπ.).

Ανασκαφές στη Μεσοποταμία, στην αρχαία Αίγυπτο, Κίνα, Ινδία, Περσία, Βυζάντιο, Ελλάδα και αλλού αποκάλυψαν κεραμικές και μεταλλικές μινιατούρες οι οποίες εικάζεται ότι ήταν τα παιχνίδια των παιδιών της εποχής, αλλά και ζωγραφιές που απεικόνιζαν αντικείμενα παιχνιδιού και ανθρώπους να παίζουν (Frost, 2010). Οι αρχαιολογικές και διαπολιτισμικές καταγραφές, μέσω των ζαριών και άλλων αντικειμένων παιχνιδιού της παλαιολιθικής εποχής που ανακάλυψαν, αποδεικνύουν την ύπαρξη παιχνιδιού από τα προϊστορικά χρόνια (Fox, 1977). Το παιχνίδι εντοπιζόταν, από τα αρχαία χρόνια, σε λαούς με πολιτισμό και συνήθως αποτελούσε προετοιμασία για θρησκευτικές τελετές και αθλητικές εκδηλώσεις, αλλά και για απόκτηση ικανοτήτων κυνηγού και πολεμιστή.

Στη Μεσοποταμία (σημερινό Ιράκ) ανακαλύφθηκε στους βασιλικούς τάφους της Ουρ το παλαιότερο επιτραπέζιο παιχνίδι (3300πΧ), το «Βασιλικό παιχνίδι της Ουρ» ή «Παχνίδι των είκοσι τετραγώνων». Το εν λόγω παιχνίδι, σχετιζόταν με οικονομικές συναλλαγές, όμως οι κανόνες του δεν είναι γνωστοί (Λάζος, 2002). Θεωρείται από πολλούς πρόδρομο του παιχνιδιού που είναι γνωστό ως τάβλι. Εκτός από τα επιτραπέζια, η εκγύμναση θεωρείται μία άλλη μορφή παιχνιδιού. Οι δάσκαλοι ήταν υπεύθυνοι για την εκγύμναση των παιδιών και από τις αγαπημένες μεθόδους εκγύμνασης ήταν το κολύμπι, η σαΐτα και η ιππασία.

Στην αρχαία Αίγυπτο έπαιζαν ένα επιτραπέζιο παιχνίδι, από τα πιο δημοφιλή, το Σένετ (μεταξύ 3100-3500πΧ), «το παιχνίδι του περάσματος» (“game of passing”). Το επιτραπέζιο αυτό παιχνίδι, δεν παιζόταν μόνο από παιδιά, αλλά και από ενήλικες, ακόμα και από τους ίδιους τους Φαραώ. Ήταν τόσο δημοφιλές, ώστε δινόταν και ως επιτάφιο δώρο για την ψυχαγωγία των Αιγυπτίων στη μεταθανάτιο ζωή τους. Όμως, σε αντίθεση με τη σημερινή εποχή, αυτά τα ανταγωνιστικά παιχνίδια ήταν μια δραστηριότητα για την ελίτ κάθε κοινωνίας, αφού μόνο οι προνομιούχοι είχαν τη δυνατότητα να τα αποκτήσουν, αλλά και τον χρόνο να ασχοληθούν. Παιχνίδια με τη σφαίρα, καθώς και ακροβατικά, χορευτικά, γυμναστικά και κολυμβητικά παιχνίδια, αλλά και παιχνίδια με κούκλες και τόπια παρόμοια με τα σημερινά, είναι μερικά ακόμα παιχνίδια που αναπτύχθηκαν στην αρχαία Αίγυπτο.

Το Patolli ή Patole ήταν ένα από τα παλαιότερα παιχνίδια στην Αμερική, το οποίο αποτελούσε δραστηριότητα των ευγενών στα δικαστήρια. Το παιχνίδι αυτό καθώς και οι παραλλαγές του παίζονταν από ένα ευρύ φάσμα προ-Κολομβιανών Μεσοαμερικανικών πολιτισμών.

Στην αρχαία Κίνα, εκτός από τις πολεμικές τέχνες, έπαιζαν σκάκι, κυνηγούσαν και ψάρευαν. Ανέπτυξαν διάφορες μορφές ποδοσφαίρου, καθώς και την κωπηλασία, την πυγμαχία κλπ. Το πιο δημοφιλές παιχνίδι στην αρχαία Κίνα ήταν το Mahjong (χρονολογείται για άλλους πριν από 2.500 χρόνια, για άλλους τον 10ο με 11ο αιώνα και για άλλους τον 18ο ή 19ο αιώνα, καθώς τότε—1880—έχουμε τα πρώτα ιστορικά στοιχεία για το παιχνίδι), το οποίο σε ελεύθερη απόδοση σημαίνει σπουργίτι που τιτιβίζει (<http://www.mahjongdragon.com>). Το παιχνίδι αυτό απευθυνόταν αποκλειστικά στην αριστοκρατική τάξη, καθώς ήταν παράνομο για τους απλούς πολίτες. Για το συγκεκριμένο παιχνίδι η μυθολογία αναφέρει ότι κατά

τη διάρκεια της κηδεμονίας του βασιλιά Wu μια όμορφη γυναίκα, η οποία ζούσε στην αυλή του σε απομόνωση, λόγω πλήξης, σκάλιζε φιγούρες σε ντόμινο από ελεφαντόδοντο και μπαμπού. Μόλις τελείωσε με τις φιγούρες, δημιούργησε το παιχνίδι και προσκάλεσε τις υπηρέτριές της να παίξουν. Αργότερα ο Κομφούκιος ανέπτυξε το παιχνίδι αυτό με περισσότερα σχήματα και νέους κανόνες. Θεωρείται ότι είναι εμπνευσμένο από το ντόμινο και άλλα αρχαία παιχνίδια με κάρτες τα οποία παίζονταν στην Κίνα. Το παιχνίδι Mahjong δεν στηρίζεται στην τύχη, αλλά για τη νίκη απαιτεί στρατηγική, ταχύτητα και προσήλωση. Στην Ιαπωνία έγινε δημοφιλές το 1910, ενώ στην Αμερική και σε άλλες χώρες το 1920. Σήμερα, είναι ευρέως διαδεδομένο σε πολλές χώρες του κόσμου καθεμία από τις οποίες άλλαξε το παιχνίδι και επινόησε τους δικούς της κανόνες, διαμορφώνοντάς το με διαφορετικό τρόπο. Με την εφεύρεση των ηλεκτρονικών παιχνιδιών, δημιουργήθηκε το ηλεκτρονικό Mahjong το οποίο επιτρέπει στους χρήστες να παίζουν με παίκτες από διαφορετικά μέρη του κόσμου.

Στην αρχαία Ινδία ασχολούνταν με τις ιπποδρομίες, τις κονταρομαχίες, την πάλη, την πυγμαχία κλπ. Στην Περσία το παιχνίδι σχετιζόταν με τη διδασκαλία στα αγόρια της πολεμικής τέχνης, καθώς μετά τα επτά τους χρόνια ανήκαν στο κράτος. Ακόμη γυμνάζονταν με τρέξιμο, με σφεντόνα και κοντάρι.

Στο Βυζάντιο τα σχολεία είχαν ηθικοθρησκευτική τοποθέτηση με στόχο τη διάπλαση πολιτών με ήθος, και για αυτόν τον λόγο παιχνίδια παίζονταν μόνο στις διακοπές. Την εποχή αυτή, το παιχνίδι των αγοριών λάμβανε χώρα κυρίως σε εξωτερικούς χώρους (αυλές, αλάνες κλπ.), ενώ των κοριτσιών στο σπίτι (με πήλινες ή γύψινες κούκλες γνωστές ως πλαγγόνες). Ενδεικτικά παιχνίδια ήταν το σείστρο, η σφυρίχτρα, οι αστράγαλοι, το τσέρκι, η σφαίρα-μπάλα, οι πέτρες-ψηφίδες, η τυφλόμυγα, κλπ. (http://vizantinonistorika.blogspot.gr/2013/07/blog-post_25.html). Επιπλέον, τα παιδιά έπαιζαν μιμητικά παιχνίδια και παιχνίδια με αντικείμενα. Αργότερα την ίδια εποχή, δόθηκε προτεραιότητα στο παιχνίδι ως κύρια απασχόληση των παιδιών. Αναγνωρίστηκε η αναγκαιότητά του για τον εντοπισμό των κλίσεων και των διαθέσεων των παιδιών, αλλά και για την ενίσχυση της ψυχικής δύναμης και την καλλιέργεια της ανάληψης πρωτοβουλιών.

Στην αρχαία Ελλάδα το παιχνίδι ήταν συνδεδεμένο με την παιδική ηλικία και αυτό φαίνεται από την κοινή ρίζα των λέξεων: παίγνιον, παιδιά, παιχνίδι, παίζω και εμφανίστηκε για πρώτη φορά στην Οδύσσεια του Ομήρου. Στην αρχαία Σπάρτη (1200/1100πΧ), λόγω του ιδιόμορφου χαρακτήρα της κοινωνίας, τα παιχνίδια στόχευαν στην ανάπτυξη του ομαδικού πνεύματος και της άμιλλας (Διαμαντόπουλος, 2009:50-54). Έτσι, έπαιζαν πολεμικά παιχνίδια και γυμνάζονταν. Εκεί ήταν που αναπτύχθηκε ο παιγνιώδης κύκλος του κατώτερου και ανώτερου πένταθλου. Ο πρώτος ξεκινούσε από απλές ασκήσεις αλμάτων και κατέληγε σε παιχνίδια με τη σφαίρα. Ο δεύτερος περιλάμβανε την πάλη, το ακόντιο και τη δισκοβολία. Στην Ομηρική εποχή (1100-323πΧ) παιδιά και ενήλικες επιδίδονταν σε διάφορα παιχνίδια, καθώς θεωρούσαν ότι εξυπηρετούσαν παράλληλα ευγενείς σκοπούς και ιδεώδη. Η επιδεξιότητα στο παίξιμο της σφαίρας ήταν από τα πιο αγαπητά παιχνίδια εκείνη την εποχή, σύμφωνα με τα έπη του Ομήρου, τόσο για τα αγόρια όσο και για τα κορίτσια. Άλλα παιχνίδια που παίζονταν ήταν οι μονομαχίες, οι τοξοβολίες και το ρίξιμο του δίσκου και του ακοντίου (Γέρου, 1961:14).

Κατά την Ολυμπιακή περίοδο στην Αθήνα (776πΧ) τα παιχνίδια απέκτησαν δημοτικότητα και αναπτύχθηκαν σε μεγάλο βαθμό. Θεωρούνταν σημαντικά τόσο για την άσκηση του σώματος όσο και για τη διαπαιδαγώγηση του χαρακτήρα, την ανάπτυξη της κοινωνικής και πολιτικής συνείδησης και την προετοιμασία για τη μελλοντική ζωή (http://www.parkodeinosauron.gr/images/istoriki_ekseliksi.pdf). Ο Ηρόδοτος (485-421/415πΧ) αναφέρει ότι ο Παλαμήδης είχε εφεύρει τα ζάρια, τα οποία εκείνη την περίοδο ήταν κύβοι από πέτρες και πηλό και είχαν ανάγλυφους ή σχεδιασμένους αριθμούς στην κάθε επιφάνεια του κύβου. Ο Πλάτωνας (427-347πΧ) και ο Αριστοτέλης (384-322πΧ) έδωσαν μεγάλη σημασία στο παιχνίδι, αλλά και σε άλλες δραστηριότητες των παιδιών ως μέσα για τη σωματική, την ηθική και την ψυχική τους ανάπτυξη, δίνοντας βάρος στους τρεις παράγοντες που επιδρούν στη διαμόρφωση του χαρακτήρα του ανθρώπου: τη φύση, τη συνήθεια και την παιδεία. Θεωρούσαν ότι εκτός του ότι το παιδί ξεκουράζεται μέσω του παιχνιδιού, προετοιμάζεται να αντιμετωπίσει και τις ανάγκες της ζωής, εφόσον πολλά παιχνίδια είναι απομίμηση επαγγελμάτων. Για τον Πλάτωνα τα παιχνίδια για τα παιδιά ηλικίας έως 6 ετών ήταν έμφυτα και παίζονταν, υπό επίβλεψη, σε σχολεία-ναούς. Για τα μεγαλύτερα παιδιά έως 17 με 18 ετών, θεωρούσε κατάλληλα τα παιχνίδια τα οποία ασκούσαν το σώμα και το πνεύμα. Το ότι είναι δυνατόν τα παιδιά να διδάσκονται και να ασκούνται στη μάθηση και στην ανάπτυξη ικανοτήτων μέσα από το παιχνίδι, πρωτοαναφέρθηκε από τον Πλάτωνα στο έργο του Πολιτεία. Ο Αριστοτέλης χώριζε την ανάπτυξη του ανθρώπου σε τρία στάδια: τη σωματική ανάπτυξη, την ανάπτυξη των κατώτερων αισθήσεων, δηλαδή της ψυχής και των επιθυμιών, καθώς και τη διανοητική ανάπτυξη και τα αντιστοιχούσε με τα στάδια της

εκπαίδευσής του (Βώρος, 1999). Στα Πολιτικά, είχε χωρίσει τα παιχνίδια σε μαχητικά, αθλητικά, εσπουδαγμένα και εριστικά.

Η ελληνική παράδοση στην εκπαίδευση συνεχίστηκε στην αρχαία Ρωμαϊκή Αυτοκρατορία (753πΧ–476μΧ) με τα πρώτα σχολεία να εμφανίζονται κατά την έναρξη του δημοκρατικού πολιτεύματος και να ονομάζονται “ludi” που σημαίνει παιχνίδια (Vankúš, 2005). Στην πραγματικότητα, τα παιχνίδια σε αυτά τα ιδρύματα είχαν να κάνουν περισσότερο με τη φυσική ανάπτυξη των μαθητών. Λόγω των αναγκών της αυτοκρατορίας για γενναίους και δυνατούς πολεμιστές τη θέση του παιχιδιού έπαιρναν συχνά οι μονομαχίες και οι επιδείξεις πολεμικών ικανοτήτων. Αυτό είχε επιρροή και στο παιχνίδι των παιδιών με τις αναπαραστάσεις πολεμικών ενεργειών. Άλλα παιχνίδια που παίζονταν στη Ρώμη ήταν: στεφάνια, κούκλες, άλογα, κύβοι, ζάρια, τυφλόμυγα, πεντόβολα, κότσια κλπ. (Γέρου, 1961:13), παιχνίδια όμοια με τα σημερινά. Στη Βρετανία, τα παιχνίδια έφθασαν στο τέλος του 1ου πΧ αιώνα.

Κατά τον Μεσαίωνα (5ος–15ος αιώνας) οι παιγνιώδεις, αλλά και οι αθλητικές δραστηριότητες εξαφανίστηκαν, γιατί την εποχή εκείνη θεωρούσαν ότι έπρεπε να διαμορφωθεί μόνο η ψυχή. Η εκπαίδευση επηρεαζόταν πολύ από τη μεσαιωνική εκκλησία και περιορίστηκε στα μοναστήρια. Επιβλήθηκε στα σχολεία σκληρή πειθαρχία, χρησιμοποιούνταν σωματικές ποινές και το παιχνίδι δεν είχε θέση, εφόσον θεωρούνταν ταμπού, ανώφελο και πηγή ανηθικότητας και για αυτό τα περισσότερα παιχνίδια ήταν ιδιαίτερα επικίνδυνα και βίαια. Τα παιχνίδια, την εποχή αυτή, χρησιμοποιούνταν περισσότερο για να προετοιμάσουν για την μελλοντική και επαγγελματική ζωή. Από τα αρχαιολογικά ευρήματα καταγράφονται παιχνίδια με: κούκλες, άλογα, ιππότες, καθώς και ποικίλα άλλα κεραμικά παιχνίδια. Επίσης, φαίνεται από καταγραφές ότι έπαιζαν ένα παιχνίδι που έμοιαζε πολύ με το σημερινό τάβλι.

Αντίθετα, στην Αναγέννηση (14ος–17ος αιώνας) υποστηρίχθηκε η αξία του παιχιδιού και τονίστηκε η σημασία του τόσο στην ψυχική όσο και στη σωματική ανάπτυξη του παιδιού. Την εποχή της Αναγέννησης επινοήθηκαν, αναπτύχθηκαν και διαδόθηκαν πολλά παιχνίδια σε όλον τον κόσμο. Αυτήν την εποχή παιχνίδια από την Ασία όπως το μπιλιάρδο, το σκάκι και το τάβλι, άρχισαν να παίρνουν τη σημερινή τους μορφή.

Στην Ελλάδα των παλαιότερων χρόνων τα παιχνίδια φτιάχνονταν από τα ίδια τα παιδιά ή από τους γονείς τους με διάφορα υλικά, όπως ύφασμα, ξύλο, καρπούς και πηλό. Παιχνίδια διατίθενται και στους πάγκους των κοροπλάθων κατά τη διάρκεια των γιορτών, σε κεντρικές πλατείες. Κάποια από τα παιχνίδια ήταν οι αστράγαλοι, τα κότσια, ο τροχός, το τσέρκι κλπ. Κατά την Οθωμανική αυτοκρατορία (τέλος 13ου αιώνα–1918), τα παιχνίδια που χρησιμοποιούνταν ήταν επικεντρωμένα στην καλλιέργεια της σκοπευτικής ικανότητας, της δύναμης και της αντοχής. Την εποχή μετά την επανάσταση του 1821, όπου το ελληνικό κράτος προσπαθούσε να ανασυσταθεί, το παιχνίδι δεν είχε θέση. Όμως, τα παιδιά ασχολούνταν με παιχνίδια τόσο μιμητικά, εμπνευσμένα από τους άθλους των ηρώων την εποχή της επανάστασης, όσο και αγωνιστικά. Αυτά τα παιχνίδια, αργότερα, τροποποιήθηκαν από εκπαιδευτικούς και χρησιμοποιήθηκαν στην εκπαίδευση.

Φτάνοντας στις μέρες μας, με τις επικρατούσες συνθήκες διαβίωσης να έχουν αλλάξει, λόγω της βιομηχανοποίησης, της τεχνολογικής ανάπτυξης και της αστικοποίησης, το παραδοσιακό παιχνίδι σταδιακά υποχωρεί και τα παιχνίδια της υπαίθρου αντικαθίστανται από επιτραπέζια και μηχανοκίνητα παιχνίδια (Διαμαντόπουλος, 2009). Επιπλέον, έχει ελαχιστοποιηθεί ο χρόνος για παιχνίδι, λόγω των πολλαπλασιαζόμενων υποχρεώσεων, αλλά και ο χώρος για παιχνίδι λόγω της υπεριοικοδόμησης και της διαμονής σε διαμερίσματα.

Μελετώντας τις διαδρομές του παιχιδιού, οι Gaskins, Haight και Lancy (2007), εντοπίζουν τρεις γενικές πολιτισμικές οπτικές για το παιχνίδι: περιορισμός του παιχιδιού, αποδοχή του παιχιδιού και καλλιέργεια του παιχιδιού. Σε κάποιες κοινωνίες το παιχνίδι γίνεται μεν ανεκτό, αλλά του δίνεται περιορισμένη αξία και αποθαρρύνονται συγκεκριμένοι τύποι του. Για παράδειγμα, οι Maya εκλαμβάνουν το παιχνίδι προσποίησης, το οποίο περιλαμβάνει μυθοπλασία και φαντασία, ως κάποιος να λέει ψέματα. Σε άλλες κοινωνίες το παιχνίδι γίνεται αποδεκτό και μάλιστα θεωρείται και χρήσιμο εφόσον απασχολεί το παιδί έως ότου μεγαλώσει. Παρόλα αυτά το παιχνίδι δεν ενθαρρύνεται και δεν συμμετέχουν σε αυτό οι ενήλικοι. Για τον λόγο αυτόν το παιχνίδι των παιδιών δεν πραγματοποιείται σε ειδικά διαμορφωμένους χώρους με παιχνίδια του εμπορίου. Τέλος, υπάρχουν κοινωνίες στις οποίες το παιχνίδι ενθαρρύνεται, εφόσον θεωρείται η εργασία των παιδιών και οι ενήλικοι συμμετέχουν σε αυτό θεωρώντας τον ρόλο τους στο παιχνίδι πολύ σημαντικό για την παρακίνηση της μάθησης των παιδιών.

Διακρίνοντας τον διαφορετικό ρόλο του παιχιδιού στο πέρασμα των χρόνων, σε σχέση με τις αντιλήψεις για την παιδική ηλικία, δημιουργούνται τρεις χαρακτηριστικές περιόδους (Σκουμπουρδή & Καλαβάσης, 2007). Στην πρώτη περίοδο (έως τον 18ο αιώνα), το παιχνίδι διαχωρίζεται από την εκπαίδευση. Κατά την περίοδο αυτή, ο ρόλος του παιδιού είναι παθητικός. Θεωρείται ότι το παιδί δεν έχει δυνατότητα λογικής κρίσης και ότι μόνο μέσω της εκπαίδευσης μπορεί να αποκτήσει ορθό συλλογισμό. Αυτή η οπτική

φαίνεται να υιοθετεί την αριστοτελική άποψη κατά την οποία το παιχνίδι δεν εμπεριέχει σκοπό, αλλά είναι αναγκαίο διάλειμμα για την ανασυγκρότηση των δυνάμεων και την ανανέωση της ενέργειας. Ενώ για τη συγκεκριμένη περίοδο το παιχνίδι δεν έχει εκπαιδευτική αξία, θεωρείται ότι πρέπει να υπάρχει στο εκπαιδευτικό πρόγραμμα για να προσελκύει το ενδιαφέρον του παιδιού.

Στη δεύτερη περίοδο (18ος και κυρίως 19ος αιώνας έως τη δεκαετία του '70), όπου αρχίζει να αναγνωρίζεται η σημασία της παιδικής ηλικίας, το παιδικό παιχνίδι θεωρείται πολύ σοβαρή δραστηριότητα και συνδέεται εν μέρει με την εκπαιδευτική διαδικασία, αποκτώντας θεωρητικό ενδιαφέρον. Από αυτήν τη νέα θεώρηση της παιδικής ηλικίας και με τη συμβολή της ψυχολογίας, αλλά και τη δημιουργία θεσμών και επιστημών γύρω από την αγωγή του παιδιού, γεννιέται ένα νέο εκπαιδευτικό κίνημα σύμφωνα με το οποίο το μικρό παιδί είναι ενεργό υποκείμενο. Το παιχνίδι αυτήν την περίοδο, θεωρείται η πρώτη εκδήλωση της δραστηριότητας του παιδιού, το ξύπνημα των σωματικών και πνευματικών του ικανοτήτων, καθώς κατέχει κεντρικό ρόλο στη δραστηριότητά του. Θεωρείται ότι το παιδί έχει ανάγκη να παίζει, να αποκτήσει εμπειρία και να προετοιμαστεί για τη ζωή. Εντούτοις, παρατηρείται ότι στις σχολικές τάξεις παραμένει η αντιδιαστολή μεταξύ ψυχαγωγίας και εργασίας ή μεταξύ εκπαιδευτικών παιχνιδιών και ελεύθερων παιχνιδιών.

Στην τρίτη περίοδο (από τη δεκαετία του '70 και μετά), στην οποία οι νεότερες επιστημονικές προσεγγίσεις τροφοδοτούν την παιδαγωγική σκέψη, το παιχνίδι συνδέεται λειτουργικά με την ανάπτυξη του παιδιού και αποκτά εκπαιδευτική διάσταση ακόμη και στην ελεύθερη και αυθόρμητη μορφή του (Fournier, 2004; James, 2001; Smith, 2001). Αυτή είναι η περίοδος κατά την οποία διαμορφώνονται οι θεωρίες για το παιχνίδι που θα αναπτυχθούν στο επόμενο κεφάλαιο.

Από τα παραπάνω παραδείγματα, γίνεται διακριτό ότι οι διαδρομές του παιχνιδιού ποικίλουν και πολλές είναι οι διαφοροποιήσεις στις στάσεις για το παιχνίδι των παιδιών μεταξύ των διαφορετικών εποχών, αλλά και πολιτισμών. Οι στάσεις αυτές είναι επηρεασμένες από τις επικρατούσες συνθήκες της κάθε εποχής, που διαμορφώνονται από τις οικονομικές καταστάσεις, τις θρησκευτικές πεποιθήσεις, την κοινωνική δομή, αλλά και από τις εκάστοτε αντιλήψεις για την παιδική ηλικία (Fournier, 2004) και το φύλο³, με την αντίστοιχη κουλτούρα να κατευθύνει τις επιλογές, το είδος και τη συμβολή του παιχνιδιού στην ανάπτυξη και τη μάθηση του παιδιού (Whitebread, 2012). Επίσης, η μελέτη των ενδεικτικών διαδρομών του παιχνιδιού στην ιστορία κάνει εμφανή την ενδυνάμωση του εκπαιδευτικού του ρόλου στο πέρασμα των χρόνων και την αυξανόμενη τάση για ένταξή του στην εκπαίδευση, με κάποιες νέες παιδαγωγικές θεωρίες να προτείνουν το παιχνίδι ως κύρια διδακτική μέθοδο (Vankúš, 2005).

Ενδεικτικές ερωτήσεις και θέματα για περαιτέρω διερεύνηση και προβληματισμό (αναζήτηση πηγών για διεύρυνση της μελέτης):

- Πότε πρώτο-εντοπίζεται το παιχνίδι και ποιος ήταν ο ρόλος του;
- Ποιο θεωρείται το παλαιότερο επιτραπέζιο παιχνίδι και από ποιους παίζονταν αυτού του είδους τα παιχνίδια;
- Ποιες ομοιότητες και ποιες διαφορές εντοπίζονται στα παιχνίδια των διαφόρων χωρών στις διαφορετικές εποχές; Πού θεωρείτε ότι οφείλονται;
- Ποιοι παράγοντες επηρεάζουν τις διαδρομές του παιχνιδιού στο πέρασμα των χρόνων; Ποια είναι η επιρροή τους;
- Ποιος ήταν ο ρόλος του παιχνιδιού για τον Πλάτωνα;
- Ποιος ήταν ο ρόλος του παιχνιδιού για τον Αριστοτέλη;
- Πώς διαμορφώνεται ο ρόλος του παιχνιδιού σε σχέση με τον ρόλο της παιδικής ηλικίας, σε καθεμία περίοδο (έως τον 18ο αιώνα, 18ος και κυρίως 19ος αιώνας έως τη δεκαετία του '70, από τη δεκαετία του '70 και μετά).
- Μελετώντας τις εκπαιδευτικές (ή οικονομικές ή κοινωνικές ή φιλοσοφικές κλπ.) συνθήκες μιας περιοχής σε συγκεκριμένη περίοδο και συσχετίζοντάς τες με τα παιχνίδια που παίζονταν σε τι συμπεράσματα μπορούμε να καταλήξουμε;
- Επιλέξτε ένα παιχνίδι της αρχαιότητας, το οποίο θεωρείτε ότι έχει εκπαιδευτικό ενδιαφέρον και παρουσιάστε τη διαδρομή του σε διάφορες χώρες στο πέρασμα των χρόνων.

³ Οι στάσεις που υιοθετούνται από τις διαφορετικές κουλτούρες για το φύλο επηρεάζει το παιχνίδι των παιδιών. Σε πολιτισμούς στους οποίους είναι έντονη η διαφοροποίηση μεταξύ ανδρών και γυναικών, τα αγόρια και τα κορίτσια προετοιμάζονται για αυτούς τους ρόλους από μικρά μέσω του παιχνιδιού. Για τα αγόρια επιλέγονται παιχνίδια περισσότερο ανταγωνιστικά που εμπεριέχουν φυσική άσκηση και κίνδυνο, ενώ για τα κορίτσια παιχνίδια με αντικείμενα του νοικοκυριού, όπως σερβίτσια και κούκλες προετοιμάζοντάς τα για τα οικιακά (Whitebread, 2012).

- Τι συμπεράσματα μπορούν να προκύψουν από τη συσχέτιση της αντίληψης για το παιχνίδι και της αξιοποίησής του (στις διάφορες χώρες, στις διαφορετικές περιόδους);
- Τα παιχνίδια της παιδικής σας ηλικίας σε τι μοιάζουν και σε τι διαφέρουν από τα παιχνίδια των μικρών παιδιών σήμερα; Πού θεωρείται ότι οφείλονται αυτές οι ομοιότητες ή/και διαφοροποιήσεις;
- Ποια ερωτήματα θεωρείτε ότι παραμένουν ανοιχτά σε αυτό το πεδίο;

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Βώρος, Φ.Κ. (1999). Μια φιλοσοφία της εκπαίδευσης στα Πολιτικά του Αριστοτέλους. Στο Δ. Κούτρας (επιμ.) *Β' Διεθνές Συνέδριο Αριστοτελικής Φιλοσοφίας: Η πολιτική φιλοσοφία του Αριστοτέλους και οι επιδράσεις της*. Αθήνα.
- Gaskins, S. Haight, W. & Lancy, D.F. (2007). The cultural construction of play. In A. Göncü & S. Gaskins (Eds.) *Play and development: Evolutionary, sociocultural and functional perspectives*. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Γέρου, Θ. (1961). *Παιγνιώδεις μορφές εργασίας στο δημοτικό σχολείο: παιχνίδια με τη φαντασία, ομαδικά παιχνίδια, οικοδομικά και δημιουργικά παιχνίδια, ο συμβολισμός τους, τα όνειρα, η δραματοποίηση, το ελεύθερο ιχνογράφημα, οι συλλογές*. Εκδόσεις Δίπτυχο, Αθήνα.
- Διαμαντόπουλος, Δ. (2009). Το παιχνίδι. Εκδόσεις Π. Πουρναρά, Θεσσαλονίκη.
- Fournier, M. (coord) (2004). A quoi sert le jeu? *Dossier, Sciences Humaines*, 152.
- Fox, S.J. (1977). A paleoanthropological approach to recreation and sporting behaviors. In B.A. Tindall & P. Stevens (Eds.) *Studies in the anthropology of play*. West Point, New York: Leisure Press.
- Frost, J.L. (2010). *A history of children's play and play environments: towards a contemporary child-saving movement*. Taylor and Francis.
- James, A. (2001). Παίζοντας και μαθαίνοντας. Στο Σ. Αυγητίδου (επιμ.) *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις* (σελ. 55-111). ΤΥΠΩΘΗΤΩ Γιώργος Δάρδανος, Αθήνα.
- Λάζος, Χ. (2002). *Παίζοντας στον χρόνο: Αρχαιοελληνικά και βυζαντινά παιχνίδια 1700πΧ-1500πΧ*. Εκδόσεις Αίολος, Αθήνα.
- Σκουμπουρδή, Χ. & Καλαβάσης, Φ. (2007). Σχεδιασμός ένταξης του παιχνιδιού στη μαθηματική εκπαίδευση για την προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία. Στο Φ. Καλαβάσης & Α. Κοντάκος (επιμ) *Θέματα Εκπαιδευτικού Σχεδιασμού* (σελ. 137-156). Ατραπός, Αθήνα.
- Smith, P. (2001). Το παιχνίδι και οι χρήσεις του παιχνιδιού. Στο Σ. Αυγητίδου (επιμ.) *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις* (σελ. 203-227). ΤΥΠΩΘΗΤΩ Γιώργος Δάρδανος, Αθήνα.
- Vankúš, P. (2005). History and present of didactical games as a method of mathematics' teaching. *Acta Didactica Universitatis Comenianae Mathematics*, 5, 53-68.
- Whitebread, D. (2012). *The importance of play: A report on the value of children's play with a series of policy recommendations*. University of Cambridge.

A.2 Θεωρίες για το παιχνίδι

Σύνοψη

Στο κεφάλαιο αυτό η παράθεση ενδεικτικών θεωρητικών οπτικών για το παιχνίδι, στοχεύει στη θέαση του παιχνιδιού ως πολύμορφο φαινόμενο και στη δημιουργία μίας βάσης για τον προσδιορισμό του και την ανίχνευση του ρόλου του. Παράλληλα ανοίγει πεδία προβληματισμού για τη σχέση του παιχνιδιού με την ανάπτυξη και τη μάθηση των παιδιών.

Οι πιο βασικές θεωρητικές απόψεις για το παιχνίδι στηρίζονται στις ψυχαναλυτικές, τις ψυχολογικές, τις κοινωνιολογικές, τις ανθρωπολογικές και τις παιδαγωγικές θεωρίες. Οι ψυχαναλυτικές θεωρίες ερμηνεύουν την τάση του παιδιού για παιχνίδι ως την προσπάθεια απεγκλωβισμού και απελευθέρωσής του από κάθε μορφή συγκίνησης, έντασης, στέρησης ή απειλής. Με κύριο εκπρόσωπο τον Freud, στις θεωρίες αυτές, το παιχνίδι εκφράζει την ανάγκη προβολής του εσωτερικού και του συναισθηματικού κόσμου του παιδιού. Μέσω του παιχνιδιού δίνεται διέξοδος στις καταπιεσμένες επιθυμίες και τις ανικανοποίητες ανάγκες, απελευθερώνοντας το παιδί από φόβους και αδυναμίες. Το παιχνίδι για τον Freud θεωρείται ταυτόχρονα έκφραση της αρχής της ηδονής και ένας μηχανισμός κάθαρσης, που επιτρέπει την απελευθέρωση από ορισμένα τραύματα και ανακουφίζει το παιδί από το ψυχικό άγχος. Αποτελεί ένα ασφαλές πλαίσιο στο οποίο τα παιδιά μπορούν να αποδεσμευτούν από τους περιορισμούς της πραγματικότητας και να εκδηλώσουν μη αποδεκτές συμπεριφορές και συναισθήματα, χωρίς συνέπειες, κάτι που θα ήταν αδύνατον να πραγματοποιηθεί σε καθημερινές καταστάσεις (Αυγητίδου, 2001:16). Ο Winnicott (1971) θεωρούσε ότι το παιχνίδι εγκαθιστά μια δημιουργική σχέση με τον κόσμο, εφόσον μέσω του παιχνιδιού το παιδί αποκτά εμπειρίες και κοινωνικές επαφές, αναπτύσσει την προσωπικότητά του και έχει τη δυνατότητα να εκφράσει την επιθετικότητά του σε ένα πλαίσιο στο οποίο δεν φοβάται ότι θα τιμωρηθεί. Το παιχνίδι, δηλαδή, βρίσκεται κατά τον Winnicott στον αντίποδα της συμμόρφωσης. Με βάση την ψυχαναλυτική οπτική (Γκιάστας, 2012:47) οι μεγάλες κατηγορίες παιχνιδιού, με τη σειρά που πρωτοεμφανίζονται στην παιδική ηλικία, είναι τα σωματικά και αισθητηριακά παιχνίδια, τα παιχνίδια χειρισμού αντικειμένων, τα κοινωνικο-συναισθηματικά παιχνίδια και τα παιχνίδια κανόνων. Οι δύο πρώτες κατηγορίες παιχνιδιού χαρακτηρίζονται από εναλλαγή των ορμών, είτε λιμπιντικά είτε από την ορμή της καταστροφής, ενώ οι δύο τελευταίες προσδιορίζονται από σημαντικές αλλαγές στη διαπλοκή των ορμών. Τα σωματικά ή λειτουργικά παιχνίδια (παιχνίδια με απλές, επαναλαμβανόμενες μυϊκές κινήσεις με ή χωρίς τη χρήση αντικειμένων) είναι τα κινητικά παιχνίδια που εκτελεί το νεογέννητο. Τα παιχνίδια με αντικείμενα, τα κατασκευαστικά και μορφοποιητικά παιχνίδια είναι τα παιχνίδια με τα οποία ασχολείται ένα βρέφος 4-5 μηνών. Τα κοινωνικό-συναισθηματικά παιχνίδια ή παιχνίδια ρόλων είναι τα παιχνίδια των παιδιών μετά το 1ο έτος, στα οποία το παιδί ταυτίζεται με ένα πρόσωπο, ζώο ή πράγμα· κατά κάποιο τρόπο το μιμείται, γίνεται ένα με αυτό και παίζει τον ρόλο του. Τέλος, με τα παιχνίδια κανόνων ασχολούνται τα παιδιά από τεσσάρων ετών και πάνω. Στα παιχνίδια αυτά τα παιδιά παίζουν με έναν ή περισσότερους παίκτες και ακολουθούν ορισμένους κανόνες τους οποίους δεν επιτρέπεται να παραβούν. Η κριτική στις παραπάνω οπτικές διευκρινίζει ότι αυτό δεν συμβαίνει με όλα τα παιχνίδια, δηλαδή, δεν αποτελούν όλα τα παιχνίδια συμβολική έκφραση καταπιεσμένων επιθυμιών (Ματσαγγούρας, 2001).

Στις ψυχολογικές θεωρίες, μελετήθηκαν εκτενώς οι σχέσεις μεταξύ παιχνιδιού, μάθησης και ανάπτυξης. Ο Piaget (1896-1980), ως κύριος εκφραστής των ψυχολογικών θεωριών, επισημαίνει ότι το παιχνίδι είναι ένα μέσω πειραματισμού και εξερεύνησης του κόσμου, ώστε να ανακαλυφθούν δεξιότητες και να κατασκευαστεί η γνώση (Furth & Kane, 2001; Smith, 2001; Wood & Bennett, 2001). Υποστήριξε ότι το παιχνίδι συνεισφέρει στη διαδικασία σχηματισμού της νοημοσύνης, εφόσον το παιδί μαθαίνει επενεργώντας και αντιδρώντας στο φυσικό και κοινωνικό του περιβάλλον, με τις γνωστικές προσαρμογές να προέρχονται από την εξισορρόπηση των διαδικασιών αφομοίωσης και συμμόρφωσης. Αποδίδει πολύπλευρο ρόλο στο παιχνίδι για τη γνωστική ανάπτυξη των παιδιών, ανάλογα με το αναπτυξιακό τους επίπεδο και για αυτόν τον λόγο προτείνει το παιχνίδι να έχει συγκεκριμένη μορφή, εφόσον η ηλικία των συμμετεχόντων σ' αυτό είναι ορισμένη και οι ικανότητες τους προσδιορισμένες. Έτσι, ο Piaget, με κριτήριο την ηλικία, διέκρινε τα παιχνίδια σε αισθησιοκινητικά παιχνίδια (ή παιχνίδια άσκησης ή εξάσκησης ή λειτουργικά), σε συμβολικά παιχνίδια (ή παιχνίδια προσποίησης) και σε παιχνίδια κανόνων τα οποία για κάποιους ερευνητές (Smith, 2001; Ρεκαλίδου, 2004) αποτελούν ανεξάρτητη κατηγορία, ενώ για άλλους (Sarama & Clements, 2009) είναι ένας από τους τρεις τύπους συμβολικού παιχνιδιού μαζί με τα κατασκευαστικά και τα δραματικά παιχνίδια. Η

διαφορά μεταξύ αισθησιοκινητικών και συμβολικών παιχνιδιών βρίσκεται στον σκοπό του παιχνιδιού, στο κατά πόσο δηλαδή η οικεία δράση επαναλαμβάνεται για την εξάσκησή της ή για ψυχαγωγία (Piaget, 1951). Τα αισθησιοκινητικά παιχνίδια περιλαμβάνουν τις απλές φωνητικές και κινητικές εκδηλώσεις των βρεφών, ως τις πρώτες μορφές παιχνιδιού, αλλά και παιχνίδια εξερεύνησης και χειρισμού αντικειμένων (χωρίς τη συμπερίληψη των χαρακτηριστικών των αντικειμένων στο παιχνίδι), τα οποία δεν χρησιμοποιούν σύμβολα ή κανόνες, καθώς και τα παιχνίδια ερωτήσεων, τα αινίγματα και τα μυθοπλαστικά παιχνίδια. Με τα παιχνίδια αυτού του είδους ασχολούνται τα παιδιά από τους πρώτους μήνες της ζωής τους μέχρι, κυρίως, τα δύο πρώτα χρόνια. Πιο σπάνια, παιδιά σε μεγαλύτερες ηλικίες, μέχρι πέντε, έξι ακόμα και επτά ετών, ασχολούνται επίσης, με τέτοιου είδους παιχνίδια. Τα συμβολικά παιχνίδια, ως δεύτερη κατηγορία παιχνιδιού, είναι τα παιχνίδια με τα οποία ασχολούνται τα παιδιά κατά το τέλος της βρεφικής ηλικίας και διαρκούν έως τα πέντε με επτά πρώτα χρόνια της ζωής τους. Στα παιχνίδια αυτά μιμούνται πράγματα και γεγονότα και χρησιμοποιούν κατά τρόπο συμβολικό διάφορα αντικείμενα. Τα περισσότερα παιχνίδια αυτού του είδους απαιτούν συμμετοχή των αισθήσεων, των κινήσεων και της φαντασίας και προσφέρουν στο παιδί ιδιαίτερη χαρά. Το συμβολικό παιχνίδι μπορεί να είναι ατομικό, φανταστικό, μιμητικό, με έντονο εγωκεντρικό χαρακτήρα που αποσκοπεί στην αφομοίωση του πραγματικού “εγώ” του παιδιού. Το παιδί, παίζοντας συμβολικά παιχνίδια, αφομοιώνει τον εξωτερικό κόσμο σύμφωνα με τις επιθυμίες και τις ανάγκες του και άρα διαμορφώνει την πραγματικότητα σύμφωνα με τις δικές του απαιτήσεις (Αυγητίδου, 2001:17-19). Τα παιχνίδια κανόνων είναι περισσότερο δομημένα και οργανωμένα σε σχέση με τα προηγούμενα και προϋποθέτουν ότι οι παίκτες διαθέτουν ικανότητες κατανόησης κανόνων, καθώς και ικανότητες κοινωνικής αλληλεπίδρασης εφόσον αποτελούν μια πιο σύνθετη μορφή παιχνιδιού που, τυπικά, απευθύνεται σε παιδιά σχολικής ηλικίας. Ένα σημαντικό στοιχείο του παιχνιδιού αυτού για τον Piaget είναι ότι από το δέκατο έτος της ηλικίας και μετά η ετερονομία των κανόνων παραχωρεί τη θέση της σε μια αυτονομία δράσης. Ο κανόνας, δηλαδή, γίνεται εσωτερικός, αυθόρμητος και όχι επιβαλλόμενος και εξωτερικός. Το στοιχείο αυτό φαίνεται καλύτερα στα παιχνίδια των μεγαλύτερων παιδιών και των εφήβων. Επιπλέον, ο Piaget προτείνει ψυχαγωγικά παιχνίδια για όλες τις ηλικίες. Η ταξινόμηση του Piaget, για τους Γιαννίκα, Μπάλλα και Σταράκη (1999), δεν είναι απόλυτη. Υποστηρίζουν ότι και οι τρεις προτεινόμενες μορφές πρέπει να συνυπάρχουν στο παιχνίδι των παιδιών. Βέβαια ανάλογα με την ηλικία, το αντίστοιχο είδος παιχνιδιού παίζει τον κύριο ρόλο.

Άλλοι υποστηρικτές των ψυχολογικών θεωριών όπως ο Dienes πρότεινε η διδασκαλία των μαθηματικών να αρχίζει με παιχνίδια. Κατά την άποψή του, η μάθηση των μικρών παιδιών επιτυγχάνεται κυρίως μέσω του παιχνιδιού. Τα παιδιά περνούν, από τη διαισθητική κατανόηση των κανόνων, στη μαθηματική γνώση (Κόμπος, 1996:60), μέσω της επίδρασης των καταστάσεων ενός δομημένου παιχνιδιού. Ο Dienes διαχώρισε δύο τύπους παιχνιδιού, το πρωτογενές και το δευτερογενές. Το πρωτογενές παιχνίδι σχετίζεται με την επαφή του παιδιού με αντικείμενα και με υλικά, με σκοπό την άμεση ικανοποίηση των βασικών αναγκών του. Το δευτερογενές παιχνίδι είναι η συνειδητή δραστηριότητα του παιδιού, η οποία έχει κάποιο συγκεκριμένο σκοπό. Πρωτογενές παιχνίδι είναι, για παράδειγμα, η προσπάθεια του βρέφους να πιάσει την κουδουνίστρα του, ικανοποιώντας την ανάγκη του για κίνηση και απτική επαφή. Όταν, σε επόμενο στάδιο, παίρνει την κουδουνίστρα για να κάνει θόρυβο τότε έχουμε να κάνουμε με δευτερογενές παιχνίδι. Το μαθηματικό παιχνίδι μπορεί να ανήκει και στους δύο τύπους παιχνιδιού, σύμφωνα με τον Dienes. Στον πρωτογενή του τύπο περιλαμβάνει τον χειρισμό και την εξερεύνηση διάφορων υλικών, χωρίς απώτερο σκοπό. Στον δευτερογενή του τύπο περιλαμβάνει την προσπάθεια του παιδιού να κατασκευάσει κάτι με τα υλικά που έχει χειριστεί και εξερευνήσει, να ανακαλύψει ιδιότητες και χαρακτηριστικά και να διαμορφώσει αφηρημένες έννοιες και κατηγορίες ή κανόνες. Οι δύο αυτοί τύποι παιχνιδιού δεν είναι πάντα απόλυτα διακριτοί μεταξύ τους. Μπορεί δηλαδή ένα παιδί να παίζει σε πρωτογενές επίπεδο, ύστερα να συνεχίσει στο δευτερογενές, να επιστρέψει κατόπιν σε ένα πρωτογενές κοκ. Το δευτερογενές παιχνίδι οδηγεί συνήθως σε διαδικασίες πολύ χρήσιμες για τη μάθηση, όπως η αφαίρεση, ο συμβολισμός και η κατηγοριοποίηση.

Για τον Dienes η μάθηση των μαθηματικών, μέσω της χρήσης υλικού, έχει δυναμική λειτουργία και αναπτύσσεται σε στάδια. Στο πρώτο στάδιο, της ελεύθερης ενασχόλησης, τα παιδιά έρχονται για πρώτη φορά σε επαφή με το υλικό, μαθαίνουν την ονομασία του, το περιεργάζονται, παρατηρούν τα χαρακτηριστικά του, αλληλεπιδρούν με αυτό. Ξεκινώντας με το ελεύθερο ή εισαγωγικό παιχνίδι, το παιδί αφήνεται ελεύθερο να πειραματιστεί χειριζόμενο το υλικό με μη δομημένους τρόπους, προσπαθώντας να ανακαλύψει πώς θα μπορούσε να το χρησιμοποιήσει. Στο δεύτερο στάδιο τα παιδιά έρχονται σε επαφή με τους κανόνες, μέσα από τους οποίους προσπαθούν να αντιληφθούν τη δομή του υλικού και να λύσουν προβλήματα με τη χρήση του. Σε αυτό το στάδιο αποκτούν νόημα τα διάφορα χαρακτηριστικά του υλικού. Κατηγοριοποιούνται, δηλαδή, τα υλικά ανάλογα με το αν έχουν κοινά ή διαφορετικά χαρακτηριστικά. Στο τρίτο στάδιο μέσα από συζήτηση για

τους κανόνες του παιχνιδιού, καθώς και συσχέτιση με άλλα παιχνίδια, αναζητείται και αναδεικνύεται η κοινή δομή και τα κοινά χαρακτηριστικά διαφορετικών παιχνιδιών. Στο τέταρτο στάδιο γίνεται αναπαράσταση της κοινής δομής με χρήση επιπλέον υλικού, εικονιστικού ή/και συμβολικού. Σε αυτό το στάδιο επιτυγχάνεται η γενίκευση. Στο πέμπτο στάδιο επιδιώκεται ο στοχασμός πάνω στη γενίκευση. Στο έκτο στάδιο επιχειρείται η αξιωματική θεμελίωση.

Ο Bruner (1997), θεωρεί ότι το παιχνίδι είναι ένα μέσο εξερεύνησης και επινόησης που επιτρέπει στο παιδί αφενός να κοινωνικοποιηθεί και αφετέρου να ανακαλύψει τις δεξιότητές του. Οι ρόλοι, οι κανόνες, οι τρόποι αλληλεπίδρασης και επικοινωνίας, οι δεξιότητες, οι συνέπειες των πράξεων και μέσα από όλα αυτά η μάθηση επιτυγχάνονται μέσα από το παιχνίδι. Υποστηρίζει ότι μέσω του παιδικού παιχνιδιού, το οποίο συμβάλλει στη μάθηση, υποβοηθούνται και οι διαδικασίες επίλυσης προβλημάτων.

Για τις κοινωνικό-κονστρουκτιβιστικές οπτικές, με κύριο εκφραστή τον Vygotsky (1896-1934), το παιχνίδι είναι το μέσο της επαφής του παιδιού με το κοινωνικό του περιβάλλον. Ο Vygotsky υποστηρίζει ότι αν και η σχέση παιχνίδι-ανάπτυξη μπορεί να συγκριθεί με τη σχέση μάθηση-ανάπτυξη, το παιχνίδι προσφέρει ένα πολύ πιο ευρύ πεδίο για τις αλλαγές των αναγκών και της συνείδησης. Τα παιδιά στο παιχνίδι κοινωνικής προσποίησης δημιουργούν τη δική τους ζώνη επικείμενης ανάπτυξης (Whitebread & O'Sullivan, 2012), έναν χώρο μεταξύ των ανεξάρτητων και των υποβοηθούμενων επιπέδων επίδοσης, εκεί δηλαδή που λαμβάνει χώρα η μάθηση. Για να δημιουργηθεί αυτή η ζώνη είναι απαραίτητο τα παιδιά να αλληλεπιδράσουν κοινωνικά και σε συνεργασία με τους συνομήλικούς τους και για αυτόν τον λόγο χρειάζονται πρόσβαση στο παιχνίδι μέσα στο οποίο δρουν με ιδιαίτερο τρόπο και εμφανίζουν ικανότητες διαφορετικές από εκείνες των μη παιγνιωδών δραστηριοτήτων (Vygotsky, 2000). Αυτό γίνεται μέσα από τη δημιουργία μιας φαντασιακής κατάστασης, από την ανάληψη ρόλων και από τη διαπραγμάτευση κανόνων, μέσα, δηλαδή, από τα τρία βασικά χαρακτηριστικά του παιχνιδιού σύμφωνα με τον Vygotsky (Bodrova & Leong, 2007). Η φαντασιακή κατάσταση που δημιουργεί ένα παιδί κατά τη διάρκεια του αυθόρμητου παιχνιδιού είναι απαραίτητη γιατί το βοηθάει να συνδέσει τα σύμβολα με τα αντικείμενα και τις πράξεις που αναπαριστούν. Η φαντασιακή κατάσταση που περιγράφει ο Vygotsky διαφέρει από εκείνη που περιγράφεται στις ψυχαναλυτικές θεωρήσεις στο ότι στην πρώτη περίπτωση δημιουργείται από το παιδί ενώ στη δεύτερη θεωρείται ότι το παιχνίδι του παιδιού είναι φαντασία σε δράση.

Το παιχνίδι θεωρείται για τον Vygotsky η κυρίαρχη δραστηριότητα, η οποία καθορίζει την ανάπτυξη των παιδιών κυρίως στις ηλικίες από τριών έως έξι ετών (Vygotsky, 2000:172-173). Τα παιδιά όμως δεν μπορούν να πραγματοποιήσουν την κυρίαρχη αυτή δραστηριότητα μόνα τους, αλλά χρειάζονται υποστήριξη. Αν το παιχνίδι αναγνωρίζεται από το κοινωνικό πλαίσιο, ως η φυσική προδιάθεση των παιδιών, τότε παρέχονται ευκαιρίες για χρήση, εξάσκηση, αναπαράσταση, προσαρμογή, μεταμόρφωση και εσωτερίκευση της γλώσσας και άλλων αναπαραστατικών λειτουργιών, οι οποίες αποτελούν μέρος της βιολογικής και πολιτισμικής τους κληρονομιάς. Αν το παιχνίδι δεν αναγνωρίζεται και δεν υποστηρίζεται από το κοινωνικό πλαίσιο, τότε η επιρροή του στη μάθηση και την ανάπτυξη του παιδιού μπορεί να εξασθενήσει. Από τα παραπάνω αναδεικνύεται ο σημαντικός ρόλος του ενήλικου, του σημαντικού άλλου, στο παιχνίδι των παιδιών (Smith, 2001; Van Der Aalsvoort, Prakke, Howard, König & Parkkinen, 2015). Η διαμεσολάβηση του ενήλικου στο παιχνίδι των παιδιών μπορεί να συνεισφέρει στην παρατήρηση αφενός της ανάπτυξής τους και αφετέρου του τι προσπαθούν τα παιδιά να πετύχουν. Στις παρατηρήσεις από αυτήν την παρακολούθηση στηρίζεται ο εκπαιδευτικός για να υποστηρίξει το παιδί να προχωρήσει στο επόμενο αναπτυξιακό επίπεδο.

Στις ανθρωπολογικές θεωρίες, οι οποίες εκφράζονται με τη θεωρία της πολιτισμικής κριτικής, ο ορισμός του παιχνιδιού και ο καθορισμός των λειτουργιών που επιτελεί συνδέονται με τη μορφή και το νόημα που αποκτά σε κάθε πολιτισμικό και κοινωνικό πλαίσιο. Από τη σκοπιά της ανθρωπολογικής προσέγγισης αυτό που ενδιαφέρει είναι τι παιχνίδια παίζουν τα παιδιά, μιας και η προσέγγιση αυτή αντιλαμβάνεται το παιχνίδι ως εκδήλωση της ζωής (Brostrom, 2001). Η θεωρία της πολιτισμικής διαπραγμάτευσης, με εκφραστή τον Huizinga, αναδεικνύει τον ρόλο του παιχνιδιού στην ανάπτυξη του πολιτισμού, θεωρώντας ότι μέσα από το παιχνίδι αναπτύχθηκαν διάφορες πλευρές του πολιτισμού οι οποίες θεμελιώθηκαν στη συνείδησή μας. Ο Huizinga ορίζει το παιχνίδι ως μία εθελοντική δραστηριότητα η οποία αποτελεί αυτοσκοπό και συνοδεύεται από αισθήματα έντασης και χαράς (Χουϊζίνγκα, 1989). Η δραστηριότητα αυτή, είναι διαφορετική από τη συνήθη ζωή, εφόσον δεν είναι σοβαρή και απορροφά τον εμπλεκόμενο με έντονο και απόλυτο τρόπο, δεν σχετίζεται με υλικούς στόχους και δεν παράγει κανενός είδους (υλικό) όφελος. Εξελίσσεται με μεθοδικό τρόπο, μέσα σε καθορισμένα χωρικά και χρονικά όρια, σύμφωνα με προσδιορισμένους κανόνες, ελεύθερα αποδεκτούς, αλλά απολύτως δεσμευτικούς. Προάγει τον σχηματισμό κοινωνικών ομαδοποιήσεων που τείνουν να περιβάλλονται από μυστικότητα και να τονίζουν τη διαφοροποίησή τους από τον κοινό κόσμο μέσω της μεταμφίεσης ή άλλων τρόπων. Αντίστοιχα ο Caillois (1913-1978) ο οποίος ασχολήθηκε με την πολιτισμική

διάσταση του παιχνιδιού, όρισε το παιχνίδι ως μια δραστηριότητα ελεύθερη η οποία παύει να υπάρχει μόλις γίνει υποχρεωτική και η οποία είναι διαχωρισμένη σε χωρικά και χρονικά πλαίσια, αβέβαιη ως προς την έκβασή της και ρυθμισμένη από δικούς της κανόνες ανεξάρτητα αν αυτοί οι κανόνες είναι συμβατοί με τους κανόνες της καθημερινής ζωής.

Στις παιδαγωγικές θεωρίες τονίζεται η εκπαιδευτική αξία του παιχνιδιού κατά τη διαδικασία διδασκαλίας/μάθησης. Αυτήν την οπτική υιοθετούν και σημαντικοί παιδαγωγοί όπως ο Comenius (1592-1670), ο Fröbel (1782-1852), ο Dewey (1859-1952), η Montessori (1870-1952) και ο Claparede (1873-1940), μεταξύ άλλων, οι περισσότεροι από τους οποίους την ενισχύουν με την κατασκευή εκπαιδευτικού υλικού για τη διδασκαλία των μαθηματικών.

Ο Comenius υποστήριζε ότι η εκπαίδευση πρέπει να είναι εξολοκλήρου παιγνιώδης και διασκεδαστική, ώστε να διεγείρει το ενδιαφέρον των μαθητών για μάθηση (Vankúš, 2005). Θεωρούσε το παιχνίδι ως το φυσικό μέσο για τη μάθηση των παιδιών και ως την αυθόρμητη επίδειξη της δραστηριότητάς τους το οποίο είναι καλό για την υγεία και τη φυσική ανάπτυξή τους, εφόσον καλλιεργεί τις αισθήσεις, τη μνήμη, τη νόηση, τον λόγο και την προκοπή τους στην εργασία. Επίσης, επεσήμανε τη σημασία του παιχνιδιού στην προετοιμασία για τη μελλοντική εργασία, προτείνοντας την καθοδήγηση του παιδιού από την αυθόρμητη παιγνιώδη δραστηριότητα στην εργασία μέσω της διαδικασίας του παιχνιδιού και μέσω της χρήσης παιχνιδιών με κανόνες. Επιπλέον, τόνισε τη σημασία των ομαδικών παιχνιδιών για την ανάπτυξη των κοινωνικών δεξιοτήτων των παιδιών.

Ο Fröbel χρησιμοποιούσε την έμφυτη προδιάθεση του παιδιού για παιχνίδι ως βάση της αγωγής του, η οποία είχε σκοπό την επίτευξη εσωτερικής αρμονίας για την απόκτηση της γνώσης και των ικανοτήτων που θα ήταν απαραίτητες στο παιδί για να αναπτυχθεί ως ανθρώπινο ον (Manning, 2005). Η διδασκαλία του δεν γινόταν μέσα σε αίθουσες σχολείου, αλλά σε χώρους ειδικά διαμορφωμένους για παιδιά, όπου κάθε δραστηριότητα ήταν σχεδιασμένη ώστε να διδάσκει μέσω της ευχαρίστησης. Οι παιδαγωγικές ιδέες του Fröbel ήταν επηρεασμένες από τον δάσκαλό του, τον Pestalozzi (1746-1827) ο οποίος αναγνώριζε τη σπουδαιότητα του παιχνιδιού κυρίως στην ανάπτυξη της προσωπικότητας του παιδιού και ο οποίος ήταν επηρεασμένος από τις ιδέες του Rousseau (1712-1778). Ο Fröbel ξεκίνησε να εξερευνά τον τρισδιάστατο χώρο με τη δημιουργία των πρώτων «σχολικών παιχνιδιών», τα οποία ονόμασε «δώρα» (<http://www.froebelgifts.com/>). Τα «δώρα» ήταν το πρώτο εκπαιδευτικό υλικό που χρησιμοποιήθηκε για διδασκαλία σε μικρά παιδιά, καθώς ο Fröbel θεωρείται ο ιδρυτής της προσχολικής αγωγής στη Γερμανία. Υποστήριζε ότι μέσω του παιχνιδιού τα παιδιά μπορούν να κατανοήσουν τον εαυτό τους, αλλά και τον κόσμο γύρω τους. Θεωρούσε την εμπειρία με συγκεκριμένα αντικείμενα πιο σημαντική από την απλή παρατήρηση. Έδινε έμφαση στη μοναδικότητα του τρόπου μάθησης κάθε παιδιού, στην ικανότητα των παιδιών να μάθουν μέσω του παιχνιδιού, στην ανάγκη τους να μάθουν μέσω του χειρισμού αντικειμένων, καθώς και στην καθοδήγηση της εξερεύνησης και της μάθησης των παιδιών από έναν ενήλικο (Manning, 2005). Η μέθοδος διδασκαλίας του βασιζόταν στις «εργασίες» ή «ασχολίες» ή «απασχολήσεις», όπου οι δραστηριότητες (κατασκευές από πηλό, χαρτοκοπτική και χαρτοδιπλωτική, ζωγραφική, πλέξιμο, συναρμολογήσεις, ξυλογλυπτική, κατασκευή κομπολογίων με χάντρες κλπ.) πραγματοποιούνταν με συγκεκριμένες οδηγίες και τα παιδιά μπορούσαν να αντιληφθούν τις βασικές γεωμετρικές έννοιες.

Ο Dewey (1859-1952) θεωρούσε ότι το παιχνίδι συνδέει τη ζωή με το σχολείο και ότι μέσω αυτού τα παιδιά μαθαίνουν από την ίδια τη ζωή και όχι με τεχνητά μέσα. Υποστήριζε πως τα παιχνίδια αποτελούν μία από τις καλύτερες μεθόδους εκπαίδευσης καθώς παίζουν πολύ μεγάλο ρόλο στην καλλιέργεια των παιδιών και συμβάλλουν στη γνωστική και συναισθηματική ανάπτυξή τους (Vankúš, 2005). Η Montessori, ως παιδαγωγός της οποίας η θεωρία βασίστηκε στις μελέτες των Pestalozzi, Fröbel και Rousseau, προώθησε το παιχνίδι στις σχολικές αίθουσες μέσω ειδικά σχεδιασμένου υλικού, το γνωστό στη προσχολική αγωγή ως «μοντεσοριανό υλικό» (<http://www.montessorimaterials.org/>). Κατά τη Montessori το παιχνίδι είναι ένα μέσο πειραματισμού, επίλυσης προβλημάτων και δημιουργίας. Πίστευε ότι τα παιδιά μπορούν να μάθουν τον κόσμο με τον δικό τους ρυθμό αρκεί να τους παρέχεται χρόνος και ελευθερία για εξερεύνηση. Ο Claparede αναγνώρισε την πολύπλευρη δράση του παιχνιδιού, τονίζοντας πως το παιχνίδι, πέραν όλων των άλλων, ικανοποιεί τις εσωτερικές επιθυμίες του παιδιού. Αυτή η οπτική εκφράζεται μέσα από τη θεωρία της γενετικολειτουργικής αντίληψης του παιχνιδιού, η οποία συνδυάζει οπτικές από πολλές θεωρίες. Η κριτική, όμως, για τη θεωρία του Claparede αναφέρει ότι μέσω αυτής δεν δίνεται απάντηση στο ερώτημα γιατί το παιδί παίζει (Αντωνόπουλος, 1994).

Υπάρχουν και άλλες ψυχοπαιδαγωγικές θεωρίες που προσπαθούν να προσδιορίσουν τι είναι παιχνίδι και ποιος είναι ο ρόλος του. Η θεωρία της πλεονάζουσας ενέργειας, αναπτύχθηκε από τον φιλόσοφο, κοινωνιολόγο και παιδαγωγό Spencer και αναφέρει το παιχνίδι ως την έκφραση της ενέργειας, η οποία λόγω

παρατεταμένης αδράνειας του παιδιού, συγκεντρώνεται, συσσωρεύεται, πλεονάζει και πρέπει να εκτονωθεί και να ελευθερωθεί από τον οργανισμό. Ο Spencer αναφέρθηκε σε διδακτικές αρχές οι οποίες απαιτούνται για μία εκπαίδευση που θα προετοιμάζει τα παιδιά για τη ζωή, μέσα στις οποίες περιλαμβάνει την ανάγκη για μία ενεργή και ευχάριστη εκπαίδευση, η οποία βασίζεται στην εμπειρία των μαθηματικών και συμπεριλαμβάνει το παιχνίδι. Όμως η κριτική αναδεικνύει τη μονομερή διαπραγμάτευση του παιχνιδιού από τη θεωρία αυτή, αναφέροντας κυρίως, ότι το παιδί ακόμα και όταν απελευθερώσει τη συσσωρευμένη του ενέργεια συνεχίζει να παίζει, ότι αλλάζοντας παιχνίδι ανασυγκροτεί τις δυνάμεις του και ξαναβρίσκει τον ενθουσιασμό του (Δημητριάδη & Μπάκας, 2013) ή ότι ακόμα και όταν είναι κουρασμένο ένα παιδί μπορεί να συμμετέχει στο παιχνίδι. Επιπλέον, η κριτική αναφέρει ότι κατά τη φυσιολογία δεν τίθεται θέμα απελευθέρωσης της συσσωρευμένης ενέργειας, αλλά και ότι δεν μπορεί να υπολογιστεί αντικειμενικά το ποσό της ενέργειας που θεωρείται πλεονάζον.

Η θεωρία του αταβισμού (του προγονισμού, της προγονικής κληρονομικότητας, της ανακεφαλαίωσης), προέρχεται από την παρατήρηση του ψυχολόγου Hall ότι η παιγνιώδης συμπεριφορά αλλάζει με την ηλικία και άρα το παιχνίδι των παιδιών αντανακλά την πορεία της εξέλιξης του ανθρώπου, ανακεφαλαιώνοντάς την και επεκτείνει προηγούμενες συμπεριφορές. Η κριτική για τη θεωρία αυτή, επικεντρώνεται στο ότι δεν μπορεί το αποτέλεσμα του παιχνιδιού να είναι η εξασθένιση των λειτουργιών προς τις οποίες απευθύνεται (Δημητριάδη & Μπάκας, 2013).

Η θεωρία της εξάσκησης (της αυτό-(δια)μόρφωσης, της αυτοαγωγής, της προάσκησης) διατυπώθηκε από τον ψυχολόγο και παιδαγωγό Groos (1861-1946) και αναφέρει, ότι η φύση έδωσε στο παιδί μεγάλη περίοδο νεότητας για να έχει την ευκαιρία να παίξει όσο το δυνατό περισσότερο, ώστε να προετοιμαστεί κατάλληλα, ασκώντας τις σωματικές και πνευματικές του ικανότητες, για να αντιμετωπίσει τις απαιτήσεις της ενήλικης ζωής. Θεωρείται δηλαδή το παιχνίδι μία μορφή προάσκησης η οποία οδηγεί προς την ωριμότητα. Οι μελέτες του Groos, οι οποίες εστίαζαν αρχικά στο παιχνίδι των ζώων και στη συνέχεια στο παιχνίδι των ανθρώπων, καταλήγουν ότι τα δύο είδη παιχνιδιού δεν διαφέρουν μεταξύ τους. Θεωρεί ότι το παιχνίδι φέρνει στην επιφάνεια πρωτόγονα ένστικτα, τα καλλιεργεί και συμβάλλει στην ανάπτυξή τους, προετοιμάζοντας την ωρίμανση του παιδιού. Η κριτική που έχει ασκηθεί στη θεωρία, εστιάζει στο ότι δεν κάνει σαφές αν τα κίνητρα που ωθούν στο παιχνίδι είναι γνωστά ή όχι στο άτομο και αν η προσπάθεια του ατόμου που παίζει είναι σκόπιμη και θεληματική.

Η θεωρία της αναψυχής (της ανάπαυλας, της ανακούφισης, της χαλάρωσης) δείχνει ότι το παιδί όταν νιώσει κουρασμένο καταφεύγει στο παιχνίδι για να ξεκουραστεί σωματικά και ψυχικά, για να ηρεμήσει, να βρει γαλήνη, ηρεμία και ευχαρίστηση. Ο χαλαρωτικός και ψυχαγωγικός ρόλος του παιχνιδιού υποστηρίζεται από τον Lazarus. Η κριτική στη θεωρία αναφέρεται στο γεγονός ότι τα παιδιά δεν κουράζονται εύκολα για να καταφύγουν στο παιχνίδι, αλλά και αν κουραστούν, δημιουργείται το ερώτημα, γιατί να καταφύγουν στο παιχνίδι και όχι στην ξεκούραση (Χαραλαμπίδης, 1960).

Η θεωρία της επιβεβαίωσης του «Εγώ» (της αυτοεπιβεβαίωσης) βασίζεται στις απόψεις του Γάλλου ψυχολόγου Chateau ο οποίος υποστηρίζει ότι η ενασχόληση με το παιχνίδι πηγάζει από την επιθυμία του παιδιού να αυτοεπιβεβαιωθεί. Μέσα από το παιχνίδι δείχνει τις ικανότητές του και επιβεβαιώνει τον εαυτό του και την ύπαρξή του για να φτάσει σταδιακά στο επίπεδο των μεγάλων (Δημητριάδη & Μπάκας, 2013).

Η θεωρία της ικανοποίησης (της χαράς, της επιτυχίας), κατά τον Janet, υποστηρίζει ότι το παιδί συμμετέχει σε παιχνίδια, κυρίως ομαδικά, για να απολαύσει τα συναισθήματα της ικανοποίησης και της χαράς τα οποία συνοδεύουν την επιτυχία των προσπαθειών του. Ισχυρίζεται, ότι το παιδί καταφεύγει στο παιχνίδι γιατί παρέχει εύκολες επιτυχίες μέσω των οποίων χαίρεται, αισιοδοξεί και τονώνεται η αυτοπεποίθησή του. Και σε αυτή τη θεωρία η κριτική που ασκείται εστιάζει στην αδυναμία ερμηνείας όλων των ειδών παιχνιδιού, όπως είναι τα μιμητικά.

Η θεωρία της άμιλλας, διατυπώθηκε από τον Mc Dougall και θεωρεί ότι το παιχνίδι ξεκινάει από το κίνητρο του ανταγωνισμού και της άμιλλας. Παρατηρεί ότι η επιθυμία μας να ξεπεράσουμε τους άλλους και να τους ανταγωνιστούμε, κάτι το οποίο συμβαίνει και σε διάφορους τομείς της πραγματικής ζωής, δίνει μία παιγνιώδη διάσταση στις δράσεις αυτές (Γέρου, 1961).

Η θεωρία της υπαρξιακής διέγερσης υποστηρίχτηκε από τον Haigis. Στη θεωρία αυτή δίνεται έμφαση στην αναζήτηση του κέρδους από το παιχνίδι.

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό η μεγάλη ποικιλομορφία των θεωριών που αναπτύχθηκαν για να προσδιορίσουν το παιχνίδι και τον ρόλο του. Όμως, καμία θεωρία δεν μπορεί από μόνη της να ερμηνεύσει τη σημαντικότητα του παιχνιδιού στην πολύπλευρη ανάπτυξη και στη μάθηση του παιδιού (Bennett, Wood & Rogers, 1997), καθώς καθεμία προβάλλει μια διαφορετική λειτουργία του. Δεν είναι εύκολο να κατανοήσουμε πλήρως την πολυπλοκότητα του παιχνιδιού. Μελετώντας όμως τις θεωρίες στο σύνολό τους

αποκτούμε μια εικόνα για την πολυσύνθετη σύσταση του. Η λειτουργία του παιχνιδιού δεν μπορεί να περιγραφεί μέσω της παράθεσης συγκεκριμένων στοιχείων, αλλά μάλλον μέσω μιας διαλεκτικής κατανόησης. Ίσως για τον λόγο αυτόν δεν είναι δυνατό να υπάρξει ομοφωνία ως προς το τι ορίζουμε «παιχνίδι».

Ενδεικτικές ερωτήσεις και θέματα για περαιτέρω διερεύνηση και προβληματισμό (αναζήτηση πηγών για διεύρυνση της μελέτης):

- Πού στηρίζονται οι πιο βασικές θεωρητικές απόψεις για το παιχνίδι;
- Πώς προσδιορίζουν και τι ρόλο αποδίδουν στο παιχνίδι οι διαφορετικές θεωρητικές οπτικές;
- Ποιες είναι οι κατηγορίες παιχνιδιού κατά την ψυχαναλυτική οπτική;
- Με κριτήριο την ηλικία πώς διακρίνει τα παιχνίδια ο Piaget;
- Περιγράψτε την οπτική του Bruner για το παιχνίδι.
- Ποια η οπτική του Dienes για το παιχνίδι και ποια τα διαφορετικά είδη παιχνιδιού που ορίζει;
- Ποιες ομοιότητες και ποιες διαφορές εντοπίζετε μεταξύ των κατηγοριών παιχνιδιού που ορίζουν οι ψυχαναλυτικές και οι ψυχολογικές οπτικές;
- Ποια ψυχοπαιδαγωγική θεωρία προσδιορισμού του παιχνιδιού και του ρόλου του θεωρείτε πιο σημαντική και γιατί;
- Γιατί δεν μπορούμε να ορίσουμε το παιχνίδι με συγκεκριμένο τρόπο;
- Ποια είναι η σχέση του παιχνιδιού με τη μάθηση και την ανάπτυξη του παιδιού για κάθε θεωρία; Υπάρχει συσχέτιση μεταξύ των διαφορετικών θεωριών;
- Τι συμπεράσματα μπορούν να προκύψουν από την υιοθέτηση των διαφορετικών θεωριών για την αξιοποίηση του παιχνιδιού στην πράξη;
- Διερευνώντας τις φιλοσοφικές αναζητήσεις των διαφορετικών εποχών επισημαίνετε συσχετίσεις με τις θεωρίες για το παιχνίδι;
- Μελετώντας τα εκπαιδευτικά δεδομένα των διαφορετικών εποχών ποιοι συσχετισμοί με τις θεωρίες διακρίνονται;
- Μπορείτε να προτείνετε συγκεκριμένα παιχνίδια για συγκεκριμένες θεωρίες;
- Ποια χαρακτηριστικά των θεωριών εντοπίζονται σε παιχνίδια με εκπαιδευτικό ενδιαφέρον;
- Ποια θεωρία συνάδει (και ποια όχι) με τη δική σας οπτική για το παιχνίδι; Για ποιο λόγο;
- Ποια είναι η δική σας θεωρία για το παιχνίδι;
- Ποια ερωτήματα θεωρείτε ότι παραμένουν ανοιχτά σε αυτό το πεδίο;

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Αντωνόπουλος, Α. (1994). *Το παιχνίδι*. University Studio Press, Θεσσαλονίκη.
- Αυγητίδου, Σ. (2001). Εισαγωγή. Στο Σ. Αυγητίδου (επιμ.) *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις* (σελ. 13-51). ΤΥΠΩΘΗΤΩ Γιώργος Δάρδανος, Αθήνα.
- Bennett, N, Wood, L. & Rogers, S. (1997). *Teaching through play. Teachers thinking and classroom practice* (Ch. 1: 1-17 & Ch. 6: 116-132). USA, California: Open University Press.
- Bodrova, E. & Leong, D. (2007). Playing for academic skills. *Children in Europe*, 1, 10-11.
- Brostrom, S. (2001). Οι νηπιαγωγοί και τα πεντάχρονα παιδιά παίζουν μαζί. Στο Σ. Αυγητίδου (επιμ.) *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις* (σελ. 271-299). ΤΥΠΩΘΗΤΩ Γιώργος Δάρδανος, Αθήνα.
- Bruner, J. (1997). *Πράξεις νοήματος* [Μετάφραση Η. Ρόκου & Γ. Καλομοίρης, Επιμέλεια Α. Ζώτος, Ι. Φατζηνικολή & Μ. Σαγκαράκης]. Ελληνικά Γράμματα, Αθήνα.
- Γέρου, Θ. (1961). *Παιγνιώδεις μορφές εργασίας στο δημοτικό σχολείο: παιχνίδια με τη φαντασία, ομαδικά παιχνίδια, οικοδομικά και δημιουργικά παιχνίδια, ο συμβολισμός τους, τα όνειρα, η δραματοποίηση, το ελεύθερο ιχνογράφημα, οι συλλογές*. Εκδόσεις Δίπτυχο, Αθήνα.
- Γιαννίκας, Α., Μπάλλα, Ε. & Σταράκης, Ι. (1999). Το παιδαγωγικό παιχνίδι. Ο ρόλος του παιδαγωγικού παιχνιδιού στα διδακτικά εγχειρίδια. Το παιδαγωγικό παιχνίδι στη διδακτική πράξη. *Ανοιχτό Σχολείο*, 73, 31-36.
- Γκιάστας, Γ. (2012). Μια ψυχαναλυτική ματιά στη σχέση των μαθηματικών με το παιχνίδι. Στο Δ. Χασάπης (επιμ.) *10^ο Διήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών: Το παιχνίδι στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών* (σελ. 45-55), Αθήνα.
- Δημητριάδη, Ε. & Μπάκας, Θ. (2013). Το παιχνίδι στην παιδική ηλικία και οι θεωρητικές προσεγγίσεις για την ερμηνεία του. Συνέδριο Παιδικής Ηλικίας: *Κοινωνιολογικές, Πολιτισμικές, Ιστορικές και Παιδαγωγικές Διαστάσεις* (σελ. 802-808), Αθήνα.
- Furth, G. H. & Kane, R. S. (2001). Τα παιδιά δομούν την κοινωνία: μια νέα προοπτική στο παιδικό παιχνίδι. Στο Αυγητίδου, Σ. (επιμ.) *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις* (σελ. 113-157). ΤΥΠΩΘΗΤΩ Γιώργος Δάρδανος, Αθήνα.
- Κόμπος, Κ. (1996). Μαθηματικά και παιχνίδι. *1^ο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας: Τα μαθηματικά στην εκπαίδευση και την κοινωνία*, Αθήνα.
- Manning, J. (2005). Rediscovering Froebel: A call to re-examine his life & gifts. *Early Childhood Education Journal*, 32(6), 371-376.
- Ματσαγγούρας, Η. (2001). *Η σχολική τάξη*. Τόμος Α'. Εκδόσεις Γρηγόρη, Αθήνα.
- Piaget, J. (1951). *Play, dreams and imitation in childhood*. London: Routledge.
- Ρεκαλίδου, Γ. (2004). Παιχνίδι και μέθοδος project στην προσχολική εκπαίδευση. Η συνδρομή του παιχνιδιού στην υλοποίηση των στόχων του Α.Π. μέσα από τη μέθοδο project. *Ανοιχτό Σχολείο*, 90, 34-37.
- Sarama, J. & Clements, D. (2009). Building blocks and cognitive building blocks: Playing to know the world mathematically. *American Journal of Play*, 1-3, 313-337.
- Smith, P. (2001). Το παιχνίδι και οι χρήσεις του παιχνιδιού. Στο Σ. Αυγητίδου (επιμ.) *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις* (σελ. 203-227). ΤΥΠΩΘΗΤΩ Γιώργος Δάρδανος, Αθήνα.
- Van Der Aalsvoort, G., Prakke, B., Howard, J., König, A. & Parkkinen, T. (2015). Trainee teachers' perspectives on play characteristics and their role in children's play: an international comparative study amongst trainees in the Netherlands, Wales, Germany and Finland. *European Childhood Education Research Journal*, 23(2), 277-292.

- Vankúš, P. (2005). History and present of didactical games as a method of mathematics' teaching. *Acta Didactica Universitatis Comenianae Mathematics*, 5, 53-68.
- Vygotsky, L. (2000). *Νους στην κοινωνία: Η ανάπτυξη των ανώτερων ψυχολογικών διαδικασιών*. [Μετάφραση Σ. Βοσνιάδου & Α. Μπίμπου]. Εκδόσεις Gutenberg, Αθήνα.
- Whitebread, D. & O'Sullivan, L. (2012). Preschool children's social pretend play: supporting the development of metacommunication, metacognition and self-regulation. *International Journal of Play*, 1(2), 197-213.
- Winnicott, D.W. (1971). *Playing and reality*. London, Tavistock Publications [Μετάφραση: Το παιδί το παιχνίδι και η πραγματικότητα. Καστανιώτης, Αθήνα].
- Wood, E. & Bennett, N. (2001). Οι θεωρίες των εκπαιδευτικών για το παιχνίδι. Κονστρουκτιβισμός ή κοινωνικός κονστρουκτιβισμός; Στο Σ. Αυγητίδου (επιμ.) *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις* (σελ. 301-328). ΤΥΠΩΘΗΤΩ Γιώργος Δάρδανος, Αθήνα.
- Χαραλαμπίδης, Ι. (1960). *Το παιχνίδι υπό το φως της σύγχρονης ψυχολογίας και παιδαγωγικής*. Αθήνα.
- Χουζίνγκα, Γ. (1989). *Ο άνθρωπος και το παιχνίδι* [Μετάφραση Σ. Ροζάνης & Γ. Λυκιαρδόπουλος, Επιμέλεια Π. Κονδύλης]. Εκδόσεις Γνώση, Αθήνα.

A.3 Θεωρία Παιγνίων

Σύνοψη

Στο κεφάλαιο αυτό, μέσα από την παράθεση του κύριου αντικειμένου της Θεωρίας Παιγνίων, δίνεται η αφορμή για διερεύνηση της συμβολής της σε μια πιο συνεπή σύνδεση των σχέσεων μεταξύ παιχνιδιού και μαθηματικής εκπαίδευσης. Η Θεωρία Παιγνίων, ως η θεωρία που διευκολύνει την εύρεση λύσης σε πολύπλοκα προβλήματα, μπορεί να αποτελέσει το μεθοδολογικό εργαλείο μελέτης του παιχνιδιού μέσα από την ανάλυση των στρατηγικών συλλογισμού των παικτών.

Κύριο αντικείμενο της Θεωρίας Παιγνίων είναι η μελέτη των στοιχείων εκείνων που χαρακτηρίζουν καταστάσεις (παιχνίδια) στρατηγικής αλληλεπίδρασης με έμφαση στη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Η Θεωρία Παιγνίων, ως μοντέλο της πολυπλοκότητας της πραγματικής ζωής, είναι μια μαθηματική θεωρία η οποία ξεκίνησε ως κλάδος των οικονομικών, μελετώντας την αναλογία μιας οικονομικής διαπραγμάτευσης με τα παιχνίδια, αλλά χρησιμοποιείται και στην πολιτική, στη στρατιωτική στρατηγική, στις επιχειρήσεις, στην εξελικτική βιολογία, στην ψυχολογία, στην κοινωνιολογία, στην εκπαίδευση κλπ. (Jones, 2000; Κουσκουβέλης, 1997; Von Neumann, Morgenstern, Kuhn & Rubinstein, 2007).

Η Θεωρία Παιγνίων παρέχει ένα μοντέλο ανάλυσης των πολύπλοκων καταστάσεων της πραγματικής ζωής στις οποίες πρέπει να ληφθούν αποφάσεις σε συνθήκες σύγκρουσης ή/και συνεργασίας. Μέσα από αυτό το μοντέλο γίνεται φανερό η λογική μιας κατάστασης και γίνονται κατανοητές οι αρχές των αποφάσεων χωρίς να δίνεται η λύση για την αντιμετώπιση της όποιας κατάστασης, ούτε οι απαντήσεις για το πώς πρέπει να συμπεριφερθούμε σε κάθε περίπτωση. Είναι η θεωρία που χρησιμοποιείται για την ανάλυση ανταγωνιστικών καταστάσεων που η έκβασή τους εξαρτάται όχι μόνο από τις επιλογές του ενός ατόμου και την τύχη, αλλά και από τις επιλογές των άλλων. Θεωρείται, μαζί με τη Θεωρία Πιθανοτήτων, η βάση για τη Θεωρία Λήψης Αποφάσεων σε δυναμικά συστήματα.

Τα παίγνια είναι καταστάσεις κατά τις οποίες παίκτες με αντικρουόμενους στόχους βρίσκονται αντιμέτωποι και ακολουθούν συνεργατικές στρατηγικές για να πάρουν αποφάσεις. Κάθε παίκτης προσπαθεί να χρησιμοποιήσει όλα τα μέσα που διαθέτει, προσπαθώντας να προβλέψει τις επιλογές των υπόλοιπων παικτών με σκοπό να καθορίσει τη δική του βέλτιστη επιλογή ώστε να εμποδίσει τον αντίπαλό του να αποκτήσει πλεονεκτήματα που θα περιορίσουν τα κέρδη του. Επομένως, οι ενέργειες του κάθε παίκτη εξαρτώνται άμεσα από τη στρατηγική του αντιπάλου. Ο κάθε παίκτης, δηλαδή, πριν ενεργήσει, προσπαθεί να εκτιμήσει πώς θα αντιδράσει ο άλλος, προσδιορίζει τις εναλλακτικές στρατηγικές για την επίτευξη ενός στόχου και υποθέτει πως ο αντίπαλός του θα σκέφτεται όπως ο ίδιος ή θα σκέφτεται διαφορετικά και θα προσπαθεί να βρει τον τρόπο σκέψης του ώστε να αντιδράσει στην εκάστοτε στρατηγική του. Ένα παίγνιο διαφέρει από μία πραγματική κατάσταση απλού ανταγωνισμού ή σύγκρουσης στο ότι η πραγμάτωσή του γίνεται κάτω από ορισμένες συνθήκες και σύμφωνα με ορισμένους κανόνες. Όλα τα παίγνια περιέχουν το χαρακτηριστικό του ανταγωνισμού μεταξύ των παικτών τους και το αποτέλεσμα τους οδηγεί σε κέρδη ή απώλειες. Στα παίγνια, ο παίκτης δεν είναι απαραίτητα φυσικό πρόσωπο, αλλά μπορεί να είναι μία οργάνωση, ένα κράτος, μια κατάσταση κλπ.

Τα παίγνια κατατάσσονται σε δύο ευρείες κατηγορίες: 1. τα παίγνια τύχης στα οποία ένας παίκτης παίζει με αντίπαλο τη φύση και 2. τα παίγνια στρατηγικής στα οποία συμμετέχουν δύο ή περισσότεροι παίκτες και είναι αντίπαλοι μεταξύ τους. Τα παίγνια στρατηγικής κατατάσσονται σε τρεις κατηγορίες, ανάλογα με το αποτέλεσμα του συσχετισμού κερδών και απωλειών κάθε παίκτη: 1. Στα παίγνια μηδενικού αθροίσματος στα οποία τα κέρδη του ενός παίκτη είναι ακριβώς ίδια με τις (συνολικές) ζημιές του συμπαίκτη του. Ο παίκτης κερδίζει ότι χάνει ο αντίπαλός του. Στα παιχνίδια αυτά οι παίκτες έχουν συγκρουόμενα συμφέροντα και καμία συνεργασία. 2. Στα παίγνια μη μηδενικού αθροίσματος στα οποία τα κέρδη του ενός παίκτη δεν συνεπάγονται απαραίτητα ζημιά για τον συμπαίκτη του. Τα αποτελέσματα των επιλογών των παικτών είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους και είτε θα είναι κοινά είτε θα έχουν μεγάλη διαφορά, αλλά σε κάθε περίπτωση δεν θα είναι μηδέν. Τα παιχνίδια αυτά χαρακτηρίζονται από τον ανταγωνισμό που υπάρχει μεταξύ των παικτών και την έλλειψη συνεργασίας. 3. Στα μικτά παίγνια στα οποία τα συμφέροντα των παικτών δεν συμπίπτουν ακριβώς, αλλά δεν είναι και εντελώς αντίθετα. Η περίπτωση αυτή είναι συνδυασμός των δύο προηγούμενων παιγνίων. Ανάλογα με τον αριθμό των συμμετεχόντων, τα παίγνια διακρίνονται σε παίγνια δύο ατόμων και σε παίγνια περισσότερων (των δύο) ατόμων, τα οποία στις περιπτώσεις όπου σχηματίζεται κατά τη διάρκεια των παιγνίων μία συμμαχία διαρκείας ή περιορισμένου χρόνου, μπορεί να μετατραπούν σε

«παίγνια δύο ατόμων». Τα παίγνια περισσότερων (των δύο) ατόμων, έχουν λίγες πρακτικές εφαρμογές εφόσον δημιουργούν δυσκολία στη λύση του παιγνίου και ενώ είναι κυρίως θεωρητική αυτή η κατηγορία παράλληλα είναι βασική και θεμελιώδης. Τα συνηθέστερα στη Θεωρία Παιγνίων είναι τα παίγνια δύο ατόμων γιατί αυτού του είδους τα παιχνίδια μπορούν να αναλυθούν και να γίνει κατανοητή η λογική τους, καθώς και οι βασικοί τρόποι δράσης των παικτών. Αυτά τα παιχνίδια χωρίζονται σε δύο κατηγορίες: σε παίγνια συνεργασίας και σε παίγνια μη συνεργασίας. Στις περιπτώσεις που οι δύο παίκτες συνεργάζονται το παιχνίδι χαρακτηρίζεται ως παίγνιο συνεργασίας, λόγω του ότι οι παίκτες εμπλέκονται σε διαπραγματεύσεις προκειμένου να καθορίσουν το πλαίσιο συνεργασίας τους ώστε να αποκτήσουν και οι δύο κέρδη. Η συμφωνία τους μπορεί να αφορά στον συντονισμό των στρατηγικών τους ή και στο μοίρασμα των τελικών κερδών που θα προκύψουν κατά τη διάρκεια ή στο τέλος του παιχνιδιού. Στα παίγνια μη συνεργασίας οι παίκτες δεν έχουν καμία μορφή επικοινωνίας ή συνεργασίας. Κάθε παίκτης ενεργεί για τον εαυτό του, με τον καλύτερο κατά τη γνώμη του τρόπο, και ανάλογα με τα αποτελέσματα των ενεργειών του διαφοροποιεί ή συνεχίζει τη στρατηγική του.

Παρακάτω περιγράφονται ενδεικτικά παραδείγματα παιγνίων από διαφορετικές κατηγορίες:

«Οι αντάρτες» είναι ένα παίγνιο στρατηγικής μηδενικού αθροίσματος. Στο συγκεκριμένο παιχνίδι περιγράφεται ένα πρότυπο ανταγωνισμού μεταξύ ανταρτών και τακτικού στρατού (Πίνακας Α.3.1). Στον πίνακα Α.3.1 ο πρώτος αριθμός κάθε κελιού δείχνει την επιλογή του στρατού, ενώ ο δεύτερος των ανταρτών. Για παράδειγμα, το $[+1, -1]$ δείχνει ότι οι αντάρτες επιχειρούν λανθασμένα να προκαλέσουν φθορά στον στρατό, ενώ το $[+8, -8]$ δείχνει ότι οι αντάρτες επιχειρούν λανθασμένα να έρθουν σε μάχη με τον στρατό. Αντίστοιχα, τα $[+7, -7]$ και $[+5, -5]$ δείχνουν ότι στα ορεινά οι αντάρτες θα κερδίσουν.

	Επιλογές	Αντάρτες	Μάχες
		Φθορά	Μάχη
Στρατός	Οχυρά	+1, -1	+8, -8
Στρατός	Ορεινά	-7, +7	-5, +5

Πίνακας Α.3.1

«Το δίλημμα του κρατούμενου» είναι ένα παίγνιο στρατηγικής μη μηδενικού αθροίσματος στο οποίο περιγράφεται η ποινή φυλάκισης που θα πάρει ο κρατούμενος ανάλογα με το αν ομολογήσει ή όχι ο συγκρατούμενός του. Δύο ληστές, ο Α και ο Β, συλλαμβάνονται και οδηγούνται στην ανακριτική υπηρεσία. Καθένας θα ανακριθεί χωριστά και είναι πιθανό να ομολογήσει εμπλέκοντας τον άλλον ή να μην ομολογήσει. Αν δεν ομολογήσει κανένας τότε και οι δύο θα φυλακιστούν για έναν χρόνο $[1, 1]$ (Πίνακας Α.3.2), με την κατηγορία της παράνομης οπλοκατοχής. Αν ομολογήσει ο καθένας χωριστά και εμπλέξει τον άλλο, τότε και οι δύο θα φυλακιστούν για δέκα χρόνια $[10, 10]$. Αν ομολογήσει ο ένας και εμπλέξει τον άλλο, αλλά ο άλλος δεν ομολογήσει, τότε αυτός που ομολόγησε θα φυλακιστεί για τρία χρόνια, ενώ ο άλλος που δεν ομολόγησε θα φυλακιστεί για είκοσι χρόνια $[3, 20]$ ή $[20, 3]$.

	Επιλογές	Α	Α
		Ομολογεί	Δεν ομολογεί
Β	Ομολογεί	10, 10	3, 20
Β	Δεν ομολογεί	20, 3	1, 1

Πίνακας Α.3.2

«Το παίγνιο της κότας» είναι ένα μικτό παίγνιο στρατηγικής το οποίο αφορά σε έναν αγώνα δύο αυτοκινήτων που τρέχουν σε έναν δρόμο από αντίθετες κατευθύνσεις με στόχο να έρθουν όσο πιο κοντά γίνεται χωρίς να συγκρουστούν μετωπικά. Ο κάθε παίκτης έχει τρεις επιλογές: να στρίψει δεξιά, να στρίψει αριστερά ή να συνεχίσει ευθεία. Αυτός όμως που θα στρίψει πρώτος, θεωρείται ότι δέλιασε, είναι «κότα», εφόσον υποχωρεί για να αποφύγει τη σύγκρουση $[+5, -5]$ ή $[-5, +5]$. Αν στρίψουν και οι δύο, τότε υφίστανται και οι δύο τις συνέπειες $[-2, -2]$. Αν κανένας δεν στρίψει, τότε αυτό μπορεί να σημαίνει ακόμα και θάνατο και για τους δύο $[-20, -20]$. Οι συνέπειες από τις επιλογές του κάθε παίκτη παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας Α.3.3):

		A	A
		Επιμονή	Υποχώρηση
B	Επιμονή	-20, -20	+5, -5
B	Υποχώρηση	+5, -5	-2, -2

Πίνακας Α.3.3

«Η διαμάχη των δύο φύλων» είναι ένα παίγνιο συνεργασίας στο οποίο ένα αντρόγυνο προσπαθεί να βρει πώς θα περάσει το απόγευμά του. Ο σύζυγος θέλει να παρακολουθήσει έναν αγώνα ποδοσφαίρου και η σύζυγος μία παράσταση μπαλέτου. Αλλά και οι δύο θέλουν να ψυχαγωγηθούν μαζί. Αν δεν παρακολουθήσουν μαζί, τότε δεν έχουν απόδοση [0, 0]. Αν παρακολουθήσει ο ένας την προτίμηση του άλλου, έχει απόδοση μικρότερη από του άλλου [4, 5] ή [5, 4]. Όμως μπορούν να έχουν και οι δύο την ίδια απόδοση αν συνεργαστούν για να βρουν μία άλλη λύση, για παράδειγμα να πάνε στον κινηματογράφο. Οι συνέπειες από τις επιλογές του κάθε παίκτη παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας Α.3.4):

		Αντρας	Αντρας
		Επιμονή	Υποχώρηση
Γυναίκα	Ποδόσφαιρο	4, 5	0, 0
Γυναίκα	Μπαλέτο	0, 0	5, 4

Πίνακας Α.3.4

Ο «ανταγωνισμός παντοπωλείων» είναι ένα παίγνιο μη συνεργασίας στο οποίο δύο παντοπωλεία ανταγωνίζονται μεταξύ τους για την προώθηση των προϊόντων τους. Κάθε παντοπώλης πρέπει να αποφασίσει αν θα κάνει διαφήμιση ή όχι. Αν κανένας παντοπώλης δεν κάνει διαφήμιση τότε παραμένει η δουλειά τους όπως έχει [50, 30]. Αν και οι δύο παντοπώλες κάνουν διαφήμιση θα αυξηθεί η δουλειά τους [60, 40]. Αν ο παντοπώλης Α πραγματοποιήσει διαφήμιση και ο ανταγωνιστής του όχι, τότε αποσπά δουλειά όχι μόνο από τον ανταγωνιστή του, αλλά και από τα άλλα ανεξάρτητα καταστήματα, ενώ ο παντοπώλης Β χάνει δουλειά [90, 20] και αντίστροφα [40, 70]. Ο παρακάτω πίνακας (Πίνακας Α.3.5) παρουσιάζει τα αποτελέσματα από τον ανταγωνισμό των παντοπωλείων:

		Παντοπώλης Β	Παντοπώλης Β
		Όχι διαφήμιση	Διαφήμιση
Παντοπώλης Α	Όχι διαφήμιση	50, 30	40, 70
Παντοπώλης Α	Διαφήμιση	90, 20	60, 40

Πίνακας Α.3.5

Η μελέτη της ίδιας της Θεωρίας Παιγνίων, αλλά και των κατηγοριών παιγνίων που προτείνει, μπορεί να αξιοποιηθεί αφενός στην ταξινόμηση των εκπαιδευτικών παιχνιδιών που σχετίζονται με τα μαθηματικά (Σκουμπουρδή & Καλαβάσης, 2005; Σκουμπουρδή & Καλαβάσης, 2007) και αφετέρου στον σχεδιασμό και στην ανάπτυξη τους διαμορφώνοντας τους κανόνες και τους τρόπους διαχείρισης του παιχνιδιού.

Ενδεικτικές ερωτήσεις και θέματα για περαιτέρω διερεύνηση και προβληματισμό (αναζήτηση πηγών για διεύρυνση της μελέτης):

- Ποιο είναι το κύριο αντικείμενο της Θεωρίας Παιγνίων και πώς κατά τη γνώμη σας μπορεί να βοηθήσει τη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών;
- Ποιες είναι οι κατηγορίες παιγνίων και με ποια κριτήρια δημιουργούνται;
- Περιγράψτε ένα παράδειγμα παιγνίου (μηδενικού αθροίσματος, μη μηδενικού αθροίσματος, μικτού, συνεργασίας, μη συνεργασίας κλπ).

- Ποια στοιχεία της Θεωρίας Παιγνίων μπορούμε να λάβουμε υπόψη μας για τον σχεδιασμό/επιλογή ενός παιχνιδιού με εκπαιδευτικό ενδιαφέρον;
- Πώς μπορούμε να μοντελοποιήσουμε τις στρατηγικές που χρησιμοποιούν οι παίκτες σε ένα παιχνίδι μέσω της Θεωρίας Παιγνίων;
- Ποια ερωτήματα θεωρείτε ότι παραμένουν ανοιχτά σε αυτό το πεδίο;

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Jones, A. (2000). *Game theory: Mathematical models of conflict*. Horwood Series in Mathematics & Applications. Woodhead Publishing.
- Κουσκουβέλης, Η. (1997). *Εισαγωγή στην πολιτική επιστήμη και τη θεωρία της πολιτικής*. Εκδόσεις Παπαζήση, Αθήνα.
- Σκουμπουρδή, Χ. & Καλαβάσης, Φ. (2005). Ταξινόμηση του εκπαιδευτικού παιχνιδιού: σύνδεση με τη Θεωρία Παιγνίων. 22ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας: *Οι Σύγχρονες Εφαρμογές των Μαθηματικών και η Αξιοποίησή τους στην Εκπαίδευση* (σελ. 504-514), Λαμία.
- Σκουμπουρδή, Χ. & Καλαβάσης, Φ. (2007). Σχεδιασμός ένταξης του παιχνιδιού στη μαθηματική εκπαίδευση για την προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία. Στο Φ. Καλαβάσης & Α. Κοντάκος (επιμ.) *Θέματα Εκπαιδευτικού Σχεδιασμού* (σελ. 137-156). Ατραπός, Αθήνα.
- Von Neumann, J., Morgenstern, O., Kuhn, H.-W. & Rubinstein, A. (2007). *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton Classic Editions. Princeton University Press.

Β' Μέρος

ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΖΗΤΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΟ ΠΑΙΧΝΙΔΙ

Β.1 Στάσεις και απόψεις για το παιχνίδι στη μαθηματική εκπαίδευση

Σύνοψη

Στο δεύτερο μέρος του βιβλίου, συζητούνται ερευνητικά ζητήματα για το παιχνίδι και τον ρόλο του στη μάθηση και ανάπτυξη των παιδιών προκειμένου να αναδυθούν αφενός ενδεικτικά θέματα ερευνών για το παιχνίδι και αφετέρου να συνεχιστεί ο διάλογος και ο προβληματισμός για τον εκπαιδευτικό ρόλο. Έτσι στο κεφάλαιο αυτό, με αφορμή τις καταγεγραμμένες απόψεις των εμπλεκόμενων στην εκπαιδευτική διαδικασία για τη θέση και τον ρόλο του παιχνιδιού στην τάξη των μαθηματικών, ξεκινάει ένας προβληματισμός για τη συσχέτιση των οπτικών τους και μία πρόκληση για επεξεργασία των κατάλληλων συνθηκών για τον συνυπολογισμό τους στον διδακτικό σχεδιασμό, ώστε να γίνει πιο προσοδοφόρα η χρήση του παιχνιδιού στην εκπαίδευση των μικρών παιδιών.

Ερευνητικές επισκοπήσεις, αναδεικνύουν την εκπαιδευτική αξία του παιχνιδιού, αναφέροντας ότι το παιχνίδι πράγματι συμβάλλει από κάθε άποψη στη μάθηση και την ανάπτυξη, αλλά ταυτόχρονα τονίζουν και τον σημαντικό ρόλο του εκπαιδευτικού πλαισίου. Ο τρόπος με τον οποίο το παιχνίδι θα ενταχθεί στην πράξη εξαρτάται από το εκάστοτε εκπαιδευτικό πλαίσιο (Wood & Bennett, 2001) και διαφέρει σημαντικά μεταξύ των χωρών, μεταξύ των σχολείων, αλλά και μεταξύ των τάξεων (Whitebread, 2008). Η θετική συνεισφορά του παιχνιδιού στην εκπαιδευτική διαδικασία, μολονότι αναδεικνύεται από τα ερευνητικά δεδομένα και υποστηρίζεται θεωρητικά από τους εμπλεκόμενους στην εκπαιδευτική διαδικασία, δεν φαίνεται να λαμβάνεται πάντα υπόψη στην πράξη (McInnes, Howard, Miles & Crowley, 2011). Συχνά, η θέση και ο ρόλος του παιχνιδιού σε μια τάξη μαθηματικών, διχάζει τους εκπαιδευτικούς (Szendrei, 1996) και προβληματίζει τους γονείς (Heaslip, 1994), παρόλο που επιδιώκεται η ύπαρξή του από τα παιδιά. Αυτό οφείλεται στις διαφορετικές οπτικές για το παιχνίδι των ερευνητών, των εκπαιδευτικών, των μαθητών, των γονέων και των φορέων χάραξης πολιτικής. Για παράδειγμα, οι ερευνητές είναι πιθανό να θεωρήσουν ακόμα και μη δομημένες δραστηριότητες ως παιχνίδι, ενώ οι γονείς ως παιχνίδι συνήθως χαρακτηρίζουν τις αλληλεπιδράσεις των παιδιών με παιχνίδια, κυρίως ψηφιακά, στα οποία απαιτείται μία και μοναδική σωστή απάντηση (Golinkoff, Hirsh-Pasek & Singer, 2006). Οι εκπαιδευτικοί δεν είναι εξοικειωμένοι με το παιχνίδι και δεν αφήνουν εύκολα την πρωτοβουλία της επιλογής στα παιδιά. Χαρακτηρίζουν, στις θεωρητικές τους τοποθετήσεις, ως παιχνίδι τις δραστηριότητες οι οποίες είναι διασκεδαστικές και δημιουργικές (Ceglowski, 1997). Αποδίδουν εκπαιδευτικό ρόλο στο παιχνίδι, όταν μπορεί να προσφέρει στοχευμένη και ελεγχόμενη μαθησιακή εμπειρία, που είναι σταθερή και επαναλαμβανόμενη, εφόσον, ανάλογα με τον σκοπό του, εστιάζει σε συγκεκριμένες ικανότητες που πρέπει να εξασκηθούν (Marland, 1986). Οι μαθητές, όμως, δεν αντιλαμβάνονται αυτές τις περιπτώσεις «παιχνιδιού», ως παιχνίδι, αλλά ως μία δραστηριότητα η οποία έχει επιλεγεί και κατευθύνεται από τον εκπαιδευτικό. Νιώθουν ότι δεν μπορούν να κατασκευάσουν τη δική τους πραγματικότητα και να μάθουν με τον δικό τους τρόπο, γιατί δεν έχουν οι ίδιοι, τον έλεγχο ενός τέτοιου «παιχνιδιού» (Ceglowski, 1997). Για τους μαθητές, το παιχνίδι ορίζεται με βάση την εμπειρία τους και συχνά είναι μια δραστηριότητα μεταξύ πραγματικότητας και φαντασίας η οποία αποτελεί αυτοσκοπό. Δεν είναι σημαντικό, για αυτούς να επιτύχουν με την παιγνιώδη δράση τον στόχο που έχει τεθεί από τον εκπαιδευτικό, αλλά είναι σημαντικό το παιχνίδι καθεαυτό, καθώς και η διαδικασία του όταν κατευθύνεται από τους ίδιους (Kostelnik, Soderman & Whiren, 1993; Vogel, 2013).

Οι οπτικές των ενηλίκων—υποψήφιων και εν ενεργεία εκπαιδευτικών, καθώς και γονέων—για τον εκπαιδευτικό ρόλο του παιχνιδιού διαφέρουν τόσο μεταξύ τους όσο και με των παιδιών, όπως δείχνουν οι έρευνες. Η καταγραφή και συσχέτιση των απόψεων των εκπαιδευτικών, των μαθητών και των γονέων για την αξία του εκπαιδευτικού παιχνιδιού, με σκοπό την ανάδειξη των οπτικών τους για το ίδιο θέμα, έδειξε ότι οι

τρεις οπτικές παρουσιάζουν ομοιότητες, αλλά και διαφορές (Σκουμπουρδή & Καλαβάσης, 2009). Καθένας από τους εμπλεκόμενους στην εκπαιδευτική διαδικασία (εκπαιδευτικός, μαθητής, γονέας) υιοθετεί τη δική του οπτική για το παιχνίδι και κάνει υποθέσεις για την οπτική των «άλλων». Υπάρχει δηλαδή διάσταση μεταξύ των απόψεων των εκπαιδευτικών (γονέων) για το τι θεωρούν ότι πιστεύουν οι γονείς (εκπαιδευτικοί) για τα παιχνίδια και των πραγματικών απόψεων των γονέων (εκπαιδευτικών). Οι εκπαιδευτικοί δεν φάνηκαν ιδιαίτερα ενημερωμένοι για τα εκπαιδευτικά παιχνίδια των μαθητών τους στο σπίτι, ενώ δήλωσαν ότι χρησιμοποιούσαν παιχνίδια στο μάθημα των μαθηματικών με τέτοιο τρόπο ώστε να επιτευχθούν οι στόχοι που είχαν τεθεί. Ενέπλεκαν το παιχνίδι στην εκπαιδευτική διαδικασία με δομημένο τρόπο, ώστε να προσφέρει μαθησιακή εμπειρία και να εστιάζει σε συγκεκριμένες ικανότητες. Θεωρούσαν ότι το εκπαιδευτικό παιχνίδι συνεισφέρει στη γνωστική, στην κοινωνική και τη συναισθηματική ανάπτυξη των παιδιών, αλλά οι απόψεις τους για την ευχαρίστηση που μπορεί να προκαλεί το παιχνίδι στους ίδιους και «τους άλλους», διέφεραν από την πραγματικότητα. Από τη μεριά τους οι μαθητές ανέφεραν παιχνίδια που είχαν στο σπίτι και σχετίζονταν με τα μαθηματικά, καθώς και παιχνίδια που έπαιζαν στο μάθημα των μαθηματικών, αλλά αυτά τα παιχνίδια, πολλές φορές, ήταν διαφορετικά από αυτά που ανέφεραν οι γονείς τους και οι εκπαιδευτικοί. Ίσως η διαφοροποίηση αυτή γίνεται γιατί τα παιδιά βλέπουν το παιχνίδι στο μάθημα ως μαθησιακή δραστηριότητα, εφόσον ο εκπαιδευτικός εστιάζει στην επίτευξη συγκεκριμένων στόχων με τη χρήση του. Τέλος, οι γονείς κατέγραψαν εκπαιδευτικά παιχνίδια με τα οποία ασχολείται το παιδί τους στο σπίτι αν και σε αυτή την περίπτωση τα είδη των παιχνιδιών που καταγράφηκαν διέφεραν από αυτά που ανέφεραν οι μαθητές. Οι γονείς δεν φάνηκαν ιδιαίτερα ενημερωμένοι για τα παιχνίδια που παίζουν τα παιδιά τους στο σχολείο στο μάθημα των μαθηματικών και από τις απαντήσεις τους έγινε φανερό ότι δεν θεωρούν το παιχνίδι ιδιαίτερα βοηθητικό για τη μαθησιακή διαδικασία. Εξέφρασαν την προτίμηση να γίνεται το μάθημα μέσω μαθηματικών δραστηριοτήτων. Ωστόσο, παραδέχτηκαν ότι το εκπαιδευτικό παιχνίδι συνεισφέρει στη γνωστική, στην κοινωνική και τη συναισθηματική ανάπτυξη των παιδιών, αλλά, όπως και για τους εκπαιδευτικούς, οι απόψεις τους για την ευχαρίστηση που μπορεί να προκαλεί το παιχνίδι, στους ίδιους και «τους άλλους», διέφεραν από την πραγματικότητα. Η διαφοροποίηση αυτή αναδύει την ψευδαίσθηση της ομοθυμίας στην αποδοχή του εκπαιδευτικού παιχνιδιού και του γενικά θετικού του ρόλου στη μαθηματική εκπαίδευση.

Τα παραπάνω επιβεβαιώνουν αποτελέσματα άλλων ερευνών οι οποίες αναφέρουν, ότι παρόλο που οι γονείς συνειδητοποιούν τους τρόπους με τους οποίους τα μαθηματικά εμπλέκονται στις καθημερινές δραστηριότητες και στα παιχνίδια που λαμβάνουν χώρα στο σπίτι τους και συμπεριλαμβάνουν επιτραπέζια και άλλα παιχνίδια στις δραστηριότητες που υποστηρίζουν τις αριθμητικές ικανότητες των παιδιών τους (Σκουμπουρδή, Τάτσης & Καφούση, 2009), πολλοί είναι εκείνοι οι γονείς που υιοθετούν την άποψη ότι το παιχνίδι πρέπει να χρησιμοποιείται μόνο στο σπίτι και ότι τα παιδιά τους πηγαίνουν στο σχολείο για να μάθουν (Wood & Attfield, 1996). Θεωρούν ότι δεν μπορούν τα παιδιά τους να μάθουν μαθηματικά στο σχολείο μέσω του παιχνιδιού. Οι υποστηρικτές της άποψης αυτής δηλώνουν ότι η ενασχόληση με παιχνίδια στο σχολείο γίνεται από έναν σκληρό εκπαιδευτικό (Heaslip, 1994:100) και είναι χάσιμο χρόνου. Ακόμα και στην προσχολική εκπαίδευση, το παιχνίδι συχνά θεωρείται προπαρασκευαστικό στάδιο για την «αληθινή» μάθηση στο «μεγάλο σχολείο» και συνήθως υποτιμάται από τους γονείς εφόσον το αντιλαμβάνονται περισσότερο ως εμπόδιο στη γνωστική εξέλιξη των παιδιών τους. Τα αίτια αυτής της αντιμετώπισης του παιχνιδιού από τους γονείς ίσως προκύπτουν από τις αυξημένες ανάγκες και απαιτήσεις της σύγχρονης ζωής των οποίων η κάλυψη, κατά τη γνώμη των γονέων, δεν μπορεί να στηριχτεί στη χρήση του παιχνιδιού για διδασκαλία και μάθηση εφόσον αμφισβητούν τον εκπαιδευτικό του ρόλο. Επιπλέον, δεν θεωρούν ότι γίνονται εύκολα διακριτές οι μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες μέσα σε ένα παιχνίδι, γεγονός το οποίο ενισχύει την αρνητική τους στάση στην ένταξη του παιχνιδιού στην τάξη των μαθηματικών.

Αντίστοιχα, αρκετοί εκπαιδευτικοί δεν χρησιμοποιούν παιχνίδια στη διδασκαλία τους, γιατί έχουν δυσκολία να αναγνωρίσουν τα μαθηματικά μέσα σε αυτά, παρόλο που θα ήθελαν να το κάνουν για να βοηθήσουν τα παιδιά να μάθουν (Griffiths, 1994; McInnes, Howard, Miles & Crowley, 2011). Οι εκπαιδευτικοί δεν μπορούν να συνδέσουν πολύ εύκολα το παιχνίδι, με τη μαθηματική σκέψη και να κατανοήσουν το παιχνίδι ως μαθηματική δραστηριότητα, όπως έχει καταγραφεί από έρευνα (Svensson, 2015). Σκοπός της έρευνας αυτής ήταν η διερεύνηση της τεκμηρίωσης των Σουηδών εκπαιδευτικών πρώτο-σχολικής αγωγής για το πότε ένα παιχνίδι μπορεί να χαρακτηριστεί ως μαθηματική δραστηριότητα, με βάση τα τρία σημεία κλειδιά που θέτει ο Bishop (1988), τη μοντελοποίηση, την αφαίρεση και τον υποθετικό συλλογισμό. Βιντεοσκοπήθηκαν και παρουσιάστηκαν από τους εκπαιδευτικούς, παιχνίδια με τα παιδιά. Οι αναφορές των εκπαιδευτικών βασίστηκαν στο βιντεοσκοπημένο παιχνίδι και κατηγοριοποιήθηκαν με βάση τα τρία επίπεδα τεχνουργμάτων του Wartofsky ανάλογα με τον βαθμό της παιδαγωγικής τους τεκμηρίωσης. Οι αναλύσεις των εκπαιδευτικών προσδιορίστηκαν ως πρωτογενείς, όταν απλά παρέθεταν ένα τεκμήριο, όπως το βίντεο, ως

δευτερογενείς, όταν παράλληλα με το βίντεο, περιέγραφαν το παιχνίδι και ως τριτογενείς, όταν η τεκμηρίωσή τους περιλάμβανε στοιχεία που έδειχναν ότι το παιχνίδι μπορεί να χαρακτηριστεί ως μαθηματική δραστηριότητα με βάση τα σημεία κλειδιά του Bishop. Το παράδειγμα το οποίο κατατάχθηκε στο πρωτογενές επίπεδο, ήταν η βιντεοσκόπηση από έναν εκπαιδευτικό, μιας κατάστασης στην οποία ένα παιδί τεσσάρων ετών ομαδοποιούσε αρκουδάκια διαφορετικών χρωμάτων και μεγεθών. Ο συγκεκριμένος εκπαιδευτικός επέλεξε να δείξει απλά το βίντεο χωρίς να το συνοδεύει με κάποια αναφορά τεκμηριώνοντας τη σχέση της δράσης του παιδιού με τα μαθηματικά. Στο δεύτερο παράδειγμα, το οποίο κατατάχθηκε στο δευτερογενές επίπεδο, οι εκπαιδευτικοί παρουσίασαν φωτογραφίες από το ελεύθερο παιχνίδι των παιδιών, όταν ασχολούνταν με το πώς θα τοποθετήσουν τις καρτέλες για να φαίνεται η τάξη τους σαν πλοίο. Οι συγκεκριμένοι εκπαιδευτικοί στις αναφορές τους περιέγραψαν τις δράσεις των παιδιών χωρίς να αποτυπώσουν στοιχεία που να φανερώνουν μοντελοποίηση, αφαίρεση και υποθετικό συλλογισμό, παρόλο που το παιχνίδι περιλάμβανε πολλές τέτοιες καταστάσεις. Τέλος, στο παράδειγμα του τριτογενούς επιπέδου, μία εκπαιδευτικός βιντεοσκόπησε ένα συμβολικό παιχνίδι ρόλων, τεσσάρων παιδιών, το παιχνίδι του «γιατρού», κατά τη διαδικασία του οποίου τα παιδιά έπαιζαν τους ρόλους των ασθενών, των γιατρών, των νοσοκόμων και των γραμματέων, μοντελοποιώντας τις αντιλήψεις τους για το νοσοκομείο. Ενώ στην αρχή η εκπαιδευτικός δεν μπορούσε να αντιληφθεί το συγκεκριμένο παιχνίδι ως μαθηματική δραστηριότητα, στην παιδαγωγική της τεκμηρίωση οι αναφορές της είχαν στοιχεία μοντελοποίησης, αφαίρεσης και υποθετικού συλλογισμού. Ανέφερε ότι το συγκεκριμένο παιχνίδι μοντελοποιεί τις πραγματικές αντιλήψεις των παιδιών για τα νοσοκομεία, εφόσον το παιδί που είχε αναλάβει τον ρόλο του γραμματέα χρησιμοποιούσε την αριθμομηχανή ως γραφομηχανή για να γράψει τις συνταγές και αυτό έδειχνε την αφαιρετική του σκέψη. Επίσης, υποθετική σκέψη έδειχνε και η υποκριτική στάση του μαθητή που έπαιζε τον ρόλο του ασθενούς.

Παρόμοια ήταν και τα αποτελέσματα συγκριτικής έρευνας, μεταξύ Ολλανδίας, Ουαλίας, Γερμανίας και Φινλανδίας, για τη διερεύνηση του πώς οι υποψήφιοι εκπαιδευτικοί αντιλαμβάνονται τα χαρακτηριστικά του παιχνιδιού και ποιος είναι ο ρόλος τους στο παιχνίδι των παιδιών (Van Der Aalsvoort, Prakke, Howard, König & Parkkinen, 2015). Οι εκπαιδευτικοί παρακολούθησαν τέσσερα επτάλεπτα βίντεο, στα οποία παιδιά συμμετείχαν σε δραστηριότητες και τα σχολίασαν με βάση τα ανοιχτού τύπου ερωτήματα που τέθηκαν και αφορούσαν στην αναγνώριση χαρακτηριστικών παιχνιδιού στη δραστηριότητα. Οι απαντήσεις τους κατηγοριοποιήθηκαν με βάση τα τέσσερα στοιχεία που χαρακτηρίζουν τα παιχνίδια κατά Kwakkel-Scheffer (2006 στο Van Der Aalsvoort, Prakke, Howard, König & Parkkinen, 2015), δηλαδή, τη διασκέδαση, τους κανόνες, τη μη ύπαρξη εξωτερικού στόχου και το ότι είναι εθελοντική δραστηριότητα. Επιπλέον, επισημάνθηκαν στις αναφορές των εκπαιδευτικών και άλλα χαρακτηριστικά στοιχεία των παιχνιδιών όπως η συνεργασία, η μάθηση και η ανάπτυξη, η επικοινωνία και η αλληλεπίδραση, καθώς και η δομή. Στα αποτελέσματα καταγράφηκαν σημαντικές διαφοροποιήσεις στην οπτική και στις θεωρίες των εκπαιδευτικών των τεσσάρων χωρών, οι οποίες αποδόθηκαν στις διαφορές των εκπαιδευτικών συστημάτων των χωρών και στην εκπαίδευση των εκπαιδευτικών και οι οποίες επηρεάζουν τόσο τις απόψεις για το παιχνίδι όσο και τις πρακτικές που χρησιμοποιούνται στην τάξη. Οι πρακτικές των εκπαιδευτικών που καταγράφηκαν ήταν τρεις: ο εκπαιδευτικός που προσφέρει στη δραστηριότητα, ο εκπαιδευτικός που έχει ουδέτερη στάση κατά την πραγματοποίηση της δραστηριότητας και ο εκπαιδευτικός που ασκεί μεγάλο έλεγχο κατά τη διάρκεια της δραστηριότητας. Καταλήγουν ότι η εκπαίδευση των υποψήφιων εκπαιδευτικών για τον ρόλο του παιχνιδιού στην ανάπτυξη των παιδιών επηρεάζει τον διδακτικό σχεδιασμό και τον τρόπο συμμετοχής τους στις δραστηριότητες και αυτό έχει συνέπειες στις μαθησιακές εμπειρίες που επιλέγονται και πραγματοποιούνται στην τάξη. Οι ίδιοι ερευνητές προτείνουν να μάθουν οι υποψήφιοι εκπαιδευτικοί να αναγνωρίζουν τα χαρακτηριστικά του παιχνιδιού και να εξασκούνται στο πώς να χρησιμοποιούν παιδαγωγικά κατάλληλες υποδείξεις ή προτάσεις ώστε να προκαλούν το παιχνίδι. Επιπλέον, θεωρούν απαραίτητο να ισορροπούν στο πρόγραμμά τους, την εισαγωγή του παιχνιδιού με την ανταπόκριση στους στόχους του προγράμματος σπουδών και τις προσδοκίες για ακαδημαϊκή πρόοδο.

Στα παραπάνω συνηγορούν και τα αποτελέσματα έρευνας η οποία στόχευε να διερευνήσει τη δυνατότητα ενίσχυσης της αυτό-βελτίωσης των υποψήφιων εκπαιδευτικών, των μικρών βαθμίδων εκπαίδευσης, στη διδασκαλία των μαθηματικών (Sancar-Tokmak, 2015). Για την έρευνα σχεδιάστηκε και πραγματοποιήθηκε προπτυχιακό μάθημα για το παιχνίδι στην πρώιμη παιδική ηλικία στο οποίο συμμετείχαν οι φοιτητές. Από τα αποτελέσματα φάνηκε ότι η διδακτική αποτελεσματικότητα των υποψήφιων εκπαιδευτικών αυξήθηκε και προτείνεται να χρησιμοποιούνται στις προπτυχιακές σπουδές μέθοδοι διδασκαλίας μέσω παιχνιδιού.

Επιπλέον, έχει καταγραφεί σε εργαστήριο εκπαιδευτικού παιχνιδιού (Σκουμπουρδή, κσ., 2015) ότι οι υποψήφιοι και εν ενεργεία εκπαιδευτικοί, οι οποίοι είχαν διδαχτεί προπτυχιακό μάθημα για το παιχνίδι στη

μαθηματική εκπαίδευση, αντιλαμβάνονται και αναφέρουν τα στοιχεία εκείνα του παιχνιδιού που αναδεικνύουν τον εκπαιδευτικό του ρόλο. Στο εργαστήριο, που είχε στόχο να διερευνήσει τα στοιχεία που αναφέρουν οι εκπαιδευτικοί κατά την αξιολόγηση ενός παιχνιδιού και να τα συσχετίσει με τις αρχές αξιολόγησης εκπαιδευτικού παιχνιδιού (Σκουμπουρδή, 2012), χρησιμοποιήθηκαν τα σχεδιασμένα παιχνίδια «Ο τζίτζικας και ο μέρμηγκας», «Το βιβλίο της περιπέτειας» και το «Κόλλα ... 15!». Όλα τα παιχνίδια ενέπλεκαν μαθηματικές έννοιες του Προγράμματος Σπουδών, οι οποίες σε άλλα παιχνίδια ήταν άμεσα αντιληπτές και σε άλλα έμμεσες. Οι αξιολογήσεις των συμμετεχόντων εκπαιδευτικών έθεσαν ως κύριο κριτήριο για την επιλογή ενός παιχνιδιού αφενός τον διαφορετικό τρόπο μάθησης που προσφέρει (διαθεματική, ομαδική, παιδοκεντρική) μέσω του κινήτρου, του ενδιαφέροντος και της ψυχαγωγίας που προκαλεί και αφετέρου τον θετικό του ρόλο στην υλοποίηση στόχων (γνωστικών, συναισθηματικών, κοινωνικών) και στην ανάπτυξη δεξιοτήτων. Άλλα στοιχεία που αναφέρθηκαν αφορούσαν στον βαθμό δυσκολίας των κανόνων του παιχνιδιού και στην εφαρμοσιμότητά του στην τάξη, στο είδος της συνεργασίας που απαιτείται, στην ποικιλία των τρόπων επικοινωνίας που επιδιώκεται, καθώς και στην κριτική και δημιουργική σκέψη που καλλιεργείται. Επιπλέον, οι εκπαιδευτικοί, κατά την αξιολόγηση, ανέφεραν την εικόνα του παιχνιδιού, την προτεινόμενη ηλικία, την καταλληλότητα των δράσεων σε σχέση με τις εμπειρίες και τις γνώσεις που προϋπάρχουν και την εξοικείωση των παιδιών με τα παιχνίδια. Άξονες, δηλαδή, οι οποίοι δεν αφορούν αποκλειστικά στην αξιολόγηση των συγκεκριμένων παιχνιδιών, αλλά που καταδεικνύουν περισσότερο γενικά κριτήρια επιλογής και χρήσης ενός παιχνιδιού στην εκπαιδευτική διαδικασία. Τα κριτήρια αυτά φάνηκε να σχετίζονται με στοιχεία από όλα τα επίπεδα των «αρχών αξιολόγησης παιχνιδιών» (δες κεφάλαιο [Α.1](#)), παρόλο που δεν αναλύθηκαν διεξοδικά και δομημένα, κάτι που μπορεί να οφείλεται και στη φύση του Εργαστηρίου. Από το πρώτο επίπεδο, την «ανάλυση επιφάνειας» του παιχνιδιού, αναφέρθηκε η εμφάνιση του παιχνιδιού. Από το δεύτερο επίπεδο, την «ανάλυση βάθους» του παιχνιδιού, αναφέρθηκαν σχεδόν όλα τα στοιχεία, τόσο για τον εκπαιδευτικό ρόλο των παιχνιδιών όσο και στοιχεία για τον σκοπό του και τους κανόνες του. Οι ικανότητες και δεξιότητες που απαιτούνται και καλλιεργούνται, επισημάνθηκαν στις αναφορές των εκπαιδευτικών ως στοιχεία από την «ανάλυση και μετά-ανάλυση της διαδικασίας» του παιχνιδιού, δηλαδή από το τρίτο και τέταρτο επίπεδο ανάλυσης, εφόσον οι εκπαιδευτικοί ενεπλάκησαν στο παιχνίδι ως παίκτες.

Οι αντιλήψεις των υποψήφιων νηπιαγωγών για το παιχνίδι και τον εκπαιδευτικό του ρόλο στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών καταγράφηκαν σε έρευνα (Σκουμπουρδή, 2015), με σκοπό να ληφθούν υπόψη στον διδακτικό σχεδιασμό σχετικού προπτυχιακού μαθήματος. Τα θέματα που διερευνήθηκαν σχετίζονταν με το τι είναι παιχνίδι, σε τι διαφοροποιείται ένα παιχνίδι από μία τυπική δραστηριότητα, πώς θα χρησιμοποιούσαν παιχνίδια για τη διδασκαλία των μαθηματικών, καθώς και πώς γίνεται αντιληπτή η μάθηση των μαθηματικών μέσω του παιχνιδιού. Οι απαντήσεις των φοιτητριών έδειξαν ότι δεν μπόρεσαν να προσεγγίσουν με σαφή και συνεπή τρόπο τα παραπάνω θέματα. Οι υποψήφιες νηπιαγωγοί, όρισαν το παιχνίδι αναφέροντας μέρος των βασικών χαρακτηριστικών του, όπως οι περισσότερες προσπάθειες ορισμού του στη βιβλιογραφία, με τη διαφορά ότι η πλειοψηφία το συνέδεσε με τη μάθηση, κάτι το οποίο δεν περιλαμβάνεται στα βασικά χαρακτηριστικά του παιχνιδιού (Kwakkel-Scheffer 2006 στο Van Der Aalsvoort, Prakke, Howard, König & Parkkinen, 2015). Επιπλέον, η σύνδεση αυτή έγινε με έναν υπερ-απλουστευτικό τρόπο (ευχάριστη, διασκεδαστική, εύκολη μάθηση κλπ.) ο οποίος παραπέμπει στην ακραία τάση που επικράτησε στη χρήση υλικών και μέσων στη μαθηματική εκπαίδευση ως πανάκεια, προκειμένου να αντιμετωπιστούν όλες οι δυσκολίες των παιδιών κάτι το οποίο είχε μακροπρόθεσμα αρνητικές συνέπειες (Σκουμπουρδή, 2012). Από τους ορισμούς τους έγινε αντιληπτή η αναγνώριση της πολυδιάστατης συνεισφοράς του παιχνιδιού σε ποικίλους τομείς και αναδείχθηκε το κίνητρο που προσφέρει στα παιδιά για μάθηση, χωρίς όμως να καθορίζουν πώς επιτυγχάνεται η μάθηση μέσω του παιχνιδιού. Επιπλέον, οι φοιτήτριες αποδεχόμενες τον εκπαιδευτικό ρόλο του παιχνιδιού τού προσφέρουν θέση στην τάξη των μαθηματικών. Όμως, ο τρόπος διαχείρισης που πρότειναν, ανέδειξε μεγάλο βαθμό ελέγχου και σε πολλές περιπτώσεις ταύτιση με αυτόν της τυπικής μαθησιακής δραστηριότητας. Η διαφοροποίηση παιχνιδιού και τυπικής δραστηριότητας δεν ήταν πάντα διακριτή και σε όλες τις περιπτώσεις προσδιορίστηκε με αναφορά σε συγκεκριμένα χαρακτηριστικά όπως οι κανόνες, ο σκοπός και ο στόχος, η χρήση μαθηματικών εννοιών και άλλων θεμάτων, η συμμετοχή του εκπαιδευτικού, ο τρόπος σκέψης των παιδιών, το εμπλεκόμενο υλικό, το κλίμα που δημιουργείται, καθώς και η επίτευξη της μάθησης. Από τις απαντήσεις τους, στα τέσσερα ερωτήματα, φάνηκε να διαμορφώνεται μία νέα μορφή παιχνιδιού για τις τάξεις των μαθηματικών του νηπιαγωγείου. Παιχνίδι, το οποίο συχνά ταυτίζεται με την τυπική μαθηματική δραστηριότητα, προορίζεται κυρίως για την εκπλήρωση μαθηματικών στόχων και οδηγεί στη μάθηση με ευχάριστο, διασκεδαστικό και εύκολο τρόπο.

Οι διαφοροποιήσεις στις παιδαγωγικές αλληλεπιδράσεις των εκπαιδευτικών με τα παιδιά, αλλά και οι αντιλήψεις των παιδιών για το παιχνίδι μπορούν να συσχετιστούν με τις διαφοροποιήσεις στην κατανόηση του παιχνιδιού και της σχέσης του με τη μάθηση μεταξύ των εκπαιδευτικών (McInnes, Howard, Miles & Crowley, 2011). Αυτό καταγράφηκε σε έρευνα στην οποία πήραν μέρος δύο ομάδες εκπαιδευτικών. Στην πρώτη ομάδα οι εκπαιδευτικοί φάνηκε να έχουν ξεκάθαρη αντίληψη τόσο για το παιχνίδι όσο και τον ρόλο τους στο παιχνίδι με τα παιδιά. Σχεδίαζαν ποικίλες δραστηριότητες τόσο υπό την ηγεσία τους όσο και υπό την ηγεσία των μαθητών τους, συμμετείχαν με τα παιδιά σε όλες τις δραστηριότητες και εμπλέκονταν σε αλληλεπιδράσεις οι οποίες παρείχαν στα παιδιά δυνατότητες επιλογής και ελέγχου. Στη δεύτερη ομάδα, οι εκπαιδευτικοί δεν είχαν σαφή κατανόηση του παιχνιδιού και του ρόλου τους σε αυτό. Παρόλο που σχεδίαζαν δραστηριότητες με εναλλαγή στους ηγετικούς ρόλους, συμμετείχαν μόνο σε εκείνες που είχαν τον κύριο ρόλο αφήνοντας τις άλλες να πραγματοποιηθούν μόνο από τα παιδιά. Στις αλληλεπιδράσεις τους με τα παιδιά είχαν τις επιλογές και τον έλεγχο. Οι ερευνητές υποστηρίζουν ότι οι διαφορετικές αυτές οπτικές και στάσεις επηρεάζουν και τις απόψεις των παιδιών για το παιχνίδι.

Οι επιλογές παιχνιδιών που κάνουν οι εκπαιδευτικοί φάνηκε σε άλλη έρευνα (Μερμηγκούση, 2004) η οποία είχε στόχο τη σύνδεση της Θεωρίας Παιγνίων με τις ψυχοπαιδαγωγικές απόψεις για το παιδικό παιχνίδι. Καταγράφηκαν από τις νηπιαγωγούς τα παιχνίδια που χρησιμοποιούσαν στο νηπιαγωγείο και σχετίζονταν με τα μαθηματικά, συμπληρώνοντας στοιχεία σχετικά με τη συχνότητα που έπαιζαν το κάθε παιχνίδι, τον αριθμό των παικτών, το είδος του παιχνιδιού, καθώς και στοιχεία σχετικά με τους κανόνες του παιχνιδιού. Επίσης, καταγράφηκαν οι συνδέσεις των παιχνιδιών με τα χαρακτηριστικά των ψυχοπαιδαγωγικών απόψεων (πρόβλεψη, συλλογισμός/σκέψη, συγκέντρωση/προσοχή, υπολογισμός, πείραμα, φαντασία, χαρά, ξεκούραση, παραγωγή ερωτήσεων, καλλιέργεια μνήμης και διατύπωση υποθέσεων). Τα παιχνίδια που αναφέρθηκαν από τις νηπιαγωγούς αφορούσαν, κυρίως, σε κινητικά παιχνίδια, παιχνίδια με ταμπλό, παιχνίδια προσποίησης, καθώς και κατασκευαστικά παιχνίδια, ενώ τα χαρακτηριστικά που συνέδεσαν με τα περισσότερα παιχνίδια ήταν ο συλλογισμός/σκέψη, η συγκέντρωση/προσοχή και η χαρά.

Η ανάδειξη των διαφορετικών οπτικών που συνυπάρχουν μεταξύ των εμπλεκόμενων στην εκπαιδευτική διαδικασία μπορεί να μεταφέρει τη σχολική κοινότητα, από την ψευδαίσθηση της ομοθυμίας, στην πραγματικότητα της ποικιλίας των απόψεων και να επιτρέψει στους εκπαιδευτικούς να εντάξουν το παιχνίδι στη διδακτική πράξη μέσω σχεδιασμού. Η σχεδιασμένη ένταξη του παιχνιδιού στην τάξη των μαθηματικών μπορεί να δημιουργήσει το εκπαιδευτικό εκείνο πλαίσιο στο οποίο η διδασκαλία των μαθηματικών να αποτελέσει στρατηγική για καλή εκπαίδευση (Σκουμπουρδή, 2012) και επιπλέον να συμβάλει στη σύγκλιση των παραπάνω οπτικών και στη συνεργασία μεταξύ των συμμετεχόντων στην εκπαιδευτική διαδικασία (Skoumpourdi & Kalavassiss, 2007). Για να γίνει αυτό, είναι σημαντικό οι εκπαιδευτικοί, αφενός να αναγνωρίζουν και αφετέρου να αιτιολογούν μέσα από τις πρακτικές τους πώς το παιχνίδι, με τις διαφορετικές όψεις και διαστάσεις του, συμβάλλει στη μάθηση και την ανάπτυξη των ικανοτήτων των παιδιών και να ενημερώνουν σχετικά τους συναδέλφους τους, αλλά κυρίως τους γονείς των μαθητών τους, ενθαρρύνοντάς τους να υποστηρίζουν το παιχνίδι των παιδιών στο σπίτι και σε άλλα περιβάλλοντα (ακόμα και να συμμετέχουν σε παιχνίδια μέσα στην τάξη), καθώς οι γονείς μπορεί να μην έχουν παρόμοιες προσωπικές εμπειρίες (ΠΣΝ, 2011:30). Η ενημέρωση των γονέων για τις απόψεις των εκπαιδευτικών σχετικά με τον ρόλο του παιχνιδιού και τον τρόπο με τον οποίο το χρησιμοποιούν στην πράξη, μπορεί να οδηγήσει τους γονείς στην αποδοχή του ως μέσο για τη διδασκαλία των διαφόρων μαθημάτων, όπως των μαθηματικών και να δημιουργήσει ένα πλαίσιο συνεργασίας, σεβασμού και μη αμφισβήτησης των όποιων επιλογών (Σκουμπουρδή & Καραβάσης, 2007). Αλλά και η γνώση των απόψεων των γονέων για τον ρόλο του εκπαιδευτικού παιχνιδιού, μπορεί να γίνει η αφορμή για εποικοδομητικές συνεργασίες τόσο στο πλαίσιο της τάξης (συμμετοχή των γονέων στα παιχνίδια της τάξης, οργάνωση παιχνιδιών στην τάξη από τους γονείς κλπ.) όσο και εκτός (συνδιοργάνωση εκδηλώσεων, συμβουλές για αγορά παιχνιδιών για το σπίτι, προτάσεις για ενδιαφέροντα παιχνίδια στο διαδίκτυο κλπ.). Επιπλέον, η ενημέρωση από τη μεριά των εκπαιδευτικών, των απόψεων και των προτιμήσεων των παιδιών για τα παιχνίδια, συμβάλλει στην επιλογή/σχεδιασμό παιχνιδιών με εκπαιδευτικό ενδιαφέρον. Λέγοντας εκπαιδευτικό ενδιαφέρον εννοούμε αφενός τη δυνατότητα προσέγγισης της μαθηματικής γνώσης, άμεσα ή έμμεσα και αφετέρου την αποδοχή και αναγνώριση των παιχνιδιών από τα παιδιά και την αυθόρμητη συμμετοχή τους σε αυτά.

Ενδεικτικές ερωτήσεις και θέματα για περαιτέρω διερεύνηση και προβληματισμό (αναζήτηση πηγών για διεύρυνση της μελέτης):

Γιατί η θέση και ο ρόλος του παιχνιδιού σε μια τάξη μαθηματικών, διχάζει τους εκπαιδευτικούς και προβληματίζει τους γονείς;

Ποιες είναι οι στάσεις και οι απόψεις των εκπαιδευτικών (των γονέων) για τον εκπαιδευτικό ρόλο του παιχνιδιού;

Συσχετίζονται μεταξύ τους οι στάσεις και οι απόψεις των εκπαιδευτικών και των γονέων για τον εκπαιδευτικό ρόλο του παιχνιδιού;

Ποιες είναι οι απόψεις των παιδιών για το παιχνίδι στην τάξη των μαθηματικών; Πώς σχετίζονται με τις απόψεις των εκπαιδευτικών και των γονέων;

Ποια είναι τα αίτια της αμφισβήτησης του εκπαιδευτικού ρόλου του παιχνιδιού;

Σε τι μπορεί να βοηθήσει τους υποψήφιους εκπαιδευτικούς ένα προπτυχιακό μάθημα για τον εκπαιδευτικό ρόλο του παιχνιδιού;

Πού εστιάζουν οι απόψεις των υποψήφιων εκπαιδευτικών για τον εκπαιδευτικό ρόλο του παιχνιδιού;

Ποια χαρακτηριστικά των ψυχοπαιδαγωγικών θεωριών αναγνωρίζουν οι νηπιαγωγοί στα παιχνίδια που χρησιμοποιούν στην τάξη;

Γιατί παρουσιάζει ενδιαφέρον η μελέτη των στάσεων και των απόψεων των εκπαιδευτικών, των γονέων και των μαθητών για τον εκπαιδευτικό ρόλο του παιχνιδιού;

Μπορούμε να συσχετίσουμε τις θεωρίες για το παιχνίδι με τις οπτικές των εμπλεκόμενων στην εκπαιδευτική διαδικασία για το παιχνίδι;

Ποια μπορεί να είναι η σχέση των στάσεων και απόψεων για το παιχνίδι και της αποδοχής του εκπαιδευτικού του ρόλου με τον τρόπο αξιοποίησής του;

Ποια είναι η δική σας οπτική για το παιχνίδι στη μαθηματική εκπαίδευση;

Ποια ερωτήματα θεωρείτε ότι παραμένουν ανοιχτά σε αυτό το πεδίο;

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Bishop, A. (1988). Mathematics education in its cultural context. *Educational Studies in Mathematics*, 19(2), 179-191.
- Ceglowski, D. (1997). Understanding and building upon children's perceptions of play activities in early childhood programs. *Early Childhood Education Journal*, 25(2), 107-112.
- Golinkoff, R.M., Hirsh-Pasek, K. & Singer, D. (2006). Play-learning: A challenge for parents and educators. In D. Singer, R.M. Golinkoff & K. Hirsh-Pasek (Eds.) *Play=Learning: How play motivates and enhances children's cognitive and social-emotional growth* (pp. 3-15). Oxford: Oxford University Press.
- Griffiths, R. (1994). Mathematics and play. In J. Moyles (Ed.) *The Excellence of Play* (pp. 169-185). Great Britain: Open University Press.
- Heaslip, P. (1994) Making play work in the classroom. In J. Moyles (Ed.) *The Excellence of Play* (pp. 99-109). Great Britain: Open University Press.
- Kostelnik, M.J., Soderman, A.K. & Whiren, A.P. (1993). *Developmentally appropriate programs in early childhood education*. New York: Merrill.
- McInnes, K., Howard, J., Miles, G. & Crowley, K. (2011). Differences in practitioners' understanding of play and how this influences pedagogy and children's perceptions of play. *Early Years*, 31(2), 121-133.
- Marland, H. (1986). Cheating. *Mathematics in School*, 15(1), 30.
- Μερμηγκούση, Ι. (2004). *Οι επιδράσεις της Θεωρίας Παιγνίων σε δραστηριότητες της προσχολικής ηλικίας: πρώτη προσέγγιση*. Αδημοσίευτη Πτυχιακή Εργασία ΤΕΠΑΕΣ, Πανεπιστήμιο Αιγαίου, Ρόδος.
- ΠΣΝ (Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου) (2011). Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, Αθήνα. Διαθέσιμο στον δικτυακό τόπο <http://www.dipevath.gr/Nov2011/28/1o-meros.pdf>
- Sancar-Tokmak, H. (2015). The effect of curriculum-generated play instruction on the mathematics teaching efficacies of early childhood education pre-service teachers. *European Early Childhood Education Research Journal*, 23(1), 5-20.
- Σκουμπουρδή, Χ. (2012). *Σχεδιασμός ένταξης υλικών και μέσων στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών*. Εκδόσεις Πατάκη, Αθήνα.
- Σκουμπουρδή, Χ. (2015). «Ευχαρίστηση, διασκέδαση, εύκολη μάθηση» ... αυτός είναι ο (εκπαιδευτικός) ρόλος του παιχνιδιού; *6ο Συνέδριο ΕνΕΔιΜ: Μαθηματικά ΜΕ διάκριση και ΧΩΡΙΣ διακρίσεις*. Θεσσαλονίκη. (CD ROM).
- Skoumpourdi, C. & Kalavassiss, F. (2007). Games as a mathematical activity: The coexistence of differing perceptions in the primary school community (teachers, students, parents). *Proceedings of the CIEAEM 59: Mathematical activity in classroom practice and as research object in didactics: Two complementary perspectives* (pp. 92-95), Hungary.
- Σκουμπουρδή, Χ. & Καλαβάσης, Φ. (2007). Σχεδιασμός ένταξης του παιχνιδιού στη μαθηματική εκπαίδευση για την προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία. Στο Φ. Καλαβάσης & Α. Κοντάκος (επιμ.) *Θέματα Εκπαιδευτικού Σχεδιασμού* (σελ. 137-156). Ατραπός, Αθήνα.
- Σκουμπουρδή, Χ. & Καλαβάσης, Φ. (2009). Ο ρόλος του παιχνιδιού στη μαθηματική εκπαίδευση: ανταγωνιστικές στάσεις και ψευδαίσθηση ομοθυμίας. *Παιδαγωγική Επιθεώρηση*, 47, 138-154.
- Σκουμπουρδή, Χ., Τάτσης, Κ. & Καφούση, Σ. (2009). Απόψεις γονέων, παιδιών νηπιαγωγείου, για την εμπλοκή των Μαθηματικών σε καθημερινές δραστηριότητες και παιχνίδια. *3ο Συνέδριο ΕνΕΔιΜ: Μαθηματική Εκπαίδευση και Οικογενειακές Πρακτικές* (σελ. 131-139). Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα.
- Σκουμπουρδή, Χ., Πιννίκα, Β., Ανδριώτη, Μ., Καραγκιόζογλου, Ν.-Ε., Κατσαρά, Ε., Μανδυλάκη, Ε. Παρδάλη, Β. & Χατζηκοκολάκη, Ι. (2015). Εργαστήριο εκπαιδευτικού παιχνιδιού: Αξιολόγηση εκπαιδευτικών παιχνιδιών. Στο Χ. Σκουμπουρδή & Μ. Σκουμιός (επιμ.) *1ο Πανελλήνιο Συνέδριο Εκπαιδευτικού Υλικού: Ανάπτυξη Εκπαιδευτικού Υλικού στα Μαθηματικά και τις Φυσικές Επιστήμες* (σελ. 108-114), Ρόδος.
- Svensson, C. (2015). Preschool teachers' understanding of playing as a mathematical activity. *Proceedings of the 9th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Charles University, Prague. (υπό έκδοση)
- Szendrei, J. (1996). Concrete materials in the classroom. In A.J. Bishop, M.A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde (Eds.) *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 411-434). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Van Der Aalsvoort, G., Prakke, B., Howard, J., König, A. & Parkkinen, T. (2015). Trainee teachers' perspectives on play characteristics and their role in children's play: an international comparative study amongst trainees in the Netherlands, Wales, Germany and Finland. *European Childhood Education Research Journal*, 23(2), 277-292.

Vogel, R. (2013). Mathematical situations of play and exploration. *Educational Studies in Mathematics*, 84(2), 209-225.

Whitebread, D. (2008). Introduction: young children learning and early years teaching. In D. Whitebread & P. Coltman, P. (Eds.) *Teaching and learning in the early years* (pp. 1-24). London: Routledge.

Wood, E. & Attfield, J. (1996). *Play, learning and the early childhood curriculum*. London: Paul Chapman Publishing Ltd.

Wood, E. & Bennett, N. (2001). Οι θεωρίες των εκπαιδευτικών για το παιχνίδι. Κονστρουκτιβισμός ή κοινωνικός κονστρουκτιβισμός; Στο Σ. Αυγητίδου (επιμ.) *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις* (σελ. 301-328). ΤΥΠΩΘΗΤΩ Γιώργος Δάρδανος, Αθήνα.

B.2 Συνέπειες από την ένταξη παιχνιδιών στη μαθηματική εκπαίδευση

Σύνοψη

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται, ενδεικτικά αποτελέσματα ερευνών από το ελεύθερο παιχνίδι των μικρών παιδιών, αλλά και από τη χρήση παιχνιδιών και παιγνιδιών δραστηριοτήτων στην τάξη των μαθηματικών της πρώτης σχολικής ηλικίας, με σκοπό να ανιχνευθεί η πολλαπλή σημασία τους τόσο για τις γνωστικές και άλλες ικανότητες και δεξιότητες που αναπτύσσουν όσο και για το παιδαγωγικό κλίμα που διαμορφώνουν, ώστε να ληφθούν υπόψη στον διδακτικό σχεδιασμό.

Στο ελεύθερο παιχνίδι τους τα μικρά παιδιά εμπλέκονται με τα μαθηματικά. Από τη βιντεοσκόπηση του ελεύθερου παιχνιδιού παιδιών 4-5 ετών καταγράφηκαν έξι κατηγορίες μαθηματικού περιεχομένου οι οποίες ανάλογα με τη συχνότητα εμφάνισής τους ήταν (Seo & Ginsburg, 2004): τα μοτίβα και τα σχήματα, το μέγεθος, η απαρίθμηση, η δυναμική, οι χωρικές σχέσεις, καθώς και η ταξινόμηση. Η αναγνώριση και η κατασκευή μοτίβων με σχήματα ή όχι, αλλά και η εξερεύνηση γεωμετρικών ιδιοτήτων ήταν από τις πιο συχνές δράσεις στο ελεύθερο παιχνίδι των παιδιών. Ακολουθούσε η διερεύνηση του μεγέθους η οποία γινόταν μέσω συγκρίσεων μήκους (ύψους, πλάτους) ή επιφανειών. Συχνή ήταν και η απαρίθμηση με αναφορές στη σειρά των αριθμών, την καταμέτρηση, την άμεση εκτίμηση ποσοτήτων, καθώς και την αναγνώριση ή κατασκευή αριθμητικών συμβόλων. Η δυναμική η οποία παρατηρήθηκε επίσης στο ελεύθερο παιχνίδι των παιδιών, σχετιζόταν με την ενοποίηση και τη διάλυση πραγμάτων, με την εξερεύνηση κινήσεων, αλλά και την αλλαγή σχήματος υλικών: συμπίεση μίας μπάλας πλαστελίνης για τη δημιουργία «πίτσας». Επίσης, τα παιδιά, στο ελεύθερο παιχνίδι τους, ζωγράφιζαν ή περιέγραφαν μία τοποθεσία ή κατεύθυνση χρησιμοποιώντας σχετικές λέξεις και εκφράσεις, καθώς και σύμβολα. Τέλος, στην ταξινόμηση συμπεριλαμβάνονταν η ομαδοποίηση και η κατηγοριοποίηση αντικειμένων, συνήθως οικοδομικού υλικού (στερεά σχήματα), με βάση διάφορα χαρακτηριστικά τους όπως το σχήμα, το μέγεθος ή το χρώμα. Σε άλλη έρευνα στην οποία διερευνήθηκαν, μέσω παιχνιδιού και καθημερινών δραστηριοτήτων, οι ικανότητες πολύ μικρών παιδιών (2,5 ετών), στη Νορβηγία, για τους αριθμούς, την καταμέτρηση, τη γεωμετρία και τη λύση προβλήματος, φάνηκε ότι τα παιδιά παρουσίασαν χαμηλά επίπεδα ικανοτήτων στις αριθμολέξεις και στην αριθμοσειρά, ενώ υψηλά επίπεδα στην κατασκευή πάζλ και στην ακολουθία οδηγιών με χρήση λέξεων για έννοιες του χώρου (Flottorp, 2011). Οι ερευνητές καταλήγουν ότι από μόνο του το ελεύθερο παιχνίδι των παιδιών δεν εξασφαλίζει την επίτευξη της μαθηματικής γνώσης (Sarama & Clements, 2009). Όμως, μία καλά σχεδιασμένη διαχείριση ενός παιχνιδιού ελεύθερης επιλογής μπορεί να καλλιεργήσει δεξιότητες αυτορρύθμισης και να θέσει τα θεμέλια της μαθηματικής κατανόησης, η οποία αν μαθηματικοποιηθεί μπορεί να συμβάλει στη μάθηση των μαθηματικών.

Εκτός από το ελεύθερο παιχνίδι των παιδιών, η σχεδιασμένη χρήση παιχνιδιών και παιγνιδιών δραστηριοτήτων στην τάξη των μαθηματικών της πρώτης σχολικής ηλικίας συνεισφέρει στην καλλιέργεια γνωστικών και άλλων ικανοτήτων και δεξιοτήτων, όπως καταδεικνύουν τα αποτελέσματα σχετικών ερευνών. Επιπλέον, έχει καταγραφεί από μελέτες, ότι τα παιδιά οδηγούνται σε πιο επιτυχημένες και δημιουργικές λύσεις προβλημάτων με αντικείμενα όταν έχει προηγηθεί παιχνίδι με αυτά τα αντικείμενα (Holton, Ahmed, Williams & Hill, 2001). Οι ερευνητές έδωσαν σε παιδιά ηλικίας 3-5 ετών μία δραστηριότητα κατασκευής ενός αντικειμένου με μικρές ράβδους και συνδέσμους. Η πρώτη ομάδα παιδιών είχε ήδη ασχοληθεί στο παιχνίδι της με αυτές τις ράβδους και τους συνδέσμους. Η δεύτερη ομάδα διδάχθηκε το πώς συνδέονται οι ράβδοι και η τρίτη ομάδα έπρεπε να πραγματοποιήσει την κατασκευή χωρίς προηγουμένως να έχει παίξει με το υλικό ή να έχει διδαχθεί κάτι σχετικό με αυτό. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι οι δύο πρώτες ομάδες είχαν παραπλήσιες επιδόσεις, με την πρώτη ομάδα να τελειώνει την κατασκευή πολύ πιο γρήγορα, οι οποίες ήταν καλύτερες από της τρίτης ομάδας. Σε άλλη μελέτη οι ερευνητές ζήτησαν από τρεις ομάδες παιδιών να φανταστούν ποικίλες χρήσεις κάποιων αντικειμένων. Η πρώτη ομάδα είχε ασχοληθεί με τα συγκεκριμένα αντικείμενα στο ελεύθερο παιχνίδι της, η δεύτερη ομάδα είχε παρακολουθήσει τον πειραματιστή να τα χρησιμοποιεί και η τρίτη ομάδα είχε λύσει συγκεκριμένα, εστιασμένα προβλήματα με αυτά τα αντικείμενα. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι μόνο η ομάδα του ελεύθερου παιχνιδιού πρότεινε δημιουργικές χρήσεις των αντικειμένων. Αυτό ίσως να εξηγείται από το γεγονός ότι στο παιχνίδι χαλαρώνει, κατά κάποιον τρόπο, η σύζευξη μεταξύ μέσων και σκοπών και επιτρέπεται η εξερεύνηση διαφορετικών συνδυασμών, κάτι που δεν συμβαίνει στην εργασία με συγκεκριμένα θέματα αφού ακολουθείται συγκεκριμένη διαδικασία.

Το παιχνίδι των μικρών παιδιών με τα οικοδομικά υλικά (στερεά σχήματα) μέσω σχεδιασμένων δραστηριοτήτων προωθεί τις μαθηματικές δράσεις, κάτι το οποίο ενδυναμώνει τα θεμέλια για πιο προηγμένη μάθηση των μαθηματικών (Park, Chae & Foulks-Boyd, 2008). Αυτό φάνηκε στη διερεύνηση της μαθηματικής εμπλοκής σε παιχνίδια με ξύλινα οικοδομικά υλικά. Τα δύο αγόρια, έξι (6) και επτά (7) ετών, τα οποία προέρχονταν από οικογένειες με χαμηλές οικονομικές δυνατότητες και τα οποία δεν είχαν πάει νηπιαγωγείο ενεπλάκησαν σε δραστηριότητες παιχνιδιού οι οποίες περιλάμβαναν το γέμισμα, με στερεά σχήματα, οριοθετημένων περιοχών, που απεικόνιζαν ένα αυτοκίνητο και ένα σπίτι. Τα αποτελέσματα κατέγραψαν τρεις κύριες μαθηματικές δράσεις των παιδιών: κατηγοριοποίηση γεωμετρικών σχημάτων, σύνθεση σχημάτων για τη δημιουργία μεγαλύτερου σχήματος και μετασχηματισμό σχημάτων. Κατά την κατηγοριοποίηση των σχημάτων το πρώτο παιδί αναγνώριζε και ονόμαζε τα γεωμετρικά σχήματα χρησιμοποιώντας γεωμετρικούς όρους, ενώ το δεύτερο παιδί τα ονόμαζε συσχετίζοντάς τα με οικεία αντικείμενα. Και τα δύο παιδιά αντιλήφθηκαν τη σχέση μεταξύ των ορθογώνιων παραλληλεπίπεδων κομματιών διαφορετικών μεγεθών και ήταν ικανά να αντικαταστήσουν ένα μεγάλο ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με μικρότερα. Όμως, αντιμετώπισαν δυσκολία στην κατανόηση της σχέσης μεταξύ τριγώνων και παραλληλεπίπεδων κομματιών. Τέλος, φάνηκε ότι τα παιδιά ήταν ικανά να περιστρέφουν και να αναστρέφουν τα κομμάτια με τον κατάλληλο τρόπο ώστε να συνθέσουν το επιθυμητό σχήμα. Μέσω του παιχνιδιού με το οικοδομικό υλικό τα παιδιά άρχισαν να κατανοούν τις σχέσεις μεταξύ των διαφορετικών γεωμετρικών σχημάτων και να οικοδομούν τα θεμέλια για τη μετέπειτα μάθηση της γεωμετρίας. Επίσης, λόγω του ότι δεν υπήρχε μία συγκεκριμένη «λύση» για κάθε δραστηριότητα το οικοδομικό υλικό μπορούσε να χρησιμοποιηθεί με ποικίλους τρόπους από κάθε παιδί, ανάλογους με το εκπαιδευτικό του επίπεδο. Στην έρευνα αναδεικνύεται επίσης και ο σημαντικός ρόλος του εκπαιδευτικού, ο οποίος αντιλαμβανόμενος τη σημασία του παιχνιδιού με το οικοδομικό υλικό, μέσω αναπτυξιακά κατάλληλου μαθησιακού περιβάλλοντος μπορεί να διεγείρει τον μαθηματικό συλλογισμό των μικρών παιδιών.

Για τη διερεύνηση του ρόλου του παιχνιδιού στη μάθηση/επίδοση των παιδιών στα μαθηματικά δημιουργήθηκε ένα πλαίσιο προσομοίωσης, για παιδιά προσχολικής ηλικίας (5-6 ετών), ως μία μη παραδοσιακή προσέγγιση, η οποία θα βοηθούσε τα παιδιά να μάθουν αριθμητική και να τη χρησιμοποιήσουν και σε άλλες καταστάσεις (Edo, Planas & Badillo, 2009). Η πλαισιωμένη διδακτική κατάσταση που δημιουργήθηκε και αναλύθηκε ήταν «ο φούρνος», ως ένα συμβολικό παιχνίδι ρόλων το οποίο συσχετίζε το μαθησιακό περιεχόμενο με την πραγματική ζωή. Οι ερευνητές, με δεδομένο ότι για να κατανοήσει το παιδί τον κόσμο γύρω του χρειάζεται γενικές γνώσεις, υπέθεσαν ότι αυτή η γνώση μπορεί εν μέρει να οικοδομηθεί μέσω διαθεματικών πλαισίων τα οποία σχετίζονται με τα μαθηματικά. Άλλοι διδακτικοί στόχοι που τέθηκαν από τους ερευνητές, ήταν: 1) να καλλιεργήσουν την παρατήρηση, την ανάλυση και τη μάθηση μέσα από ένα παγκόσμιο πραγματικό πλαίσιο, 2) να οργανώσουν τη συνεργασία των μαθητών, τη διαδικασία λήψης αποφάσεων, διαπραγμάτευσης, συμφωνίας, συμμετοχής σε ομάδα κλπ., καθώς και 3) να χρησιμοποιήσουν πολιτισμικά εργαλεία (ανάγνωση και γραφή, προφορική έκφραση, ζωγραφική, μοντελοποίηση κλπ.) σε πραγματικά και σχολικά πλαίσια. Η διδακτική κατάσταση περιλάμβανε δεκατρείς συναντήσεις, σε διάρκεια τεσσάρων εβδομάδων, στις οποίες αφού δημιουργήθηκε στη γωνιά του παιχνιδιού ο φούρνος, μοιράστηκαν ρόλοι και έπαιξαν τα νήπια το παιχνίδι της αγοροπωλησίας χωρίς την παρέμβαση της εκπαιδευτικού. Μέσα από συμπληρωματικές δραστηριότητες έμαθαν τα παιδιά τη χρήση της αριθμομηχανής και των χρημάτων και έτσι στα επόμενα παιχνίδια έφτιαξαν λίστες προϊόντων προς αγορά και πραγματοποίησαν αγοραπωλησίες, ατομικά ή σε ομάδες, χρησιμοποιώντας από 5 ευρώ για τις συναλλαγές τους. Στο τέλος του παιχνιδιού τα παιδιά ζωγράφισαν τις συναλλαγές τους και τις περιέγραψαν στην εκπαιδευτικό τους. Δημιουργήθηκαν πέντε κατηγορίες απαντήσεων, οι οποίες αναλύονται ως εξής: α) Ποσοτική χρήση μη αριθμητικών λέξεων (όλα, μερικά, πολλά, λίγα, κανένα, λιγότερα από, περισσότερα από, τόσα όσα κλπ.), δηλαδή, χρήση λέξεων στην προφορική και γραπτή τους επικοινωνία οι οποίες δήλωναν ποσότητα. β) Χρήση αριθμών χωρίς ποσοτική αντιστοιχία. Τα παιδιά, μέσω προσομοίωσης στο πλαίσιο του παιχνιδιού, χωρίς να αναζητούν την πραγματική αντιστοιχία με την ποσοτική αξία του αριθμού, χρησιμοποιούσαν αριθμολέξεις στην προφορική τους επικοινωνία ή αναπαριστούσαν γραπτώς αριθμούς ως τιμές, ρέστα και ποσότητες προϊόντων που αγόραζαν. γ) Χρήση αριθμών με ποσοτική αντιστοιχία, αλλά χωρίς αριθμητικό νόημα. Τα παιδιά χρησιμοποιούσαν αριθμολέξεις στην προφορική τους επικοινωνία ή αναπαριστούσαν γραπτώς αριθμούς ως τιμές και ποσότητες αντικειμένων που αγόρασαν, χωρίς να κάνουν πράξεις. δ) Αριθμητική χρήση των αριθμών. Τα παιδιά χρησιμοποιούσαν αριθμολέξεις στην προφορική τους επικοινωνία ή αναπαριστούσαν γραπτώς αριθμούς ως το σωστό αποτέλεσμα μιας πράξης η οποία είχε πραγματοποιηθεί στο παιχνίδι. ε) Χρήση αριθμών στην αριθμομηχανή. Τα παιδιά χρησιμοποίησαν την αριθμομηχανή με λειτουργικό τρόπο, κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού, για να λύσουν ή να ελέγξουν το αποτέλεσμα μίας πράξης η οποία είχε άμεση σχέση

με μια δράση τους. Οι ερευνητές κατέληξαν, ότι το συμβολικό παιχνίδι εξελίσσει τη μαθηματική σκέψη των παιδιών. Στις αρχικές συζητήσεις κανένα παιδί δεν ανέφερε χρήματα και αριθμητικά περιεχόμενα που να σχετίζονται με τη χρήση των χρημάτων. Στις τελικές συζητήσεις τα παιδιά έδιναν συνεκτικές εξηγήσεις εστιασμένες στα χρήματα. Κατά τη διάρκεια των δραστηριοτήτων χρησιμοποίησαν αριθμητικά περιεχόμενα και μαθηματικά σύμβολα, κυρίως αριθμούς. Φάνηκε ότι μέσα από το παιχνίδι βελτίωσαν την κατανόησή τους για πιο σύνθετους αριθμούς, πράξεις και αριθμητικές καταστάσεις όπως αυτή που τους ζητούσε να ξοδέψουν χρήματα λιγότερα ή τόσα όσα, αλλά όχι περισσότερα από τη δοσμένη ποσότητα. Επίσης, μέσω του παιχνιδιού βελτιώθηκαν οι γραφικές τους αναπαραστάσεις. Ήταν φανερό η εξέλιξη από την ποσοτική χρήση μη αριθμητικών λέξεων στην αριθμητική χρήση των λέξεων, συχνά με χρησιμοποίηση της αριθμομηχανής. Στις ζωγραφιές και στις εξηγήσεις των μαθητών αρχικά ήταν σπάνια η χρήση αριθμών, ενώ αργότερα εμφανίστηκε η χρήση αριθμών με διαφορετικές λειτουργίες. Η διαδικασία της δημιουργίας του περιβάλλοντος για το συμβολικό παιχνίδι στην τάξη, δημιούργησε ποικίλες δυναμικές όπως την αλλαγή προοπτικής, τη λήψη αποφάσεων μετά από συζήτηση και συμφωνία και τη δημιουργία κοινών νοημάτων.

Οι παιγνιώδεις δραστηριότητες επιτρέπουν στα μικρά παιδιά και στον ενήλικα καθοδηγητή να κατασκευάσουν από κοινού γνώση από τη διαπραγμάτευση μιας κατάστασης. Αυτό φάνηκε σε έρευνα η οποία, μέσα από τα παιχνίδια “[Wooden sticks](#)” (Ξύλινα ραβδιά), “[Solid figure](#)” (Στερεό σχήμα) και “[Golden treasure](#)” (Θησαυρός) που σχετίζονταν με τα μοτίβα, με τα στερεά σχήματα και με τις πιθανότητες αντίστοιχα, κατέγραψε ποικίλους τρόπους συμμετοχής των παιδιών στις δραστηριότητες και την κατασκευή γνώσης σε σχέση με τα διαθέσιμα υλικά και τον βαθμό ελευθερίας επιλογών που επέτρεπε η κάθε δραστηριότητα (Vogel, 2013). Για παράδειγμα, ο «Θησαυρός», δεν πρόσφερε τη δυνατότητα για πολλές επιλογές εφόσον το παιχνίδι είχε πολύ συγκεκριμένους κανόνες οι οποίοι έπρεπε να τηρηθούν. Τα παιδιά σε αυτό το παιχνίδι είχαν την ελευθερία να επιλέξουν το πόνι τους και τον τροχό που θα χρησιμοποιούσαν στο παιχνίδι τους. Τα «Ξύλινα ραβδιά» άφηναν το περιθώριο στα παιδιά να τα χρησιμοποιήσουν ελεύθερα και μάλιστα με διαφορετικό τρόπο, όπως για παράδειγμα, κατασκευάζοντας δισδιάστατα κτίρια. Τέλος, τα σχήματα στο «Στερεό σχήμα» μπορούσαν να μεταλλαχθούν σε οικοδομικό υλικό για διάφορες κατασκευές. Από τα αποτελέσματα φάνηκε ότι κάποια παιδιά εξερευνούσαν απλά το διαθέσιμο υλικό, το οποίο σε πολλές περιπτώσεις τα ενθουσίαζε σε τέτοιο βαθμό ώστε άλλαζαν τον στόχο της δραστηριότητας, είτε κατασκευάζοντας μια δική τους φανταστική κατάσταση—στην πρώτη δραστηριότητα—είτε ασχολούμενα με την αιτιολόγηση των πιθανοτήτων νίκης ανάλογα με τον τροχό—στην τρίτη δραστηριότητα. Άλλα παιδιά έπαιζαν με το υλικό, χωρίς να γίνεται εμφανής κάποια μαθηματική δράση και άλλα απλά παρακολουθούσαν τις δράσεις των συμμαθητών τους χωρίς ενεργή συμμετοχή.

Μέσω παιγνιωδών δραστηριοτήτων αναπτύχθηκε η μαθηματική σκέψη των νηπίων και από την αλληλεπίδραση μεταξύ εκπαιδευτικού-παιδιού αναπτύχθηκαν μαθηματικές έννοιες. Αυτό έδειξε έρευνα στην οποία διερευνήθηκαν οι διαφορετικοί τρόποι καθοδήγησης των δραστηριοτήτων από τις εκπαιδευτικούς οι οποίες είχαν ως στόχο την παρότρυνση της μαθηματικής σκέψης των νηπίων (Brandt, 2013). Στην πρώτη δραστηριότητα, τις «χρωματιστές σειρές», ζητήθηκε από τα δύο παιδιά που συμμετείχαν, ένα προνήπιο και ένα νήπιο, να γεμίσουν το pegboard τους (πίνακας στον οποίο ενσφηνώνονται πλαστικά χρωματιστά, κόκκινα, πράσινα, μπλέ, κίτρινα καρφάκια) με χρωματιστά καρφάκια με τέτοιο τρόπο ώστε να αντιγράψουν το ήδη έτοιμο, από τη νηπιαγωγό, μοτίβο. Η νηπιαγωγός αποκάλυπτε μία σειρά κάθε φορά, αφήνοντας τις υπόλοιπες καλυμμένες με χαρτί. Η αποκάλυψη της μίας σειράς τη φορά αποτελούσε τον κανόνα του παιχνιδιού και ταυτόχρονα τον παιδαγωγικό σκοπό του. Στη συγκεκριμένη περίπτωση υιοθετήθηκε το [μοντέλο μετάδοσης της γνώσης](#), στο οποίο τα παιδιά απλά μιμήθηκαν τη νηπιαγωγό αντιγράφοντας την κατασκευή της. Στη δεύτερη δραστηριότητα, «εικόνες που καθρεπτίζονται», καθένα από τα δύο παιδιά, που συμμετείχαν είχε μπροστά του έναν καθρέπτη, κατακόρυφα τοποθετημένο και στη μέση του τραπεζιού υπήρχαν διάφορα τριγωνικά, ρομβοειδή, τραπεζοειδή κλπ. σχήματα σε ποικίλα χρώματα (pattern blocks). Η νηπιαγωγός, ζήτησε από τα παιδιά να δημιουργήσουν εικόνες με τα σχήματα τοποθετώντας τα με τέτοιο τρόπο, ώστε να ακουμπάνε στον καθρέπτη. Το παιχνίδι αυτό επέτρεπε στα παιδιά να κάνουν τις δικές τους ανακαλύψεις με τις εικόνες των κατασκευών τους στον καθρέφτη, ως συμμετρικά μοτίβα κλπ., με τη βοήθεια πάντα της νηπιαγωγού η οποία έδινε την ευκαιρία να αναπτυχθεί συζήτηση μεταξύ των παιδιών και της ίδιας, μέσα σε μαθηματικό πλαίσιο. Τα παιδιά σε αυτήν την παιγνιώδη δράση, λειτούργησαν ως σκεπτόμενοι συμμετέχοντες με βάση το [κονστрукτιβιστικό μοντέλο](#). Στην τρίτη δραστηριότητα, «πάζλ πεταλούδας», το ζευγάρι των παιδιών έπρεπε να δημιουργήσει μια πεταλούδα, σε ειδικό πλαίσιο με αντίστοιχο σχήμα, χρησιμοποιώντας διάφορα τριγωνικά σχήματα σε τρία χρώματα, κόκκινα, κίτρινα και μπλε (pattern blocks). Η οδηγία που δόθηκε ήταν ότι τα φτερά της πεταλούδας έπρεπε να είναι ίδια μεταξύ τους. Αρχισαν τοποθετώντας τα τριγωνικά σχήματα, γεμίζοντας τη μία πλευρά του πλαισίου—το αριστερό φτερό. Τα παιδιά

έδωσαν μεγαλύτερη προσοχή στην επιλογή του χρώματος παρά στη σωστή τοποθέτηση του σχήματος πάνω στο πλαίσιο. Ενώ γέμιζαν το αριστερό φτερό η νηπιαγωγός συνειδητοποίησε πως το φτερό είχε γίνει πολύχρωμο, κάτι που θα δυσκόλευε αργότερα τα παιδιά να γεμίσουν με τον ίδιο ακριβώς τρόπο και το άλλο φτερό. Ωστόσο, δεν τα διέκοψε, αλλά τα άφησε ελεύθερα να επιλέξουν τα χρώματα που θέλουν. Η ίδια τα βοήθησε συμπληρώνοντας κάποια κενά που τους ξέφυγαν. Αφού ολοκλήρωσαν το αριστερό φτερό, τα παιδιά ξεκίνησαν να γεμίζουν με τον ίδιο τρόπο το δεξί. Η νηπιαγωγός, για να βοηθήσει τα παιδιά, κάλυψε με ένα χαρτί το αριστερό φτερό, αποκαλύπτοντας λίγο από αυτό κάθε φορά. Τα παιδιά, σε αυτήν την παιγνιώδη δράση, συνεργάστηκαν και έδρασαν ως υπεύθυνα άτομα και για αυτό μπορεί να χαρακτηριστεί ως [διαδικασία μάθησης με από κοινού ευθύνη](#). Οι ερευνητές καταλήγουν ότι παρόλο που οι νηπιαγωγοί διαχειρίστηκαν με διαφορετικό τρόπο τις τρεις παιγνιώδεις δραστηριότητες, τα παιδιά, σε κάθε περίπτωση, ενεργοποίησαν τη μαθηματική τους σκέψη και αντιλήφθηκαν έννοιες όπως τα μοτίβα και η συμμετρία. Τα παιδιά όχι μόνο έμαθαν μία συγκεκριμένη δεξιότητα ή κέρδισαν γνώση, αλλά ανέπτυξαν τη δική τους μαθηματική επιστημολογία.

Η χρήση του παιχνιδιού για τη διερεύνηση της επίδοσης των παιδιών σε συγκεκριμένες μαθηματικές έννοιες έχει επίσης απασχολήσει τις έρευνες. Για την κατανόηση και τη διδασκαλία της έννοιας του χρόνου πραγματοποιήθηκαν κινητικά παιχνίδια στο πλαίσιο του μαθήματος της φυσικής αγωγής και κατασκευές στο πλαίσιο του μαθήματος των μαθηματικών (Γκριμπίζη & Σπανοπούλου, 2012). Αρχικά, παίχτηκε το παραδοσιακό παιχνίδι του «[ρολογά](#)» από τα παιδιά (Γ' και Δ' τάξη, 8-9 ετών). Στη συνέχεια, το παιχνίδι οργανώθηκε με διαφορετικό τρόπο, εφόσον τον ρόλο του ρολογά ανέλαβε ο εκπαιδευτικός, ώστε να εξυπηρετηθούν οι διδακτικοί στόχοι για την εξοικείωση των μαθητών με την έννοια του χρόνου. Ο εκπαιδευτικός έδινε εντολές ανάλογες με τις μαθηματικές έννοιες που ήθελε να προσεγγίσει. Θεωρήθηκε ότι μέσα από αυτό το παιχνίδι τα παιδιά βίωσαν κιναισθητικά την έννοια του χρόνου και αντιλήφθηκαν καλύτερα τη ροή του ώστε να μεταβούν ευκολότερα από τη γραμμικότητα στην κυκλικότητά του. Αυτό που επισημάνθηκε από την έρευνα, ως πλεονέκτημα του μη ανταγωνιστικού αυτού παιχνιδιού, ήταν η συνεργατική μάθηση μέσω της επικοινωνίας, της ανταλλαγής απόψεων, της προσοχής και της βοήθειας που παρείχε το ένα παιδί στο άλλο, για την επίτευξη του κοινού στόχου. Τα παιδιά αισθάνθηκαν άνετα και ισότιμα στην ομάδα. Τέλος, μέσα στην τάξη τα παιδιά κατασκεύασαν χάρτινα ρολόγια και με αυτόν τον τρόπο έγινε η σύνδεση του παιχνιδιού με το σχολικό εγχειρίδιο για να καταλήξει η διδασκαλία στη συμπλήρωση σχετικών φύλλων εργασίας.

Οι μαθηματικές ερμηνείες νηπίων για τη διαφορά δύο αριθμών, αλλά και τα χαρακτηριστικά της δραστηριότητας του παιχνιδιού, καταγράφηκαν στο πλαίσιο ενός παιγνιώδους περιβάλλοντος, ώστε να προταθούν τρόποι σύνδεσης της μαθησιακής διαδικασίας του νηπιαγωγείου με το δημοτικό σχολείο (Tubach, 2015). Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι τα παιδιά συμμετείχαν σε μεγάλο βαθμό στο σχεδιασμένο παιχνίδι «[Who has more](#)» ([Ποιος έχει τα περισσότερα](#)), εφόσον ανταποκρίθηκαν στα στοιχεία που αναδεικνύει ο Van Oers (2014) για τα παιχνίδια. Διαπραγματεύτηκαν τους κανόνες τόσο τους τεχνικούς όσο και τους γνωστικούς και ήταν ελεύθερα να επιλέξουν αν θα εστιάσουν την προσοχή τους στην κοινωνική ή στη μαθηματική πτυχή του παιχνιδιού. Καθώς το παιχνίδι εξελισσόταν, οι ερμηνείες τους από απλές και υποκειμενικές γίνονταν πιο σύνθετες. Κατά τη διαδικασία του παιχνιδιού, άλλα παιδιά το διαχειρίστηκαν ως ένα παιχνίδι το οποίο εμπλέκει και μαθηματικά, ενώ άλλα παιδιά έδωσαν μεγαλύτερη έμφαση στα μαθηματικά και το διαχειρίστηκαν ως μια τυπική μαθηματική δραστηριότητα και όχι ως παιχνίδι. Στην περίπτωση αυτή, έκαναν διάφορους υπολογισμούς κατά τη διάρκειά του και ερμήνευαν τις διαφορές που προέκυπταν. Καταγράφηκαν δηλαδή και οι δύο τύποι μαθηματικής δραστηριότητας των παιδιών κατά τον Ginsburg (2006). Η ερευνήτρια καταλήγει, ότι το συγκεκριμένο παιχνίδι προσφέρει στα παιδιά ευκαιρίες για να συζητήσουν τις ερμηνείες τους και τις σχέσεις της διαφοράς δύο αριθμών, καθώς και ότι η συμπερίληψη παιχνιδιών στο νηπιαγωγείο μπορεί να βοηθήσει στην κατάλληλη προετοιμασία του παιδιού για τη μετάβαση από την προσχολική στη σχολική εκπαίδευση.

Για την αναζήτηση των στρατηγικών που χρησιμοποιούν τα νήπια σε καταστάσεις μοιρασιάς με διάφορα υλικά σχεδιάστηκε ένα επιτραπέζιο παιχνίδι «[Μπορείς να μοιράσεις δίκαια;](#)» στο οποίο συμπεριλήφθηκαν δύο τύποι προβλημάτων (μερισμού και μέτρησης) και ποικίλοι τύποι αντικειμένων σε μονάδες, δυάδες και τριάδες (Skoumpourdi & Sofikiti, 2009). Οι δραστηριότητες του παιχνιδιού ήταν σε πλήρη αντιστοιχία με τα ερωτήματα ενός ερωτηματολογίου, ώστε να είναι εφικτή η μεταξύ τους σύγκριση. Στα αποτελέσματα της έρευνας φάνηκε ότι τα παιδιά τα οποία έπαιζαν το επιτραπέζιο παιχνίδι, παρόλο που ήταν σε εγρήγορση και είχαν περιέργεια για το τι κρύβουν τα πουγκιά για να δημιουργήσουν την τελική τους κατασκευή, αφενός κουράστηκαν, εφόσον η κάθε παρτίδα διαρκούσε τουλάχιστον μισή ώρα και αφετέρου χρησιμοποίησαν μόνο απλές στρατηγικές κατά τη μοιρασιά. Αυτό μπορεί να οφειλόταν στον σκοπό του

παιχνιδιού για τον οποίο το υλικό για μοίρασμα δόθηκε στα παιδιά μέσα σε πουγκιά. Τα παιδιά δεν έβγαζαν έξω το περιεχόμενο των πουγκιών, αλλά άνοιγαν το κάθε πουγκί και μοίραζαν το περιεχόμενό του ανά-1, επαναλαμβάνοντας μία μονότονη διαδικασία, σε αντίθεση με το ερωτηματολόγιο, όπου χρησιμοποίησαν πιο σύνθετες στρατηγικές επίλυσης. Η διαδικασία του παιχνιδιού παρόλο που σε γενικές γραμμές ήταν ενδιαφέρουσα για τα παιδιά, συχνά τους προκαλούσε αγανάκτηση. Αυτό συνέβαινε συνήθως όταν δεν έφευγαν σε πουγκί. Γι' αυτό άλλωστε, τις περισσότερες φορές, συνεργάζονταν κατά τη διαδικασία, με τους συμπαίκτες τους. Η συνεργασία που ανέπτυξαν τα παιδιά κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού έκανε διακριτό τον τρόπο που λειτουργούν όταν ανήκουν σε μια ομάδα, έστω και ανταγωνιστική. Τα παιδιά μέσα από τον διάλογο αξιολόγησαν τις υποθέσεις, τόσο τις δικές τους όσο και των συμπαίκτών τους και επιχειρηματολόγησαν σχετικά με το τι είναι δίκαιο και τι όχι.

Για τη διερεύνηση της ικανότητας των νηπίων να καλύπτουν μία ορθογώνια επιφάνεια με διάφορα γεωμετρικά σχήματα σχεδιάστηκε και παίχτηκε ένα παιχνίδι τύχης και ικανοτήτων, το «[Παιχνίδι κάλυψης επιφάνειας](#)» (Σκουμπουρδή & Μαλαματένιου, 2015). Στο παιχνίδι τα παιδιά έπρεπε να καλύψουν μια ορθογώνια επιφάνεια με γνωστά τους γεωμετρικά σχήματα⁴ (ορθογώνια παραλληλόγραμμα, τετράγωνα και τρίγωνα) σε ποικίλα μεγέθη, μορφές και τοποθετήσεις, αντιστοιχίζοντάς τα και συνθέτοντάς τα με τον κατάλληλο τρόπο, σε συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. Κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού, καταγράφηκαν οι στρατηγικές των παιδιών και οι δράσεις τους με τα σχήματα, αλλά και οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ τους. Οι αλληλεπιδράσεις τους, ως παίκτες, ήταν περισσότερο συνεργατικές παρά ανταγωνιστικές. Από τα αποτελέσματα φάνηκε ότι τα περισσότερα νήπια, μέσα από το πλαίσιο του παιχνιδιού, χωρίς να έχουν προηγούμενη εμπειρία με επικαλύψεις επιφανειών, κατάφεραν να καλύψουν ένα ορθογώνιο με διάφορα σχήματα χωρίς κενά και επικαλύψεις και έκαναν συστηματική καταμέτρηση των σχημάτων. Με ευκολία τοποθέτησαν τα ορθογώνια παραλληλόγραμμα και τα τετράγωνα, όχι όμως και τα τρίγωνα. Δύο ήταν κυρίως οι στρατηγικές που χρησιμοποίησαν: της ολιστικής οπτικής αναγνώρισης και της διάταξης.

Θετική είναι η επίδραση των παιχνιδιών στη διαμόρφωση των πιθανολογικών εννοιών των παιδιών. Έρευνες (Skoumpourdi, Kafoussi & Tatsis, 2009; Tatsis, Kafoussi & Skoumpourdi, 2008) δείχνουν ότι ομάδες νηπίων μπορούν να εμπλακούν με επιτυχία σε επιτραπέζια πιθανολογικά παιχνίδια και ότι η εμπλοκή τους οδηγεί σε ανάπτυξη ενδιαφέροντας μαθηματικής συζήτησης και χρήσης σύνθετων στρατηγικών. Από αυτές τις έρευνες αναδύθηκε ο σημαντικός ρόλος των ζαριών και του τροχού στην ανάπτυξη του μαθηματικού συλλογισμού των παιδιών. Επίσης, σε άλλη έρευνα φάνηκε ότι όταν παιδιά ηλικίας 4½ -11 ετών (στην πλειοψηφία τους οικοτροφείου) έπαιζαν παιχνίδια τύχης, πριν την τυπική διδασκαλία, είχαν πολύ καλή προσέγγιση της έννοιας της τυχαιότητας (Χασάπης & Νιαχοπέτρου, 2012). Τα παιδιά που έπαιζαν παιχνίδια στα οποία έπρεπε να κάνουν συνδυασμούς είχαν πολύ καλή αντίληψη του δειγματοχώρου. Από την έρευνα διαπιστώθηκε ακόμη ότι η προηγούμενη εξοικείωση των παιδιών με συγκεκριμένα μέσα τυχαιότητας βοήθησε στην επίλυση πιθανολογικών προβλημάτων, αλλά όταν το μέσο τυχαιότητας άλλαζε, τότε τα παιδιά δεν μπορούσαν να επιλύσουν το ίδιο πρόβλημα. Επιπλέον, παρατηρήθηκε ότι στα παιχνίδια τύχης τα παιδιά είχαν την τάση να βγάζουν συμπεράσματα από έναν μικρό αριθμό παρατηρήσεων. Τέλος, καταγράφηκαν

⁴ Για τη δημιουργία των κομματιών, σε διάφορα γεωμετρικά σχήματα, τα οποία συνθέτουν το ορθογώνιο, λήφθηκε υπόψη ο προβληματισμός ο οποίος αναδεικνύεται από τη σχετική βιβλιογραφία, τόσο για το είδος των υλικών και των μέσων που χρησιμοποιούνται σε δραστηριότητες μέτρησης εμβαδού, μέσω κάλυψης επιφάνειας, όσο και για το είδος των υλικών και των μέσων που χρησιμοποιούνται σε δραστηριότητες με γεωμετρικά σχήματα. Τα υλικά και τα μέσα που προτείνονται από τις κατευθυντήριες γραμμές των ΗΠΑ και του Καναδά (NCTM, 2007) για την κάλυψη τετραγωνισμένων επιφανειών είναι χειροπιαστά μέσα μικρών διαστάσεων και μικρού πάχους ώστε να τείνουν να χαρακτηριστούν δισδιάστατα. Το Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου (ΠΣΝ, 2011) προτείνει τη χρήση υλικού «που ευνοεί τη δόμηση σε γραμμές και στήλες (πχ σχήματα από τετράγωνα που πρέπει να συμπληρωθούν και να καταμετρηθούν)» (σελ. 183). Από έρευνες έχει καταγραφεί ότι τα υλικά που χρησιμοποιούνται για την κάλυψη επιφάνειας είναι μικρά κομμάτια χαρτιού, κυβάρια, κομμάτια από πλακάκια, επίπεδα σχήματα (Ιατρίδη, 1993:10), το tangram, ο γεωπίνακας, το «6ο δώρο» του Froebel (κύβος διαιρεμένος σε 18 ορθογώνια παραλληλεπίπεδα, 12 τετραγωνικά παραλληλεπίπεδα και 6 στήλες), κατασκευαστικά παιχνίδια με οικοδομικό υλικό, πεντόμινο, μπλοκ σχημάτων (Clements & Sarama, 2007· Hansen, 2005: 209). Όμως τα τρισδιάστατα υλικά δεν είναι λειτουργικά κυρίως για τα μεγαλύτερα παιδιά, γιατί δεν κάνουν φανερή τη δόμηση του σχηματισμού και δεν γίνονται αντιληπτά ως μονάδες μέτρησης του εμβαδού (Outhred & Mitchelmore, 2000) καθώς και γιατί με αυτού του είδους τα υλικά αποφεύγεται το πρόβλημα της επικάλυψης με αποτέλεσμα να μην απαιτείται από τα παιδιά ακρίβεια στην τοποθέτηση. Όσον αφορά στην αναπαράσταση των γεωμετρικών σχημάτων, πρέπει να χρησιμοποιούνται υλικά και μέσα τα οποία να κάνουν φανερές στους μαθητές τις ιδιότητες των επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων. Να αναδεικνύουν, δηλαδή, τη δισδιάστατη φύση τους, την ποικιλία των μορφών, των τοποθετήσεων και των μεγεθών τους (Σκουμπουρδή, 2012).

πιθανολογικές παρανοήσεις, οι οποίες οφείλονταν στη διαφοροποίηση της χρήσης σχετικών όρων στη γλώσσα των πιθανοτήτων και στην καθημερινή γλώσσα των παιδιών.

Για την ταξινόμηση και για την αίσθηση της ταχύτητας, του χρόνου, της απόστασης, καθώς και του χώρου παρουσιάστηκαν στα παιδιά (ατομικά ή σε μικρές ομάδες 2-3 ατόμων) παιχνίδια με αντικείμενα (Βαρνάβα-Σκούρα, 2012). Τα παιχνίδια ήταν ειδικά σχεδιασμένα για να προτρέπουν τα παιδιά σε χειρισμούς που δίνουν έναυσμα στην ενεργοποίηση της διαδικασίας της αναστοχαστικής αφαίρεσης. Από τα αποτελέσματα φάνηκε ότι σημειώθηκε μεγάλη πρόοδος στη γνωστική ανάπτυξη των παιδιών τόσο σε σχέση με τις έννοιες που συνδέονταν άμεσα με τις μαθησιακές διαδικασίες, όσο και ως προς τη γενικότερη ανάπτυξη της λογικό-μαθηματικής τους σκέψης.

Μέσα από το συμβολικό παιχνίδι ρόλων, βηματίζοντας στην αριθμογραμμή, παιδιά Α΄ τάξης δημοτικού, εκτέλεσαν βιωματικά προσθέσεις και αφαιρέσεις και έτσι υποστήριξαν την προσπάθειά τους να μη μετρούν πλέον με τα δάκτυλα, αλλά να μετρούν νοερά με αριθμολέξεις (Λαζαρίδης, 2012). Στο παιχνίδι η εκπαιδευτικός προσποιείτο το «[Ρομπότ](#)» και τα παιδιά έδιναν εντολές για να εκτελέσει πράξεις—προσθέσεις και αφαιρέσεις—βηματίζοντας στην αριθμογραμμή. Στη συνέχεια, οι ρόλοι άλλαξαν και κάποιο παιδί γινόταν το ρομπότ, ακολουθώντας την ίδια διαδικασία. Ο ερευνητής υποστηρίζει ότι τέτοιου είδους παιχνίδια βοηθάνε τα παιδιά να αντιληφθούν τις πράξεις της πρόσθεσης και της αφαίρεσης. Ιδιαίτερα στην αφαίρεση όπου πολλά παιδιά, συνήθως, μετράνε αντίστροφα και βρίσκουν λανθασμένο αποτέλεσμα, γιατί μετράνε και τον αριθμό αφητηρία. Παίζοντας και βηματίζοντας προς τα πίσω στην αριθμογραμμή για να αφαιρέσουν, συνειδητοποιούν ότι δεν μετράμε στην αφαίρεση αριθμούς, βηματίζοντας προς τα πίσω, αλλά βήματα, δηλαδή τα διαστήματα ανάμεσα σε διαδοχικούς αριθμούς. Επίσης, μέσα από το παιχνίδι «[Εκατό ή χάνεις](#)» παιδιά της Β΄ τάξης κατανόησαν ευκολότερα την αξία θέσης ψηφίου και βελτίωσαν τις δεξιότητές τους στην εκτέλεση νοερών προσθέσεων και αφαιρέσεων.

Η ικανότητα παιδιών Β΄ τάξης να περιγράψουν λεκτικά συνθέσεις γεωμετρικών σχημάτων διερευνήθηκε μέσα από το σχεδιασμένο επιτραπέζιο παιχνίδι «[Βρες αυτό που περιγράφω](#)» (Φιλακουρίδη, 2013). Στόχος της έρευνας ήταν να μελετηθεί η λεκτική ικανότητα, σε επίπεδο περιγραφής, τριών διαφορετικών ομάδων παιδιών. Οι ομάδες των παιδιών σχηματίστηκαν με βάση την εκτίμηση της εκπαιδευτικού για την επίδοσή τους στα μαθηματικά. Το ερευνητικό ερώτημα που τέθηκε ήταν το εξής: πώς οι τρεις ομοιογενείς ομάδες (μαθητών με καλή, μέτρια και λιγότερο καλή επίδοση στα μαθηματικά κατά την εκπαιδευτικό) αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και δημιουργούν λεκτικές περιγραφές που αφορούν σε γεωμετρικά σχήματα, στο πλαίσιο ενός ειδικά κατασκευασμένου παιχνιδιού. Από τα αποτελέσματα φάνηκε ότι μέσω του συγκεκριμένου παιχνιδιού οι μαθητές έχοντας ισχυρό κίνητρο, τη νίκη της ομάδας τους, συμμετέχουν αβίαστα στη μαθηματική συζήτηση και αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Συγκεκριμένα, προέκυψε ότι οι μαθητές που είχαν καλή επίδοση στο μάθημα των μαθηματικών ήταν σε θέση να χρησιμοποιούν σε ικανοποιητικότερο βαθμό τη γλώσσα και να διαπραγματεύονται με μεγαλύτερη ακρίβεια μαθηματικούς όρους σε σχέση με τους μέτριους και τους λιγότερο καλούς μαθητές. Οι συγκεκριμένοι μαθητές παρήγαγαν τις αποτελεσματικότερες περιγραφές αναγνωρίζοντας, ερμηνεύοντας και μετασχηματίζοντας τον σχηματισμό που υπήρχε στις κάρτες του παιχνιδιού.

Η αναγνώριση και οι διαφορετικοί τρόποι επικοινωνίας των επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων, από παιδιά νηπιαγωγείου, μέσω του παιχνιδιού «[Μάντεψε ποιο σχήμα](#)», καταγράφηκαν σε έρευνα (Skoumpourdi, 2013). Τα νήπια φάνηκε να αναγνωρίζουν τους διαφορετικούς τύπους σχημάτων, αλλά και τα βασικά τους χαρακτηριστικά. Στην προσπάθειά τους να μαντέψουν το σχήμα της αντίπαλης ομάδας, περιέγραφαν το σχήμα λεκτικά ή με χειρονομίες με ποικίλους τρόπους. Καθώς το παιχνίδι προχωρούσε και τα σχήματα που έμεναν ήταν της ίδιας κατηγορίας, άρα ίδιων βασικών χαρακτηριστικών, τα παιδιά δυσκολεύονταν να θέσουν βοηθητικές ερωτήσεις και κατέφευγαν σε χειρονομίες. Οι ερωτήσεις που έθεταν τα παιδιά ήταν δύο ειδών: οι ανεξάρτητες (για παράδειγμα «Έχει το σχήμα σου τρεις γωνίες;») οι οποίες γίνονταν κατανοητές ως είχαν και οι εξαρτημένες (για παράδειγμα «Είναι το σχήμα σου έτσι;») οι οποίες βασίζονταν σε μία χειρονομία. Στις ερωτήσεις τους, οι οποίες σε γενικές γραμμές ήταν απλές, πιο συχνά αναφέρονταν στις γωνίες των σχημάτων, ενώ στις χειρονομίες τους, πιο συχνά αναφέρονταν στις πλευρές, στη μορφή, στο μέγεθος, καθώς και στον προσανατολισμό των σχημάτων. Οι περιγραφές τους, λεκτικές και μη λεκτικές, είχαν τόσο ποιοτικά χαρακτηριστικά (σχετικά με γωνίες, πλευρές, σύγκριση μεγεθών) όσο και ποσοτικά χαρακτηριστικά (όπως πλήθος γωνιών και πλευρών). Ο αντίστροφος συλλογισμός που απαιτείτο στο παιχνίδι, άλλα παιδιά τα δυσκόλεψε και σε άλλα ενεργοποίησε σύνθετο συλλογισμό.

Για την περεταίρω διερεύνηση της επικοινωνιακής ικανότητας των νηπίων ως προς τα γεωμετρικά σχήματα, σχεδιάστηκε το παιχνίδι «[Βρες το σχήμα](#)». Μέσω του παιχνιδιού αυτού διερευνήθηκε η ικανότητα νηπίων να περιγράφουν με διαφορετικούς τρόπους—με λόγια, με χειρονομίες, με σκίτσο—στους συμμαθητές

τους, σχήματα (Skoumpourdi, uc) ([Video B.2.1](#)). Οι περισσότερες περιγραφές των νηπίων ήταν βασισμένες στα μαθηματικά, δηλαδή χρησιμοποιούσαν μαθηματικές εκφράσεις και όχι παραδείγματα παρόμοιων σχημάτων από την καθημερινή ζωή. Η περιγραφή, ανεξάρτητα από το είδος της, άλλες φορές αντιστοιχούσε απόλυτα στο σχήμα της κάρτας, άλλες φορές μερικά και άλλες δεν αντιστοιχούσε καθόλου. Καθοριστικά και μη καθοριστικά χαρακτηριστικά των σχημάτων περιγράφηκαν και με τους τρεις τρόπους. Το είδος του σχήματος έδειξε να επηρεάζει την αποτελεσματικότητα της επικοινωνίας των νηπίων. Το τρίγωνο και ο κύκλος αναγνωρίστηκαν εύκολα από τα παιδιά λόγω των διακριτών τους χαρακτηριστικών, τα οποία δεν διέθεταν τα άλλα σχήματα· το τρίγωνο τρεις πλευρές και τρεις γωνίες και ο κύκλος χωρίς πλευρές και χωρίς γωνίες. Βέβαια στην περίπτωση του τριγώνου δεν περιγράφονταν πάντα τα ιδιαίτερα στοιχεία και χαρακτηριστικά του (για παράδειγμα τρίγωνο χαρακτήριζαν και το ισοσκελές και το αμβλυγώνιο, χωρίς περεταιίρω διευκρινίσεις). Η αναγνώριση του τετράγωνου και του ορθογώνιου παραλληλόγραμμου δυσκόλεψε τα παιδιά λόγω του ότι περιγράφονταν, τουλάχιστον λεκτικά, με τον ίδιο τρόπο. Από τα αποτελέσματα φάνηκε ότι το παιχνίδι ενεργοποίησε τον συλλογισμό των παιδιών, τα οποία επικοινωνήσαν με συνέπεια τα σχήματα, τόσο λεκτικά όσο και μη λεκτικά.

Μέσω της ανάλυσης της συμπεριφοράς των παιδιών και της υποστήριξης των συμμαθητών τους κατά τη διάρκεια ενός επιτραπέζιου παιχνιδιού, διερευνήθηκε ο τρόπος που το συγκεκριμένο παιχνίδι παρείχε ένα ουσιαστικό μαθησιακό έργο για τα μαθηματικά των μικρών παιδιών. Στη συγκεκριμένη έρευνα παιδιά νηπιαγωγείου (6 ετών) έπαιζαν το επιτραπέζιο παιχνίδι [“Shut the box”](#) ([Κλείσε το κουτί](#)), χωρίς τη βοήθεια της εκπαιδευτικού (Stebler, Vogt, Wolf, Hauser & Rechsteiner, 2013). Από την ανάλυση του παιχνιδιού φάνηκε ότι όλα τα νήπια είχαν κατανοήσει τους κανόνες και συμμετείχαν στο παιχνίδι ανεξάρτητα από τις αριθμητικές τους ικανότητες. Τα παιδιά υποστηρίζονταν μεταξύ τους, έδιναν προφορικές εξηγήσεις για τις δράσεις τους και συζητούσαν αριθμητικά θέματα. Όμως, συχνά οι συμπαίκτες παρέβλεπαν λάθη. Οι ερευνήτριες υπέθεσαν ότι είναι πιο εύκολο για τα παιδιά να εκτελέσουν μία δράση από το να παρατηρήσουν τα λάθη των συμπαίκτών τους. Τα νήπια χρησιμοποίησαν ποικίλες στρατηγικές στο παιχνίδι. Για παράδειγμα, τα παιδιά για να υπολογίσουν το άθροισμα των ενδείξεων των ζαριών μετρούσαν όλους τους αριθμούς από την αρχή, μετρούσαν από τον τελευταίο ή εκτιμούσαν άμεσα τις ποσότητες και έκαναν πρόσθεση. Οι συζητήσεις τους κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού εστιάζονταν στο παιχνίδι και στις αριθμητικές πράξεις. Οι ερευνητές κατέληξαν ότι το συγκεκριμένο επιτραπέζιο παιχνίδι παρέχει υψηλής ποιότητας διδακτική και μαθησιακή οργάνωση, προσφέροντας ενδιαφέροντα θέματα, ενσωματωμένα σε συνεργατικό περιβάλλον, για γνωστική ενεργοποίηση τα οποία προσαρμόζονται στα διαφορετικά επίπεδα μαθηματικών ικανοτήτων και τα οποία επιτρέπουν την ανάδυση ποικίλων στρατηγικών.

Ο σημαντικός ρόλος της προηγούμενης εμπειρίας με παιχνίδια αναδεικνύεται από ερευνητικά στοιχεία που δείχνουν ότι, παρόλο που πολλά παιδιά είχαν επιτυχίες σε παιχνίδια είτε χρησιμοποιώντας δικές τους πρωτοβουλίες είτε ακολουθώντας τις οδηγίες του εκπαιδευτικού, υπήρχαν και παιδιά που δεν είχαν τις απαραίτητες ικανότητες για να ανταποκριθούν με επιτυχία στο παιχνίδι και να ωφεληθούν από τις εμπειρίες που τους πρόσφερε (Bennett, Wood & Rogers, 1997). Φάνηκε ότι αυτά τα παιδιά χρειάζονταν υποστήριξη για να αποκτήσουν ακόμα και στοιχειώδεις ικανότητες, όπως η ένωση κομματιών, η δημιουργία κατασκευών, η κόλληση και το στερέωμα υλικών, η κίνηση πάνω στο ταμπλό ενός επιτραπέζιου παιχνιδιού, η ανάπτυξη επιχειρηματολογίας κλπ. Σε αυτές τις περιπτώσεις, η μεσολάβηση του εκπαιδευτικού στο παιχνίδι θεωρήθηκε απαραίτητη. Οι ερευνητές καταλήγουν ότι τα μικρά παιδιά, συχνά, χρειάζεται να διδάσκονται πώς να παίζουν, καθώς το να είναι κάποιος ικανός παίκτης δεν προκύπτει πάντα αυθόρμητα (Fromberg, 1987 στο Bennett, Wood & Rogers, 1997:6).

Ανάλογα ήταν και τα αποτελέσματα έρευνας η οποία για να καταγράψει τον τρόπο συμμετοχής παιδιών νηπιαγωγείου σε παιχνίδια, διερευνήσε την εμπλοκή τους σε σχεδιασμένα επιτραπέζια παιχνίδια, καθώς και την επίδραση συγκεκριμένων συνιστωσών των παιχνιδιών (θέμα, ταμπλό, πιόνια, αντικείμενα που ορίζουν τη σειρά και τη συνέχεια του παιχνιδιού, κανόνες) στον διπλό ρόλο των παιδιών ως παικτών και ως μαθητών (Σκουμπουρδή, 2010). Τα επιτραπέζια παιχνίδια που χρησιμοποιήθηκαν ήταν το [«Αβεβαίω-Κατεβαίνω»](#) και το [«Μπορείς να οδηγήσεις σωστά;»](#), παιχνίδια τύχης και γνώσεων (μαθηματικών ή άλλων), αλλά και το [«Ο γάτος και τα ποντίκια»](#), επιτραπέζιο παιχνίδι τακτικής και στρατηγικής που επηρεάζεται και από την τύχη. Τα παιχνίδια αυτά τα έπαιζαν νήπια, σε ομάδες. Κάθε ομάδα σχηματίστηκε από τέσσερα νήπια της ίδιας περίπου επικοινωνιακής και γνωστικής ικανότητας στα μαθηματικά, με βάση την εκτίμηση της εκπαιδευτικού. Μία ομάδα αποτέλεσαν «καλοί» μαθητές, μια ομάδα αποτέλεσαν «αδύναμοι» μαθητές και μια ομάδα «μέτριοι» και «καλοί» μαθητές. Πριν από το παιχνίδι, τα παιδιά ρωτήθηκαν αν έπαιζαν στο σπίτι τους επιτραπέζια παιχνίδια και ποια. Στη συνέχεια, εξηγούνταν από την ερευνήτρια οι κανόνες του παιχνιδιού και άρχισε το παιχνίδι. Η εξοικείωση των παιδιών με τα επιτραπέζια παιχνίδια φάνηκε στον τρόπο που

διαχειρίστηκαν το παιχνίδι και διαφοροποιούνταν από τα παιδιά που δεν είχαν σχετική εμπειρία. Τα παιδιά που δήλωσαν ότι παίζουν στο σπίτι επιτραπέζια παιχνίδια ήταν συνήθως καλοί ή μέτριοι μαθητές. Τα παιδιά που δεν ήταν εξοικειωμένα με τα επιτραπέζια παιχνίδια είχαν πολλές φορές δυσκολία ακόμα και στο να ρίξουν το ζάρι ή στο να κινήσουν το πιόνι τους. Έριχναν το ζάρι με μεγάλη δύναμη πάνω στο ταμπλό με τα πιόνια ή σε άλλη κατεύθυνση με αποτέλεσμα να διακόπτεται η ροή του παιχνιδιού λόγω της αναζήτησης της ένδειξης του ζαριού. Άλλες φορές ακουμπούσαν το ζάρι στο ταμπλό και έτσι χανόταν η τυχαιότητα της ρίψης. Τα παιδιά αυτά ξεχνούσαν τη σειρά τους, ξεχνούσαν να πάρουν κάρτα, ξεχνούσαν τους κανόνες. Είχαν δυσκολία στην αντιστοίχιση. Δεν ήταν σε θέση να προχωρήσουν τόσες θέσεις όσες έλεγε το ζάρι αντιστοιχίζοντας την ένδειξη του ζαριού με τις θέσεις της διαδρομής. Πολλές φορές ξεκινούσαν την απαρίθμηση από τη θέση που βρισκόταν το πιόνι τους και όχι από την επόμενη. Επίσης, όταν στην πορεία τους συναντούσαν το πιόνι άλλου παίκτη «πηδούσαν» αυτή τη θέση και δεν τη μετρούσαν. Κάποια παιδιά καταμετρούσαν τις κουκίδες του ζαριού μία μία. Οι μαθητές με μεγαλύτερη εμπειρία στα επιτραπέζια παιχνίδια ανταποκρίθηκαν καλύτερα. Η άμεση εκτίμηση της ένδειξης του ζαριού τους οδηγούσε σε ακριβή κίνηση στο ταμπλό, αλλά και στην υιοθέτηση ιδιαίτερης τακτικής, κατά περίπτωση, ανάλογα με την κίνηση των συμπαίκτών τους. Αυτά τα παιδιά, συνεργάστηκαν χωρίς ιδιαίτερα ανταγωνιστικές τάσεις και στην ομάδα που συμμετείχαν το παιχνίδι κύλησε ομαλά γιατί είχαν κατανοηθεί από όλους τους παίκτες οι κανόνες του παιχνιδιού. Στις μεικτές ομάδες (μεγάλη και μέτρια εμπειρία με επιτραπέζια παιχνίδια) τα παιδιά συνεργάστηκαν παρόλο που το παιχνίδι ήταν ανταγωνιστικό, εφόσον εκείνα που αντιμετώπιζαν δυσκολία, δέχτηκαν τη βοήθεια των υπόλοιπων ώστε να προχωρήσει πιο γρήγορα η διαδικασία του παιχνιδιού.

Η πρώτη επαφή με το καινούριο παιχνίδι απαιτούσε χρόνο για την εξοικείωση των παικτών με αυτό. Σε όλα τα παιχνίδια ο χρόνος που περνούσε λειτουργούσε υπέρ των παικτών. Οι παίκτες εξοικειώνονταν με τους κανόνες, οι κινήσεις γίνονταν πιο γρήγορα, οι ερωτήσεις έβρισκαν πιο άμεση απάντηση, ο ρυθμός του παιχνιδιού γινόταν πιο σταθερός και η συμμετοχή των παιδιών πιο ουσιαστική. Έτσι, τις περισσότερες φορές τα παιδιά ζητούσαν να ξαναπαίζουν το παιχνίδι. Υπήρχαν και περιπτώσεις που ο χρόνος λειτουργούσε αρνητικά. Αυτές ήταν οι περιπτώσεις παιδιών που δεν ήταν εξοικειωμένα με τα επιτραπέζια παιχνίδια και η διάρκεια του παιχνιδιού υπερέβαινε τη διάρκεια συγκέντρωσης των παιδιών αυτής της ηλικίας με αποτέλεσμα την κούραση και την υπερένταση. Επιπλέον, στις ομάδες των μαθητών χωρίς εμπειρία δημιουργούνταν αρκετά διαδικαστικά θέματα τα οποία λύνονταν εις βάρος της ομαλής ροής του παιχνιδιού.

Κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού έγιναν διακριτοί τρεις τύποι παικτών. 1. Οι παίκτες που δεν ενδιαφέρονταν καθόλου αν θα κέρδιζαν ή όχι, αλλά τους ενδιέφερε περισσότερο η χαρά της συμμετοχής στο παιχνίδι. Αυτά τα παιδιά δεν αντιδρούσαν ακόμα και στην περίπτωση που ο συμπαίκτης τους έκανε κάποιες παρασπονδίες και προχωρούσε το πιόνι του περισσότερο από ότι θα έπρεπε. 2. Οι παίκτες που ενδιαφέρονταν για τη νίκη. Οι παίκτες αυτού του τύπου ήταν απόλυτα συγκεντρωμένοι στο παιχνίδι, προσεκτικοί με τις κινήσεις των άλλων και «χαλαροί» με τις δικές τους και είχαν την τάση να προχωράνε το πιόνι τους περισσότερο από ότι τους επιτρεπόταν. 3. Τέλος, υπήρχαν και οι παίκτες, που απολάμβαναν τη συμμετοχή τους στο παιχνίδι, αλλά παράλληλα επιδίωκαν να είναι και οι νικητές. Οι παίκτες αυτοί, οι οποίοι αποτελούσαν την πλειονότητα, συχνά χρησιμοποιούσαν εκφράσεις ενθουσιασμού για το παιχνίδι και χαράς όταν προχωρούσαν αρκετές θέσεις ή όταν απαντούσαν με επιτυχία στις ερωτήσεις του παιχνιδιού. Επίσης, εκδήλωναν δυσαρέσκεια με τις μικρές ενδείξεις του ζαριού. Βοηθούσαν τους συμπαίκτες τους στην αρίθμηση, στην ανάγνωση των εντολών και στην τήρηση των κανόνων. Τα παιδιά δεν φάνηκε να λειτουργούν ανταγωνιστικά. Πολλές φορές μετρούσαν όλα μαζί για να βρουν τα βήματα που έπρεπε να κάνει ο συμπαίκτης τους.

Τα παραπάνω αποδεικνύουν ότι η ύπαρξη προηγούμενης εμπειρίας με επιτραπέζια παιχνίδια, η εξοικείωση με το παιχνίδι, η σύνθεση της ομάδας, αλλά και ο τύπος του κάθε παίκτη είναι κάποιες από τους παράγοντες που επηρεάζουν το παιχνίδι των παιδιών. Φάνηκε ότι η ύπαρξη προηγούμενης εμπειρίας λειτουργούσε θετικά δίνοντας προβάδισμα σε παιδιά τα οποία μπορούσαν να διαχειριστούν αφενός το παιχνίδι και αφετέρου τη σχέση τους με την υπόλοιπη ομάδα. Οι ικανότητες αυτές όμως είναι εύκολο να καλλιεργηθούν και αυτό φάνηκε από τη διαφοροποίηση του τρόπου συμμετοχής των παιδιών, στην αρχή, στη μέση και στο τέλος του παιχνιδιού. Δεν είναι δεδομένο ότι με το που θα έρθουν τα παιδιά σε επαφή με ένα επιτραπέζιο παιχνίδι, αυτόματα θα μπορούν να παίξουν και θα είναι «καλοί» και «ηθικοί» παίκτες.

Εκτός από την προηγούμενη εμπειρία, τη σύνθεση της ομάδας των παικτών, την εξοικείωση με το παιχνίδι και τον τύπο του κάθε παίκτη, η δημιουργία ή/και η διαχείριση των κανόνων ενός παιχνιδιού είναι ένας ακόμα παράγοντας που μπορεί να επηρεάσει το παιχνίδι των παιδιών, σε μια τάξη μαθηματικών. Μέσω του σχεδιασμού των κανόνων και της εφαρμογής τους καλλιεργούνται ποικίλες ικανότητες και η τάξη των μαθηματικών λειτουργεί ως κοινότητα μάθησης. Σε έρευνα φάνηκε ότι κατά τη δημιουργία κανόνων στο

σχεδιασμένο επιτραπέζιο παιχνίδι «[Η πόλη των σχημάτων](#)», αναπτύχθηκαν ποικίλες επικοινωνιακές στρατηγικές μεταξύ της εκπαιδευτικού και των μαθητών της Α΄ τάξης δημοτικού, οι οποίες συνέβαλαν στη δημιουργία δημοκρατικών πρακτικών (Skoumpourdi, 2012). Τα παιδιά δημιουργούσαν με ευκολία κανόνες χωρίς πάντα να είναι δίκαιοι ή διατυπωμένοι με σαφήνεια, ώστε να γίνονται κατανοητοί από τους συμμαθητές τους. Επιπλέον, κάποιοι κανόνες ήταν επηρεασμένοι από τις διαφορετικές ανάγκες, επιλογές και εμπειρίες του παιδιού που τους κατασκεύαζε. Σημαντικά ερωτήματα, σχετικά με το πώς θα αρχίζει και θα τελειώνει το παιχνίδι, πώς εμπλέκονται τα διάφορα υλικά που παρέχονται στο παιχνίδι, ποια είναι τα δικαιώματα και οι υποχρεώσεις των παικτών, ποιος είναι ο νικητής και τι επιλογές έχει ο κάθε παίκτης, δεν απαντήθηκαν από την αρχή, αλλά μετά από την ανάγκη που δημιουργήθηκε κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού. Σε γενικές γραμμές, η δημιουργία κανόνων αναπτύχθηκε ως εξής: α) τα παιδιά πρότειναν κάποιον κανόνα αιτιολογώντας τον, β) ο κανόνας γινόταν ή δεν γινόταν αποδεκτός από τα άλλα παιδιά, γ) η εκπαιδευτικός εξασφάλιζε τη συμφωνία όλων των μαθητών για έναν κανόνα και βοηθούσε κάποιο παιδί να τον γράψει με το να τον επαναλαμβάνει, δ) έθετε διευκρινιστικές ερωτήσεις και προέτρεπε τους μαθητές να συμμετέχουν ([Video B.2.2](#)). Ωστόσο, παρόλο που η δημιουργία των κανόνων από τα παιδιά εξασφάλισε την καλή επικοινωνία στην τάξη και δίκαιο παιχνίδι, δεν εξασφάλισε και δημοκρατικό παιχνίδι ως προς τους κανόνες ηθικής. Ο σεβασμός στη σειρά του συμπαίκτη και στη ρίψη του ζαριού δεν ήταν πάντα δεδομένος για όλα τα παιδιά.

Σε άλλη έρευνα φάνηκε ότι μεγαλύτερα παιδιά, Β΄ τάξης δημοτικού, είχαν την ικανότητα να κατασκευάσουν κανόνες για το σχεδιασμένο επιτραπέζιο παιχνίδι «[Ο γάτος και τα ποντίκια](#)» το οποίο συνδυάζει στρατηγική, τακτική και τύχη (Σκουμπουρδή, 2012). Αυτό που παρατηρήθηκε ήταν ότι κατά τον σχεδιασμό των κανόνων κάθε παιδί είχε την ελευθερία να εκφράσει τη δική του άποψη. Προτείνοντας και αποφασίζοντας τα παιδιά κανόνες για το παιχνίδι, άλλες φορές είχαν τη συμφωνία των συμμαθητών τους και άλλες όχι. Η τεκμηρίωση της συμφωνίας ή διαφωνίας τους με τους προτεινόμενους κανόνες σχετιζόταν συχνά και με το κατά πόσο δίκαιοι ήταν ([Video B.2.3](#)). Χαρακτηριστικός είναι ο παρακάτω διάλογος:

M3: Μπορούμε να παίζουμε δύο-δύο, να πετάει καθένας μια φορά το ζάρι, να διαλέγουμε άλλους παίκτες, ένας μένει έξω και όποιος τερματίσει πρώτος βάζει άλλον έναν παίκτη μπροστά.

M1: Έτσι παίζεται το παιχνίδι που ξέρεις εσύ. Αυτό το παιχνίδι έχει πόνια, ζάρια, τυριά, μπορούμε να βάλουμε τα τυριά κάπου και να προχωράμε και να τρώμε και να πηγαίνουμε πέντε βήματα πάνω.

M8: Όχι δεν είναι δίκαιο γιατί αν είναι κοντά στον τερματισμό και κάνει πέντε βήματα έτσι (δείχνει την κατεύθυνση) θα το νικήσει πανεύκολα και αυτό δεν είναι τόσο δίκαιο.

...

M3: Και θα είναι η γάτα κάποιος και τα ποντίκια θα προχωράνε στον τερματισμό για να μην τα πιάσει η γάτα. Αν τα πιάσει η γάτα δηλαδή αν είναι η γάτα και το ποντίκι στο ίδιο τετραγωνάκι θα βγαίνει έξω ο παίκτης. Και αν πάει το ποντίκι στον τερματισμό, κερδίζει το ποντίκι, αν πάει η γάτα στον τερματισμό, κερδίζει η γάτα.

M1: Όχι ... Γιατί δεν είναι δίκαιο να είναι τέσσερις εναντίον ενός.

M5: Δεν είναι έτσι, είπαμε κάθε ποντίκι θα προσπαθεί να ξεφύγει από τη γάτα.

...

M1: Ναι αλλά η γάτα να μην πηγαίνει στα τυριά, γιατί οι γάτες δεν τρώνε τυριά. Αν πάει στα τυριά να κάνει ένα βήμα πίσω. Η γάτα θα κυνηγάει τα ποντίκια.

...

M1: Αν η γάτα πάει στα τυριά θα κάνει ένα βήμα πίσω, ενώ το ποντικάκι αν πάει στα τυριά θα φάει ένα τυράκι να πάρει δύναμη και θα πάει και ένα βήμα μπροστά.

M2: Μπορεί το ποντίκι να κάνει τέσσερα βήματα.

M3: Όχι, γιατί δεν θα προλαβαίνει η γάτα, για αυτό ένα (βήμα εννοεί) για να προλαβαίνει.

...

M4: Τα τυριά να είναι στο τέλος.

M5: Όχι, γιατί αν είναι στο τέλος θα είναι δύσκολο, ενώ αν είναι ανακατεμένα στη μέση στην άκρη παντού, είναι πιο εύκολο.

Οι κανόνες δημιουργήθηκαν με χρήση ποικίλων επικοινωνιακών πρακτικών που χρησιμοποιήθηκαν τόσο από την εκπαιδευτικό όσο και από τα παιδιά κατά τη διαπραγμάτευση διαφόρων θεμάτων που τέθηκαν. Μέσω του σχεδιασμού των κανόνων του παιχνιδιού καθώς και μέσω της ίδιας της διαδικασίας του παιχνιδιού, φάνηκε ότι στην τάξη των μαθηματικών μπορούν να αναδυθούν και να καλλιεργηθούν επικοινωνιακές, αλληλεπιδραστικές και διαπραγματευτικές ικανότητες.

Τα παιδιά, στο στάδιο του σχεδιασμού των κανόνων, κατά την επικοινωνία μεταξύ τους και με την εκπαιδευτικό, έπαιρναν πρωτοβουλίες και αναλάμβαναν αρμοδιότητες, αιτιολογώντας κάθε φορά την επιλογή τους. Οι πρωτοβουλίες που έπαιρναν τα παιδιά καθώς και η αυτονομία τους σε πολλές δράσεις προήλθε από τον τρόπο που επέλεξε η εκπαιδευτικός να οργανώσει και να συντονίσει τη διαδικασία της δημιουργίας των κανόνων. Η εκπαιδευτικός έδινε πρωτοβουλία στα παιδιά και ενίσχυε την αυτονομία τους σε αποφάσεις και αρμοδιότητες. Επίσης, προέτρεπε τα παιδιά να διευκρινίζουν τα θέματα που προέκυπταν και να τεκμηριώνουν τους κανόνες που πρότειναν, ενώ λιγότερο συχνά έδινε εκείνη τις απαραίτητες διευκρινίσεις.

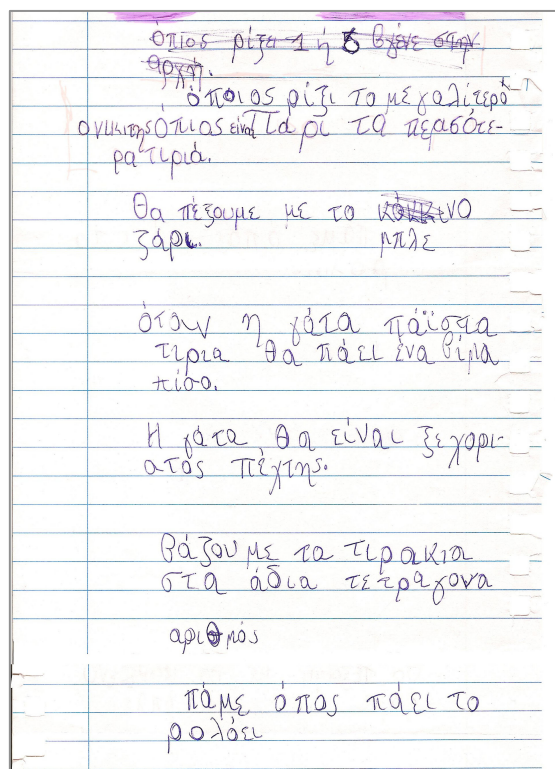
Κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού η επικοινωνία περιοριζόταν στην επίλυση των θεμάτων που προέκυπταν και σχετίζονταν κυρίως με τους κανόνες. Τα θέματα που προέκυπταν λύνονταν είτε από τα ίδια τα παιδιά είτε από τα παιδιά με τη βοήθεια της εκπαιδευτικού. Για παράδειγμα, στην έναρξη του παιχνιδιού δημιουργήθηκε κάποιο θέμα με το ζάρι. Ενώ ετοιμάζονταν να ρίξουν το ζάρι για να δουν ποιος θα αρχίσει να παίζει πρώτος, αντιλήφθηκαν ότι το ζάρι με τους αριθμούς δεν ήταν κανονικό γιατί έλειπε ο αριθμός 6 και ο αριθμός 1 με τους οποίους είχαν ορίσει ότι ξεκινάει το παιχνίδι. Μεταξύ τους τα παιδιά αποφάσισαν να αλλάξουν ζάρι και να χρησιμοποιήσουν τελικά το μπλε ζάρι με τις κουκίδες. Το πρόβλημα όμως συνεχίστηκε εφόσον παρόλο που έριξαν το ζάρι αρκετές φορές ο καθένας, δεν ερχόταν ούτε το 6 ούτε το 1. Στο σημείο αυτό παρενέβη η εκπαιδευτικός η οποία πρότεινε να αλλάξει ο κανόνας.

Η δημιουργία των κανόνων ενός παιχνιδιού δεν είναι εύκολη υπόθεση γιατί αφενός πρέπει να συνυπολογιστούν πολλοί παράγοντες κατά τον σχεδιασμό τους και αφετέρου πρέπει να δοκιμαστούν στην πράξη για τη λειτουργικότητά τους. Υπήρχαν πολλοί κοινοί κανόνες μεταξύ των υφιστάμενων και των σχεδιασμένων, τουλάχιστον όπως διαμορφώθηκαν μετά τις αλλαγές. Παρόλο όμως που οι κανόνες των παιδιών ήταν λειτουργικοί και μπόρεσαν να παίξουν το παιχνίδι, η στρατηγική και η τακτική των υφιστάμενων κανόνων δεν αναδείχθηκαν. Οι αρμοδιότητες μοιράστηκαν. Τα ποντίκια απέφευγαν τον γάτο, τον οποίο δεν είχαν στον έλεγχό τους και πήγαιναν προς τα τυράκια τα οποία βρίσκονταν σε σταθερά σημεία. Δεν είχαν να κινήσουν και τα τρία πόνια ταυτόχρονα έχοντας στο μυαλό τους τον διαφορετικό ρόλο του καθενός.

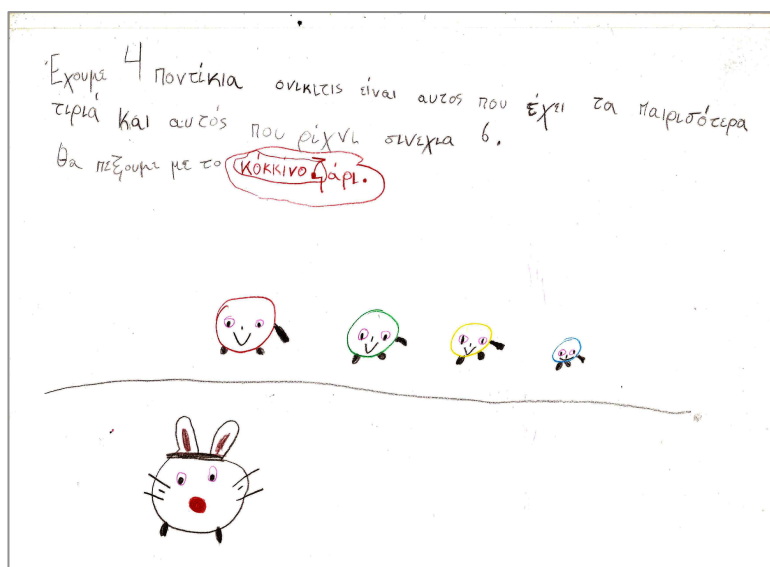
Οι κανόνες του παιχνιδιού καταγράφηκαν/αναπαραστάθηκαν από τα παιδιά με διαφορετικό τρόπο. Το παιδί που είχε ουσιαστικά αναλάβει την αρμοδιότητα της καταγραφής των κανόνων, τους έγραψε με τη σειρά που ακούγονταν, αποτυπώνοντας και τις αλλαγές που γίνονταν στην πορεία (Εικόνα Β.2.1). Υπήρχαν παιδιά τα οποία παρουσίασαν τους κανόνες εικονιστικά, αλλά και συμβολικά, καταγράφοντας περισσότερο δικές τους προτάσεις παρά τους κανόνες που γίνονταν αποδεκτοί από την τάξη. Η επιθυμία τους να φέρουν έξι στο ζάρι, να πάρουν τα περισσότερα τυριά, αλλά και η αποτύπωση της πολυπλοκότητας των κινήσεων που προτάθηκαν κατά τη δημιουργία των κανόνων, έγινε φανερή μέσα από τις ζωγραφίες τους (Εικόνες Β.2.2-Β.2.4).

Η έρευνα αναδεικνύει τον ουσιαστικό ρόλο των ενηλίκων στο παιχνίδι των παιδιών. Οι πρακτικές των ενηλίκων κατά τη διαχείριση των παιχνιδιών, ως παράγοντες που επηρεάζουν το παιχνίδι των παιδιών, έχει απασχολήσει την έρευνα. Από την καταγραφή των πρακτικών μιας νηπιαγωγού ([Video B.2.4](#)) και μιας μητέρας ([Video B.2.5](#)) κατά την οργάνωση επιτραπέζιου παιχνιδιού φάνηκε ότι ήταν διαφορετικές και επηρεάζαν τον τρόπο συμμετοχής των παιδιών σε αυτό, αλλά και την εξέλιξη του παιχνιδιού (Skounpouri, 2011). Η νηπιαγωγός και η μητέρα χρησιμοποίησαν διαφορετικές πρακτικές με κοινό σκοπό, να δώσουν την ευκαιρία στα παιδιά να αναπτύξουν ποικίλες στρατηγικές και οι κινήσεις τους να στηρίζονται σε τακτική. Οι πρακτικές των ενηλίκων διέφεραν, κυρίως, ως προς την ποιότητα της παρέμβασης και τον βαθμό ελέγχου, καθώς και τη χρονική στιγμή και σχετίζονταν με τη μέθοδο διαχείρισης των κανόνων του παιχνιδιού. Όταν η παρέμβαση γινόταν νωρίς, έδινε στο παιδί την ευκαιρία να αναπτύξει μια στρατηγική. Όταν ήταν πολύ κατευθυνόμενη, δεν άφηνε στο παιδί το περιθώριο να σκεφτεί. Όταν η παρέμβαση γινόταν με μεγάλη καθυστέρηση, δεν ήταν χρήσιμη για το συγκεκριμένο παιδί, αφού είχε ολοκληρώσει την κίνησή του. Ως προς την ποιότητα των παρεμβάσεων, διακρίθηκαν πέντε τύποι. Στον πρώτο τύπο, η ενήλικη δεν παρενέβαινε με κάποιον τρόπο. Στον δεύτερο τύπο, η ενήλικη παρενέβαινε μετά την ολοκλήρωση της κίνησης του παιδιού, θυμίζοντάς του τους κανόνες ή προτείνοντάς του εναλλακτικές κινήσεις. Στον τρίτο τύπο, η ενήλικη εμπόδιζε το παιδί να ενεργήσει παρορμητικά. Αντιπροσωπευτική ήταν η έκφραση «πριν κινήσεις τα πόνια σου, σκέψου τι δυνατότητες έχεις, τι μπορείς να κάνεις». Στον τέταρτο τύπο, η ενήλικη επαναλάμβανε όλους τους κανόνες ή μέρος τους στο παιδί που ετοιμαζόταν να παίξει. Στον πέμπτο τύπο, η ενήλικη υποδείκνυε/πρότεινε στο παιδί κάποια κίνηση. Η διαφοροποίηση στις χρησιμοποιούμενες πρακτικές μπορεί να ερμηνευτεί αφενός από το διαφορετικό πλαίσιο (εκπαιδευτικό, καθημερινό) και αφετέρου από τον διαφορετικό αριθμό παικτών σε κάθε πλαίσιο. Η μελέτη υποθέτει, ότι η συζήτηση με τους γονείς για τις πρακτικές παιχνιδιού των εκπαιδευτικών και το αντίστροφο ίσως αποτελέσει την αφετηρία για τη συνεργασία τους. Αυτή η συζήτηση

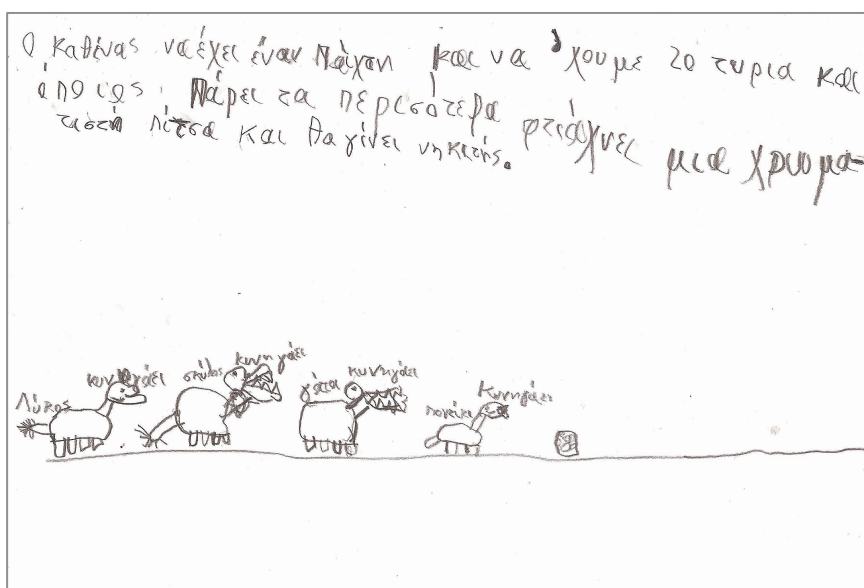
θα μπορούσε να διευκολύνει την πρόσβαση και τη συμμετοχή των γονέων στην εκπαιδευτική πράξη και παράλληλα να ενισχύσει τη θετική στάση των γονέων για τη συνεισφορά του παιχνιδιού στη διδακτική/μαθησιακή διαδικασία.



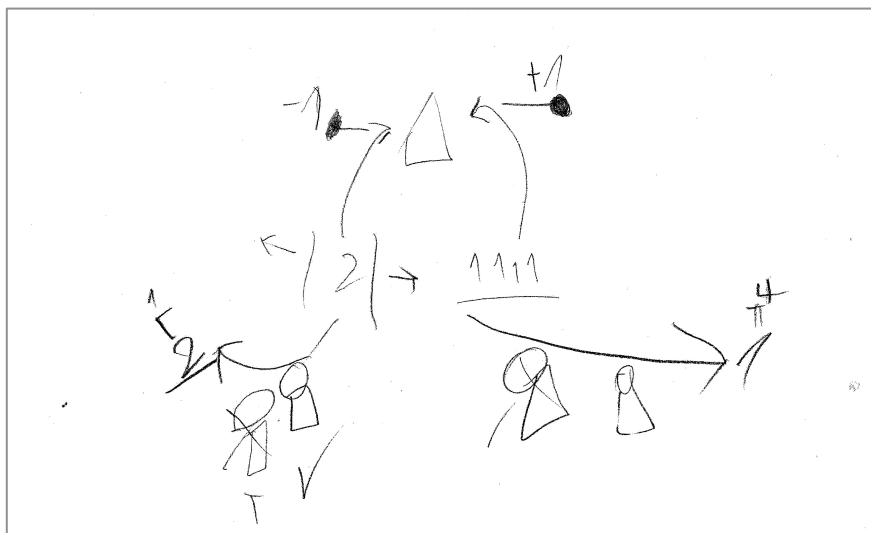
Εικόνα Β.2.1 Καταγραφή κανόνων από τα παιδιά



Εικόνα Β.2.2 Καταγραφή κανόνων από τα παιδιά



Εικόνα Β.2.3 Καταγραφή κανόνων από τα παιδιά



Εικόνα Β.2.4 Καταγραφή κανόνων από τα παιδιά

Τα ερευνητικά αποτελέσματα δείχνουν ότι η χρήση παιχνιδιών και παιγνιδιών δραστηριοτήτων στην τάξη των μαθηματικών της πρώτης σχολικής ηλικίας συνεισφέρουν στον γνωστικό, στον κοινωνικό και στον συναισθηματικό τομέα μεταξύ άλλων. Επιπλέον, οι καταγεγραμμένοι παράγοντες οι οποίοι φαίνεται ότι επηρεάζουν το παιχνίδι των παιδιών, είναι το είδος του παιχνιδιού, οι κανόνες του και ο τρόπος διαχείρισής τους, ο ρόλος που υιοθετούν τα παιδιά ως παίκτες, η σύνθεση της ομάδας των παικτών, η προηγούμενη εμπειρία με παιχνίδια, αλλά και ο ρόλος που υιοθετεί ο εκπαιδευτικός.

Ενδεικτικές ερωτήσεις και θέματα για περαιτέρω διερεύνηση και προβληματισμό (αναζήτηση πηγών για διεύρυνση της μελέτης):

- Ποια θέματα έχουν απασχολήσει την έρευνα για τον ρόλο του παιχνιδιού στην τάξη των μαθηματικών;
- Ποια είδη παιχνιδιού και παιγνιδιών δραστηριοτήτων έχουν συσχετιστεί με την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης; Δώστε ένα παράδειγμα.
- Ποιοι παράγοντες επηρεάζουν το παιχνίδι των παιδιών;
- Ποιους ρόλους υιοθετούν τα παιδιά συμμετέχοντας στο παιχνίδι;

- Με ποιους τρόπους διαχειρίζονται οι ενήλικοι το παιχνίδι των παιδιών; Μπορούν να συσχετιστούν με τις θεωρίες για το παιχνίδι;
- Πάντα επιτυγχάνεται η ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης μέσα από το παιχνίδι;
- Σε ποιες μαθηματικές πρακτικές φαίνεται να εστιάζουν περισσότερο οι έρευνες. Ποια κατά τη γνώμη σας είναι η εξήγηση για αυτό;
- Ποια στοιχεία διαφοροποιούνται στα παιχνίδια των παιδιών διαφορετικών ηλικιών;
- Ποιες είναι οι συνέπειες (μαθησιακές, κοινωνικές, παιδαγωγικές κλπ.) από τη χρήση παιχνιδιών στη μαθηματική εκπαίδευση;
- Επιλέξτε ένα παιχνίδι που έχει, κατά τη γνώμη σας, εκπαιδευτικό ενδιαφέρον και διερευνήστε τις συνέπειες (μαθησιακές, κοινωνικές, παιδαγωγικές κλπ.) που μπορεί να προκαλέσει.
- Ποικίλες είναι οι έρευνες για τη χρήση παιχνιδιών και παιγνιωδών δραστηριοτήτων στην τάξη των μαθηματικών, της πρώτης σχολικής ηλικίας, δείχνοντας με ποικίλους τρόπους «τι κάνει το παιχνίδι». Όμως, δεν υπάρχουν, αντίστοιχα, έρευνες οι οποίες να μας δείχνουν «τι σημαίνει το παιχνίδι για τα παιδιά». Γιατί θεωρείτε ότι συμβαίνει αυτό; Τι έρευνα θα σχεδιάζατε για να διερευνήσετε «τι σημαίνει το παιχνίδι για τα παιδιά»;
- Παρακολουθώντας ένα από τα video διερευνήστε τις στρατηγικές των παιδιών και σημειώστε πώς θα τις χρησιμοποιούσατε στον διδακτικό σας σχεδιασμό.
- Ποια ερωτήματα θεωρείτε ότι παραμένουν ανοιχτά σε αυτό το πεδίο;

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Βαρνάβα-Σκούρα, Τ. (2012). Η δημιουργικότητα στην ανάπτυξη της λογικομαθηματικής σκέψης. Στο Δ. Χασάπης (επιμ.) *10^ο Διήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών: Το παιχνίδι στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών* (σελ. 33-43), Αθήνα.
- Bennett, N, Wood, L. & Rogers, S. (1997). *Teaching through play. Teachers thinking and classroom practice* (Ch. 1: 1-17 & Ch. 6: 116-132). USA, California: Open University Press.
- Brandt, B. (2013). Everyday pedagogical practices in mathematical play situations in German “Kindergarten”. *Educational Studies in Mathematics*, 84(2), 227-248.
- Clements, D. & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. In F. Lester (Ed.) *Second handbook of research on mathematics teaching and learning a project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 461-555). Information Age Publishing, USA.
- Γκριμπίζη, Ο. & Σπανοπούλου, Ε. (2012). Από τα ομαδικά παιχνίδια στις μαθηματικές έννοιες: «Το παιχνίδι του ρολογά». Στο Δ. Χασάπης (επιμ.) *10^ο Διήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών: Το παιχνίδι στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών* (σελ. 91-110), Αθήνα.
- Edo, M., Planas, N. & Badillo, E. (2009) Mathematical learning in a context of play. *European Early Childhood Education Research Journal*, 17(3), 325-341.
- Flottorp, V. (2011). How do children’s classification appear in free play? In M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (Eds.) *Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1852-1871). University of Rzeszów, Poland.
- Ginsburg, H.P. (2006). Mathematical play and playful mathematics: A guide for early education. In D.G. Singer, R.M. Golinkoff & K. Hirsh-Pasek (Eds.) *Play=learning How play motivates and enhances children’s cognitive and social-emotional growth* (pp. 145-165). Oxford: Oxford University Press.
- Hansen, E.L. (2005). ABCs of early mathematics experiences. *Teaching Children Mathematics*, 12(4), 208.
- Holton, D., Ahmed, A., Williams, H. & Hill, C. (2001). On the importance of mathematical play. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 32(3), 401-415.
- Ιατρίδη, Μ.(1993). Μετρήσεις: βάρος-εμβαδόν-όγκος. *Ανοιχτό σχολείο*, 42, 10.
- Λαζαρίδης, Ι. (2012). Παιχνίδι και μαθηματικά στο δημοτικό σχολείο. Στο Δ. Χασάπης (επιμ.) *10^ο Διήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών: Το παιχνίδι στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών* (σελ. 111-128), Αθήνα.
- NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics: Standards*), (2007). Διαθέσιμο στον δικτυακό τόπο: <http://www.nctm.org>.
- Outhred, L. & Mitchelmore, M. (2000). Young children’s intuitive understanding of rectangular area measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(2), 144-167.
- Park, B., Chae, J.-L. & Foulks-Boyd, B. (2008). Young children’s block play and mathematical learning. *Journal of Research in Childhood Education*, 23(2), 157-162.
- ΠΣΝ (*Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου*) (2011). Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, Αθήνα. Διαθέσιμο στον δικτυακό τόπο: <http://www.dipevath.gr/Nov2011/28/1o-meros.pdf>
- Sarama, J. & Clements, D. (2009). Building blocks and cognitive building blocks: Playing to know the world mathematically. *American Journal of Play*, 1-3, 313-337.
- Seo, K.-H. & Ginsburg, H. (2004). What is developmentally appropriate in early childhood mathematics education? In D. Clements, J. Sarama & A.-M. DiBiase (Eds.) *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education* (pp. 91-104). New York and London: Routledge.

- Σκουμπουρδή, Χ. (2010). Το παιχνίδι ως πλαίσιο για την προσέγγιση των μαθηματικών της πρώτης σχολικής ηλικίας: Σχεδιασμός επιτραπέζιων παιχνιδιών. *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, 162, 82-99.
- Skoumpourdi, C. (2011). Playing board games inside and outside the classroom. *Proceedings of the CIEAEM 63: Facilitating access and participation: mathematical practices inside and outside the classroom*, Spain, Barcelona. (CD-ROM)
- Skoumpourdi, C. (2012). Democratic game play: is it a matter of rules? *Proceedings of the CIEAEM 64: Mathematics Education and Democracy: Learning and Teaching Strategies* (pp. 183-188). Greece, Rhodes.
- Σκουμπουρδή, Χ. (2012). Σχεδιασμός ένταξης υλικών και μέσων στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών. Εκδόσεις Πατάκη, Αθήνα.
- Skoumpourdi, C. (2013). Guess which: Shapes' descriptions by toddlers. *Proceedings of the CIEAEM 65: Mathematics Education in a Globalized Environment*, Torino, Italy. (CD-ROM).
- Skoumpourdi, C. (uc). Different modes of communicating geometric shapes, through a game, in kindergarten. (υπό κρίση)
- Σκουμπουρδή, Χ. & Μαλαματένιου, Π.-Κ. (2015). Παιχνίδι κάλυψης επιφάνειας για το νηπιαγωγείο. Στο Χ. Σκουμπουρδή & Μ. Σκουμιός (επιμ.) *1ο Πανελλήνιο Συνέδριο Εκπαιδευτικού Υλικού: Ανάπτυξη Εκπαιδευτικού Υλικού στα Μαθηματικά και τις Φυσικές Επιστήμες* (σελ. 238-246), Ρόδος.
- Skoumpourdi, C. & Sofikiti, D. (2009). Young children's material manipulating strategies in division tasks. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds.) *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 5, pp. 137-144). Thessaloniki, Greece: PME.
- Skoumpourdi, C., Kafoussi, S. & Tatsis, K. (2009). Designing probabilistic tasks for kindergartners. *Journal of Early Childhood Research*, 7(2), 153-172.
- Stebler, R., Vogt, F., Wolf, I., Hauser, B. & Rechsteiner, K. (2013). Play-based mathematics in kindergarten. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 34, 149-175.
- Tatsis, K., Kafoussi, S. & Skoumpourdi, C. (2008). Kindergarten children discussing the fairness of probabilistic games: The creation of a primary discursive community. *Early Childhood Education*, 36(3), 221-226.
- Tubach, D. (2015). "If she had rolled five then she'd have two more" – children focusing on differences between numbers in the context of a playing environment. *Proceedings of the 9th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Charles University, Prague. (υπό έκδοση)
- Φιλακουρίδη, Ε. (2013). Το επιτραπέζιο παιχνίδι στη διδασκαλία των μαθηματικών στην πρώτη σχολική ηλικία. Αδημοσίευτη Πτυχιακή Εργασία ΤΕΠΑΕΣ, Πανεπιστήμιο Αιγαίου, Ρόδος.
- Χασάπης, Δ. & Νιαχοπέτρου, Γ. (2012). Τα παιχνίδια τύχης και η συμβολή τους στη συγκρότηση των εννοιών της τυχαιότητας και της πιθανότητας. Στο Δ. Χασάπης (επιμ.) *10^ο Διήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών: Το παιχνίδι στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών* (σελ. 299-311), Αθήνα.
- Van Oers, B. (2014). Cultural-historical perspectives on play: Central ideas. In L. Brooker, M. Blaise & S. Edwards (Eds.) *The SAGE Handbook of play and learning in Early Childhood* (pp. 56-66). Los Angeles, CA: Sage.
- Vogel, R. (2013). Mathematical situations of play and exploration. *Educational Studies in Mathematics*, 84(2), 209-225.

Γ' Μέρος

ΖΗΤΗΜΑΤΑ ΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΡΑΞΗΣ ΓΙΑ ΤΟ ΠΑΙΧΝΙΔΙ

Γ.1 Το παιχνίδι στον διδακτικό σχεδιασμό της μαθηματικής εκπαίδευσης

Σύνοψη

Ο διάλογος περί παιχνιδιού μέσω των θεωρητικών και των ερευνητικών ζητημάτων που συζητήθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια, συνεχίζεται στο τρίτο μέρος, με τη συζήτηση για ζητήματα του παιχνιδιού στην εκπαιδευτική πράξη. Έτσι, στο κεφάλαιο αυτό, διερευνάται η σημασία της ένταξης του παιχνιδιού στον διδακτικό σχεδιασμό για μία κριτική και δημιουργική μαθηματική εκπαίδευση. Τα θέματα που τίθενται προς συζήτηση χρησιμοποιούν ως σημείο αναφοράς την πολύπλευρη συνεισφορά του παιχνιδιού στην ανάπτυξη και τη μάθηση των παιδιών, η οποία τεκμηριώνει την επιλογή του ως κατάλληλου πλαισίου διδασκαλίας και μάθησης, αλλά παράλληλα θέτουν και προϋποθέσεις για αυτό, αναδεικνύοντας τη σημασία του ρόλου του εκπαιδευτικού, τόσο στην υιοθέτηση του παιχνιδιού όσο και στη διαχείρισή του.

Τα μαθηματικά, λόγω της φύσης τους, είναι δύσκολο να διδαχθούν. Ταυτόχρονα, υπάρχουν πλέον ενδείξεις, ότι η υπερβολική έμφαση στην ανάπτυξη εννοιολογικών ικανοτήτων στις μικρές ηλικίες, δημιουργεί προβλήματα τόσο στα κίνητρα όσο και στη συμπεριφορά των παιδιών (Miller & Almon, 2009). Προγράμματα Σπουδών της προσχολικής εκπαίδευσης με ακαδημαϊκό προσανατολισμό δεν εγγυώνται απαραίτητα μελλοντική ακαδημαϊκή επιτυχία (Bodrova, 2008). Επιπλέον, είναι προφανές ότι τα μικρά παιδιά θα κλιθούν να αντιμετωπίσουν ανάγκες και απαιτήσεις, ως ενήλικοι, οι οποίες δεν είναι γνωστές ούτε προβλέψιμες και σίγουρα δεν είναι ίδιες με τις υφιστάμενες, όπως και τα σημερινά παιδιά, αντιμετωπίζουν έναν πρωτόγνωρο κόσμο ο οποίος αλλάζει με πολύ γρήγορους ρυθμούς. Για τον λόγο αυτό, οι εκπαιδευτικοί δεν πρέπει απλά να βοηθούν τα παιδιά να πάνε καλά στο σχολείο, αλλά να τους παρέχουν διαφορετική εκπαίδευση, ως προς τις γνώσεις, τις ικανότητες και τις δεξιότητες που πρέπει να καλλιεργηθούν (OECD, 1994), ώστε να τα βοηθήσουν να επιζήσουν σε έναν κόσμο που ούτε οι ίδιοι δεν μπορούν να κατανοήσουν πλήρως. Δεν αρκεί η ανάπτυξη της ικανότητας πραγματοποίησης μαθηματικών υπολογισμών (Skovsmose, 1994), ούτε η προετοιμασία των παιδιών να γνωρίζουν άριστα τα παρωχημένα μαθηματικά (D'Ambrosio, 2011). Απαιτείται η καλλιέργεια της εκτίμησης, της πρόβλεψης, της γρήγορης αντίληψης και οργάνωσης των πληροφοριών, του συστηματικού συλλογισμού, της κριτικής και δημιουργικής σκέψης, της επικοινωνίας, της τεκμηριωμένης αιτιολόγησης, της συσχέτισης και της σύνδεσης, της λύσης προβλήματος, της γενίκευσης και της εννοιολογικής κατανόησης (Clements & Sarama, 2007; Sarama & Clements, 2009a), της ανάλυσης, της σύνθεσης και της διευκρίνισης των πληροφοριών (Rushton, 2011) μεταξύ άλλων.

Οι παραπάνω ικανότητες και δεξιότητες, μπορούν να αναπτυχθούν όταν ο διδακτικός σχεδιασμός υποστηρίζει την κριτική και δημιουργική μαθηματική εκπαίδευση. Στην κριτική μαθηματική εκπαίδευση, μέσω της καλλιέργειας της ικανότητας διαπραγμάτευσης ποικίλων ζητημάτων γενικού ενδιαφέροντος, τα οποία υποστηρίζονται από τα μαθηματικά, προωθείται η συμμετοχή των μαθητών/πολιτών στην κοινωνία με κριτικό τρόπο (Skovsmose, 1994). Η δημιουργική μαθηματική εκπαίδευση περιλαμβάνει τη μαθηματική έκφραση και επικοινωνία, την κατασκευή νοήματος και την ανάπτυξη της προσωπικής κατανόησης, την παραγωγή τρόπων λύσης προβλημάτων μέσα από υποθέσεις για τις μαθηματικές καταστάσεις και τα αποτελέσματά τους, καθώς και μέσα από τον έλεγχο αυτών των υποθέσεων (Bolden, Harries, & Newton, 2010). Ουσιαστικό συστατικό της δημιουργικής και κριτικής μαθηματικής εκπαίδευσης μπορεί να γίνει το παιχνίδι (Σκουμπουρδή, 2012), εφόσον υιοθετείται ως μέσο μάθησης (Rushton, 2011) αλλά και ως μέσο για την καλλιέργεια και ανάπτυξη διαφορετικού τύπου σκέψης (Thyssen, 2001), καθώς και ικανοτήτων και

δεξιοτήτων οι οποίες είναι απαραίτητες για τους πολίτες του μέλλοντος (Helenius, Johansson, Lange, Meaney, Riesbeck & Wernberg, 2014; Whitebread, Coltman, Jameson & Lander, 2009).

Η πολύπλευρη συνεισφορά του παιχνιδιού στην ανάπτυξη και τη μάθηση των παιδιών αναγνωρίζεται από πολύ παλιά και συνεχίζει να αναγνωρίζεται και σήμερα. Έχει διαπιστωθεί ότι το παιχνίδι συμβάλλει στην καλλιέργεια του επικοινωνιακού τομέα, στην ενίσχυση της κοινωνικής αλληλεπίδρασης και στην ωρίμανση του συναισθηματικού τομέα. Στα παιχνίδια είναι αποδεκτή και συχνά ενισχύεται και επιδιώκεται η πολυτροπική επικοινωνία. Τα παιδιά, τόσο του γενικού πληθυσμού όσο και ειδικών ομάδων (Kangas, Määttä & Uusiautti, 2012), μπορούν να εκφραστούν και να επικοινωνήσουν τον συλλογισμό τους με ποικίλους τρόπους· μέσω του προφορικού και του γραπτού λόγου, μέσω της ζωγραφικής και της σχεδίασης, μέσω της γλώσσας του σώματος, με χειρονομίες, εκφράσεις και στάσεις. Κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού, τα παιδιά μπορούν να αλληλεπιδράσουν, να συζητήσουν και να συνεργαστούν, όχι μόνο μεταξύ τους, αλλά και με άτομα που είναι σημαντικά γι' αυτά, όπως ο εκπαιδευτικός (Ceglowski, 1997) και οι γονείς τους (Hansen, 2005), ενδυναμώνοντας τις σχέσεις τους. Οι Edo, Planas και Badillo (2009), συμφωνούν ότι στα παιγνιώδη περιβάλλοντα μιας σχολικής τάξης λαμβάνει χώρα κοινωνική αλληλεπίδραση και επικοινωνία και θεωρούν ότι η μάθηση μπορεί να είναι το αποτέλεσμα της συμμετοχής σε αυτά τα αλληλεπιδραστικά πλαίσια. Συσχετίζουν τη μάθηση των σχολικών μαθηματικών με την ανάπτυξη αλληλεπιδράσεων οι οποίες κάνουν δυνατή την επικοινωνία και εκτιμούν τις διαφορετικές απόψεις (μαθητών και εκπαιδευτικού της τάξης) με αποτέλεσμα να συμπληρώνονται τα νοήματα που έχουν οικοδομηθεί. Από αυτή την οπτική, η αλληλεπίδραση εκπαιδευτικών και παιδιών διαμορφώνει την κουλτούρα της τάξης μέσω της κατασκευής «κοινών νοημάτων». Λόγω του ότι το παιχνίδι είναι μια δραστηριότητα εξαιρετικά επιθυμητή από τα παιδιά, πολλές φορές, για να πραγματοποιηθεί, υποτάσσεται η επιθυμία του ατόμου ή της ομάδας στις επιθυμίες του/ων άλλου/ων. Έτσι, ακόμα και μια ανταγωνιστική σχέση μπορεί να μετατραπεί σε σχέση συνεργασίας για να υπάρξει παιχνίδι (Ernest, 1986). Μέσα από αυτό υπερνικάται ο εγωκεντρισμός, συνάπτονται συμφωνίες, ενθαρρύνεται η συζήτηση (Griffiths, 1994), επιτυγχάνεται η μεταγνώση και η αυτορρύθμιση (Berk, Mann & Ogan, 2006), ο αυτοέλεγχος (Παπαδοπούλου, 2012) και η αυτοεκτίμηση (Hartog, Diamantis & Brosnan, 1998). Η καλλιέργεια της αυτοπεποίθησης είναι σημείο κλειδί σε μαθησιακά περιβάλλοντα που εμπλέκουν το παιχνίδι και αναπτύσσεται από τα επιμέρους χαρακτηριστικά του εφόσον κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού «εξουσιάζεται» ένας φανταστικός κόσμος. Επίσης, η αυτοπεποίθηση ενισχύεται και από το γεγονός ότι τα παιδιά στο παιχνίδι καλούνται να αναλάβουν την ευθύνη των επιλογών, των πρωτοβουλιών και των αποφάσεών τους οι οποίες δεν είναι πάντα σωστές και επιτυχημένες (Heaslip, 1994). Στο παιχνίδι κάθε παίκτης έχει το δικαίωμα να δράσει ελεύθερα, να αναπτύξει τη σκέψη του, να εκφράσει τον συλλογισμό του και να γνωρίζει ότι θα ακουστεί από τους συμπαίκτες του (Perry & Dockett, 2007). Το παιχνίδι σε ομάδες, συνήθως, μειώνει το άγχος και την πιθανότητα εμφάνισης αρνητικών συναισθημάτων, εφόσον σε αυτό αναπτύσσονται διαπροσωπικές σχέσεις, εκφράζονται συναισθήματα, βιώνεται η ευχαρίστηση. Μέσα στο παιχνίδι επιτρέπονται τα λάθη, οι προσπάθειες των παιδιών εκτιμώνται και ενθαρρύνονται, οι γνώσεις τους γίνονται βίωμα και η συνειδητοποίηση των λανθασμένων ενεργειών τους γίνεται χωρίς ματαίωση. Σε ένα παιχνίδι είναι αναμενόμενο να χάσεις, αλλά είναι σημάδι ανεπάρκειας και αποτυχίας αν γίνουν τα ίδια λάθη στις μαθηματικές εργασίες (Marland, 1986). Η ενασχόληση με παιχνίδια στα μαθηματικά επιτρέπει στα παιδιά να αντιμετωπίσουν και να υπερνικήσουν τους φόβους τους για το συγκεκριμένο μάθημα, υιοθετώντας θετική στάση προς αυτά (Caldwell, 1998; Γκιάστας, 2012).

Τα τελευταία χρόνια, έχει αρχίσει να γίνεται αποδεκτή, όλο και περισσότερο, η θετική επιρροή του παιχνιδιού στη διδακτική και μαθησιακή διαδικασία εφόσον ενισχύει την επιθυμία των παιδιών για συμμετοχή στις δραστηριότητες της τάξης και μάθηση (Αυγητίδου, 2001; Bennett, Wood & Rogers, 1997; Kamii & DeVries, 1980; Hanline, Milton & Phelps, 2008; Ρεκαλίδου, 2004; Scrafton & Whittington, 2015). Τα παιχνίδια ενδυναμώνουν τη μαθηματική σκέψη των παιδιών (Ceglowski, 1997; Rutherford, 2015; Smith, 2001; Stebler, Vogt, Wolf, Hauser & Rechsteiner, 2013; Van Oers, 1996; Williams, 1986), ειδικά εκείνα που σχετίζονται με τα μαθηματικά και χρησιμοποιούνται κυρίως για διδασκαλία, συμβάλλοντας στην εξάσκηση της μνήμης, στην ικανότητα πρόβλεψης και εύρεσης σχέσεων, στην όξυνση της συγκέντρωσης, της προσοχής και της παρατηρητικότητας, στην αντίληψη του χώρου, στην ανάπτυξη μαθηματικού συλλογισμού (Bishop, 1991; Szendrei, 1996), υπολογιστικών ικανοτήτων (Olson, 2007) λογικομαθηματικής (Kamii & De Clark, 1995; Kamii & Rummelsburg, 2008) και πιθανολογικής σκέψης (Tatsis, Kafoussi & Skoumpourdi, 2008; Skoumpourdi, Kafoussi & Tatsis, 2009). Επιπλέον, μπορούν να συνεισφέρουν στην αντίληψη των αριθμητικών σχέσεων, της σειροθέτησης (Ramani & Siegler, 2008), του χρόνου, της ταξινόμησης, των τεσσάρων πράξεων, της συμμετρίας και της αναπαράστασης (Ernest, 1986; Gerdes, 2001). Το δομημένο παιχνίδι προσφέρει στα παιδιά σημαντικές μαθηματικές εμπειρίες μέσω της καλλιέργειας της ικανότητας των

παιδιών να εξερευνούν πιθανότητες, να κατασκευάζουν νοήματα και να τα ελέγχουν, να μοντελοποιούν, να οργανώνουν, να κατανοούν την αλληλουχία, να αναπαριστούν, να δημιουργούν, να επεκτείνουν και να κοινωνικοποιούνται (Perry & Dockett, 2007). Τα παιδιά, είναι πιθανότερο να αναπτύξουν σύνθετες μαθηματικές δράσεις σε ένα πλαίσιο όπως το παιχνίδι. Μέσω της συστηματικής ενασχόλησης με παιχνίδια ενθαρρύνεται η στρατηγική μαθηματική σκέψη και αναπτύσσεται η υπολογιστική ικανότητα (Rutherford, 2015). Βελτιώνεται η ικανότητα επίλυσης προβλημάτων, καλλιεργείται η πρωτοτυπία, η κριτική σκέψη και η δημιουργικότητα, καθώς και άλλες κοινωνικές δεξιότητες, οι οποίες είναι πολύ σημαντικές για την ενίσχυση και τη βελτίωση των σχέσεων με τον εαυτό και τους άλλους, αλλά και για την προετοιμασία των μελλοντικών πολιτών. Επίσης, μέσω των παιχνιδιών επιτυγχάνεται η σύνδεση των διαφόρων μαθηματικών εννοιών μεταξύ τους, αλλά και με τις άλλες επιστήμες (Caswell & Nisbet, 2005; Epstein, Gelfand & Lock, 1998).

Το παιχνίδι, σύμφωνα με τον Bishop (1991), είναι μία από τις έξι παγκόσμιες μαθηματικές δραστηριότητες όλων των πολιτισμών. Είναι μια ανθρώπινη δραστηριότητα η οποία μπορεί να προσφέρει σημαντικές εμπειρίες στα παιδιά και ένα πλαίσιο εξερεύνησης των μαθηματικών μέσω πολιτισμικών στοιχείων (Barta & Schaelling, 1998; Σταθοπούλου, 2005). Για παράδειγμα, μέσα από παιχνίδια στρατηγικής διαφορετικών πολιτισμών, πολλές είναι οι γνώσεις που μπορεί να κερδίσουν τα παιδιά (Ascher, 2001), καθώς σε τέτοιου είδους παιχνίδια αντανακλώνται πολλές όψεις του πολιτισμού, όπως οι αξίες, τα ενδιαφέροντα και οι δραστηριότητες συγκεκριμένων ομάδων. Επίσης, το κοινωνικό-δραματικό παιχνίδι, το οποίο φαίνεται να αποτελεί την κυρίαρχη δραστηριότητα για τη γνωστική ανάπτυξη των μικρών παιδιών, υποστηρίζει ιδιαίτερα τα δίγλωσσα παιδιά, που προέρχονται από άλλα πολιτισμικά περιβάλλοντα (Serafton & Whittington, 2015). Η πολιτισμική γνώση των παιδιών αντικατοπτρίζεται στις θεματικές επιλογές των παιχνιδιών τους, κάνοντας το παιχνίδι μια ιδιαίτερη πολιτισμική πρακτική (Göncü, Tuermer, Jain & Johnson, 1999). Παρόλο που το παιχνίδι θεωρείται παγκόσμια δραστηριότητα, οι διαφορετικοί τύποι παιχνιδιού και οι σημασίες τους συνδέονται με πολιτισμικά πιστεύω και πρακτικές οι οποίες δεν είναι πάντα προφανείς σε συγκεκριμένα πλαίσια (Roorpaigne, 2012). Κάθε πλαίσιο στοχεύει σε συγκεκριμένες κοινωνικές και γνωστικές ικανότητες και διαθέτει καθορισμένους τρόπους για να τις καλλιεργήσει. Το παιχνίδι είναι ένα από τα μέσα με το οποίο τα παιδιά μπορούν να αποκτήσουν αυτές τις ικανότητες.

Τα σύγχρονα ερευνητικά δεδομένα μελετούν το παιχνίδι μέσα από τέσσερις διαφορετικές οπτικές (Cheng & Johnson, 2010): το παιχνίδι ως πλαίσιο, το παιχνίδι ως να έχει μείζονα σημασία, το παιχνίδι ως να έχει ελάχιστο σημασία και το παιχνίδι ως μέσο παρέμβασης για τα παιδιά με ιδιαίτερες μαθησιακές ανάγκες. Το μεγαλύτερο μέρος της έρευνας εστιάζει στο παιχνίδι ως πλαίσιο για την υποστήριξη και την ανάπτυξη του μαθηματικού συλλογισμού (Bishop, 1988; Bragg, 2012; Brandt, 2013; Edo, Planas & Badillo, 2009; Helenius, Johansson, Lange, Meaney, Riesbeck & Wernberg, 2014; Kangas, 2010; Παπαδοπούλου, 2012; Rutherford, 2015; Van Oers, 2010) και προτείνει την ενσωμάτωσή του στον διδακτικό σχεδιασμό (Σκουμπουρδή, 2012) είτε ως άτυπο μαθησιακό πλαίσιο, για τις παιγνιώδεις μαθηματικές δραστηριότητες των μικρών παιδιών είτε ως πλαίσιο για την τυπική μάθηση στις μεγαλύτερες ηλικίες (Tubach, 2015).

Τα μικρά παιδιά έρχονται στο σχολείο έχοντας σημαντικές άτυπες γνώσεις μαθηματικών οι οποίες μπορούν να αναπτυχθούν και να τελειοποιηθούν μέσω του παιχνιδιού (Perry & Dockett, 2007). Είναι τεκμηριωμένο ότι η ένταξη του παιχνιδιού στον διδακτικό σχεδιασμό της μαθηματικής εκπαίδευσης των μικρών παιδιών διευκολύνει την ομαλή μετάβαση από την άτυπη στην τυπική μαθησιακή δραστηριότητα, χωρίς να αποβεί τραυματική για τα παιδιά (Anning, 1994). Σε αυτό συμβάλλει η φύση του παιχνιδιού μέσω της οποίας το παιδί είναι σε θέση να επεξεργαστεί αποτελεσματικά την αιτία και το αποτέλεσμα, καθώς και την επιτυχία και την αποτυχία. Το παιχνίδι θεωρείται ένας από τους αποτελεσματικότερους τρόπους για την ανάπτυξη της επιθυμίας των μαθητών για μάθηση, καθώς και για τη διδασκαλία των μαθηματικών μέσω της επίτευξης των μαθηματικών στόχων που έχουν τεθεί, με βάση τις δυνατότητες των παιδιών (Ascher, 2001; Barta & Schaelling, 1998; Ceglowski, 1997; Ernest, 1986; Marland, 1986; Smith, 2001; Williams, 1986), εφόσον πολλά στοιχεία του παιχνιδιού ενσωματώνουν μαθηματικά (Tapson, 1997) και ενισχύουν τη μαθησιακή διαδικασία (Bergen, 2009). Οι Kamii & DeClark (1995), έπειτα από πολυετή έρευνα για τα ομαδικά παιχνίδια σε παιδιά προσχολικής ηλικίας, υποστηρίζουν ότι τα παιχνίδια είναι επαρκή διδακτικά μέσα και μάλιστα πολύ καλύτερα από τα φύλλα εργασίας, για την εκμάθηση της αριθμητικής στις μικρές τάξεις του δημοτικού (Kamii & DeVries, 1980).

Όμως για να είναι εκπαιδευτικά χρήσιμο ένα (ομαδικό) παιχνίδι, σύμφωνα με τις Kamii και DeVries (1980:4) θα πρέπει: 1. να προτείνει κάτι ενδιαφέρον που να προκαλεί τα παιδιά να ασχοληθούν με αυτό, 2. να δίνει τη δυνατότητα στα παιδιά να κρίνουν την επιτυχία τους και 3. να επιτρέπει σε όλους τους παίκτες να συμμετέχουν ενεργά στη διάρκεια του παιχνιδιού. Επιπλέον, το παιχνίδι θα πρέπει να είναι κατάλληλο για την ηλικία των παιδιών. Για παράδειγμα, για τα μικρά παιδιά προτείνονται περισσότερο τα συνεργατικά παιχνίδια

που έχουν κοινό σκοπό γιατί είναι πιθανότερο να ενθαρρύνουν τη συζήτηση και την αιτιολόγηση από ότι τα παιχνίδια στα οποία οι συμμετέχοντες ανταγωνίζονται μεταξύ τους. Επιπλέον, για τα παιδιά 4-6 ετών συνιστώνται τα παιχνίδια τύχης ενώ για τα παιδιά 6-8 ετών τα παιχνίδια στρατηγικής (Olson, 2007).

Για τον Griffiths (1994) πέντε παράγοντες του παιχνιδιού που εξασφαλίζουν τη λειτουργία του ως δραστηριότητας κατάλληλης για την τάξη των μαθηματικών είναι: το πλαίσιο, ο σκοπός, ο χρόνος, ο έλεγχος και η διαδικασία του παιχνιδιού. Αναφέρει ότι το παιχνίδι παρέχει ένα πλαίσιο με ενδιαφέρον και νόημα για τους μαθητές, καθώς στηρίζει τις ανάγκες τους και την ενεργό μάθηση και τους βοηθάει να συνδέσουν τις συγκεκριμένες και τις αφηρημένες ιδέες, δίνοντάς τους τη δυνατότητα να παρουσιάσουν σύνθετες ικανότητες, δεξιότητες και στρατηγικές. Τα παιδιά όταν παίζουν, έχουν ξεκάθαρο σκοπό, ο οποίος είναι η διασκέδαση και έχουν τον χρόνο να επαναλάβουν πράγματα και να αποκτήσουν δεξιότητες σε ενέργειες και ιδέες χωρίς να αισθάνονται απαραίτητα ότι οι προηγούμενες προσπάθειές τους ήταν αποτυχημένες. Η συζήτηση με τους συνομήλικους για διάφορα θέματα που προκύπτουν και η αποσαφήνιση ιδεών γίνονται χωρίς την πίεση του χρόνου και της ύλης που απαιτεί τη γρήγορη εναλλαγή των μαθηματικών εννοιών. Τα παιδιά με το παιχνίδι αποκτούν τον έλεγχο της δραστηριότητας στην οποία εμπλέκονται. Παίρνουν πιο εύκολα αποφάσεις όταν παίζουν, παρά σε μια τυπική μαθησιακή κατάσταση, εφόσον στο παιχνίδι η έμφαση δίνεται στη διαδικασία και όχι στο γραπτό αποτέλεσμα. Επιπλέον, σύμφωνα με τον Helenius και τους συνεργάτες του (2014) για να μπορεί ένα παιχνίδι να θεωρηθεί μαθηματική δραστηριότητα θα πρέπει να καλύπτει (όλες ή) μερικές από τις παρακάτω συνιστώσες: 1. Οι συμμετέχοντες πρέπει να τηρούν τους υπονοούμενους και τους ρητούς κανόνες του παιχνιδιού. 2. Αν οι κανόνες αλλάξουν πρέπει να υπάρξει διαπραγμάτευση με τους συμμετέχοντες. 3. Η διαπραγμάτευση των κανόνων συμβάλλει στη διαμόρφωση των ορίων της παιγνιώδους κατάστασης και ως εκ τούτου στο ποιες πτυχές της πραγματικότητας μπορούν να ανασταλούν, ποιες μπορούν να μοντελοποιηθούν και με ποιους τρόπους.

Το παιχνίδι υποστηρίζεται ως βασική δραστηριότητα για την ανάπτυξη και τη μάθηση των μικρών παιδιών και (προτείνεται να ή ήδη) καταλαμβάνει σημαντική θέση στα Προγράμματα Σπουδών των Μαθηματικών, σε πολλές χώρες του κόσμου⁵. Όμως η έντονη τάση των τελευταίων χρόνων για τυποποίηση της διαδικασίας διδασκαλίας/μάθησης, από τις πρώτες κιόλας βαθμίδες της υποχρεωτικής εκπαίδευσης (νηπιαγωγείο) λειτουργεί εις βάρος του χώρου και του χρόνου που είναι διαθέσιμος για το παιχνίδι⁶, αλλά και εις βάρος της ποιότητάς του (Whitebread, 2012). Έρευνες δείχνουν, ότι ακόμα και στα νηπιαγωγεία, το παιχνίδι χρησιμοποιείται για την εκπλήρωση της ακαδημαϊκής εργασίας, επικεντρώνεται στην εξάσκηση ικανοτήτων και την επανάληψη γεγονότων, χωρίς να παρέχει στα παιδιά την ευκαιρία να εμπλακούν σε δραστηριότητες αφηρημένης σκέψης, επίλυσης προβλημάτων και συνεργασίας με τα άλλα παιδιά. Τα παραπάνω έχουν συνήθως ως αποτέλεσμα τα παιχνίδια που επιλέγονται για την τάξη να έχουν περισσότερα στοιχεία τυπικής μαθησιακής δραστηριότητας παρά στοιχεία παιχνιδιού (Van Der Aalsvoort, Prakke, Howard, König & Parkkinen, 2015).

Για τους παραπάνω λόγους, η ένταξη του παιχνιδιού στο Πρόγραμμα Σπουδών, συνήθως, ξεκινάει και σταματάει στο νηπιαγωγείο ή στις πρώτες τάξεις του δημοτικού σχολείου (Whitebread, 2012). Το Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών για το Νηπιαγωγείο (ΔΕΠΠΣ, 2003), αναφέρει στις βασικές αρχές του πως το παιχνίδι αυθόρμητο-ελεύθερο και οργανωμένο, αναγνωρίζεται ως ένα από τα πιο σημαντικά μαθησιακά πλαίσια μαζί με τις καταστάσεις από την καθημερινή ζωή, τα ευκαιριακά ή επίκαιρα περιστατικά, τις διερευνήσεις καθώς και τις οργανωμένες δραστηριότητες. Αντίστοιχα με το ΔΕΠΠΣ, στο

⁵ Της Ολλανδίας, της Ουαλίας, της Γερμανίας και της Φινλανδίας (Van Der Aalsvoort, Prakke, Howard, König & Parkkinen, 2015· Van Oers, 2010), της Τουρκίας (Sancar-Tokmak, 2015), της Σκανδιναβίας (Grindheim & Ødegaard, 2013), του Ηνωμένου Βασιλείου και της Ιρλανδίας (Whitebread & O'Sullivan, 2012), της γερμανόφωνης Ελβετίας (Stebler, Vogt, Wolf, Hauser & Rechsteiner, 2013), της Νορβηγίας (Flottorp, 2011), των ΗΠΑ (Park, Chae & Foulks-Boyd, 2008), της Αυστραλίας και της Νέας Ζηλανδίας (Booker, 2000) μεταξύ άλλων.

⁶ Υπήρχε και υπάρχει αντίθεση στις οπτικές που υιοθετούνται για το κατάλληλο είδος δραστηριοτήτων στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών. Σε κάποια εκπαιδευτικά περιβάλλοντα, οι μαθηματικές γνώσεις αποτελούν το επίκεντρο, ακόμα και από το νηπιαγωγείο (Flottorp, 2011) και άρα οι μαθησιακές δραστηριότητες πραγματοποιούνται μέσω τυπικής διδασκαλίας (Park, Chae & Foulks-Boyd, 2008). Σε άλλα εκπαιδευτικά περιβάλλοντα, οι ιδιαιτερότητες της παιδικής ηλικίας αποτελούν το επίκεντρο και άρα οι δραστηριότητες περικλείουν χαρακτηριστικά παιχνιδιού και ελεύθερης διερεύνησης. Ο Dewey (1966 στο 1980 Egan, 1988), σχολιάζοντας την αντίθεση αυτή, υποστήριξε ότι και η μία οπτική και η άλλη έχουν θετικά στοιχεία και καμία από τις δύο δεν επαρκεί από μόνη της για τη διαμόρφωση μιας ολοκληρωμένης προσέγγισης της εκπαίδευσης των παιδιών. Αντίθετα, απαιτούνται συνθέσεις των πιο παραγωγικών διαστάσεων και της μίας και της άλλης οπτικής για την υποστήριξη της μάθησης και της νοητικής ανάπτυξης των παιδιών.

Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου (ΠΣΝ, 2011) καταγράφεται ότι το παιχνίδι είναι απαραίτητο να αναδεικνύεται ως πυρήνας όλου του προγράμματος του νηπιαγωγείου και να χρησιμοποιείται ως μέσο για ανάπτυξη της έκφρασης των ιδεών και των συναισθημάτων των παιδιών. Τα παιδιά στο παιχνίδι εμπλέκονται κοινωνικά, συναισθηματικά και νοητικά με άλλα παιδιά και ενήλικες, με αντικείμενα και αναπαραστάσεις οικείες ή νέες, με καταστάσεις ρεαλιστικές και φανταστικές. Μέσα από το παιχνίδι μαθαίνουν, καθώς ανακαλύπτουν και ελέγχουν ιδέες, δημιουργούν, αυτοσχεδιάζουν, αναπαριστούν και επικοινωνούν (ΠΣΝ, 2011:26-27). Ακόμη, τα παιδιά μέσα στο κλίμα του παιχνιδιού μπορούν να διατυπώσουν ερωτήματα, να θέσουν και να λύσουν προβλήματα, να αναπτύξουν στρατηγικές, αλλά και να εφαρμόσουν δημιουργικά τις γνώσεις τους σε νέα περιεχόμενα και καταστάσεις (ΠΣΝ, 2011:29). Μέσω του παιχνιδιού, τα παιδιά εξοικειώνονται με τις αρχές της ηθικής, οι οποίες περιλαμβάνουν εμπιστοσύνη, σεβασμό και ευαισθησία, υπομονή και δίκαιο παιχνίδι, αλληλεπιδρούν και συνεργάζονται με συνομήλικους και ενήλικες θέτοντας και υλοποιώντας κοινούς στόχους (ΠΣΝ, 2011:29). Το παιχνίδι, κυρίως το ελεύθερο, χρησιμοποιείται και ως εργαλείο για τον εκπαιδευτικό, καθώς μπορεί να συλλέξει πολύτιμα δεδομένα για τα ενδιαφέροντα των παιδιών και τις προτιμήσεις τους, να διαπιστώσει γνώσεις και δεξιότητες που ήδη τα παιδιά έχουν κατακτήσει και στάσεις που έχουν υιοθετήσει. Ο εκπαιδευτικός λαμβάνοντας υπόψη του αυτά τα στοιχεία μπορεί να σχεδιάσει παιχνίδια και δραστηριότητες με γνώμονα τα ενδιαφέροντα των παιδιών (ΠΣΝ, 2011:29). Ωστόσο, παρόλο που υποστηρίζεται θεωρητικά η αξία του παιχνιδιού από τα Προγράμματα Σπουδών των Μαθηματικών διεθνώς, η εφαρμογή μίας αποτελεσματικής πρακτικής παιχνιδιού εμφανίζει προβλήματα στην πράξη (Whitebread & O'Sullivan, 2012) και για τον λόγο αυτόν προτείνεται οι εκπαιδευτικοί να υιοθετούν παιδαγωγικές μεθόδους που διευκολύνουν τη μάθηση μέσω παιχνιδιού (McInnes, Howard, Miles & Crowley, 2011).

Οι παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν την ένταξη του παιχνιδιού στην εκπαιδευτική διαδικασία και ειδικότερα στον διδακτικό σχεδιασμό της μαθηματικής εκπαίδευσης ποικίλουν. Ενδεικτικά μπορούμε να αναφέρουμε την αλλαγή της ρουτίνας της τάξης, τη δυνατότητα επίτευξης μάθησης και τον τρόπο υποστήριξης της όλης διαδικασίας του παιχνιδιού από τον εκπαιδευτικό, μεταξύ άλλων. Η αλλαγή που προκαλείται στη ρουτίνα της τάξης μπορεί να λειτουργήσει ανασταλτικά για την υιοθέτηση του παιχνιδιού ως πλαισίου για τη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών. Για παράδειγμα, ο θόρυβος, η φασαρία, η αναστάτωση και πολύ συχνά το χάος που προκαλείται κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού, έρχονται σε σύγκρουση με τις προγραμματισμένες καθημερινές ρουτίνες οι οποίες χωρίς το παιχνίδι εξελίσσονται ομαλά και ήσυχα και δεν καθυστερούν το σχεδιασμένο πρόγραμμα της ημέρας. Επίσης, λόγω του ότι στο παιχνίδι λαμβάνουν μέρος πολλά παιδιά ταυτόχρονα, αυτό μπορεί να αντιβαίνει τους στόχους της εκπαίδευσης των μικρών παιδιών, οι οποίοι είναι επικεντρωμένοι στο άτομο (Grindheim & Ødegaard, 2013). Επιπλέον, η απαίτηση για χρόνο, χώρο και υλικό, τρία στοιχεία κλειδιά για παιχνίδι υψηλής ποιότητας σύμφωνα με τους Driscoll και Nagel (2002) δεν ικανοποιείται πάντα εύκολα. Η αποτελεσματική εμπλοκή των παιδιών σε ένα παιχνίδι προϋποθέτει τη διάθεση του απαραίτητου χρόνου για αυτό. Αν ο χρόνος που δίνεται για παιχνίδι δεν είναι επαρκής, τότε είτε το παιχνίδι δεν θα ολοκληρωθεί, με ό,τι αυτό μπορεί να σημαίνει (μη επίτευξη του στόχου, δεν υπάρχει νικητής, αίσθημα μη ολοκλήρωσης κλπ.) είτε τα παιδιά, στο σύντομο αυτό χρονικό διάστημα που έχουν στη διάθεσή τους, θα ασχοληθούν με πολύ απλές μορφές παιχνιδιού. Από την άλλη, αν ο διαθέσιμος χρόνος για παιχνίδι είναι πολύ μεγάλος τότε τα παιδιά μπορεί να βαρεθούν ή να εξοντωθούν. Για να πραγματοποιηθεί εποικοδομητικά ένα παιχνίδι, ανάλογα με το είδος του, χρειάζεται και τον αντίστοιχο χώρο. Τραπέζια και καρέκλες για τα επιτραπέζια, ελεύθερος χώρος στο δάπεδο για τα επιδαπέδια, χώρος στην τάξη για τα παιχνίδια προσποίησης, αύλειος χώρος για τα κινητικά παιχνίδια κλπ. Τα υλικά, ως στοιχείο για τη διαχείριση παιχνιδιού υψηλής ποιότητας, ποικίλουν ανάλογα με το είδος του παιχνιδιού. Μπορεί να είναι το ίδιο το παιχνίδι-αντικείμενο στο «ελεύθερο» παιχνίδι των παιδιών, τα επιτραπέζια παιχνίδια, τα επιδαπέδια παιχνίδια, τα παιχνίδια κατασκευών κλπ., που τυχόν υπάρχουν στις θεματικές γωνιές⁷ του νηπιαγωγείου, αλλά μπορεί να είναι και άλλο υλικό επιλεγμένο από τον εκπαιδευτικό ή/και τα παιδιά για την οργάνωση του παιχνιδιού τους.

Η λειτουργική σχέση του παιχνιδιού με τις προς διδασκαλία έννοιες, καθώς και με τις ικανότητες και δεξιότητες που επιδιώκεται να αναπτυχθούν είναι από τους σημαντικούς παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν την ένταξη του παιχνιδιού στην τάξη των μαθηματικών και εξασφαλίζεται με συγκεκριμένες προϋποθέσεις, εφόσον το παιχνίδι δεν εγγυάται την αυτόματη μάθηση των μαθηματικών (Bragg, 2012). Η μάθηση δεν

⁷ Επιμέρους λειτουργικοί χώροι, κατάλληλα οργανωμένοι ώστε να καλύπτουν όλες τις ανάγκες των παιδιών για παιχνίδι. Για παράδειγμα, για κινητικό παιχνίδι (γωνιά οικοδομικού υλικού), για συμβολικό παιχνίδι (γωνιά ιατρείου, κουκλόσπιτο), για δημιουργικό παιχνίδι (γωνιά εικαστικών) κλπ.

επιτυγχάνεται απλά και μόνο με τη χρήση του παιχνιδιού στη διδασκαλία των μαθηματικών, εφόσον δεν συμπεριλαμβάνεται στα βασικά χαρακτηριστικά του παιχνιδιού ούτε τα παιδιά παίζουν για να μάθουν. Η μάθηση αναπτύσσεται με άλλες δραστηριότητες εκτός παιχνιδιού, αλλά γίνεται πιο αποτελεσματική μέσω δραστηριοτήτων παιχνιδιού (Howard, 2010).

Συχνά όμως τα παιδιά δεν γνωρίζουν πώς να παίζουν ή παίζουν χωρίς να αποκτούν μαθηματική γνώση. Για τη συμμετοχή σε παιχνίδια με άλλους απαιτείται μία σειρά από ικανότητες, όπως η ικανότητα συνεργασίας για να υπάρξει παιχνίδι, η ικανότητα να ακούμε και να ανταποκρινόμαστε στους άλλους, η ικανότητα να διεγείρουμε και να διατηρούμε το ενδιαφέρον των άλλων, καθώς και η ικανότητα να τελειώνουμε ένα παιχνίδι που έχουμε αρχίσει (Kangas, Määttä & Uusiautti, 2012). Οι ικανότητες αυτές καθώς και οι ιδιαιτερότητες του παιχνιδιού συχνά πρέπει να διδαχθούν. Έτσι η μάθηση αυτού του είδους, δημιουργεί εμπειρίες οι οποίες μπορεί να μεταφερθούν και σε άλλα παρόμοια παιχνίδια. Υπάρχουν όμως και περιπτώσεις όπου τα παιδιά ενώ γνωρίζουν πώς να παίζουν ένα παιχνίδι δεν αποκτούν ουσιαστικά μαθηματικές εμπειρίες και δεν κερδίζουν μαθηματική γνώση, εφόσον ως παίκτες μιας ομάδας μπορεί να βοηθούνται από τους συμπαίκτες τους οι οποίοι ως πιο έμπειροι παίκτες τούς προχωρούν τα πόνια ή τούς λένε πού να τα μετακινήσουν (Griffiths, 1994). Πολλές φορές απαντάνε και ερωτήματα αντί αυτών (Σκουμπουρδή, 2010), προκειμένου να μην καθυστερεί η διαδικασία του παιχνιδιού.

Άλλος παράγοντας που επηρεάζει τη μάθηση μέσω παιχνιδιού είναι η ένταξη στη διδασκαλία ακατάλληλων παιχνιδιών, γιατί μπορεί να δημιουργήσει άγχος και φοβία στα παιδιά για το μάθημα των μαθηματικών. Είναι πιο δύσκολο να χειριστεί ο μαθητής (μόνος του) το γεγονός ότι δεν μπορεί να κατανοήσει ένα θέμα ή ένα υλικό, που προσδιορίζεται εκ των προτέρων ως βοηθητικό για την κατανόηση μιας μαθηματικής έννοιας, από το να μην μπορεί να κατανοήσει την έννοια καθαυτή. Αντίστοιχα και μία διδασκαλία που χρησιμοποιεί πολύ εύκολα παιχνίδια μπορεί να χαρακτηριστεί ως ανεπαρκής αφού δεν θα δημιουργεί κανένα κίνητρο στους μαθητές για συμμετοχή ή δεν θα διατηρεί το ενδιαφέρον τους. Επιπλέον, παιχνίδια στα οποία η ταχύτητα καθορίζει την επιτυχία δημιουργούν την εντύπωση στα παιδιά ότι καλός στα μαθηματικά είναι εκείνος που δίνει γρήγορες απαντήσεις και όχι εκείνος που αποτιμά τη διαδικασία της σκέψης. Έτσι, αποτρέπουν τα παιδιά να ξανά-ασχοληθούν με αυτά, για τον λόγο του ότι βασίζονται στην απομνημόνευση και ενώ κάποιοι μαθητές υπολογίζουν πολύ γρήγορα, κάποιοι άλλοι χρειάζονται περισσότερο χρόνο (Rutherford, 2015). Τα παιδιά σε αυτές τις περιπτώσεις μπορεί να θεωρήσουν ότι δεν είναι αρκετά γρήγορα να κάνουν έναν συλλογισμό, να βρουν μία λύση κλπ. και έτσι να αρχίσουν να αντιπαθούν τα μαθηματικά.

Τα παραπάνω μπορούν να εξασφαλιστούν μέσω του σχεδιασμένου τρόπου ένταξης του παιχνιδιού στην εκπαιδευτική διαδικασία. Με δεδομένο ότι το παιχνίδι από μόνο του δεν συνιστά αναγκαία και ικανή συνθήκη για την ανάπτυξη γνωστικών διεργασιών (Meadows & Cashdan, 1998) και ότι τα παιδιά ειδικά στα παιχνίδια προσποίησης συμμετέχουν μεν οικειοθελώς και ενεργά, αλλά, συνήθως, δεν αναπτύσσουν αυθόρμητα μαθηματική συζήτηση, σύνθετες στρατηγικές, δημιουργικότητα και κριτική σκέψη, η αυτονομία του παιχνιδιού και του παιδιού μπορεί να συνδυαστεί λειτουργικά με τη διδακτική πρακτική του εκπαιδευτικού και με την παιδαγωγική⁸ που υιοθετεί για το παιχνίδι.

Όταν επιλέγεται ένα παιχνίδι για την τάξη, θα πρέπει πρώτα να το έχει παίξει ο εκπαιδευτικός, αφενός για να εξοικειωθεί με τους κανόνες και τις ιδιαιτερότητές του και αφετέρου για να εντοπίσει τις μαθηματικές ιδέες που ενσωματώνει καθώς και το πώς αυτές μπορεί να αναδυθούν από το παιχνίδι (Olson, 2007). Η Olson αναφέρει τρεις συνθήκες που παρέχουν στον εκπαιδευτικό ένα πλαίσιο μελέτης της δυναμικής του παιχνιδιού για την εξερεύνηση μαθηματικών ιδεών και τη δημιουργία μαθηματικής συζήτησης: τον σχεδιασμό, την υπομονή και την παρακολούθηση. Η πρώτη συνθήκη αφορά στον σχεδιασμό του πώς θα εισαχθεί το παιχνίδι στην τάξη, πόσος χρόνος θα διατεθεί και πώς θα χωριστούν τα παιδιά σε ομάδες. Η εισαγωγή του παιχνιδιού σε μία τάξη μπορεί να γίνει με πολλούς τρόπους. Μπορεί να εξηγείται το παιχνίδι από τον εκπαιδευτικό και ταυτόχρονα να παίζει ο εκπαιδευτικός με ένα παιδί ή ο εκπαιδευτικός με όλη την τάξη ή δύο παιδιά μεταξύ τους επιδεικνύοντας τον τρόπο που παίζεται το παιχνίδι. Ο χρόνος που θα διατεθεί για ένα παιχνίδι που παίζεται πρώτη φορά στην τάξη θα είναι μεγαλύτερος από εκείνον που θα διατεθεί αν τα παιδιά είναι εξοικειωμένα με το παιχνίδι. Ο χωρισμός των παιδιών σε ομάδες ή σε ζευγάρια πρέπει να γίνεται με συγκεκριμένο τρόπο για να είναι εποικοδομητικός. Παιδιά τα οποία χρησιμοποιούν απλές στρατηγικές

⁸ Ο όρος παιδαγωγική παιχνιδιού περιλαμβάνει τους τρόπους με τους οποίους οι εκπαιδευτικοί προβλέπουν τη συνεισφορά του παιχνιδιού και των παιγνιδιών προσεγγίσεων στη διδασκαλία και τη μάθηση, το πώς σχεδιάζουν τα παιγνιώδη περιβάλλοντα και τι παιδαγωγικές αποφάσεις, τεχνικές και στρατηγικές χρησιμοποιούν για να υποστηρίξουν ή να ενισχύσουν τη μάθηση και τη διδασκαλία μέσω του παιχνιδιού (Whitebread & O'Sullivan, 2012).

ωφελούνται περισσότερο αν μπουν σε ομάδα με παιδιά αντίστοιχων ικανοτήτων ή με παιδιά τα οποία χρησιμοποιούν κάπως πιο ώριμες στρατηγικές. Αυτά τα παιδιά μπορούν να συνδυαστούν και με μαθητές οι οποίοι χρησιμοποιούν πολύ εκλεπτυσμένες στρατηγικές με υψηλό επίπεδο αφαιρετικής σκέψης. Όμως οι μαθητές οι οποίοι χρησιμοποιούν απλές στρατηγικές δεν μπορούν να μπουν στην ίδια ομάδα με τους μαθητές με ανεπτυγμένο επίπεδο αφαίρεσης γιατί δεν θα μπορούν να κατανοήσουν τις στρατηγικές τους και να επικοινωνήσουν. Η δεύτερη συνθήκη αφορά στην υπομονή που πρέπει να επιδεικνύεται, ώστε να δίνεται η δυνατότητα ανάπτυξης σύνθετων στρατηγικών, μαθηματικών ιδεών και διαδικασιών. Η τρίτη συνθήκη αφορά στην παρακολούθηση του παιχνιδιού των παιδιών από τον εκπαιδευτικό, ώστε να δημιουργηθούν ερωτήματα και να προκληθεί συζήτηση.

Η παρακολούθηση του παιχνιδιού των παιδιών αντιστοιχεί στον έναν από τους δύο κύριους τρόπος προσέγγισης του παιχνιδιού για τη μάθηση των μικρών παιδιών, όπως καταγράφονται στη βιβλιογραφία (Johnson, Christie & Yawkey, 1999; Pramling-Samuelsson & Johansson, 2006). Για την παρακολούθηση του ελεύθερου παιχνιδιού των παιδιών από τον εκπαιδευτικό με σκοπό την απόσπαση στοιχείων για γνώσεις, ικανότητες και δεξιότητες των παιδιών, σχετιζόμενων με τους στόχους του Προγράμματος Σπουδών, οι ερευνητές έχουν καταγράψει τρία μοντέλα διαχείρισης του παιχνιδιού από τον εκπαιδευτικό: το μοντέλο της αντιπαράθεσης, το μοντέλο της ενσωμάτωσης και το μοντέλο του διαχωρισμού. Στο μοντέλο της αντιπαράθεσης, ο εκπαιδευτικός παρακολουθεί τα παιδιά κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού, καταγράφει τα κύρια σημεία του παιχνιδιού που μπορεί να χρησιμοποιήσει και με βάση αυτά σχεδιάζει και πραγματοποιεί τις μαθησιακές δραστηριότητες ώστε να διδάξει έννοιες και δεξιότητες του Προγράμματος Σπουδών. Στο μοντέλο της ενσωμάτωσης, ο εκπαιδευτικός εκμεταλλεύεται τις κατάλληλες στιγμές κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού των παιδιών για να διδάξει. Τέλος, στο μοντέλο του διαχωρισμού, ο εκπαιδευτικός εμπλέκεται στο παιχνίδι των παιδιών χωρίς να προσπαθεί να διδάξει.

Ο δεύτερος κύριος τρόπος προσέγγισης του παιχνιδιού για τη μάθηση των μικρών παιδιών (Johnson, Christie & Yawkey, 1999; Pramling-Samuelsson & Johansson, 2006) είναι η διδασκαλία των εννοιών του Προγράμματος Σπουδών μέσω παιχνιδιού. Στην περίπτωση αυτή ο εκπαιδευτικός δομεί με τέτοιο τρόπο το παιχνίδι ώστε να διδάξει το περιεχόμενο του Προγράμματος Σπουδών. Η μέθοδος αυτή έχει δύο λειτουργίες την αρχική μάθηση, καθώς και την πρακτική και την ενοποίηση. Στην αρχική μάθηση χρησιμοποιούνται παιγνιώδεις δραστηριότητες και ο εκπαιδευτικός αξιολογεί αν επιτεύχθηκε ο στόχος. Στην πρακτική και την ενοποίηση, πραγματοποιείται απευθείας διδασκαλία και στη συνέχεια χρησιμοποιούνται παιγνιώδεις δραστηριότητες ώστε να προσφέρουν στα παιδιά ένα περιβάλλον για να ασκήσουν τις επιδιωκόμενες δεξιότητες και να τις ενοποιήσουν τόσο μεταξύ τους όσο και με προηγούμενες.

Το παιχνίδι λόγω της πολύπλοκης φύσης του είναι πιθανότερο να αναπτυχθεί πιο αποτελεσματικά όταν οι ενήλικοι αναλάβουν ενεργό ρόλο (Perry & Dockett, 2007). Οι ρόλοι των εκπαιδευτικών όταν εμπλέκονται στο παιχνίδι των παιδιών ποικίλουν: παρατηρητής, οπαδός, διευκολυντής, διερμηνέας, υποστηρικτής, ηγέτης, διακόπτης, διαχειριστής της ασφάλειας και των συγκρούσεων, πολύ-ανταποκριτής, αλλά και πολυπράγμων υιοθετώντας πολλούς ρόλους (Jung, 2013). Ομαδοποιώντας τους ποικίλους ρόλους με βάση τη διαφορετική λειτουργία τους διαχωρίζονται τρεις κύριοι ρόλοι: 1. Οργανωτής, παρατηρητής, αξιολογητής: ο εκπαιδευτικός αναλαμβάνει την οργάνωση του παιχνιδιού, παρατηρεί και αξιολογεί την κατανόηση των παιδιών. 2. Παρακινητής, υποστηρικτής, καθοδηγητής: ο εκπαιδευτικός παρακινεί τα παιδιά δημιουργώντας κίνητρα συμμετοχής, καθώς υποστηρίζει και καθοδηγεί το παιχνίδι. 3. Συμπαίκτης: ο εκπαιδευτικός συμμετέχει στη διαδικασία του παιχνιδιού, σε ισότιμο με τα παιδιά ρόλο.

Σε καθέναν από τους παραπάνω ρόλους η παρέμβαση του εκπαιδευτικού πρέπει να διαμορφώνεται ανάλογα με την περίπτωση και μπορεί να είναι ή όχι επικοδομητική. Αν, για παράδειγμα, κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού αναπτύσσεται η κοινωνική αλληλεπίδραση και ο μαθηματικός συλλογισμός, τότε ο εκπαιδευτικός δεν επεμβαίνει, απλά παρατηρεί και αφήνει τα παιδιά να παίξουν μόνα τους (Sarama & Clements, 2009b). Ίσως κάποια άλλη στιγμή να συζητήσει αυτά που παρατήρησε με τα παιδιά όλης της τάξης. Από την άλλη, αν ο εκπαιδευτικός παρατηρήσει ότι ο μαθηματικός συλλογισμός βρίσκεται σε αδιέξοδο, τότε μπορεί να προκαλέσει συζήτηση για την αποσαφήνιση θεμάτων και ιδεών. Ο εκπαιδευτικός σημειώνει τις δράσεις των παιδιών κατά τη διαδικασία του παιχνιδιού και σχεδιάζει τη μαθηματική συζήτηση ξεκινώντας από τις απλές στρατηγικές και προχωρώντας στις πιο σύνθετες. Στοχεύει στο να αναγνωριστούν οι στρατηγικές που χρησιμοποιήθηκαν από τα παιδιά της κάθε ομάδας, οι οποίες μπορεί να περιγραφούν από διαφορετικό παιδί και όχι από εκείνο που τις χρησιμοποίησε, στο να αναδειχθούν οι ομοιότητες και οι διαφορές των στρατηγικών, αλλά και στο να ακούσει προτάσεις για εναλλακτικές στρατηγικές. Μπορεί να θέτει ερωτήματα, να προτρέπει τα παιδιά να περιγράψουν τον συλλογισμό τους και να τοποθετηθούν ως προς τον συλλογισμό των συμμαθητών τους. Οι ερωτήσεις που θέτουν συνήθως οι εκπαιδευτικοί είναι τριών τύπων

(Driscoll, 1999): διαχείρισης, διευκρίνισης και προσανατολισμού. Οι ερωτήσεις διαχείρισης βοηθάνε τους μαθητές να εστιάσουν στο πρόβλημα και να αρχίσουν να το διερευνούν σχεδιάζοντας τις δράσεις τους. Οι ερωτήσεις διευκρίνισης βοηθάνε τους μαθητές να ερμηνεύσουν το πρόβλημα και να επιλέξουν στρατηγική για τη σωστή λύση του. Τέλος, οι ερωτήσεις προσανατολισμού κρατάνε τον συλλογισμό των παιδιών επικεντρωμένο στο πρόβλημα και τα παρακινούν προς τη σωστή απάντηση. Ο Driscoll (1999) προτείνει την επέκταση του ρεπερτορίου των ερωτήσεων με τη συμπερίληψη ερωτήσεων οι οποίες προκαλούν τη σκέψη και τον αλγεβρικό συλλογισμό.

Αποτελεί διδακτική πρόκληση για τον εκπαιδευτικό η παρέμβασή του να βοηθάει στην ανάπτυξη της σκέψης των παιδιών χωρίς να διακόπτει τη διαδικασία του παιχνιδιού. Η αποτελεσματική συμμετοχή του εκπαιδευτικού στα παιχνίδια απαιτεί μεγάλη αυτοσυγκράτηση, καθώς υπάρχει το ενδεχόμενο ο εκπαιδευτικός με αφορμή το παιχνίδι να κάνει μάθημα και το παιδί να αντιδρά στις ιδέες του εκπαιδευτικού (Kamii & DeClark, 1995:197,199). Οι παρεμβάσεις και αλληλεπιδράσεις των εκπαιδευτικών με τα παιδιά, στο πλαίσιο του παιχνιδιού, προτείνεται, αφενός να βασίζονται σε ό,τι συμβαίνει μέσα στο παιχνίδι και αφετέρου να σέβονται τη ροή και το πνεύμα του παιχνιδιού. Η παρατήρηση, κάθε λεπτού, του παιχνιδιού των παιδιών, από την πλευρά των εκπαιδευτικών, υποστηρίζει τη μετατροπή ή την αλλαγή της παιδαγωγικής τους (Trawick-Smith, 1998). Ιδανικά, η παιδαγωγική εμπλοκή η οποία προτρέπει την μετα-επικοινωνία των παιδιών σε ένα παιχνίδι περιλαμβάνει στρατηγικές εκτός πλαισίου (όπως για παράδειγμα συζήτηση για τους ρόλους, πρόκληση διαπραγματεύσεων ή διαφωνιών), εντός πλαισίου, καθώς και υπονοούμενες και ρητές στρατηγικές. Απαραίτητη προϋπόθεση για αυτό είναι οι εκπαιδευτικοί να έχουν γνώσεις τόσο για το παιχνίδι όσο και για την ανάπτυξη του παιδιού και να χρησιμοποιούν αυτήν τη γνώση τους, με τρόπο αποδεκτό από τα παιδιά (Van Der Aalsvoort, Prakke, Howard, König & Parkkinen, 2015). Επιπλέον, έχει επισημανθεί ότι η παιγνιώδης διάθεση των εκπαιδευτικών μεταφέρεται και υιοθετείται και από τα παιδιά, εφόσον στέλνει σήματα στους καθρεπτικούς νευρώνες των παιδιών (Rushton, 2011) και μέσω αυτής επιτυγχάνεται και η ανάπτυξη της περιέργειας, της δημιουργικότητας, της φροντίδας, της ευθύνης και της πρωτοβουλίας (Perry & Dockett, 2007). Οι εκπαιδευτικοί, μέσα από μελετημένη παρέμβαση, είναι υπεύθυνοι να ξεδιπλώσουν το μαθηματικό δυναμικό του παιχνιδιού για να βοηθήσουν τη μάθηση και την ανάπτυξη των παιδιών (Balfanz, Ginsburg & Greenes, 2003; Edwards, Gandini & Forman, 1998; Schuler, 2011). Η τοποθέτηση αυτή συμφωνεί με την προσέγγιση του Vygotsky ο οποίος αναδεικνύει τη σημασία του ρόλου του ενήλικα στο παιχνίδι των παιδιών, προκειμένου να θεωρείται η κυρίαρχη δραστηριότητα για τη μάθηση και την ανάπτυξη των μικρών παιδιών, σε αντίθεση με το έργο του Piaget το οποίο εστιάζει στο τι μπορούν να ανακαλύψουν τα παιδιά, βασισμένα μόνο στις δυνατότητές τους (Smith, 2001).

Απαραίτητη προϋπόθεση για την εποικοδομητική παρέμβαση στο παιχνίδι των παιδιών είναι να μπορεί να αντιληφθεί ο εκπαιδευτικός τον μαθηματικό συλλογισμό των μαθητών του και να μεταφράσει τις αυθόρμητες δράσεις τους ως να έχουν μαθηματική σημασία (Van Oers, 2010). Για παράδειγμα, όταν τα παιδιά παίζουν ένα παιχνίδι και αναγνωρίζουν ότι δεν μπορούν να κερδίσουν στην επόμενη κίνηση γιατί χρειάζονται επτά και ο μεγαλύτερος αριθμός που μπορούν να φέρουν με το ζάρι είναι έξι έχουν αναπαραστήσει μέρος της διαδικασίας του παιχνιδιού με αριθμούς και έχουν χρησιμοποιήσει μαθηματικό συλλογισμό. Ένα τα παιδιά τα οποία αναγνωρίζουν ότι μπορούν να καλύψουν το πάτωμα με κανονικά εξάγωνα λόγω του ότι οι γωνίες ταιριάζουν μεταξύ τους έχουν μοντελοποιήσει μέρος της καθημερινότητάς τους με τη γεωμετρία (Sarama & Clements, 2009b). Η μαθηματική σημασία των δράσεων αυτών θα γίνει αντιληπτή ως τέτοια από τα παιδιά μόνο αν αναδειχθεί από τον εκπαιδευτικό.

Ο εκπαιδευτικός, όμως, μπορεί να λειτουργεί και εις βάρος του παιχνιδιού, όταν, για παράδειγμα, ασκεί μεγάλο βαθμό ελέγχου και παρέχει μεγάλο μέρος της δομής του παιχνιδιού ή όταν ξοδεύει περισσότερο χρόνο με τα αγόρια από ότι με τα κορίτσια, όπως έχει παρατηρηθεί ιδιαίτερα στα παιχνίδια κατασκευών (Ebbek, 1984). Η μη κατανόηση του παιχνιδιού σε συνδυασμό με τη δυσπιστία στις πρωτοβουλίες των παιδιών, καθώς και την απροθυμία να δοθούν επιλογές και έλεγχος στα παιδιά έχει ως αποτέλεσμα την υπερβολική εξάρτηση από δραστηριότητες στις οποίες ο εκπαιδευτικός έχει τον ηγετικό ρόλο (McInnes, Howard, Miles & Crowley, 2011). Έχει φανεί ότι ακόμα και στις περιπτώσεις στις οποίες οι εκπαιδευτικοί δεν αλληλεπιδρούν ή αλληλεπιδρούν ως συμπαίκτες, δηλαδή ασχολούνται με το παιχνίδι μόνο την ώρα που πραγματοποιείται απλά για να ολοκληρωθεί, εξακολουθούν να ελέγχουν το παιχνίδι, καθώς και τα μελλοντικά του οφέλη. Αυτό συμβαίνει γιατί το παιχνίδι φαίνεται να ρυθμίζεται από τις στοχευμένες και άρρητες προσδοκίες τους (Grindheim & Ødegaard, 2013).

Το αν οι εκπαιδευτικοί θα εντάξουν το παιχνίδι στον διδακτικό τους σχεδιασμό και ο τρόπος που θα το διαχειριστούν είναι δύο θέματα τα οποία επηρεάζονται κυρίως από τη θεωρία μάθησης που υιοθετούν και από τον τρόπο που αντιλαμβάνονται τη διδασκαλία. Εκπαιδευτικοί που υιοθετούν την παραδοσιακή μέθοδο

διδασκαλίας και συγκεκριμένα το [μοντέλο μεταφοράς της γνώσης](#), θεωρούν ότι έχουν εκείνοι την αποκλειστική ευθύνη της μάθησης και πιθανόν δεν επιλέγουν το παιχνίδι στη διδασκαλία τους γιατί δεν έχουν τον απόλυτο έλεγχο της τάξης και της διαδικασίας μάθησης. Όμως, ακόμα και αν επιλέξουν το παιχνίδι είναι πιθανότερο να επιδιώξουν να έχουν τον απόλυτο (ή τον μεγαλύτερο βαθμό από τον) έλεγχο της διαχείρισής του, προκειμένου να μεταδώσουν τη γνώση με τέτοιο τρόπο ώστε να μπορούν να τη μιμηθούν οι μαθητές τους. Η υιοθέτηση του [κονστрукτιβιστικού μοντέλου](#) είναι πιθανότερο να οδηγήσει σε επιλογή παιγνιωδών δραστηριοτήτων κατά τις οποίες επιτρέπεται στα παιδιά να κάνουν τις δικές τους ανακαλύψεις με τη βοήθεια του εκπαιδευτικού. Στην προσέγγιση αυτή δίνεται η ευκαιρία να αναπτυχθεί μαθηματική συζήτηση μεταξύ των παιδιών, αλλά και με τον εκπαιδευτικό τους και τα παιδιά δρουν ως σκεπτόμενοι συμμετέχοντες. Η διαδικασία [μάθησης με από κοινού ευθύνη](#), παρέχει τον μεγαλύτερο βαθμό ελευθερίας στα παιδιά, τα οποία αφήνονται ελεύθερα να δράσουν/παίζουν και να συνεργαστούν, ως υπεύθυνα άτομα, μεταξύ τους και με τον εκπαιδευτικό μπαίνοντας στη διαδικασία της από κοινού μάθησης. Για παράδειγμα, στα παιχνίδια τα οποία επιτρέπουν μεγάλο βαθμό ελευθέρης δράσης, τα παιδιά μπορούν από μόνα τους να δημιουργήσουν τρόπους διερεύνησης και διεξαγωγής του παιχνιδιού και να το πραγματοποιήσουν από την αρχή μέχρι το τέλος χωρίς την παρέμβαση των εκπαιδευτικών (Brostrom, 2001).

Για να συμβάλει το παιχνίδι στη μάθηση και την ανάπτυξη των παιδιών, θα πρέπει η διαχείρισή του να λάβει υπόψη τις σύγχρονες προσεγγίσεις της διδακτικής των μαθηματικών στις οποίες έχει αλλάξει ο ρόλος των μαθητών, των εκπαιδευτικών, καθώς και των μέσων που διαμεσολαβούν στη διδασκαλία (Σκουμπουρδή, 2012). Οι μαθητές από παθητικοί δέκτες της γνώσης γίνονται συν-κατασκευαστές, συν-ερευνητές και συν-επαληθευτές της (Lau, Singh & Hwa, 2009) αναλαμβάνοντας μεγαλύτερη ευθύνη των ενεργειών τους. Εμπλέκονται ενεργά σε συζητήσεις για να αναλύσουν τη δραστηριότητα που πραγματοποιούν, για να προτείνουν ιδέες, για να παρουσιάσουν και να αιτιολογήσουν τον συλλογισμό τους, για να υποστηρίξουν ή για να απορρίψουν τις ιδέες των συμμαθητών τους, για να παρουσιάσουν τη λύση τους σε ένα πρόβλημα, για να κάνουν υποθέσεις και γενικεύσεις. Τα παιδιά συμμετέχουν δημιουργικά στη διαδικασία διδασκαλίας/μάθησης των μαθηματικών παράγοντας νέες ιδέες, δίνοντας νόημα στα σύμβολα, τα υλικά και τα μέσα, στις πράξεις και τις διαδικασίες, κατανοώντας τα μαθηματικά προβλήματα, χωρίζοντάς τα σε επιμέρους προβλήματα, καταstrώνοντας σχέδια και επινοώντας τρόπους να τα λύσουν, βρίσκοντας παράλληλα τρόπο να ελέγξουν τη λογική της λύσης τους (Haylock, 1987). Οι εκπαιδευτικοί από μοναδική πηγή μαθηματικής γνώσης, όπου επικεντρώνονταν στην εξάσκηση των μαθηματικών πράξεων και διαδικασιών, γίνονται υποστηρικτές των μαθηματικών κατασκευών των παιδιών (Lau, Singh & Hwa, 2009). Τα διευκολύνουν να οικοδομούν νοητικά σχήματα, να αναπτύσσουν τις νέες μαθηματικές έννοιες, στηριζόμενα στην προηγούμενη γνώση, να δημιουργούν συσχετισμούς και να αλληλεπιδρούν. Ο ρόλος τους περιλαμβάνει τη δημιουργία της ανάγκης στα παιδιά να επικοινωνούν τις δράσεις τους, και τις αναπαραστάσεις τους, να συζητούν τις μαθηματικές τους ιδέες, να μοιράζονται τις σκέψεις τους, να συνεργάζονται (Shriki, 2010). Η πρόκληση για τους εκπαιδευτικούς δεν είναι να βοηθούν τα παιδιά να βρουν τη μία και μοναδική λύση, αλλά να υποστηρίξουν τη διαφορετικότητα των προσεγγίσεών τους. Με την αναζήτηση πολλαπλών λύσεων και εναλλακτικών τρόπων αντιμετώπισης μιας κατάστασης, τον εντοπισμό σχέσεων και κοινών χαρακτηριστικών σε διάφορες περιπτώσεις, καθώς και τον αναστοχασμό και την τεκμηρίωση σκέψεων και δράσεων, μπορεί να επιτευχθεί η καλλιέργεια και η ανάπτυξη ενός δημιουργικού και ταυτόχρονα κριτικού τρόπου σκέψης, ο οποίος αξιοποιεί στοιχεία των μαθηματικών. Αντίστοιχα, η διαχείριση των παιχνιδιών σε μία τάξη μαθηματικών, πρέπει να γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε να αναδεικνύονται και να ενισχύονται οι παραπάνω ρόλοι.

Η στοχευμένη παρατήρηση του παιχνιδιού των παιδιών από εκπαιδευτικούς που έχουν γνώσεις τόσο για το παιχνίδι στη μαθηματική εκπαίδευση όσο και για την ανάπτυξη των παιδιών μπορεί να αποτελέσει τη βάση για τη σύνδεση του παιχνιδιού με τη μάθηση, αλλά και για τον σχεδιασμό και την ανάπτυξη παιγνιωδών ή άλλων μαθησιακών δραστηριοτήτων. Η αναγνώριση και η ανάλυση των δράσεων και αλληλεπιδράσεων των παιδιών κατά τη διάρκεια των παιχνιδιών επιτρέπει τη διερεύνηση του δυναμικού των παιχνιδιών για τη μάθηση των μαθηματικών. Επιπλέον, ο συνδυασμός ενός παιχνιδιού, με τον διάλογο, την τυπική διδασκαλία, καθώς και με ποικίλες μη παιγνιώδεις δραστηριότητες ενδεχομένως να έχει θετική επίδραση στη μαθηματική κατανόηση (Bragg, 2012). Ο τρόπος προσέγγισης του παιχνιδιού και παρέμβασης από τον εκπαιδευτικό κατά τη διάρκειά του, είναι συνιστώσες που επηρεάζουν την εξέλιξη του παιχνιδιού των παιδιών, όπως έχει φανεί από έρευνες με την ποιότητα των παρεμβάσεων, τον βαθμό ελέγχου και τη χρονική στιγμή να είναι οι κύριοι παράγοντες επιρροής της διαδικασίας του παιχνιδιού (Skoumpourdi, 2011) (δες κεφάλαιο [B.2](#)).

Η σχεδιασμένη επιλογή και διαχείριση παιχνιδιού για την προσέγγιση των μαθηματικών, η οποία λαμβάνει υπόψη την ηλικία, τις ικανότητες, τις γνώσεις και τις δεξιότητες των παιδιών, καθώς και τα

ενδιαφέροντά τους, μπορεί να επιτρέψει την παρακολούθηση της αλληλεπίδρασης του παιδιού με αυτό στην πορεία του προς τη μάθηση και της εξέλιξης της σκέψης του. Επίσης, να δώσει τις απαραίτητες πληροφορίες για τον προσδιορισμό των εννοιών στην κατανόηση των οποίων βοηθάει, έτσι ώστε να μπορεί να γίνει βελτιωτική παρέμβαση στον σχεδιασμό, στην ανάλυση και στη διαχείρισή του, ανάλογα με την έννοια που προσεγγίζεται κάθε φορά, καθώς και με τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά (κοινωνικοπολιτισμικά χαρακτηριστικά, φύλο, ηλικία, επίδοση κλπ.) των μαθητών. Δεν είναι δυνατόν να προβλεφθεί πώς ακριβώς θα αναπτυχθεί η μαθηματική σκέψη των παιδιών μέσω του παιχνιδιού, αλλά είναι απαραίτητο να προσφέρονται πολλές ευκαιρίες στα παιδιά για παιχνίδι οι οποίες θα τα παρακινήσουν να σκεφτούν σύνθετα (Kamii & Kato, 2005), αφήνοντας να αναδυθούν, μέσα από το παιχνίδι, οι μαθηματικές τους ιδέες καθώς θα παρατηρούν νέα μοτίβα, σχέσεις και στρατηγικές (Rutherford, 2015). Βέβαια, ο κρίσιμος παράγοντας δεν είναι τι καθιστά δυνατό το περιβάλλον, αλλά τι κάνει το παιδί μέσα σε αυτό (Ginsburg, Lee & Stevenson Boyd, 2008). Το παιχνίδι δεν έχει αξία μόνο όταν αποφέρει ορατά και σαφή μαθησιακά αποτελέσματα ή μόνο όταν είναι δομημένο και οργανωμένο από τους εκπαιδευτικούς. Τόσο οι δραστηριότητες ενός παιχνιδιού που οργανώνονται από τους εκπαιδευτικούς όσο και αυτές που οργανώνονται από τα παιδιά, δύνανται να παρακινήσουν ιδέες και ενδιαφέροντα που μπορούν να εξελίσσονται και να προεκτείνονται.

Ενδεικτικές ερωτήσεις και θέματα για περαιτέρω διερεύνηση και προβληματισμό (αναζήτηση πηγών για διεύρυνση της μελέτης):

- Εντοπίστε πηγές δυσκολίας στη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών.
- Ποια είναι τα χαρακτηριστικά της κριτικής μαθηματικής εκπαίδευσης;
- Ποια είναι τα χαρακτηριστικά της δημιουργικής μαθηματικής εκπαίδευσης;
- Στην ανάπτυξη και καλλιέργεια ποιων ικανοτήτων και δεξιοτήτων μπορεί να συνεισφέρει το παιχνίδι και με ποιον τρόπο;
- Ποια η σχέση του παιχνιδιού με τον πολιτισμό;
- Επιλέξτε παιχνίδια άλλων χωρών και πολιτισμών, που θεωρείτε ότι έχουν εκπαιδευτική αξία και εντοπίστε τις ικανότητες και δεξιότητες που μπορούν να οικοδομηθούν μέσω αυτών.
- Πώς τεκμηριώνεται η ένταξη του παιχνιδιού στον εκπαιδευτικό σχεδιασμό για μία κριτική και δημιουργική μαθηματική εκπαίδευση;
- Κατά την άποψή σας μπορεί να χρησιμοποιηθεί το παιχνίδι ως πλαίσιο ή καθαυτό ως δραστηριότητα για τη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών; Πώς θα αιτιολογούσατε την άποψή σας;
- Ποιο/α παιχνίδι/α θα χρησιμοποιούσατε για να διδάξετε κάποια συγκεκριμένη μαθηματική έννοια; Με ποιον τρόπο;
- Υπάρχει χώρος και χρόνος, κατά τη γνώμη σας, στην τάξη των μαθηματικών της Α' και Β' δημοτικού για παιχνίδι; Τι θα προτείνατε να αναφέρεται στα Προγράμματα Σπουδών;
- Παρατηρήστε το ελεύθερο παιχνίδι των μικρών παιδιών και σημειώστε τα στοιχεία εκείνα που το χαρακτηρίζουν ως παιχνίδι για εσάς (ως υποψήφιων εκπαιδευτικών), για τα παιδιά, για την εκπαιδευτικό της τάξης. Ποια σημεία της διαδικασίας θα χρησιμοποιούσατε για να σχεδιάσετε μία επόμενη διδασκαλία σας;
- Παρατηρήστε ή οργανώστε τη διεξαγωγή ενός παιχνιδιού σε μία τάξη μαθηματικών. Σημειώστε τα στοιχεία εκείνα που το χαρακτηρίζουν ως παιχνίδι για εσάς (ως υποψήφιων εκπαιδευτικών), για τα παιδιά, για την εκπαιδευτικό. Θεωρείτε ότι επιτεύχθηκε κάποιου είδους μάθηση από τη διεξαγωγή του; Αιτιολογήστε.
- Ποιοι θεωρείτε ότι είναι οι ανασταλτικοί παράγοντες για την ένταξη του παιχνιδιού στη μαθηματική εκπαίδευση;
- Ποια παιχνίδια θα προτείνατε για τη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών; Για ποιον λόγο;
- Μπορούν, κατά τη γνώμη σας, τα παιδιά να επιλέξουν ελεύθερα ένα παιχνίδι για το μάθημα των μαθηματικών, χωρίς μαθησιακό στόχο; Αιτιολογήστε τον δικό σας ρόλο.
- Ποια ερωτήματα θεωρείτε ότι παραμένουν ανοιχτά σε αυτό το πεδίο;

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Anning, A. (1994). Play and legislated curriculum. Back to basics: An alternative view. In J.R. Moyles (Ed.) *The excellence of Play* (pp. 19-33). Great Britain: Open University Press.
- Ascher, M. (2001). Learning with games of strategy from Mongolia. *Teaching Children Mathematics*, 8(2), 96-99.
- Αυγητίδου, Σ. (2001). Εισαγωγή. Στο Σ. Αυγητίδου (επιμ.) *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις* (σελ. 13-51). ΤΥΠΩΘΗΤΩ Γιώργος Δάρδανος, Αθήνα.
- Barta, J & Schaelling, D. (1998). Games we play: Connecting mathematics and culture in the classroom. *Teaching Children Mathematics*, 4(7), 388-393.
- Balfanz, R., Ginsburg, H.P. & Greenes, C. (2003). The big math for little kids: Early childhood education programs. *Teaching Children Mathematics*, 9(5), 264-268.
- Bennett, N, Wood, L. & Rogers, S. (1997). *Teaching through play. Teachers thinking and classroom practice* (Ch. 1: 1-17 & Ch. 6: 116-132). USA, California: Open University Press.
- Bergen, D. (2009). Play as the learning medium for future scientists, mathematicians and engineers. *American Journal of Play*, 1(4), 413-428.
- Berk, L.E., Mann, T.D. & Ogan, A.T. (2006). Make-believe play: Wellspring for development of self-regulation. In D.G. Singer, R.M. Golinkoff & K. Hirsh-Pasek (Eds.) *Play=learning How play motivates and enhances children's cognitive and social-emotional growth* (pp. 74-100). Oxford: Oxford University Press.
- Bishop, A. (1988). Mathematics education in its cultural context. *Educational Studies in Mathematics*, 19(2), 179-191.
- Bishop, A. (1991). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic.
- Bodrova, E. (2008). Make-believe play versus academic skills: A Vygotskian approach to today's dilemma of early childhood education. *European Early Childhood Education Research Journal*, 16(3), 357-369.
- Bolden, D., Harries, T. & Newton, D. (2010). Pre-service teacher's conceptions of creativity in mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 73(2), 143-157.
- Booker, G. (2000). *The maths game. Using instructional games to teach mathematics*. Wellington, N.Z.: NZCER.
- Bragg, L. (2012). Testing the effectiveness of mathematical games as a pedagogical tool for children's learning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10(6), 1445-1467.
- Brandt, B. (2013). Everyday pedagogical practices in mathematical play situations in German "Kindergarten". *Educational Studies in Mathematics*, 84(2), 227-248.
- Brostrom, S. (2001). Οι νηπιαγωγοί και τα πεντάχρονα παιδιά παίζουν μαζί. Στο Σ. Αυγητίδου (επιμ.) *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις* (σελ. 271-299). ΤΥΠΩΘΗΤΩ Γιώργος Δάρδανος, Αθήνα.
- Caldwell, M. (1998). Parents, board games and mathematical learning. *Teaching Children Mathematics*, 4(6), 365-367.
- Caswell, R. & Nisbet, S. (2005). The value of play in mathematics learning in the middle years. In H.L. Chick & J.L. Vincent (Eds.) *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 232). Melbourne: PME.
- Ceglowski, D. (1997). Understanding and building upon children's perceptions of play activities in early childhood programs. *Early Childhood Education Journal*, 25(2), 107-112.

- Cheng, M.-F. & Johnson, J. (2010). Research on children's play: Analysis of developmental and early education journals from 2005 to 2007. *Early Childhood Education Journal*, 37(4), 249-259.
- Γκιάστας, Γ. (2012). Μια ψυχαναλυτική ματιά στη σχέση των μαθηματικών με το παιχνίδι. Στο Δ. Χασάπης (επιμ.) *10ο Διήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών: Το παιχνίδι στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών* (σελ. 45-55), Αθήνα.
- Clements, D. & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning a project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 461-555). Information Age Publishing, USA.
- D'Ambrosio, U. (2011). Mathematicians, mathematics educators and the state of the world. *Proceedings of the CIEAEM 63: Facilitating Access and Participation: Mathematical Practices Inside and Outside the Classroom*, Spain, Barcelona. (CD-ROM)
- ΔΕΠΠΣ (Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών) (2003). ΤΠΕΠΘ & Π.Ι., Αθήνα.
- Dewey, J. (1966). *Democracy and Education: An Introduction to the Philosophy of Education*. New York: The Free Press.
- Driscoll, M. (1999). *Fostering algebraic thinking: A guide for teachers grades 6-10*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Driscoll, A. & Nagel, N. (2002). *Early childhood education*. Boston: Allyn and Bacon.
- Ebbek, M. (1984). Equity for boys and girls: Some important issues. *Early Child Development and Care*, 18(1-2), 119-131.
- Edo, M., Planas, N. & Badillo, E. (2009) Mathematical learning in a context of play. *European Early Childhood Education Research Journal*, 17(3), 325-341.
- Edwards, C., Gandini, L. & Forman, G. (1998). *The hundred languages of children: The Reggio Emilia approach-advanced reflections*. Greenwood Publishing Group.
- Egan, K. (1988). *Primary Understanding*. New York: Routledge.
- Epstein, S. Gelfand, J. & Lock, E. (1998). Learning game-specific spatially-oriented heuristics. *Constraints*, 3(2-3), 239-253.
- Ernest, P. (1986). Games a rationale for their use in the teaching of mathematics in school. *Mathematics in School*, 15(1), 2-5.
- Flottorp, V. (2011). How do children's classification appear in free play? In M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (Eds.) *Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1852-1871). University of Rzeszów, Poland.
- Gerdes, P. (2001). Exploring the game of "Julidre": A mathematical-educational game played by Fulbe children in Cameroon. *Teaching Children Mathematics*, 7(6), 321-327.
- Ginsburg, H.P., Lee, J.S. & Stevenson Boyd, J. (2008). Mathematics education for young children: what it is and how to promote it. *Social Policy Report*, XXII(1), 3-22.
- Göncü, A., Tuermer, U., Jain, J. & Johnson, D. (1999). Children's play as a cultural activity. In A. Göncü (Ed.) *Children's Engagement in the World: Sociocultural Perspectives* (pp. 148-169). Cambridge: Cambridge University Press.
- Griffiths, R. (1994). Mathematics and play. In J. Moyles (Ed.) *The Excellence of Play* (pp. 169-185). Great Britain: Open University Press.
- Grindheim, L.T. & Ødegaard, E.E. (2013). What is the state of play? *International Journal of Play*, 2(1), 4-6.
- Hanline, M.F., Milton, S. & Phelps, P. (2008). A longitudinal study exploring the relationship of representational levels of three aspects of preschool sociodramatic play and early academic skills. *Journal of Research in Childhood Education*, 23(1), 19-28.
- Hansen, E.L. (2005). ABCs of early mathematics experiences. *Teaching Children Mathematics*, 12(4), 208.

- Hartog, D. M., Diamantis, M. & Brosnan, P. (1998). Doing mathematics with your child. *Teaching Children Mathematics*, 4(6), 326-330.
- Haylock, D. (1987). A framework for assessing mathematical creativity in schoolchildren. *Educational Studies in Mathematics*, 18(1), 59-74.
- Heaslip, P. (1994) Making play work in the classroom. In J. Moyles (Ed.) *The Excellence of Play* (pp. 99-109). Great Britain: Open University Press.
- Helenius, O., Johansson, M., Lange, T., Meaney, T., Riesbeck, E. & Wernberg, A. (2014). When is preschool children's play mathematical? *Proceedings from research symposium POEM 2, A mathematics education perspective on early mathematics learning between the poles of instruction and construction*, Malmö.
- Howard, J. (2010). Early years practitioners perceptions of play: An exploration of theoretical understanding, planning and involvement, confidence and barriers to practice. *Education and Child Psychology*, 27(4), 91-102.
- Johnson, J.E., Christie, J.F. & Yawkey, T.D. (1999). *Play and early childhood development*, 2nd Ed. New York: Longman.
- Jung, J. (2013). Teachers' roles in infants play and its changing nature in a dynamic group care context. *Early Childhood Research Quarterly*, 28(1), 187-198.
- Kamii, C & DeClark, G. (1995). *Τα παιδιά ξαναεφευρίσκουν την αριθμητική* (Μετάφραση Γ. Ζακοπούλου, Επιμέλεια Φ. Καλαβάσης, Τίτλος πρωτοτύπου: Young children reinvent arithmetic: Implications of Piaget's theory, 1985). Εκδόσεις Πατάκη, Αθήνα.
- Kamii, C & DeVries, R. (1980). *Group games in early education: Implications of Piaget's theory*. Washington, D C: National Association for the Education of Young Children.
- Kamii, C. & Kato, Y (2005). Fostering the development of logico-mathematical thinking in a card game at ages 5-6. *Early Education & Development*, 16(3), 367-383.
- Kamii, C & Rummelsburg, J. (2008). Arithmetic for first graders lacking number concepts. *Teaching Children Mathematics*, 14(7), 89-394.
- Kangas, M. (2010). Creative and playful learning: Learning through game co-creation and games in a playful learning environment. *Thinking Skills and Creativity*, 5, 1-15.
- Kangas, S., Määttä, K. & Uusiautti, S. (2012). Alone and in a group: ethnographic research on autistic children's play. *International Journal of Play*, 1(1), 37-50.
- Lau, P.N.-K., Singh, P. & Hwa, T-Y (2009). Constructing mathematics in an interactive classroom context. *Educational Studies in Mathematics*, 72(3): 307-324.
- McInnes, K., Howard, J., Miles, G. & Crowley, K. (2011). Differences in practitioners' understanding of play and how this influences pedagogy and children's perceptions of play. *Early Years*, 31(2), 121-133.
- Marland, H. (1986). Cheating. *Mathematics in School*, 15(1), 30.
- Meadows, S. & Cashdan, A. (1998). *Helping children learn: Contributions to a cognitive curriculum*. London: David Fulton.
- Miller, E. & Almon, J. (2009). *Crisis in kindergarten: Why children need to play in school*. College Park, MD: Alliance for Childhood.
- OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development), (1994). *Risk reduction monograph No5*. Paris, France: Cadmium OECD Environment.
- Olson, C. (2007). Developing students' mathematical reasoning through games. *Teaching Children Mathematics*, 13(9), 464-471.

- Παπαδοπούλου, Κ. (2012). Παιχνίδι και μάθηση: Ο ρόλος της αυτό-ρύθμισης. Στο Δ. Χασάπης (επιμ.) *10^ο Διήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών: Το παιχνίδι στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών* (σελ. 13-32), Αθήνα.
- Park, B., Chae, J.-L. & Foulks-Boyd, B. (2008). Young children's block play and mathematical learning. *Journal of Research in Childhood Education*, 23(2), 157-162.
- Perry, B. & Dockett, S. (2007). *Play and mathematics*. Adelaide: Australian Association of Mathematics Teachers.
- Pramling-Samuelsson, I. & Johansson, E. (2006). Play and learning – inseparable dimensions in preschool practice. *Early Childhood Development and Care*, 176(1), 47-65.
- ΠΣΝ (Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου) (2011). Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, Αθήνα. Διαθέσιμο στον δικτυακό τόπο: <http://www.dipevath.gr/Nov2011/28/1o-meros.pdf>
- Ramani, G. & Siegler, R.S. (2008). Promoting broad and stable improvements in low-income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child Development*, 79(1), 375-394.
- Ρεκαλίδου, Γ. (2004). Παιχνίδι και μέθοδος project στην προσχολική εκπαίδευση. Η συνδρομή του παιχνιδιού στην υλοποίηση των στόχων του Α.Π. μέσα από τη μέθοδο project. *Ανοιχτό Σχολείο*, 90, 34-37.
- Roopnarine, J.L. (2012). What is the state of play? *International Journal of Play*, 1(3), 228-230.
- Rushton, S. (2011). Neuroscience, early childhood education and play: We are doing it right! *Early Childhood Education Journal*, 39(2), 89-94.
- Rutherford, K. (2015). *Why play math games?* National Council of Teachers of Mathematics. Διαθέσιμο στον δικτυακό τόπο: <http://www.nctm.org/publications/teaching-children-mathematics/blog/why-play-math-games/>
- Sancar-Tokmak, H. (2015). The effect of curriculum-generated play instruction on the mathematics teaching efficacies of early childhood education pre-service teachers. *European Early Childhood Education Research Journal*, 23(1), 5-20.
- Sarama, J. & Clements, D. (2009a). *Early childhood mathematics education research. learning trajectories for young children*. New York and London: Routledge.
- Sarama, J. & Clements, D. (2009b). Building blocks and cognitive building blocks: Playing to know the world mathematically. *American Journal of Play*, 1-3, 313-337.
- Schuler, S. (2011). Playing and learning in early mathematics education – modelling a complex relationship. In M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (Eds.) *Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1912-1921). University of Rzeszów, Poland.
- Scrafton, E. & Whittington, V. (2015). The accessibility of socio-dramatic play to culturally and linguistically diverse Australian preschoolers. *European Early Childhood Education Research Journal*, 23(2), 213-228.
- Shriki, A. (2010). Working like real mathematicians: developing prospective teacher's awareness of mathematical creativity through generating new concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 73(2), 159-179.
- Σκουμπορδή, Χ. (2010). Το παιχνίδι ως πλαίσιο για την προσέγγιση των μαθηματικών της πρώτης σχολικής ηλικίας: Σχεδιασμός επιτραπέζιων παιχνιδιών. *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, 162, 82-99.
- Skoumpourdi, C. (2011). Playing board games inside and outside the classroom. *Proceedings of the CIEAEM 63: Facilitating access and participation: mathematical practices inside and outside the classroom*, Spain, Barcelona. (CD-ROM)
- Σκουμπορδή, Χ. (2012). *Σχεδιασμός ένταξης υλικών και μέσων στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών*. Εκδόσεις Πατάκη, Αθήνα.
- Skoumpourdi, C., Kafoussi, S. & Tatsis, K. (2009). Designing probabilistic tasks for kindergartners. *Journal of Early Childhood Research*, 7(2), 153-172.

- Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Smith, P. (2001). Το παιχνίδι και οι χρήσεις του παιχνιδιού. Στο Σ. Αυγητίδου (επιμ.) *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις* (σελ. 203-227). ΤΥΠΩΘΗΤΩ Γιώργος Δάρδανος, Αθήνα.
- Σταθοπούλου, Χ. (2005). *Εθνομαθηματικά διερευνώντας την πολιτισμική διάσταση των μαθηματικών και της μαθηματικής εκπαίδευσης*. Ατραπός, Αθήνα.
- Stebler, R., Vogt, F., Wolf, I., Hauser, B. & Rechsteiner, K. (2013). Play-based mathematics in kindergarten. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 34(2), 149-175.
- Szendrei, J. (1996). Concrete materials in the classroom. In A.J. Bishop, M.A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde (Eds) *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 411-434). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Tapson, F. (1997). Mathematical games. *Mathematics in school*, 26(4), 2-6.
- Tatsis, K., Kafoussi, S. & Skoumpourdi, C. (2008). Kindergarten children discussing the fairness of probabilistic games: The creation of a primary discursive community. *Early Childhood Education*, 36(3), 221-226.
- Thyssen, S. (2001). Το παιχνίδι και η ανάπτυξη της σκέψης στην προσχολική ηλικία. Στο Σ. Αυγητίδου (επιμ.) *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις* (σελ. 247-269). ΤΥΠΩΘΗΤΩ Γιώργος Δάρδανος, Αθήνα.
- Trawick-Smith, J. (1998). Why play training works: An integrated model of play intervention. *Journal of Research in Childhood Education*, 12(2), 117-129.
- Tubach, D. (2015). "If she had rolled five then she'd have two more" – children focusing on differences between numbers in the context of a playing environment. *Proceedings of the 9th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Charles University, Prague. (υπό έκδοση)
- Van Der Aalsvoort, G., Prakke, B., Howard, J., König, A. & Parkkinen, T. (2015). Trainee teachers' perspectives on play characteristics and their role in children's play: An international comparative study amongst trainees in the Netherlands, Wales, Germany and Finland. *European Childhood Education Research Journal*, 23(2), 277-292.
- Van Oers, B. (1996). Are you sure? Stimulating mathematical thinking during young children's play. *European Childhood Education Research Journal*, 4(1), 71-87.
- Van Oers, B. (2010). Emergent mathematical thinking in the context of play. *Educational Studies in Mathematics*, 74(1), 23-37.
- Whitebread, D. (2012). *The importance of play: A report on the value of children's play with a series of policy recommendations*. University of Cambridge.
- Whitebread, D. & O'Sullivan, L. (2012). Preschool children's social pretend play: supporting the development of metacommunication, metacognition and self-regulation. *International Journal of Play*, 1(2), 197-213.
- Whitebread, D., Coltman, P., Jameson, H. & Lander, R. (2009). Play, cognition and self-regulation: What exactly are children learning when they learn through play? *Educational and Child Psychology*, 26(2), 40-52.
- Williams, M. (1986). The place of games in primary mathematics. *Mathematics in School*, 15(1), 19.

Γ.2 Παιχνίδι, παιγνιώδης δραστηριότητα, τυπική δραστηριότητα

Σύνοψη

Στο κεφάλαιο αυτό επιδιώκεται να φανεί η διάκριση μεταξύ παιχνιδιού, παιγνιώδους δραστηριότητας και τυπικής μαθησιακής δραστηριότητας, μέσω του προσδιορισμού του στόχου, του περιεχομένου και του προσανατολισμού τους. Από τη διαπραγμάτευση, τη διαφοροποίηση και τον συσχετισμό ενδεικτικών χαρακτηριστικών τους, δημιουργείται προβληματισμός και ξεκινάει μία συζήτηση για την ύπαρξη ή μη και τη σαφήνεια ή όχι των ορίων τους με στόχο την αποσαφήνιση των παραπάνω όρων.

Πολύ συχνά στις τάξεις των μαθηματικών των μικρών παιδιών χρησιμοποιείται ο όρος «παιχνίδι» για να χαρακτηρίσει κάθε είδους δραστηριότητα, όπως για παράδειγμα τις δραστηριότητες με παιγνιώδη μορφή, τις δραστηριότητες που κάνουν χρήση υλικού, τις δραστηριότητες που παρέχουν μεγάλο βαθμό ελευθερίας στα παιδιά κλπ. (Σκουμπουρδή, 2015). Ανάλογα με το περιεχόμενο που αποδίδεται στον όρο «παιχνίδι», η αντίστοιχη δραστηριότητα μπορεί να έχει διαφορετικά ποιοτικά χαρακτηριστικά. Μπορεί να είναι παιχνίδι, με την τυπική σημασία του όρου, μπορεί να είναι παιγνιώδης δραστηριότητα, αλλά μπορεί να είναι και μια τυπική μαθησιακή δραστηριότητα, χωρίς πάντα να είναι σαφή τα όρια τους. Ωστόσο, η χρήση του όρου «παιχνίδι», για όλων των ειδών τις δραστηριότητες, ανεξάρτητα από το περιεχόμενό τους και τον τρόπο διαπραγμάτευσής τους, δημιουργεί λανθασμένη αναπαράσταση για το παιχνίδι και τον εκπαιδευτικό του ρόλο.

Βέβαια, το τι είναι παιχνίδι δεν είναι εύκολο, στην πραγματικότητα, είναι αδύνατον να οριστεί. Οι προσπάθειες προσδιορισμού του παιχνιδιού, από θεωρητικούς και ερευνητές, είναι ποικίλες, αλλά λόγω του ότι είναι επηρεασμένες από διαφορετικές οπτικές ή/και από πολιτισμικούς παράγοντες (Van Der Aalsvoort, Prakke, Howard, König & Parkkinen, 2015; Wood, 2008) περιορίζουν όλο και περισσότερο την έννοια του παιχνιδιού και αναδεικνύουν συγκεκριμένες μόνο διαστάσεις του, με αποτέλεσμα να χάνεται τελικά το πολύσημο νόημά του (Wood, 2012). Οι προσπάθειες ορισμού και ταξινόμησης του παιχνιδιού, σύμφωνα με τη Schwatrzman (1976 στο Αυγητίδου, 2001:14), δημιουργούν προβλήματα όταν: α) προέρχονται από υποθετικές και αυθαίρετες ερευνητικές πρωτοβουλίες χωρίς αντίστοιχη προσπάθεια να συγκεντρωθούν πληροφορίες ή δεδομένα για το παιχνίδι, β) διατυπώνονται χωρίς να ακολουθούνται από περαιτέρω ερευνητική δραστηριότητα και γ) στη διαδικασία θεωρητικοποίησης του παιχνιδιού, το παιχνίδι υφίσταται μεταφορικές μεταμορφώσεις οι οποίες κάποια στιγμή σταματούν να αναγνωρίζονται, με αποτέλεσμα το παιχνίδι να ανάγεται σε ψυχολογικό ή γνωστικό φαινόμενο.

Όμως από τις προσπάθειες άμεσου προσδιορισμού του παιχνιδιού, μέσω της διατύπωσης ορισμών, αλλά και έμμεσου καθορισμού του, μπορούν να διαχωριστούν τα βασικά του χαρακτηριστικά. Για παράδειγμα, ο φιλόσοφος Dewey (1859-1952) θεωρούσε το παιχνίδι ως δραστηριότητα η οποία συνδέεται στενά με τη φαντασία και την επινόηση, συντελώντας στην πνευματική ανάπτυξη του παιδιού. Ο μαθηματικός Gardner (1986) αναγνωρίζοντας ότι δεν μπορεί να οριστεί τι είναι παιχνίδι, ανέφερε ότι το παιχνίδι είναι ο ιδανικότερος τρόπος για να προκληθεί το ενδιαφέρον των μαθητών κατά τη διδασκαλία των στοιχειωδών μαθηματικών, κάτι που οι παραδοσιακοί καθηγητές μαθηματικών αποφεύγουν αφού δεν το θεωρούν «σοβαρό» μέσο για μάθηση. Υποστήριζε (1997) ότι ένα καλό μαθηματικό παιχνίδι, όπως ένας μαθηματικός γρίφος, ένα παράδοξο ή ένα μαγικό τέχνασμα, μπορεί να διεγείρει τη φαντασία του μαθητή γρηγορότερα και αποτελεσματικότερα από μία πρακτική εφαρμογή των μαθηματικών (ειδικά αν αυτή η εφαρμογή είναι έξω από τις εμπειρίες των παιδιών) και εάν το παιχνίδι επιλεγεί προσεκτικά μπορεί να οδηγήσει σχεδόν χωρίς νοητική προσπάθεια στην κατανόηση σημαντικών μαθηματικών ιδεών. Ο Vygotsky διαχώριζε τρία βασικά χαρακτηριστικά του παιχνιδιού: τη δημιουργία μιας φαντασιακής κατάστασης, την ανάληψη ρόλων και τη διαπραγμάτευση κανόνων. Για τον Van Oers (2014) τα χαρακτηριστικά των παιχνιδιών είναι η συμμετοχή, οι κανόνες και η διαπραγμάτευσή τους, καθώς και η ελευθερία, αφού, για εκείνον, το παιχνίδι είναι μια δραστηριότητα η οποία χαρακτηρίζεται από μεγάλη συμμετοχή των παικτών, προσανατολισμένη σε κανόνες, η οποία επιτρέπει έναν βαθμό ελευθερίας.

Άλλοι προσδιορισμοί του παιχνιδιού, από τους οποίους αναδεικνύονται διαφορετικά χαρακτηριστικά του, αναφέρουν το παιχνίδι ως συναρπαστική δραστηριότητα στην οποία συμμετέχουν τα παιδιά με ενθουσιασμό και ανεμελιά (Scales, Almy, Nicolopoulou & Ervin-Tripp, 1991), ως πραγματοποίηση της μάθησης μέσα από την πράξη (Feeney, Christensen & Moravcil, 1996), αλλά και ως έναν ειδικό τρόπο σκέψης και πράξης. Αυτός ο τρόπος είναι μη-κυριολεκτικός, σηματοδοτεί τις δραστηριότητες ως να μην είναι

πραγματικές, ως να μην αποδίδουν όφελος, ως να μην έχουν το κόστος ή τις συνέπειες του πραγματικού κόσμου. Αυτός ο τρόπος επιτρέπει ανοιχτές, διερευνητικές, υποθετικές προσεγγίσεις στις οποίες οι σκοποί υπόκεινται στα μέσα. Επιτρέπει στον παίκτη να δοκιμάζει υλικά και ιδέες χωρίς να είναι υποχρεωμένος να παρουσιάζει ένα τελικό προϊόν και χωρίς τον φόβο μιας αποτυχίας. Η διαδικασία του παιχνιδιού παρέχει στον παίκτη μια αίσθηση δυνατότητας, όπως επίσης και αίσθηση κυριότητας, ελέγχου και επάρκειας (McLane, 2003:11). Άλλος ορισμός του παιχνιδιού αναφέρει το παιχνίδι ως ένα σύστημα όπου οι παίκτες συμμετέχουν σε μια τεχνητή σύγκρουση, η οποία οριοθετείται από κανόνες και καταλήγει σε ένα μετρήσιμο αποτέλεσμα (Salen & Zimmerman, 2004). Από τον συγκεκριμένο ορισμό προκύπτει ότι τα κύρια χαρακτηριστικά ενός παιχνιδιού είναι: η ύπαρξη ενός τρόπου παιξίματος, η ύπαρξη παικτών, η προσποίηση, αφού πρόκειται για «τεχνητή σύγκρουση», η σύγκρουση (είτε μεταξύ των παικτών, είτε μεταξύ ομάδων παικτών κλπ.), οι κανόνες και το μετρήσιμο αποτέλεσμα που δηλώνει αν ο παίκτης ή η ομάδα έχασε ή κέρδισε (Ζεϊμπέκης & Θεοφανέλης, 2015).

Εστιάζοντας στα μαθηματικά παιχνίδια, οι Harvey και Bright (1985) διαχωρίζουν τρία χαρακτηριστικά του παιχνιδιού: 1. Ένα παιχνίδι περιλαμβάνει μία πρόκληση ενάντια είτε σε μία δράση είτε σε έναν αντίπαλο. 2. Ένα παιχνίδι διέπεται από ένα καθορισμένο σύνολο κανόνων. 3. Η ενασχόληση με το παιχνίδι είναι ελεύθερη επιλογή. Ο Oldfield (1991) αναφέρει δύο πρακτικά και εποικοδομητικά χαρακτηριστικά για το παιχνίδι τα οποία θεωρεί ότι, σε πολλές περιπτώσεις, λαμβάνονται υπόψη κατά την επιλογή του. Το παιχνίδι, για τον συγκεκριμένο ερευνητή, είναι μία δραστηριότητα η οποία: 1. σε κανονικές συνθήκες έχει ένα ξεκάθαρο σημείο τερματισμού και 2. έχει συγκεκριμένους γνωστικούς στόχους για τα μαθηματικά. Ο Gough (1993) στα χαρακτηριστικά του παιχνιδιού δίνει έμφαση στον κοινωνικό παράγοντα εφόσον βλέπει το παιχνίδι ως ομαδική δράση και συλλογισμό: 1. Το παιχνίδι εμπλέκει παραπάνω από έναν παίκτη. 2. Οι παίκτες αλληλεπιδρούν ο ένας με τον άλλο. Η δράση του ενός παίκτη επηρεάζει, με κάποιον τρόπο, τις δράσεις των επόμενων παικτών. 3. Ο παίκτης επιλέγει πώς θα παίξει, παρόλο που η τύχη μπορεί να επηρεάζει το παιχνίδι σε έναν βαθμό (ρίψη ζαριού, τυχαία επιλογή καρτών).

Από τα παραπάνω φαίνεται ότι το παιχνίδι ερμηνεύεται με ποικίλους τρόπους και δεν υπάρχει ομοφωνία στον ορισμό του. Στην πλειονότητα όμως των ορισμών/προσδιορισμών του, διακρίνονται κάποια βασικά κοινά χαρακτηριστικά (Bragg, 2012; Brostrom, 2001; Hannikainen, 2001; Kwakkel-Scheffer 2006 στο Van Der Aalsvoort, Prakke, Howard, König & Parkkinen, 2015; Meckley, 2002; Smith, 2001):

- Το παιχνίδι είναι διασκέδαση. Είναι, δηλαδή, μια δραστηριότητα που προκαλεί ευχαρίστηση και τα παιδιά την απολαμβάνουν ή λαμβάνουν κάτι σαν ικανοποίηση από αυτήν.
- Το παιχνίδι είναι εθελοντική δραστηριότητα, αυθόρμητη, επιλεγμένη από το άτομο που παίζει, άρα έχει νόημα γι' αυτό και προϋποθέτει την ενεργή συμμετοχή και εμπλοκή του. Δεν μπορούμε να επιβάλλουμε στα παιδιά να συμμετέχουν στο παιχνίδι.
- Το παιχνίδι έχει κανόνες. Τα παιδιά διαχειρίζονται/εφαρμόζουν ευέλικτα αυτούς τους κανόνες κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού, συσχετίζοντάς τους παράλληλα με τις επιθυμίες και τις ανάγκες τους.
- Το παιχνίδι δεν περιλαμβάνει κανενός είδους εξωτερικό στόχο ή περιορισμό για τον παίκτη, δεν έχει συγκεκριμένο σκοπό, αλλά το κίνητρο βρίσκεται στην ίδια τη διαδικασία.
- Το παιχνίδι περιλαμβάνει μία πρόκληση εναντίον ενός ή περισσότερων αντιπάλων.
- Στο παιχνίδι υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ των παικτών.
- Το παιχνίδι για να πραγματοποιηθεί προϋποθέτει ικανότητες ή/και στρατηγική, δεν στηρίζεται μόνο στην τύχη.
- Το παιχνίδι έχει διακριτό σημείο τερματισμού.
- Το παιχνίδι εμπλέκει το ζήτημα της εξαπάτησης, εφόσον στο παιχνίδι μπορείς να «κλέψεις».

Επιπλέον χαρακτηριστικά του παιχνιδιού είναι ότι με την πάροδο του χρόνου, μπορεί να ενισχύσει την ανάπτυξη μη-κυριολεκτικών, αφηρημένων, φαντασιακών, υποθετικών, πειραματικών και δημιουργικών τύπων πράξης και σκέψης (McLane, 2003:11). Είναι διαχωρισμένο από τη συνηθισμένη ζωή, έχει τη δική του «ροή» και τα δικά του «νοήματα» (Χουζίνγκα, 1989) και μπορεί να θεωρηθεί ως μια υποκειμενική αντανάκλαση της πραγματικότητας.

Στον αντίποδα του παιχνιδιού σε μια τάξη μαθηματικών, συχνά, βρίσκεται η τυπική μαθησιακή δραστηριότητα. Αυτού του τύπου η δραστηριότητα είναι συνήθως εργασία η οποία έχει επιλεγεί και οργανώνεται από τον εκπαιδευτικό, με συγκεκριμένο σκοπό, οδηγώντας σε ένα αποτέλεσμα, χωρίς να δίνει επιλογές. Κατά την πραγματοποίηση της δραστηριότητας απαιτείται συγκεκριμένη σκέψη με σκοπό την απόκτηση ή την εξάσκηση συγκεκριμένης γνώσης, μέσα από ποικίλες πρακτικές διδασκαλίας, με τη

σχεδιασμένη ένταξη κατάλληλων εκπαιδευτικών υλικών (Σκουμπουρδή, 2012). Τα παιδιά, στις περιπτώσεις αυτές, εργάζονται μόνα τους, με ησυχία και κατ' εξαίρεση σε ομάδες. Συχνά, στην τυπική μαθηματική δραστηριότητα δεν υπάρχει ενδιαφέρον από τους συμμετέχοντες, εφόσον δεν διαφοροποιείται ανάλογα με τις ιδιαιτερότητές τους, υπάρχει περιορισμένη ανατροφοδότηση και είναι φτωχά δομημένη (Ζεϊμπέκης & Θεοφανέλλης, 2015).

Αντιπαραθέτοντας τα βασικά χαρακτηριστικά ενός παιχνιδιού και μιας τυπικής μαθησιακής δραστηριότητας με κάπως απόλυτο τρόπο και λαμβάνοντας υπόψη τι συμβαίνει συχνότερα στις τάξεις των μαθηματικών, δημιουργείται ο παρακάτω πίνακας (Πίνακας Γ.2.1):

ΠΑΙΧΝΙΔΙ	ΤΥΠΙΚΗ ΜΑΘΗΣΙΑΚΗ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ
*Διασκέδαση, ευχαρίστηση, απόλαυση, ικανοποίηση	*Χωρίς ενδιαφέρον, ανιαρή, πληκτική
*Επιλέγεται και οργανώνεται από τα παιδιά	*Επιλέγεται και οργανώνεται από τον εκπαιδευτικό
*Εθελοντική, αυθόρμητη, δεν επιβάλλεται (συμμετοχή παιδιών)	*Υποχρεωτική, επιβάλλεται από τον εκπαιδευτικό (συμμετοχή παιδιών)
*Ενεργή συμμετοχή των παιδιών (για τη νίκη)	*Παθητική συμμετοχή
*Χωρίς τη συμμετοχή του εκπαιδευτικού	*Συμμετοχή και καθοδήγηση εκπαιδευτικού
*Κανόνες	*Οδηγίες
*Κίνητρο η διαδικασία	*Χωρίς κίνητρο
*Χωρίς εξωτερικό στόχο	*Με καθορισμένο μαθησιακό στόχο
*Μη κυριολεκτική, φαντασική κλπ. σκέψη	*Κυριολεκτική, συγκεκριμένη σκέψη
*Ομαδική (συνύπαρξη ανταγωνισμού/συνεργασίας)	*Ατομική
*Συνεχής ανατροφοδότηση	*Περιορισμένη ανατροφοδότηση
*Φασαρία, αταξία	*Ησυχία, τάξη
*Διαφοροποίηση ανάλογα με την ομάδα των παικτών	*Μη διαφοροποίηση
*Δημιουργικότητα, κριτική σκέψη κλπ.	*Εξάσκηση, εκμάθηση, κατανόηση, εμπέδωση κλπ.
*Ενεργητική μάθηση	*Παθητική μάθηση
*Άτυπη αξιολόγηση	*Τυπική αξιολόγηση
*Κοινωνικά, συναισθηματικά, γνωστικά οφέλη	*Γνωστικά οφέλη
*Μετρήσιμο αποτέλεσμα (νικητής)	*Μη μετρήσιμο αποτέλεσμα (γνωστικό)
*Αβέβαιη έκβαση	*Βέβαιη έκβαση

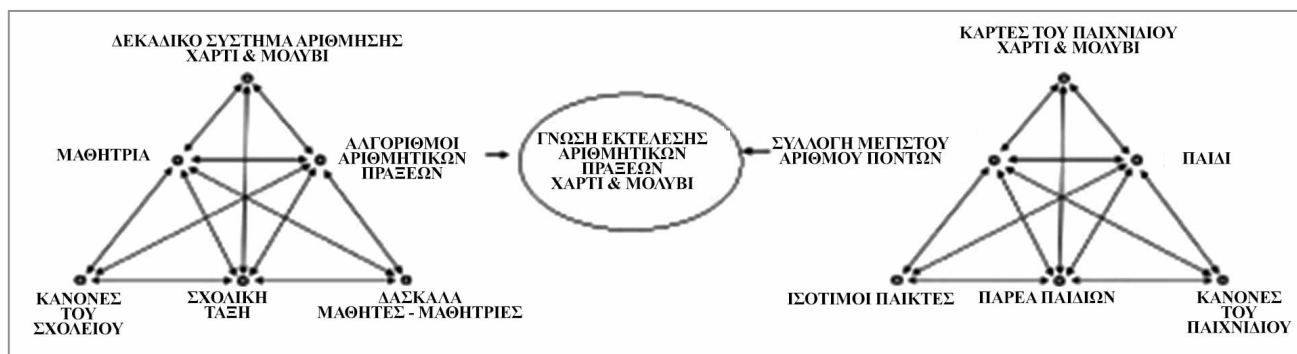
Πίνακας Γ.2.1 Βασικά χαρακτηριστικά παιχνιδιού και τυπικής μαθησιακής δραστηριότητας

Υπάρχουν και περιπτώσεις παιχνιδιών τα οποία έχουν πολλές ομοιότητες με τις τυπικές δραστηριότητες. Για παράδειγμα, τα παιχνίδια στρατηγικής περιλαμβάνουν, κατά μία έννοια, επίλυση προβλήματος. Σύμφωνα με την Ascher (2001) τόσο τα παιχνίδια στρατηγικής όσο και οι τυπικές δραστηριότητες έχουν ξεκάθαρους στόχους καθώς και καθορισμένες επιτρεπόμενες δράσεις για την επίτευξη των στόχων. Η πρόκληση είναι η επιλογή μιας δράσης, αλλά για να γίνει αυτό ο παίκτης ή ο λύτης του προβλήματος πρέπει να αναρωτηθεί για τις λογικές συνέπειες της σειράς των βημάτων. Οι συνέπειες εμπεριέχουν τις μεταγενέστερες όψεις που είναι ανοιχτές ή κλειστές από τη δράση του παίκτη και του πώς αυτές οι όψεις βοηθούν τον λύτη να κάνει πρόοδο προς τον στόχο. Έτσι, με την ενασχόληση με παιχνίδια στρατηγικής οι εκπαιδευτικοί μπορούν να δραστηριοποιήσουν ποικίλους τρόπους σκέψης των παιδιών και να τα οδηγήσουν σε ενδιαφέρουσες ερωτήσεις και παρατηρήσεις.

Επίσης, υπάρχουν περιπτώσεις παιχνιδιών στα οποία μπορεί να διαφέρει η εστίαση των παιδιών ανεξάρτητα αν είναι παιχνίδια με ενσωματωμένα μαθηματικά ή παιχνίδια με επίκεντρο τα μαθηματικά (Ginsburg, 2006). Στον πρώτο τύπο τα παιδιά μπορεί να εστιάσουν στο παιχνίδι και στο πώς θα το κερδίσουν και όχι τόσο στην ερμηνεία και διαπραγμάτευση των μαθηματικών αντικειμένων που εμπλέκονται στο παιχνίδι. Στον δεύτερο τύπο, ειδικά στα παιχνίδια τα οποία εμπλέκουν μαθηματικά με ρητό τρόπο, τα παιδιά μπορεί να εστιάσουν τόσο πολύ στα μαθηματικά του παιχνιδιού, που να θεωρήσουν ότι δεν πρόκειται για παιχνίδι αλλά για μαθηματική δραστηριότητα.

Η εισαγωγή παιχνιδιών στα μαθηματικά και τα παιχνίδια που περιλαμβάνουν μαθηματικά είναι δύο τύποι σύζευξης μαθηματικών και παιχνιδιού, ο καθένας από τους οποίους έχει τα δικά του πλεονεκτήματα και τη δική του θετική συμβολή στις μαθηματικές-εκπαιδευτικές δραστηριότητες (ενδεικτικά Harvey & Bright, 1985; Ginsburg, 2006; Holton, Ahmed, Williams & Hill, 2001; Van Oers, 1996). Ο Χασάπης (2012:81) παρουσίασε σχηματικά (Σχήμα Γ.2.1) τι συμβαίνει όταν μια μαθησιακή δραστηριότητα και συγκεκριμένα η εκμάθηση των αλγόριθμων για την εκτέλεση των αριθμητικών πράξεων της πρόσθεσης και του

πολλαπλασιασμού, πραγματοποιηθεί ως τυπική μαθησιακή δραστηριότητα και ως παιχνίδι σε μια τάξη μαθηματικών. Σχολιάζει ότι το περιεχόμενο των δύο δραστηριοτήτων είναι εντελώς διαφορετικό, παρόλο που ίσως οδηγεί στο ίδιο αποτέλεσμα. Η τυπική δραστηριότητα όπως και το παιχνίδι πραγματοποιούνται στο κοινωνικό πλαίσιο του σχολείου και συγκεκριμένα στην κοινότητα της σχολικής τάξης. Όμως, στην πρώτη περίπτωση, κυριαρχούν οι ρόλοι και οι ιεραρχίες των εκπαιδευτικών και των μαθητών με βάση τους κανόνες λειτουργίας του σχολείου και το διδακτικό συμβόλαιο της τάξης, ενώ στη δεύτερη οι ρόλοι και οι κανόνες επιβάλλονται από το παιχνίδι.



Εικόνα Γ.2.1 Σχηματική παρουσίαση τυπικής δραστηριότητας και παιχνιδιού για την εκμάθηση των αλγορίθμων αριθμητικών πράξεων (Χασάπης, 2012:81)

Τον χώρο ανάμεσα στο παιχνίδι και την τυπική μαθησιακή δραστηριότητα καλύπτει μια ενδιάμεσου τύπου δραστηριότητα, η παιγνιώδης⁹, η οποία χρησιμοποιείται πολύ συχνά στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών. Η παιγνιώδης δραστηριότητα ή δραστηριότητα σε παιγνιώδη μορφή, είναι συνήθως η κατάσταση η οποία δημιουργείται όταν κατά την πραγματοποίηση μίας μαθησιακής δραστηριότητας χρησιμοποιούνται στοιχεία παιχνιδιού. Την κατάσταση αυτή περιγράφει ένας σχετικά νέος όρος, η παιγνιδοποίηση. Ο όρος αυτός χαρακτηρίζει το σύνολο των ενεργειών που χρησιμοποιούν τον παιγνιώδη συλλογισμό και τη μηχανική των παιχνιδιών, σε μη-παιγνιώδεις δραστηριότητες για να τις καταστήσουν πιο ενδιαφέρουσες (Deterding, Dixon, Khaled & Nacke, 2011; Ζεϊμπέκης & Θεοφανέλλης, 2015). Με άλλα λόγια, είναι η ενσωμάτωση χαρακτηριστικών του παιχνιδιού σε δραστηριότητες που δεν σχετίζονται με αυτό. Στόχος της παιγνιδοποίησης, στην εκπαίδευση, ως καινοτόμο εργαλείο για τη μάθηση, είναι η κινητοποίηση των μαθητών ώστε να εμπλακούν ενεργά σε δραστηριότητες τις οποίες σε κανονικές συνθήκες θα έβρισκαν πληκτικές. Τα στάδια παιγνιδοποίησης μιας δραστηριότητας διαμορφώνονται από πολλούς παράγοντες όπως οι προκλήσεις, τα επίπεδα, οι πόντοι, οι ανταμοιβές κλπ. που δύνανται να ενσωματωθούν σε αυτήν. Ακόμα και μία τυπική μαθησιακή δραστηριότητα μπορεί να θεωρηθεί παιχνίδι (Schuler, 2011), αν προστεθεί σε αυτή ένας ή περισσότεροι από τους παραπάνω παράγοντες.

Το παιχνίδι, η παιγνιώδης δραστηριότητα και η τυπική δραστηριότητα διαφέρουν μεταξύ τους ως προς τα διαμεσολαβούμενα μέσα, τον στόχο, τον τρόπο διαπραγμάτευσης και τον τρόπο συμμετοχής, τα οποία ορίζονται από το εκάστοτε πλαίσιο και τι αυτό ορίζει. Έτσι, ενώ τα όρια τους είναι σαφή σε θεωρητικό επίπεδο δεν είναι πάντα σαφή στη πράξη για τους εκπαιδευτικούς και για τους μαθητές, παρά τις ποικίλες και σημαντικές διαφοροποιήσεις τους. Συχνά, δηλαδή, στην πράξη, μπορεί το παιχνίδι να μετουσιώνεται σε τυπική μαθηματική δραστηριότητα και να χάνει την ταυτότητά του. Σπάνια διατηρεί την αυτοτέλεια και τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του. Στην προσπάθειά τους οι εκπαιδευτικοί να επιτύχουν τους προγραμματισμένους στόχους τους και να εκπληρώσουν τις δικές τους προσδοκίες, εστιάζουν μόνο στο τι κάνουν τα παιδιά στις οργανωμένες δραστηριότητες και χάνουν τις δράσεις των παιδιών κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού. Επίσης, ακόμα και αν χρησιμοποιήσουν παιχνίδι στη διδασκαλία, συχνά, το ονομάζουν εργασία

⁹ Από κάποιους ερευνητές (Vankúš, 2005a & 2005b) αυτού του είδους οι δραστηριότητες ορίζονται ως διδακτικά παιχνίδια και τους αποδίδονται τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

- πρέπει να συμμετέχουν όλοι οι μαθητές, ενώ στα παιχνίδια η συμμετοχή είναι ελεύθερη επιλογή των παιδιών,
- χρησιμοποιούνται για να υλοποιηθούν εκπαιδευτικοί στόχοι, ενώ στα παιχνίδια ο κύριος σκοπός είναι η χαρά και η διασκέδαση,
- υπόκεινται σε εξωτερική διαχείριση (εκπαιδευτικοί, κανόνες παιχνιδιού), ενώ το παιχνίδι μπορεί να πραγματοποιηθεί μόνο από τα παιδιά.

και τυποποιούν τη χρήση του (πραγματοποιείται στα θρανία, με την παρουσία και τον έλεγχο του εκπαιδευτικού, χωρίς καμία ελευθερία επιλογών από τα παιδιά) για να μην υποτιμηθεί η δραστηριότητα των παιδιών (McInnes, Howard, Miles & Crowley, 2011). Αντίστροφα, αν το παιχνίδι είναι κατασκευασμένο για εκπαιδευτικούς σκοπούς, αν είναι υπερβολικά δομημένο ή αν η διαχείριση του παιχνιδιού γίνεται με τρόπο ανάλογο της διαχείρισης μιας τυπικής δραστηριότητας, τότε το παιχνίδι μπορεί να χάσει μέρος των χαρακτηριστικών του για να βρεθεί σε αρμονία με τον αντικειμενικό σκοπό του εκπαιδευτικού (Brostrom, 2001), δηλαδή να μετατραπεί, ανάλογα με τον βαθμό δόμησης και ελέγχου, σε παιγνιώδη δραστηριότητα ή ακόμα και σε τυπική δραστηριότητα. Για τα παιδιά, τέτοιου είδους «παιχνίδι», το οποίο είτε έχει επιλεγεί από τον εκπαιδευτικό είτε έχει επιλεγεί από τα ίδια, αλλά κατευθύνεται και ελέγχεται σε μεγάλο βαθμό από τον εκπαιδευτικό (Ceglowski, 1997), χαρακτηρίζεται ως τυπική δραστηριότητα. Γιατί όταν ένα παιδί συμμετέχει σε ένα παιχνίδι για άλλους λόγους, για παράδειγμα επειδή το επιβάλλει ο εκπαιδευτικός και όχι ως αυτοσκοπό, τότε το στοιχείο του παιχνιδιού υποχωρεί και σταδιακά μεταλλάσσεται σε «κάτι» που μοιάζει περισσότερο με εργασία και λιγότερο με παιχνίδι. Τρεις παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν τη διαμόρφωση των αντιλήψεων των παιδιών για το παιχνίδι σχετίζονται με τις παιγνιώδεις εμπειρίες οι οποίες τους προσφέρονται, τον τρόπο που τους προσφέρονται και το πώς οι εκπαιδευτικοί αλληλεπιδρούν κατά την πραγματοποίησή τους (McInnes, Howard, Miles & Crowley, 2011). Οι αντιλήψεις των παιδιών για το παιχνίδι δύναται να χρησιμοποιούνται από τους εκπαιδευτικούς ως βάση για την κατανόηση του παιχνιδιού (Howard & McInnes, 2010), εφόσον ανεξάρτητα από το πώς ονομάζουμε τα διαφορετικά είδη δραστηριοτήτων, για να είναι το παιχνίδι μία πραγματικά επωφελής δραστηριότητα για τη μάθηση και ανάπτυξη των παιδιών θα πρέπει να θεωρείται ως παιχνίδι και από τα ίδια τα παιδιά (Howard, 2010; Rogers, 2011).

Ενδεικτικές ερωτήσεις και θέματα για περαιτέρω διερεύνηση και προβληματισμό (αναζήτηση πηγών για διεύρυνση της μελέτης):

- Τι ερωτήματα θα σχεδιάζατε για τη διερεύνηση της σημασίας του παιχνιδιού στην τάξη των μαθηματικών για τους εμπλεκόμενους στην εκπαιδευτική διαδικασία (μαθητές, εκπαιδευτικούς εν ενεργεία και υποψήφιους και για τους γονείς);
- Συσχετίζοντας τις θεωρίες του παιχνιδιού με τις άλλες προσπάθειες προσδιορισμού του ποια πέντε βασικά χαρακτηριστικά θα διαχωρίζατε;
- Ποια θεωρείτε ως τα βασικά χαρακτηριστικά μίας τυπικής δραστηριότητας;
- Ποια στοιχεία θα αφαιρούσατε και ποια θα προσθέτατε στην αντιπαράθεση των χαρακτηριστικών παιχνιδιού και τυπικής μαθησιακής δραστηριότητας;
- Μπορείτε να τοποθετήσετε στον ενδιάμεσο χώρο της αντιπαράθεσης παιχνιδιού-τυπικής δραστηριότητας τα βασικά χαρακτηριστικά της παιγνιώδους δραστηριότητας;
- Μπορείτε να δημιουργήσετε έναν πίνακα με τις ομοιότητες του παιχνιδιού, της παιγνιώδους δραστηριότητας και της τυπικής μαθησιακής δραστηριότητας;
- Μπορείτε να παιχνιδιοποιήσετε μία τυπική μαθησιακή δραστηριότητα; Ποιους παράγοντες χρησιμοποιήσατε και πώς θα ονομάζατε αυτό που δημιουργήθηκε; Το αντίστροφο γίνεται;
- Σχεδιάστε τρεις διδασκαλίες μίας μαθηματικής έννοιας: μία με παιχνίδι, μία με παιγνιώδη δραστηριότητα και μία με τυπική δραστηριότητα. Σε τι θα διαφοροποιούνταν οι παρεμβάσεις σας;
- Ποια ερωτήματα θεωρείτε ότι παραμένουν ανοιχτά σε αυτό το πεδίο;

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Ascher, M. (2001). Learning with games of strategy from Mongolia. *Teaching Children Mathematics*, 8(2), 96-99.
- Αυγητίδου, Σ. (2001). Εισαγωγή. Στο Σ. Αυγητίδου (επιμ.) *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις* (σελ. 13-51). ΤΥΠΩΘΗΤΩ Γιώργος Δάρδανος, Αθήνα.
- Bragg, L. (2012). Testing the effectiveness of mathematical games as a pedagogical tool for children's learning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10(6), 1445-1467.
- Brostrom, S. (2001). Οι νηπιαγωγοί και τα πεντάχρονα παιδιά παίζουν μαζί. Στο Σ. Αυγητίδου (επιμ.) *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις* (σελ. 271-299). ΤΥΠΩΘΗΤΩ Γιώργος Δάρδανος, Αθήνα.
- Ceglowski, D. (1997). Understanding and building upon children's perceptions of play activities in early childhood programs. *Early Childhood Education Journal*, 25(2), 107-112.
- Deterding, S., Dixon, D., Khaled, R. & Nacke, L. (2011). From game design elements to gamefulness: defining "gamification". *Proceedings of the 15th International Academic MindTrek '11 Conference: Envisioning Future Media Environments* (pp. 9-15). New York USA.
- Feeney, S., Christensen, D. & Moravcik, E. (1996). *Who am I in the lives of children?* Englewood Cliffs, NJ: Merril.
- Ζεϊμπέκης, Α. & Θεοφανέλλης, Τ. (2015). Παιχνιδοποίηση της διδακτικής πράξης. *Επιστήμες Αγωγής, Πανεπιστήμιο Κρήτης, Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης*, 1, 96-109.
- Gardner, M. (1986). *Το πανηγύρι των μαθηματικών*. Εκδόσεις Τροχαλία.
- Gardner, M. (1997). *Το τσίρκο των μαθηματικών*. Εκδόσεις Τροχαλία.
- Ginsburg, H.P. (2006). Mathematical play and playful mathematics: A guide for early education. In D.G. Singer, R.M. Golinkoff & K. Hirsh-Pasek (Eds.) *Play=learning How play motivates and enhances children's cognitive and social-emotional growth* (pp. 145-165). Oxford: Oxford University Press.
- Gough, J. (1993). Playing games to learn maths. In J. Mousley & M. Rice (Eds.) *Mathematics of primary importance* (pp. 218-221). Brunswick, Victoria: The Mathematical Association of Victoria.
- Hannikainen, M. (2001). Οι αρχές του συλλογικού παιχνιδιού των ρόλων στον παιδικό σταθμό. Η προσέγγιση του παιχνιδιού ως συστήματος δραστηριότητας. Στο Σ. Αυγητίδου (επιμ.) *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις* (σελ. 229-245). ΤΥΠΩΘΗΤΩ Γιώργος Δάρδανος, Αθήνα.
- Harvey, J.G. & Bright, G.W. (1985). *Basic math games*. Palo Alto, California: Dale Seymour Publications.
- Holton, D., Ahmed, A., Williams, H. & Hill, C. (2001). On the importance of mathematical play. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 32(3), 401-415.
- Howard, J. (2010). Early years practitioners perceptions of play: An exploration of theoretical understanding, planning and involvement, confidence and barriers to practice. *Education and Child Psychology*, 27(4), 91-102.
- Howard, J. & McInnes, K. (2010). Thinking through the challenge of a play-based curriculum: Increasing playfulness via co-construction. In J. Moyses (Ed.) *Thinking about Playing: Developing a reflective approach* (pp. 30-44). Maidenhead: Open University Press.
- McInnes, K., Howard, J., Miles, G. & Crowley, K. (2011). Differences in practitioners' understanding of play and how this influences pedagogy and children's perceptions of play. *Early Years*, 31(2), 121-133.
- McLane, J. B. (2003). "Does not". "Does too". *Thinking about play in the early childhood classroom*. Herr Research Center, Erikson Institute Occasional Paper, 4, 2-15. Διαθέσιμο στον δικτυακό τόπο: <http://www.erikson.edu/downloads/cmsFile.ashx?VersionID=1301&PropertyID=78>.

- Meckley, A. (2002). Observing children's play: Mindful methods. *Paper presented to the International Toy Research Association*, London, 12 August 2002.
- Oldfield, B.J. (1991). Games in the learning of mathematics-Part 1: Classification. *Mathematics in School*, 20(1), 41-43.
- Rogers, S. (2011). *Rethinking play and pedagogy in early childhood education: Concepts, contexts and cultures*. Oxon: Routledge.
- Salen, K. & Zimmerman E. (2004). *Rules of play: Game design fundamentals*. MA: MIT Press.
- Scales, B., Almy, M., Nicolopoulou, A., & Ervin-Tripp, S. (1991). *Play and the social context of development in early care and education*. New York: Teachers College Press.
- Schuler, S. (2011). Playing and learning in early mathematics education – modelling a complex relationship. In M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (Eds.) *Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1912-1921). University of Rzeszów, Poland.
- Σκουμπουρδή, Χ. (2012). *Σχεδιασμός ένταξης υλικών και μέσων στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών*. Εκδόσεις Πατάκη, Αθήνα.
- Σκουμπουρδή, Χ. (2015). «Ευχαρίστηση, διασκέδαση, εύκολη μάθηση» ... αυτός είναι ο (εκπαιδευτικός) ρόλος του παιχνιδιού; 6^ο Συνέδριο EvEdiM: Μαθηματική ΜΕ διάκριση και ΧΩΡΙΣ διακρίσεις, Θεσσαλονίκη. (CD ROM).
- Smith, P. (2001). Το παιχνίδι και οι χρήσεις του παιχνιδιού. Στο Σ. Αυγητίδου (επιμ.) *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις* (σελ. 203-227). ΤΥΠΩΘΗΤΩ Γιώργος Δάρδανος, Αθήνα.
- Van Der Aalsvoort, G., Prakke, B., Howard, J., König, A. & Parkkinen, T. (2015). Trainee teachers' perspectives on play characteristics and their role in children's play: An international comparative study amongst trainees in the Netherlands, Wales, Germany and Finland. *European Childhood Education Research Journal*, 23(2), 277-292.
- Van Oers, B. (1996). Are you sure? Stimulating mathematical thinking during young children's play. *European Childhood Education Research Journal*, 4(1), 71-87.
- Van Oers, B. (2014). Cultural-historical perspectives on play: Central ideas. In L. Brooker, M. Blaise & S. Edwards (Eds.) *The SAGE Handbook of play and learning in Early Childhood* (pp. 56-66). Los Angeles, CA: Sage.
- Vankúš, P. (2005a). History and present of didactical games as a method of mathematics' teaching. *Acta Didactica Universitatis Comenianae Mathematics*, 5, 53-68.
- Vankúš, P. (2005b). Efficacy of teaching mathematics with method of didactical games in a-didactic situation. *Quaderni di Ricerca in Didattica*, 15, 90-105.
- Wood, E. (2008). Conceptualizing a pedagogy of play: International perspectives from theory, policy and practice. In D. Kurschner (Ed.) *From children to red hatters: Diverse images and issues of play, Play and Culture Studies* (Vol. 8, pp. 166-189). Lanham, MD: University Press of America.
- Wood, E. (2012). The state of the play. *International Journal of Play*, 1(1), 4-5.
- Χασάπης, Δ. (2012). Το παιχνίδι στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών. Στο Δ. Χασάπης (επιμ.) *10^ο Διήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών: Το παιχνίδι στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών* (σελ. 67-88), Αθήνα.
- Χουζίνγκα, Γ. (1989). *Ο άνθρωπος και το παιχνίδι* [Μετάφραση Σ. Ροζάνης & Γ. Λυκιαρδόπουλος, Επιμέλεια Π. Κονδύλης], Εκδόσεις Γνώση, Αθήνα.

Γ.3 Κατηγορίες και παραδείγματα παιχνιδιών για τα μαθηματικά

Σύνοψη

Στο κεφάλαιο αυτό, μέσα από την παράθεση ενδεικτικών παραδειγμάτων της ποικιλίας των κατηγοριοποιήσεων των παιχνιδιών, επιδιώκεται η αναγνώριση της σημασίας της κατηγοριοποίησης, η αναγκαιότητα κριτικής θεώρησης των ποικίλων κατηγοριοποιήσεων, αλλά και η καλλιέργεια της ικανότητας δημιουργίας κατηγοριών με επιλογή των κατάλληλων, κατά περίπτωση, κριτηρίων ως παραγόντων οι οποίοι επηρεάζουν την ένταξη του παιχνιδιού στον εκπαιδευτικό και διδακτικό σχεδιασμό. Επιπλέον, μέσα από τρεις κατηγορίες παιχνιδιού, καθώς και ενδεικτικών παραδειγμάτων από κάθε κατηγορία, δίνεται η αφορμή για προβληματισμό και διερεύνηση των χαρακτηριστικών τους και της σχέσης τους με τη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών. Τα παραδείγματα αφορούν σε παιχνίδια τα οποία έχουν αναφερθεί στα προηγούμενα κεφάλαια του βιβλίου είτε ως παιχνίδια των διαφορετικών χωρών και εποχών είτε ως παιχνίδια που έχουν χρησιμοποιηθεί στην ερευνητική ή/και διδακτική πράξη και άρα υπάρχουν καταγεγραμμένα αποτελέσματα από τη χρήση τους.

Το παιχνίδι, λόγω της φύσης του, ως πολυσύνθετη δραστηριότητα και πολύμορφο φαινόμενο, επιδέχεται πολλαπλές κατηγοριοποιήσεις οι οποίες είναι άμεσα συνυφασμένες με το πεδίο ενδιαφέροντος των ερευνητών που τις προτείνουν. Με σκοπό τον προσδιορισμό των κύριων ειδών παιχνιδιού, οι ερευνητές επιχειρούν να τα κατατάξουν σε κατηγορίες οι οποίες είναι βασισμένες αφενός σε κάποια κριτήρια από το ευρύ φάσμα των χαρακτηριστικών των παιχνιδιών και αφετέρου σε συγκεκριμένες διαστάσεις των θεωρητικών προσεγγίσεων. Έτσι, διαμορφώνονται ποικίλα κριτήρια βάση των οποίων δημιουργούνται και διαφορετικές κατηγορίες παιχνιδιού.

Με βάση την ψυχαναλυτική οπτική οι μεγάλες κατηγορίες παιχνιδιού, με τη σειρά που πρωτοεμφανίζονται στην παιδική ηλικία, είναι:

- τα σωματικά και αισθητηριακά παιχνίδια,
- τα παιχνίδια χειρισμού αντικειμένων,
- τα κοινωνικό-συναισθηματικά παιχνίδια,
- τα παιχνίδια κανόνων.

Στις ψυχολογικές προσεγγίσεις, επίσης με κριτήριο την ηλικία, τα παιχνίδια διακρίνονται σε:

- παιχνίδια άσκησης ή εξάσκησης ή λειτουργικά,
- συμβολικά παιχνίδια ή παιχνίδια φαντασίας,
- παιχνίδια κανόνων.

Παιδιά διαφορετικών ηλικιών, σύμφωνα με την Olson (2007:464), προτιμούν διαφορετικών ειδών παιχνίδια. Τα παιχνίδια τύχης αρέσουν στα νήπια και στα παιδιά των πρώτων τάξεων του δημοτικού σχολείου ενώ τα παιδιά της Γ' και Δ' τάξης δημοτικού προτιμούν τα παιχνίδια στρατηγικής, τα οποία απαιτούν από τους παίκτες να σκεφτούν τις μελλοντικές τους κινήσεις και να σχεδιάσουν εκ των προτέρων τον τρόπο που θα παίξουν.

Με βάση τα χαρακτηριστικά των ίδιων των παιχνιδιών η κατηγοριοποίηση του Γέρου (1961) διακρίνει τα παιχνίδια, ανάλογα με το είδος τους, σε:

- παιχνίδια φαντασίας,
- δημιουργικά παιχνίδια,
- ομαδικά παιχνίδια,
- (οικο)δομικά παιχνίδια (παιχνίδια χειρισμού αντικειμένων για κατασκευές),
- κληρονομικά παιχνίδια (πχ κυνήγι, πόλεμος),
- μιμητικά παιχνίδια (παιχνίδια κοινωνικής επιβίωσης),
- φανταστικά παιχνίδια (δραματοποίηση).

Με βάση τις ανάγκες και τα ανθρώπινα ένστικτα τα παιχνίδια προτείνεται (Γρίβα, 1998) να διακρίνονται σε:

- παιχνίδια αγωνιστικά (ανάγκη για κίνηση),
- παιχνίδια διάφορων συλλογών (ένστικτο της ιδιοκτησίας),
- παιχνίδια χορού (σεξουαλικό ένστικτο),
- παιχνίδια παρακολούθησης και μάχης (προστασία του εαυτού μας και των άλλων),

- κοινωνικά-ομαδικά παιχνίδια (συντροφικότητα),
- μιμητικά παιχνίδια (μίμηση).

Ο Διαμαντόπουλος (2009), ως ιδιαίτερα είδη παιχνιδιών αναφέρει τα παιδαγωγικά παιχνίδια και το παιχνίδι αντικείμενο και επιχειρεί κατηγοριοποιήσεις ορίζοντας διαφορετικά κριτήρια κάθε φορά. Με βάση το περιεχόμενο του παιχνιδιού τα διακρίνει σε:

- παιχνίδια κατασκευών,
- λειτουργικά παιχνίδια,
- συστηματικά παιχνίδια,
- παιχνίδια φαντασίας,
- μιμητικά παιχνίδια.

Με βάση τη μορφή του παιχνιδιού τα διακρίνει σε:

- ατομικά παιχνίδια,
- ομαδικά παιχνίδια.

Η κατηγοριοποίηση του ατομικού και του ομαδικού παιχνιδιού, κατά τον Γιαννίκα και τους συνεργάτες του (1999), διαμορφώνεται ως εξής:

- παιχνίδι σε ατομική βάση,
- παιχνίδι σε ομάδες που λειτουργούν αυτόνομα,
- παιχνίδι σε ομάδες που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους.

Επίσης, με βάση το τμήμα του οργανισμού που ενεργοποιείται, διαχωρίζουν τα:

- εγκεφαλικά παιχνίδια,
- κινητικά παιχνίδια,
- παιχνίδια φαντασίας,
- συμβολικά παιχνίδια.

Επιπλέον παραθέτουν διαφορετικές κατηγορίες οι οποίες βασίζονται στη μορφή οργάνωσης του παιχνιδιού:

- παιχνίδι απόλυτα ελεύθερο (άναρχο),
- παιχνίδι ελεύθερο με κάποια στοιχεία οργάνωσης και ελέγχου,
- παιχνίδι οργανωμένο με δυνατότητες αυτοέκφρασης και ανοικτή έκβαση,
- παιχνίδι οργανωμένο με δυνατότητες αυτοέκφρασης και κλειστή έκβαση,
- παιχνίδι απόλυτα οργανωμένο (χωρίς δυνατότητες αυτοέκφρασης).

Ο τρόπος οργάνωσης του παιχνιδιού και η ύπαρξη ή όχι κανόνων για άλλους ερευνητές αποτελεί κριτήριο κατηγοριοποίησης και για άλλους όχι. Οι Wood και Bennett (2001) διαχωρίζουν:

- Το ελεύθερο ή ρευστό παιχνίδι, δηλαδή το παιχνίδι χωρίς κανόνες, τα φανταστικά παιχνίδια, στο οποίο τα παιδιά διαμορφώνουν τη δική τους διαδικασία, καθώς είναι το παιχνίδι που παρέχει τις επιλογές και την κυριότητά του στα ίδια τα παιδιά.
- Το δομημένο ή οργανωμένο παιχνίδι το οποίο είναι τυποποιημένο και στο οποίο τα παιδιά ακολουθούν κανόνες.

Άλλοι ερευνητές (James, 2001:59) απορρίπτουν παρόμοιες διακρίσεις υποστηρίζοντας ότι δεν υπάρχει παιχνίδι χωρίς κανόνες ή οργανωμένα παιχνίδια χωρίς κάποια φανταστική κατάσταση. Ο Caillois (Ρεκαλίδου, 2004) θεωρώντας το παιχνίδι ως μια ελεύθερη δραστηριότητα με αβέβαιη έκβαση, ρυθμισμένη από κανόνες, έθεσε ως κριτήριο κατηγοριοποίησής του:

- τον ανταγωνισμό,
- την τύχη,
- την προσποίηση.

Η κατηγοριοποίηση που χρησιμοποιεί ως κριτήριο τον εξοπλισμό, διαχωρίζει τα παιχνίδια (Blatchford, 2001):

- με μπάλα,
- κυνηγητού,
- αναζήτησης θησαυρού,
- αιχμαλωσίας,
- με σχοινάκι,
- με κάρτες κλπ.

Μια ταξινόμηση (Γιαννίκας, Μπάλλα & Σταράκης, 1999) η οποία είναι προσανατολισμένη στη λειτουργία της σχολικής τάξης προτείνει τα:

- παιχνίδια γνώσεων (σταυρόλεξο-εικονόλεξο, ακροστιχίδα, αντιστοίχισης, κρυπτόλεξο, λαβύρινθοι-διάδρομοι, γλωσσικά παιχνίδια-γρίφοι - αινίγματα - γλωσσοδέτες),
- θεατρικά παιχνίδια,
- ζωγραφικά παιχνίδια,
- μουσικά παιχνίδια,
- κατασκευαστικά παιχνίδια,
- ηλεκτρονικά παιχνίδια.

Άλλες πάλι κατηγοριοποιήσεις είναι προσανατολισμένες σε συγκεκριμένα γνωστικά αντικείμενα και διαχωρίζουν επιμέρους κατηγορίες (Κόμπος, 1996; Κοντοδήμας, 1986; Παπαϊωάννου, 1989; Tapson, 1997¹⁰). Για παράδειγμα, στα μαθηματικά παιχνίδια συγκαταλέγονται τα:

- παιχνίδια με κάρτες,
- παιχνίδια ρόλων,
- λογικά παιχνίδια,
- πάζλ,
- μαθηματικά σταυρόλεξα (δίνεται ο ορισμός μιας μαθηματικής έννοιας ή η λεκτική της διατύπωση και ζητείται να βρεθεί η αριθμητική έννοια ή η αριθμητική γραφή της),
- αινίγματα (όπως τα μαγικά τρίγωνα όπου πραγματοποιούνται συνδυασμοί αριθμών ή κινήσεων, προκειμένου να επιτευχθεί ο στόχος που ορίζει το παιχνίδι),
- ντόμινο (γίνεται αντιστοίχιση κουκίδων με αριθμούς ή αριθμητικών συμβόλων με αριθμητικές λέξεις, αποτελέσματα αριθμητικών πράξεων, κλάσματα, δεκαδικούς, ποσοστά κλπ.),
- επιτραπέζια παιχνίδια, τόμπολα, καθώς και τρίλιζα.

Από τη μελέτη των ταξινομήσεων των παιχνιδιών τα οποία σχετίζονται με τα μαθηματικά (Σκουμπορδή & Καλαβάσης, 2005), προτείνονται δύο κύριες κατηγορίες παιχνιδιών οι οποίες βασίζονται αφενός στο είδος του παιχνιδιού και αφετέρου στα μαθηματικά που εμπλέκονται στο παιχνίδι. Ως προς το είδος του παιχνιδιού διαχωρίζονται σε:

- επιτραπέζια παιχνίδια,
- κατασκευαστικά παιχνίδια,
- ηλεκτρονικά παιχνίδια και

¹⁰ Ο Tapson (1997) διαχωρίζει τα μαθηματικά παιχνίδια από τα εκπαιδευτικά παιχνίδια ορίζοντας τις ιδιαιτερότητές τους. Ως εκπαιδευτικά παιχνίδια ορίζει τα παιχνίδια που έχουν επινοηθεί για διδασκαλία, πρακτική ή/και ανατροφοδότηση συγκεκριμένων ικανοτήτων. Ως μαθηματικά παιχνίδια ορίζει τα παιχνίδια που επιλέγουμε να ασχοληθούμε κατά τις ελεύθερες ώρες μας, όπως για παράδειγμα η τρίλιζα. Τα χαρακτηριστικά των μαθηματικών παιχνιδιών, όπως επισημαίνει, είναι ότι:

- έχουν μόνο δύο παίκτες,
 - περιλαμβάνουν μόνο νοητική ικανότητα (καμιά φυσική δραστηριότητα εκτός από την κίνηση στο πόνι ή την καταγραφή των αποτελεσμάτων),
 - προσφέρουν διαρκή πληροφόρηση (η κατάσταση του παιχνιδιού είναι ξεκάθαρη κάθε στιγμή στον κάθε παίκτη και δεν υπάρχουν κρυμμένα στοιχεία, όπως συμβαίνει όταν παίζουμε με τραπουλόχαρτα),
 - δεν περιλαμβάνουν, κατά κανόνα, τύχη,
 - ολοκληρώνονται σε εύλογο χρονικό διάστημα (αυτή η παράμετρος ορίζεται για να αποκλείσει παιχνίδια όπως το σκάκι, η ντάμα κλπ.),
 - παίζονται με σκοπό την ευχαρίστηση,
 - απαιτούν ελάχιστο ειδικό εξοπλισμό.
- Άλλοι ερευνητές περιγράφουν με διαφορετικό τρόπο τα χαρακτηριστικά του μαθηματικού παιχνιδιού (Holton, Ahmed, Williams & Hill, 2001):
- είναι μία δραστηριότητα η οποία βασίζεται στον συλλογισμό και στην οποία ο λύτης είναι υπεύθυνος για τη διαδικασία,
 - χρησιμοποιεί την τρέχουσα γνώση του λύτη,
 - δημιουργεί συνδέσμους μεταξύ των νοητικών σχημάτων του λύτη,
 - μέσω αυτών των συνδέσμων ενισχύει την τρέχουσα γνώση,
 - βοηθάει τη μελλοντική λύση προβλήματος και βελτιώνει τη μελλοντική πρόσβαση στη γνώση,
 - τα πλεονεκτήματα επέρχονται ανεξάρτητα από την ηλικία του λύτη.

- παιχνίδια ελεύθερης χρήσης (πχ μαγνητικοί αριθμοί, σχήματα κλπ.).

Η κατηγοριοποίηση ως προς τα μαθηματικά που εμπλέκουν, περιλαμβάνει:

- παιχνίδια με αριθμούς ή/και πράξεις,
- παιχνίδια με γεωμετρικά σχήματα επίπεδα ή/και στερεά,
- πιθανολογικά παιχνίδια,
- παιχνίδια στρατηγικής και
- παιχνίδια με ποικίλες μαθηματικές έννοιες.

Ο τρόπος που εμπλέκονται τα μαθηματικά στα παιχνίδια μπορεί να αποτελέσει κριτήριο ταξινόμησης δημιουργώντας δύο τύπους παιχνιδιού (Ginsburg, 2006):

- τα παιχνίδια που ενσωματώνουν μαθηματικά,
- τα παιχνίδια που έχουν επίκεντρο τα μαθηματικά.

Επίσης, ανάλογα με τον γνωστικό στόχο του παιχνιδιού διακρίνονται τα παιχνίδια σε (Lim-Teo, 1991):

- άσκησης και εξάσκησης,
- καλύτερης κατανόησης της έννοιας,
- σχηματισμού εννοιών,
- διερεύνησης,
- εφαρμογής της μαθηματικής γνώσης,
- ψυχαγωγικά παιχνίδια.

Το Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου (ΠΣΝ, 2011:27-29) παρουσιάζει μια ενδεικτική κατηγοριοποίηση των διαφορετικών ειδών παιχνιδιού, αναφέροντας το:

- κοινωνικό-δραματικό παιχνίδι (οργάνωση τραπέζιου μετά τα βαφτίσια του μωρού, αποστολή πακέτου στη γιαγιά από το ταχυδρομείο, μαγείρεμα του μεσημεριανού φαγητού της οικογένειας, ψώνια από μαγαζί),
- φανταστικό παιχνίδι (αναπαραγωγή χαρακτήρων από παιδικές σειρές και δημιουργία νέων ιστοριών, οργάνωση ταξιδιού στο διάστημα, ανάληψη ρόλων ερευνητών που ταξιδεύουν στη ζούγκλα),
- παιδαγωγικό παιχνίδι χειρισμού αντικειμένων (πάζλ, οικοδομικό και άλλο υλικό κατασκευών, ενσφηνώματα, tangram κλπ.),
- παιχνίδι με κανόνες (επιτραπέζια ή επιδαπέδια παιχνίδια με διάφορα υλικά, κινητικά ομαδικά παιχνίδια και παραδοσιακά παιχνίδια, παιχνίδια που συνδέονται με διαφορετικές μαθησιακές περιοχές πχ λεκτικά και μαθηματικά παιχνίδια, αυτοσχέδια παιχνίδια των παιδιών με κανόνες, λογισμικά εκπαιδευτικών παιχνιδιών και δραστηριοτήτων με πολυμέσα),
- παιχνίδι διερεύνησης (με αυτά τα παιχνίδια διερευνούν ιδιότητες και χρήσεις των υλικών: χρησιμοποιούν σανίδες και τουβλάκια για να δημιουργήσουν σύνθετες διαδρομές, εξερευνούν την κίνηση της μπάλας σε αυτές τις διαδρομές, διερευνούν τον χώρο με ρομπότ κλπ.).

Οι μορφές που παίρνει το παιχνίδι στον χώρο του Νηπιαγωγείου, όπως αναφέρονται στο Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου (ΠΣΝ, 2011:28) είναι οι παρακάτω:

- παιχνίδι κανόνων (συμβολικό, ομαδικό-κίνησης, παραδοσιακό, επιτραπέζιο),
- παιχνίδι κίνησης (εξάσκησης, κανόνων),
- παιχνίδι με αντικείμενα (κίνησης, συμβολικό, δημιουργικό-κατασκευαστικό, επικοινωνίας και συναλλαγής),
- συμβολικό παιχνίδι (με ή χωρίς αντικείμενα, παιχνίδι ρόλων),
- παιχνίδι γλώσσας (ηχητικής έκφρασης, με λέξεις και φράσεις).

Από τις παραπάνω ταξινομήσεις γίνεται φανερό ότι είναι ποικίλα τα στοιχεία τα οποία μπορούν να ορίσουν κατηγορίες παιχνιδιού (Σκουμπουρδή & Καλαβάσης, 2005; Σκουμπουρδή & Καλαβάσης, 2007) και μπορεί να είναι εξωγενή στοιχεία παιχνιδιού, ενδογενή στοιχεία παιχνιδιού, καθώς και άλλα λειτουργικά στοιχεία. Λόγω του ελεύθερου και δημιουργικού χαρακτήρα του παιχνιδιού, πολλές φορές δεν είναι δυνατή η ύπαρξη διακριτών και απόλυτων κατηγοριών οι οποίες θα επιτρέπουν την ένταξη κάθε παιχνιδιού σε μία, αποκλειστικά, κατηγορία. Ανάλογα με το κριτήριο που ορίζουμε κάθε φορά διαμορφώνονται και οι ανάλογες κατηγορίες. Συγκεκριμένα, αν επιλέξουμε ως κριτήριο:

- τον χώρο στον οποίο μπορεί να πραγματοποιηθεί το παιχνίδι, διακρίνουμε τα:

- υπαίθρια παιχνίδια,
 - αθλητικά παιχνίδια,
 - παιχνίδια εξωτερικού χώρου,
 - παιχνίδια εσωτερικού χώρου,
 - επιδαπέδια παιχνίδια,
 - επιτραπέζια παιχνίδια κλπ.
- το πώς πραγματοποιείται το παιχνίδι, δηλαδή τι εξοπλισμός απαιτείται, διακρίνουμε τα:
 - παιχνίδια με ταμπλό,
 - παιχνίδια με κάρτες,
 - παιχνίδια με υλικά για κατασκευές,
 - παιχνίδια με ντόμινο,
 - παιχνίδια με μπάλα (ή με σχοινάκι, μουσική, καρέκλες κλπ.),
 - παιχνίδια με μολύβι και χαρτί,
 - ηλεκτρικά και ηλεκτρονικά παιχνίδια,
 - παιχνίδια με εξειδικευμένο εξοπλισμό,
 - παιχνίδια χωρίς εξοπλισμό κλπ.
- το τμήμα του οργανισμού που ενεργοποιείται κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού, διακρίνουμε τα:
 - νοητικά παιχνίδια,
 - παιχνίδια φαντασίας,
 - παιχνίδια μνήμης,
 - παιχνίδια σωματικής δύναμης,
 - παιχνίδια ευλυγισίας,
 - παιχνίδια μιμητικής,
 - παιχνίδια ζωγραφικής,
 - λεκτικά παιχνίδια κλπ.
- την ηλικία των παικτών, διακρίνουμε τα:
 - παιχνίδια για βρέφη,
 - παιχνίδια για μωρά,
 - παιχνίδια για μικρά παιδιά,
 - παιχνίδια για εφήβους,
 - παιχνίδια για ενήλικες,
 - παιχνίδια για όλες τις ηλικίες κλπ.
- τον αριθμό των παικτών και το είδος της συνεργασίας τους, διακρίνουμε τα:
 - ατομικά παιχνίδια,
 - παιχνίδια σε ζευγάρια,
 - ομαδικά παιχνίδια κλπ.
- το αν υπάρχει συνεργασία μεταξύ των παικτών, διακρίνουμε τα:
 - παιχνίδια συνεργασίας,
 - παιχνίδια μη συνεργασίας.
- τον παράγοντα από τον οποίο εξαρτάται η έκβαση του παιχνιδιού διακρίνουμε τα:
 - παιχνίδια τύχης,
 - παιχνίδια στρατηγικής,
 - παιχνίδια τακτικής,
 - παιχνίδια γνώσης,
 - παιχνίδια κατασκευών,
 - παιχνίδια ρόλων,
 - μουσικά παιχνίδια,
 - παιχνίδια γνωριμίας κλπ.
- τον γνωστικό στόχο του παιχνιδιού διακρίνουμε, για τα μαθηματικά παιχνίδια, τα:
 - παιχνίδια με αριθμούς,
 - παιχνίδια με πράξεις,
 - παιχνίδια με σχήματα,
 - παιχνίδια μέτρησης,

- ο παιχνίδια προσανατολισμού,
- ο παιχνίδια με τις πιθανότητες κλπ.
- την προέλευση του παιχνιδιού, διακρίνουμε τα:
 - ο παιχνίδια άλλων εποχών,
 - ο παιχνίδια άλλων χωρών και πολιτισμών κλπ.
- τον τρόπο οργάνωσης του παιχνιδιού, διακρίνουμε τα:
 - ο αυθόρμητα ή ελεύθερα παιχνίδια,
 - ο ημι-δομημένα παιχνίδια,
 - ο δομημένα παιχνίδια,
 - ο κατευθυνόμενα παιχνίδια κλπ.

Με βάση την παραπάνω παιχνιδο-ποικιλότητα και λαμβάνοντας υπόψη την ηλικία των παιδιών, καθώς και το γνωστικό αντικείμενο των μαθηματικών, αλλά και τα παιχνίδια που παίζονται συχνότερα¹¹ στις τάξεις των μικρών παιδιών, καθώς και τα ερευνητικά αποτελέσματα για τα παιχνίδια, οι κατηγορίες παιχνιδιών για τις οποίες θα προβληματιστούμε στη συνέχεια, είναι: *τα παιχνίδια προσποίησης ή προσομοίωσης, τα παιχνίδια κανόνων, τα παιχνίδια κατασκευών και τα παιχνίδια εξερεύνησης* ως οι κατηγορίες παιχνιδιών που έχουν διερευνηθεί περισσότερο για τη συνεισφορά τους στα μαθηματικά της πρώτης σχολικής ηλικίας.

Τα παιχνίδια προσποίησης ή προσομοίωσης περιλαμβάνουν ποικίλα είδη παιχνιδιού, τα οποία περιγράφονται μέσα από τη διαφοροποίηση των δράσεων, όπως το συμβολικό παιχνίδι, το παιχνίδι ρόλων, το μιμητικό, το δραματικό, το λειτουργικό και το φανταστικό παιχνίδι μεταξύ άλλων. Τα παιχνίδια αυτά είναι εύκολο να πραγματοποιηθούν και συχνά πραγματοποιούνται, κυρίως, στις τάξεις των νηπιαγωγείων με τα παιδιά, από μόνα τους ή με τη βοήθεια της εκπαιδευτικού, να εντάσσουν την πραγματικότητα στα μαθηματικά και μέσω της κοινωνικής διάδρασης να μετατρέπουν την υποκειμενική γνώση σε αντικειμενική.

Το συμβολικό παιχνίδι για τον Vygotsky (2000) αποτελεί την κυρίαρχη δραστηριότητα για τη μάθηση και την ανάπτυξη των μικρών παιδιών, εφόσον τα μαθηματικά μαθαίνονται μέσω της κοινωνικής αλληλεπίδρασης. Θεωρεί ότι χρησιμοποιώντας τα παιδιά στο συμβολικό τους παιχνίδι θέματα από την καθημερινότητα και συζητώντας για αυτά οδηγείται η προσοχή τους σε συγκεκριμένες διαδικασίες και πτυχές της κατάστασης. Προτείνει την εμπλοκή του ενήλικα σε αυτού του είδους το παιχνίδι με ευαισθησία, δηλαδή τη συμμετοχή του με τέτοιο τρόπο ώστε να διατηρούν τα παιδιά την κυριότητα του παιχνιδιού. Σύμφωνα με τις Kamii και DeVries (1980), οι οποίες είναι επηρεασμένες από τη θεωρία του Piaget, τα παιχνίδια αυτά πρέπει να διαμορφώνονται έτσι ώστε να βρίσκονται σε αρμονία με τον τρόπο που σκέφτονται τα μικρά παιδιά, να ενθαρρύνουν τη συνέργια, ενώ η «εξουσία» των εκπαιδευτικών να περιορίζεται όσο γίνεται περισσότερο.

Ο Van Oers (1996, 1999, 2003) υποστηρίζει επίσης ότι το συμβολικό παιχνίδι είναι μια δραστηριότητα που ενισχύει τη μάθηση στις μικρές ηλικίες. Υποθέτει ότι οι μαθησιακές διαδικασίες των παιδιών πρέπει να ενσωματώνονται στο παιχνίδι τους και ότι αυτές οι μαθησιακές διαδικασίες θα μπορούσαν να βασιστούν στον τρόπο που τα παιδιά διαπραγματεύονται τα σύμβολα, τις συμβολικές αναπαραστάσεις και τα νοήματα. Στα παιχνίδια αυτά τα παιδιά χρησιμοποιούν συμβολικά διάφορα αντικείμενα ή παίζουν διάφορους ρόλους και για αυτό θεωρείται το πρώτο μέσο με το οποίο τα παιδιά εξερευνούν τη χρήση των συμβολικών συστημάτων (Whitebread, 2012). Είναι ο τύπος παιχνιδιού στον οποίο τα παιδιά προσπαθούν να επικοινωνήσουν τους μετασχηματισμούς τους οι οποίοι προέρχονται από τη μετατροπή αντικειμένων, ανθρώπων και καταστάσεων σε συνθήκες «ως εάν» (Whitebread & O'Sullivan, 2012). Απαιτούν αναπαραστατική ικανότητα εφόσον μετατρέπουν σε κάθε πιθανή δράση το εδώ και τώρα, το εσύ και εγώ, καθώς και το αυτό και εκείνο (Garvey, 1990). Τα παιχνίδια αυτού του είδους έχουν διερευνηθεί για τα αναπαραστατικά τους χαρακτηριστικά και για το πώς οι πρώτες μετασχηματιστικές ικανότητες υποστηρίζουν την ανάπτυξη ποικίλων ικανοτήτων και δεξιοτήτων, μεταξύ των οποίων και της μετα-επικοινωνίας, της μεταγνώσης και της αυτορρύθμισης (Whitebread & O'Sullivan, 2012).

Το συμβολικό παιχνίδι κατά τους Edo, Planas και Badillo (2009), μπορεί να προσφέρει ένα γενικό πλαίσιο για να αναπτυχθούν οι διαφορετικές μαθηματικές δράσεις. Αποτελεί μία ιδανική δραστηριότητα για την αξιολόγηση και την ανάπτυξη της γνωστικής, της κοινωνικής, της συναισθηματικής, της γλωσσικής και

¹¹ Το μεγαλύτερο μέρος των παιχνιδιών που παίζονται στο νηπιαγωγείο και κατά τη γνώμη των νηπιαγωγών σχετίζονται με τα μαθηματικά είναι τα παιχνίδια με ανάληψη ρόλων και τη χρήση ή όχι υλικού. Ακολουθούν τα επιτραπέζια παιχνίδια, τα οποία δεν παίζονται πολύ συχνά στην τάξη και τελευταία, αναφέρονται τα κατασκευαστικά παιχνίδια στα οποία συμμετέχει όλη η τάξη (Σκουμπουρδή & Καλαβάσης, 2007:152).

της κινητικής ικανότητας των μικρών παιδιών (Sayeed, & Guerin, 2000; Losardo & Notari-Syverson, 2001), καθώς όλα σχεδόν τα παιδιά εμπλέκονται σε αυτό για περισσότερο ή λιγότερο χρόνο, ανάλογα με το εκπαιδευτικό τους επίπεδο, αλλά και το εκπαιδευτικό πλαίσιο. Το συμβολικό παιχνίδι, εμπλέκει τα παιδιά σε κατάλληλες και ενδιαφέρουσες εμπειρίες με νόημα εφόσον επιλέγεται, οργανώνεται, πραγματοποιείται και ολοκληρώνεται από τα ίδια τα παιδιά (Γιαννίκας, Μπάλλα & Σταράκης, 1999). Στα πρώτα στάδιά του το συμβολικό παιχνίδι πρέπει να συνοδεύει οποιαδήποτε βασική δραστηριότητα και να συνδυάζεται με τη μεγαλύτερη δυνατή ποικιλία υλικού.

Ορισμένα εκπαιδευτικά πλαίσια, χαρακτηρίζουν το συμβολικό παιχνίδι άσκοπο. Ο χαρακτηρισμός αυτός προέρχεται από το ότι η κατασκευή της νέας πραγματικότητας από τους συμμετέχοντες διαφέρει από την καθημερινή πραγματικότητα και επιτρέπει την επίτευξη αποτελεσμάτων των οποίων οι συνέπειες είναι χωρίς σημασία για την παιγνιώδη κατάσταση (Oerter 2011 στο Vogel, 2013). Επιπλέον, τα συμβολικά παιχνίδια ενέχουν τον κίνδυνο να γίνουν επιβλαβή με την έννοια ότι υπάρχουν περιπτώσεις στις οποίες τα παιδιά δυσκολεύονται να αναπαραστήσουν κάτι ως κάτι άλλο (Sarama & Clements, 2009). Παίζοντας με ένα αντικείμενο-μοντέλο το μικρό παιδί το αντιλαμβάνεται ως παιχνίδι και αυτό το εμποδίζει να το χρησιμοποιήσει συμβολικά. Για παράδειγμα, αν σε μικρά παιδιά που παίζουν με κυβάρια θέσουμε ένα πρόβλημα με καραμέλες δείχνοντάς τους τα κυβάρια, δεν είναι βέβαιο ότι θα αντιληφθούν τον συμβολισμό. Όμως τα παιδιά με την πάροδο του χρόνου αναπτύσσουν την ικανότητα να βλέπουν τα αντικείμενα και ως παιχνίδια και ως σύμβολα.

Η σχέση των παιχνιδιών προσομοίωσης με τα μαθηματικά των μικρών παιδιών διαμορφώνεται με διαφορετικό τρόπο ανάλογα με το θέμα τους και τον τρόπο διαπραγμάτευσής τους. Όταν στις ελεύθερες δραστηριότητες που επιλέγονται και οργανώνονται από τα ίδια τα παιδιά, σε μία τάξη μαθηματικών, εμπλέκονται για παράδειγμα, αγοροπωλησίες, γίνεται φανερό η σχέση του παιχνιδιού με τα μαθηματικά ενώ σε προσομοιώσεις με άλλα θέματα η σύνδεση μπορεί να γίνει έμμεσα, μέσω της ανάδειξης σημείων κλειδιών της διαδικασίας του παιχνιδιού. Η μοντελοποίηση, η αφαίρεση και ο υποθετικός συλλογισμός είναι τρία σημεία κλειδιά που ενισχύουν τη μάθηση μέσω του συμβολικού παιχνιδιού, όπως ορίζει ο Bishop (1988). Αλλά και η συνεργασία, η επικοινωνία, η αλληλεπίδραση, η πρόβλεψη, ο συλλογισμός, η διατύπωση υποθέσεων και η λύση προβλήματος, η καλλιέργεια μεταγνωστικών στρατηγικών που περιλαμβάνουν απομνημόνευση, ανάκληση, σκέψη πάνω στη δράση, αποτίμηση, οργάνωση της πληροφορίας, επικοινωνία και σχεδιασμό είναι κάποια άλλα σημεία σύνδεσης του παιχνιδιού με τη μάθηση (Wood & Attfield, 1996). Τέτοιου είδους στοιχεία γίνονται αντιληπτά και επωφελή με τη μεσολάβηση του εκπαιδευτικού η οποία μπορεί να υποστηρίξει μεγάλη ποικιλία μετά-επικοινωνιακών ικανοτήτων (Whitebread & O'Sullivan, 2012). Η μετά-επικοινωνία επιτρέπει στους παίκτες να καθορίσουν το πλαίσιο του παιχνιδιού, να επικοινωνήσουν το πώς θα ερμηνεύεται η συμπεριφορά μέσα σε αυτό το πλαίσιο και να διαχειριστούν κάθε μεταγενέστερη τροποποίηση σε αυτό το πλαίσιο. Για τους πιο ανταγωνιστικούς στην προσπάθεια η ικανότητα της μετά-επικοινωνίας αντανάκλαται στην ικανότητα επιλογής της κατάλληλης υπονοούμενης ή ρητής μετά-επικοινωνιακής στρατηγικής.

Το παιχνίδι κοινωνικής προσποίησης είναι το παιχνίδι προσποίησης μεταξύ των συνομήλικων. Είναι συνήθως ομαδικό με έντονη κινητικότητα και απαιτεί ελευθερία δράσης, καθώς και συνεργασία, μέσω της διάδρασης και της επικοινωνίας, μεταξύ των παιδιών. Η επέκταση του ορισμού του παιχνιδιού κοινωνικής προσποίησης περιλαμβάνει ποικίλα επίπεδα προσποίησης από την απλή κοινωνική προσποίηση, στη συνεργατική κοινωνική προσποίηση, στη συνεταιριστική κοινωνική προσποίηση και τέλος στο πολύπλοκο παιχνίδι κοινωνικής προσποίησης το οποίο απαιτεί από τα παιδιά να σχεδιάσουν και να πραγματοποιήσουν το παιχνίδι τους αφού διαμορφώσουν τους ρόλους τους λαμβάνοντας υπόψη τους και τους ρόλους των συμμαθητών τους. Τα παιχνίδια προσποίησης μπορεί να θεωρηθεί ότι έχουν και κανόνες, εφόσον η προτροπή της δράσης μέσω συγκεκριμένων ρόλων και σχέσεων καθορίζεται από κάποιους «κανόνες». Δημιουργούνται, δηλαδή, και υιοθετούνται κανόνες για το συγκεκριμένο πλαίσιο παιχνιδιού οι οποίοι απαιτούν από τους παίκτες να δράσουν με τον κατάλληλο, για αυτό το πλαίσιο, τρόπο και οι οποίοι ορίζουν το είδος της συνεργασίας μεταξύ των παικτών.

Στα παιχνίδια αυτά τα παιδιά μιμούνται πολιτισμικές πρακτικές οι οποίες διαμορφώνουν πλαίσια για μάθηση (Van Oers, 2010). Για παράδειγμα, στο παιχνίδι προσομοίωσης του ταχυδρομείου τα παιδιά μαθαίνουν να επικοινωνούν με πολιτισμικά αποδεκτούς τρόπους σχετικά με τα χρήματα, τα γραμματόσημα, τις τιμές, τους αριθμούς, τις συναλλαγές κλπ. Η συμμετοχή των μαθητών σε περιβάλλοντα προσομοίωσης, τα οποία στηρίζονται σε πραγματικά πλαίσια και αναπαράγουν κάποια από τα χαρακτηριστικά αυτών των πλαισίων με ανάληψη ρόλων, βοηθάει στην ανάπτυξη στρατηγικών λύσης προβλήματος. Τα περιβάλλοντα προσομοίωσης πραγματικών καταστάσεων είναι πολύ σημαντικά για τα μικρά παιδιά, λόγω του ότι κάνουν

δυνατή τη φαντασίωση πραγματικών καταστάσεων και τη διαπραγμάτευσή τους μέσω μαθηματικών μοντέλων (Gravemeijer, 2007).

Άλλες μορφές που μπορεί να πάρει το παιχνίδι αυτής της κατηγορίας είναι το λειτουργικό παιχνίδι, το φανταστικό παιχνίδι, το δραματικό παιχνίδι, αλλά και το άγριο και επικίνδυνο παιχνίδι (Kangas, Määttä & Uusiautti, 2012). Το λειτουργικό παιχνίδι χωρίζεται σε απλό και σε σύνθετο. Στο απλό, το παιδί συνδυάζει δύο αντικείμενα λειτουργικά, αλλά καθώς το παιχνίδι εξελίσσεται γίνεται πιο σύνθετο και το παιδί μπορεί να συνδυάζει περισσότερα αντικείμενα κάνοντας ταυτόχρονα διάφορες χειρονομίες και δυνατούς θορύβους όταν προσποιείται. Το φανταστικό παιχνίδι, είναι ο τύπος συμβολικού παιχνιδιού στον οποίο το παιδί προσποιείται, δρα ή αναπαριστά καταστάσεις από την εμπειρία του. Το παιχνίδι αυτό θεωρείται, στον δυτικό πολιτισμό, σημαντικό για την ανάπτυξη των παιδιών, εφόσον περιέχει μεταγνωστικά χαρακτηριστικά, όταν ο παίκτης αναπαριστά την εμπειρία του, όταν δρα ως κάποιος άλλος, όταν χρησιμοποιεί αντικείμενα ως κάτι άλλο από αυτό που είναι σχεδιασμένα να κάνουν. Το δραματικό παιχνίδι θεωρείται ότι δημιουργεί τις προϋποθέσεις για την ανάπτυξη μαθηματικών ιδεών (Perry & Conroy, 1994). Τέλος, το άγριο και επικίνδυνο παιχνίδι είναι μία πιο τραχιά μορφή συμβολικού παιχνιδιού στην οποία ο ρόλος του παιδιού αλλάζει και από κυνηγός γίνεται κυνηγημένος. Τέτοιου είδους παιχνίδια συγχέονται με την επιθετικότητα και πολλές φορές μπορεί να ξεφύγουν και να γίνουν επιβλαβή ή επικίνδυνα. Ίσως για τον λόγο αυτόν, στο πλαίσιο δράσεων για τη μεταρρύθμιση στην Αγγλία οι εκπαιδευτικοί, αλλά και οι άλλοι συμμετέχοντες στη διαδικασία, απέρριψαν τέτοιου είδους παιχνίδια. Αυτό φάνηκε σε έρευνα (Wood, 2012) η οποία είχε σκοπό να παράσχει οδηγίες για το παιχνίδι, ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί από ενήλικες διαφορετικού εκπαιδευτικού και μορφωτικού επιπέδου και σε ποικίλα πλαίσια. Η ερευνήτρια παρουσίασε μελέτες περίπτωσης από παιχνίδια με μικρά παιδιά ώστε να προβληματίσει τους εκπαιδευτικούς με αυθεντικά πλαίσια στην πράξη. Σε μία από αυτές τις μελέτες τα παιδιά (3-5 ετών) έπαιζαν τους πειρατές και εμπλέκονταν σε δυναμικές φανταστικές καταστάσεις οι οποίες περιλάμβαναν αρπαγές παιδιών, σκοτωμούς, κλοπές, καθώς και διάφορες τιμωρίες όπως περπάτημα σε σανίδα και δέσιμο σε δέντρα. Το συγκεκριμένο παράδειγμα απορρίφθηκε από τους υπεύθυνους της μεταρρύθμισης ως επιθετικό και αντικοινωνικό με το σχόλιο ότι τέτοιου είδους παιχνίδια δεν πρέπει να ενθαρρύνονται. Η ερευνήτρια αναφέρει ότι ένα τέτοιο παιχνίδι, όπως το παιχνίδι των πειρατών, παρόλο που είναι πλούσιο σε δράσεις, ενδιαφέρον και πολύπλοκο, απορρίφθηκε λόγω μειωμένης και μερικής ερμηνείας. Καταλήγει στο ότι πρέπει να είμαστε πολύ προσεκτικοί για το τι περιμένουμε από την έρευνά μας γιατί συχνά οι διαφορετικές εκδοχές του παιχνιδιού ερμηνεύονται από την οπτική των ενηλίκων ως προς την κοινωνικά αποδεκτή μορφή παιχνιδιού αντί από την οπτική των παιδιών.

Παραδείγματα συμβολικών παιχνιδιών που έχουν χρησιμοποιηθεί σε έρευνες είναι: το παιχνίδι του γιατρού (Svensson, 2015) (δες κεφάλαιο [B.1](#)) και το παιχνίδι «ο φούρνος» (δες κεφάλαιο [B.2](#)). Τα παιχνίδια αυτά δεν είναι δυνατόν να περιγραφούν, γιατί δεν βασίζονται σε προδιαγεγραμμένους κανόνες ούτε έχουν συγκεκριμένη δομή. Κάθε ομάδα παιδιών οργανώνει και πραγματοποιεί το παιχνίδι με τον δικό της ξεχωριστό τρόπο μοιράζοντας ρόλους και μοντελοποιώντας τις αντιλήψεις και εμπειρίες της για το συγκεκριμένο, κάθε φορά, θέμα. Άλλες πολιτισμικές πρακτικές που χρησιμοποιούνται συχνά στις τάξεις των νηπιαγωγείων, στα παιχνίδια προσποίησης των παιδιών, είναι το κατάστημα (ρούχων, παπουτσιών κλπ.), το εστιατόριο, το κουρείο, οι πειρατές, το σούπερμαρκετ, το μουσείο, ο σιδηροδρομικός σταθμός, το τουριστικό πρακτορείο, το ταχυδρομείο (Van Oers, 2010) κλπ.

Μία άλλη κατηγορία παιχνιδιών, κατάλληλων για τα μικρά παιδιά, είναι τα παιχνίδια κανόνων. Το βασικό χαρακτηριστικό αυτών των παιχνιδιών είναι η ύπαρξη κανόνων και η τήρησή τους διότι βοηθάνε τα παιδιά να κατανοήσουν το νόημα, τον σκοπό και τη λειτουργία του παιχνιδιού και να επικοινωνήσουν με τους συμπαίκτες τους (Σκουμπουρδή, 2012β), να εξοικειωθούν με μικροσυστήματα αξιωμάτων (Szendrei, 1996) και να καθορίσουν την εξέλιξη του παιχνιδιού, εφόσον η διαφορετική διαχείριση των κανόνων μπορεί να οδηγήσει σε διαφορετικές εμπειρίες (Skoumpourdi, 2011). Τα παιδιά σε αυτού του είδους τα παιχνίδια είναι μεν ελεύθερα να αποφασίζουν για τις δράσεις τους, αλλά οι δράσεις αυτές σχεδιάζονται και πραγματοποιούνται με βάση τους κανόνες του παιχνιδιού. Το παιδί που παίζει ένα παιχνίδι κανόνων εμπλέκεται σε άμιλλα και ανταγωνισμό μέσα σε πνεύμα πειθαρχημένης ελευθερίας και έχει πλήρη συνείδηση του αντιπάλου του. Ο ανταγωνισμός των παικτών σε ένα τέτοιο παιχνίδι είναι τεχνητός και περιστασιακός.

Οι κανόνες του παιχνιδιού μπορεί να είναι αυτοσχέδιοι ή εκ των προτέρων δομημένοι. Επίσης, μπορεί να είναι απλοί, πολύπλοκοι, καλογραμμένοι ή όχι, εύκολο ή δύσκολο να κατανοηθούν. Σε κάθε περίπτωση είναι απαραίτητο να διαβαστούν, να εξηγηθούν και να εξασφαλιστεί ότι έγιναν κατανοητοί από όλους τους παίκτες, πριν αρχίσει το παιχνίδι. Ακόμα και η καλύτερη επιλογή παιχνιδιού μπορεί να οδηγήσει σε αποτυχία από τη μη κατανόηση των κανόνων. Θεωρώντας ότι η ερμηνεία των κανόνων μπορεί να είναι και υποκειμενική υπάρχουν κριτήρια που μπορεί να ελαχιστοποιήσουν τυχόν παρανοήσεις των παικτών. Για

παράδειγμα, να δοκιμαστεί το παιχνίδι, όχι από εκείνους που το σχεδίασαν, δηλαδή τους δημιουργούς των κανόνων, αλλά από ανεξάρτητους παίκτες. Να μη δημιουργούνται σκόπιμα ασαφείς κανόνες με την προτροπή να διαμορφώνονται από τους εκάστοτε παίκτες. Είναι προτιμότερο να υπάρχουν σαφείς κανόνες, αλλά να γνωρίζουν οι συμμετέχοντες ότι οι κανόνες μπορούν να τροποποιηθούν, να αγνοηθούν ή να διατηρηθούν. Τα παιχνίδια κανόνων προσφέρουν πολλές ευκαιρίες προσαρμογής του παιχνιδιού στους διαφορετικούς στόχους, ανάγκες και ιδιαιτερότητες τόσο των εκπαιδευτικών όσο και της εκάστοτε ομάδας των παικτών. Πολλές φορές είναι απαραίτητο να διαμορφωθούν οι κανόνες με τέτοιο τρόπο ώστε να ανταποκρίνονται στις ανάγκες των παιδιών. Αν οι κανόνες είναι πολύ δύσκολοι μπορεί να συμφωνηθεί πριν αρχίσει το παιχνίδι να απλοποιηθούν, έτσι ώστε να μη δημιουργηθεί απογοήτευση στους παίκτες. Αν οι κανόνες είναι πολύ απλοί μπορούν να διαμορφωθούν ανάλογα με τις ανάγκες και τις ικανότητες των παιδιών, ώστε να έχει ενδιαφέρον το παιχνίδι. Για να διαπιστωθεί αν οι κανόνες είναι σαφείς και περιεκτικοί πρέπει να απαντούν τουλάχιστον στα παρακάτω ερωτήματα: Ποιος παίζει πρώτος; Πότε τελειώνει το παιχνίδι; Ποιος θεωρείται νικητής; Πώς κινούνται τα πόνια; Πώς χρησιμοποιούνται ή τι ρόλο παίζουν τα διάφορα αντικείμενα (κάρτες, μάρκες, χρήματα, κλπ.) του παιχνιδιού;

Η διαχείριση των κανόνων μπορεί να δημιουργήσει, να ενδυναμώσει ή/και να αποδυναμώσει τις συνθήκες για δημοκρατική επικοινωνία στην τάξη των μαθηματικών (Σκουμπουρδή, 2012β). Για παράδειγμα, σύμφωνα με τις Kamii και DeClark (1995), αν η εξήγηση των κανόνων ενός παιχνιδιού, που παίζεται για πρώτη φορά σε μια τάξη μαθηματικών, γίνεται από τον εκπαιδευτικό αυτό δημιουργεί σχέσεις εξουσίας μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητών. Η δημιουργία κανόνων από τους ίδιους τους μαθητές μειώνει την εξουσία των εκπαιδευτικών, αναπτύσσει την αυτονομία των παιδιών και μεταφέρει την ευθύνη της επίλυσης τυχόν διαφωνιών που σχετίζονται με τους κανόνες στα ίδια τα παιδιά. Παρόλο που δεν είναι πάντα εύκολο να δημιουργηθούν περιεκτικοί και ξεκάθαροι κανόνες από τα μικρά παιδιά (δες κεφάλαιο [B.2](#)), αυτή είναι μία δημιουργική και κριτική δραστηριότητα η οποία αναπτύσσει ποικίλες άλλες ικανότητες και δεξιότητες και δημιουργεί τις συνθήκες για δημοκρατική επικοινωνία στην τάξη των μαθηματικών.

Ο Van Oers (2014) διαφοροποιεί τους κανόνες των παιχνιδιών ανάλογα με τη λειτουργία τους σε: 1. κοινωνικούς κανόνες, με τους οποίους γίνεται η αλληλεπίδραση και η διαπραγμάτευση κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού, 2. τεχνικούς κανόνες, οι οποίοι σχετίζονται με το πώς χρησιμοποιούνται κατάλληλα τα αντικείμενα του παιχνιδιού, 3. εννοιολογικούς κανόνες για το πώς θα πραγματοποιηθεί μια δράση με βάση συγκεκριμένες έννοιες και 4. κανόνες στρατηγικής, δηλαδή κανόνες για το πώς θα βελτιωθεί η διαδικασία του παιχνιδιού. Οι Salen και Zimmerman (2004) διακρίνουν σε κάθε παιχνίδι τρία είδη κανόνων: 1. λειτουργικούς κανόνες, με τους οποίους παίζεται το παιχνίδι, 2. συστατικούς κανόνες, με τους οποίους συγκροτείται η τυπική δομή του παιχνιδιού και 3. υπονοούμενους κανόνες, οι οποίοι δεσμεύουν τις εκφράσεις και τις συμπεριφορές των παικτών.

Τα παιχνίδια κανόνων που θα διερευνηθούν, στο συγκεκριμένο κεφάλαιο, είναι επιτραπέζια παιχνίδια με ταμπλό, με κάρτες και με ζάρια, καθώς και κινητικά παιχνίδια. Τα επιτραπέζια παιχνίδια είναι ένα είδος παιχνιδιού με κανόνες, επιπλέον χαρακτηριστικά του οποίου είναι (Σκουμπουρδή, 2012α): 1. το κεντρικό θέμα προς διαπραγμάτευση, με βάση το οποίο σχεδιάζονται και τα υπόλοιπα στοιχεία του, 2. το ταμπλό και η διαδρομή, 3. τα πόνια, 4. τα μέσα τυχαιότητας, δηλαδή τα μέσα που χρησιμοποιούνται για να καθοριστεί η σειρά των παικτών και η συνέχεια του παιχνιδιού (όπως ζάρια, κληρωτίδα, τροχός), 5. τα άλλα μέσα που είναι απαραίτητα για τη διεξαγωγή του, δηλαδή τα αντικείμενα του παιχνιδιού (όπως κάρτες, μάρκες, χρήματα και άλλα αντικείμενα) και 6. το κουτί.

Η θεματολογία των επιτραπέζιων παιχνιδιών ποικίλει και μπορεί να σχετίζεται με τα ενδιαφέροντα των παιδιών, με βασικές ιδέες ενός γνωστικού αντικείμενου ή με συνδυασμό τους. Παιχνίδια με θέματα που είναι οικεία στα παιδιά αυτής της ηλικίας και έχουν νόημα γι' αυτά, τα εμπλέκουν ενεργά στον προβληματισμό τους και εξασφαλίζουν την ενθουσιώδη συμμετοχή τους.

Το ταμπλό ενός παιχνιδιού μπορεί να είναι πολύ λιτό ή τόσο περίτεχνο που να παραπέμπει σε έργο τέχνης. Μπορεί να είναι δισδιάστατο ή τρισδιάστατο. Η διαδρομή, είναι δυνατό να είναι περιμετρική, ελικοειδής, να σχηματίζει πολύπλευρο, σπирάλ, κυκλικό σχήμα, ζιγκ ζαγκ (Kamii & DeClark, 1995). Μπορεί να είναι μονοπάτι, να περιλαμβάνει κυκλικό κόμβο, να είναι τετραγωνισμένο πλαίσιο με κουτιά κλπ. Για τις μικρές ηλικίες προτιμούνται παιχνίδια με διαδρομές «μονοπάτια» και όχι διαδρομές που περιέχουν κυκλικούς κόμβους ή διαδρομές στις οποίες οι θέσεις είναι ενωμένα κουτιά σε τετραγωνισμένο πλαίσιο, γιατί δυσκολεύουν τα παιδιά. Στην πρώτη περίπτωση, τα παιδιά μπαίνοντας στον κυκλικό κόμβο ξεχνάνε να βγουν και αποπροσανατολίζονται, με αποτέλεσμα να τον διασχίζουν πάνω από μία φορά. Στη δεύτερη περίπτωση, τα πλαίσια σε τετραγωνισμένο σχηματισμό δεν ορίζουν με σαφήνεια τη διαδρομή, με αποτέλεσμα να

μπερδεύονται τα παιδιά και να γυρνάνε προς τα πίσω, ακόμα και όταν υπάρχουν βέλη που δείχνουν την πορεία.

Τα πιόνια έχουν συνήθως τέτοιο μέγεθος, ώστε να χωράνε στις θέσεις της διαδρομής και να κινούνται στη διαδρομή του ταμπλό με άνεση. Επίσης, έχουν διαφορετικά χρώματα για να γίνονται εύκολα διακριτά από τους παίκτες. Το σχήμα τους μπορεί να είναι το κλασικό, σαν μικρές κορύνες ή να αναπαριστά κάτι σχετικό με τη θεματολογία του παιχνιδιού. Μπορεί, δηλαδή, να αναπαριστούν ζώα, ανθρώπους, αυτοκίνητα, αντικείμενα της καθημερινότητας κλπ. Σε κάθε περίπτωση, αν τα πιόνια είναι αντικείμενα τα οποία έχουν όψεις από όλες τις πλευρές τους ή αν έχουν τέτοιο σχήμα ώστε να μην επηρεάζουν την κατεύθυνση της επόμενης κίνησης, αυτό βοηθάει την ομαλή εξέλιξη της διαδικασίας του παιχνιδιού των μικρών παιδιών. Συχνά τα μικρά παιδιά επηρεάζονται για την κατεύθυνση της επόμενης κίνησής τους από το πού είναι στραμμένη η όψη του πιονιού τους. Η συνδυαστική χρήση διαφορετικών χρωμάτων και σχημάτων, στα πιόνια του ίδιου παιχνιδιού, μπορεί να βοηθήσει άτομα που πάσχουν από αχρωματοψία ή από άλλα προβλήματα όρασης να εντοπίζουν χωρίς δυσκολία το πιόνι τους.

Τα μέσα τυχαιότητας με τα οποία ορίζεται η σειρά των παικτών και οι επόμενες κινήσεις τους στην εξέλιξη του παιχνιδιού είναι συνήθως ζάρια, τροχοί και κληρωτίδες. Τα ζάρια μπορεί να είναι τα κλασικά, δηλαδή ο κύβος με κουκκίδες ή αριθμούς μέχρι το έξι σε συγκεκριμένη διάταξη και θέση. Μπορεί να είναι κύβοι με άλλους αριθμούς και σύμβολα, σχήματα ή χρώματα, αλλά και 10-εδρα και 12-εδρα ζάρια. Σύμφωνα με τις Kamii και DeClark (1995) τα ζάρια μπορούν να χρησιμοποιηθούν στα επιτραπέζια παιχνίδια για να εξυπηρετήσουν διάφορους στόχους, όπως η διαμέριση συνόλου, ο καθορισμός των μονών και των ζυγών αριθμών, η πρόσθεση και η αφαίρεση, η αναγνώριση των διπλών και των διπλών συν ένα, η αντίληψη των αριθμών οι οποίοι όταν συνδυαστούν δημιουργούν συγκεκριμένο αριθμό, καθώς και η εύρεση των πολλαπλάσιων ενός αριθμού. Οι τροχοί είναι συνήθως χωρισμένοι σε δύο, τρία, τέσσερα, έξι, οκτώ ή και περισσότερα ίσα τμήματα (Skoumpourdi & Kalavassiss, 2003). Στα τμήματα αυτά μπορεί να αναγράφονται αριθμοί, γράμματα, λέξεις, εκφράσεις, εικονιστικές παραστάσεις, σύμβολα, σχήματα, χρώματα και ποσοστά. Οι κληρωτίδες μπορεί να είναι σακούλες ή κουτιά με μάρκες, κάρτες, αριθμούς, γράμματα.

Αλλά αντικείμενα παιχνιδιού τα οποία χρησιμοποιούνται για να καθορίσουν τις διαφορετικές του λειτουργίες μπορεί να είναι τα χρήματα, οι κάρτες με ποικίλο περιεχόμενο, τα γεωμετρικά σχήματα, καθώς και άλλα λειτουργικά αντικείμενα για την πραγματοποίηση του παιχνιδιού. Οι κάρτες μπορεί να έχουν γράμματα, λέξεις, εκφράσεις, οδηγίες, εντολές, εικονιστικές παραστάσεις, σχήματα, αριθμούς, σύμβολα, πράξεις. Για να είναι εύχρηστο και λειτουργικό ένα επιτραπέζιο παιχνίδι θα πρέπει να είναι τοποθετημένο στο κουτί του. Το όνομα του παιχνιδιού και η φωτογραφία του στην πάνω και την πλαϊνή όψη του κουτιού βοηθάει στην τακτοποίηση και την αναζήτησή του. Άλλα στοιχεία όπως η προτεινόμενη ηλικία και το πλήθος των παικτών, καθώς και η θεματολογία και οι κανόνες του παιχνιδιού ή φωτογραφία από κάποιο στιγμιότυπο του παιχνιδιού, μπορούν επίσης να υπάρχουν στο κουτί γιατί δίνουν απαραίτητες πληροφορίες για την επιλογή του.

Ανάλογα με το κριτήριο που τίθεται κάθε φορά, διαμορφώνονται με διαφορετικό τρόπο οι κατηγορίες επιτραπέζιων παιχνιδιών. Κάποια κριτήρια ταξινόμησης μπορεί να είναι: 1. η ηλικία των παικτών, 2. ο αριθμός των παικτών και το είδος της συνεργασίας τους, 3. οι παράγοντες από τους οποίους εξαρτάται η έκβαση του παιχνιδιού (τύχης, στρατηγικής, τακτική κλπ.), 4. ο στόχος του παιχνιδιού (επιτυχία, διασκέδαση, γνωστικός, κλπ.), αλλά και 5. το τι κάνουν οι παίκτες στο παιχνίδι (Kamii & DeVries, 1980:55): α. αν κινούν τα πιόνια τους πάνω σε μια δεδομένη διαδρομή, β. αν κινούν πολλά πιόνια σε διάφορες διαδρομές, γ. αν γεμίζουν κενά με συγκεκριμένο τρόπο ή δ. αν συλλέγουν αντικείμενα.

Τα επιτραπέζια παιχνίδια θεωρείται ότι ενισχύουν τις αριθμητικές ικανότητες των παιδιών (Stebler, Vogt, Wolf, Hauser & Rechsteiner, 2013), μέσω της καταμέτρησης και της 1-1 αντιστοίχισης, καθώς μετακινείται το πιόνι στο ταμπλό σύμφωνα με την ένδειξη του ζαριού, αλλά και της αντίληψης ότι οι μεγαλύτεροι αριθμοί της αριθμοσειράς αποδίδουν μεγαλύτερο αριθμό θέσεων στο ταμπλό (Olson, 2007). Έτσι, τα παιδιά μπορούν να αρχίσουν να συνειδητοποιούν, μέσα από αυτά τα παιχνίδια, καθώς και από τα παιχνίδια με ζάρια, ότι ο αριθμός δεν είναι μόνο σύμβολο στην αριθμοσειρά, αλλά ότι αντιπροσωπεύει και ποσότητα και διάταξη. Τα επιτραπέζια παιχνίδια και τα παιχνίδια με κάρτες, επιτρέπουν την εμβάθυνση σε ικανότητες οι οποίες έχουν ήδη αποκτηθεί, εφόσον σε αυτού του είδους τα παιχνίδια ενυπάρχει ένα οικείο στα παιδιά πλαίσιο που απαιτεί τη χρήση μαθηματικών που τους είναι ήδη γνωστά (Ainley, 1990). Επίσης, αυτού του είδους τα παιχνίδια δύναται να παίζονται από παιδιά τα οποία βρίσκονται σε διαφορετικά επίπεδα γνωστικών ικανοτήτων με διαφορετικά αποτελέσματα, διευκολύνοντας τη μάθηση και την ανάπτυξη με ποικίλους τρόπους. Για παράδειγμα, παιδιά που είναι προχωρημένα παίρνουν στρατηγικές αποφάσεις στις οποίες είναι απαραίτητο να ληφθούν υπόψη οι μελλοντικές τους κινήσεις, ενώ παιδιά τα οποία είναι λιγότερο

προχωρημένα και δεν είναι ικανά να σκεφτούν πέρα από τη συγκεκριμένη κίνηση ωφελούνται από το σύνθετο παιχνίδι των συμπαικτών τους (Kamii & Kato, 2005).

Παρακάτω παρατίθενται ενδεικτικά παραδείγματα παιχνιδιών η αποτελεσματικότητα των οποίων έχει διερευνηθεί και καταγραφεί σε ερευνητικά αποτελέσματα:

- Επιτραπέζια παιχνίδια με ταμπλό: «[Μπορείς να μοιράσεις δίκαια;](#)» (Skoumpourdi & Sofikiti, 2009), «[Ανεβαίνω-Κατεβαίνω](#)», «[Μπορείς να οδηγήσεις σωστά;](#)», «Ο γάτος και τα ποντίκια» (Σκουμπουρδή, 2010; Skoumpourdi, 2012α), «[Η πόλη των σχημάτων](#)» (Skoumpourdi, 2012β), «[Θησαυρός](#)» (“[Golden treasure](#)”) Vogel (2013), «[Βρες αυτό που περιγράφω](#)» (Φιλακουρίδη, 2013), «[Ο τζίτζικας και ο μέρμηγκας](#)», «[Το βιβλίο της περιπέτειας](#)» (Σκουμπουρδή, Πιννίκα, Ανδριώτη, Καραγκιόζογλου, Κατσαρά, Μανδυλάκη, Παρδάλη & Χατζηκοκολάκη, 2015), «[Ποιος έχει τα περισσότερα](#)» (“[Who has more](#)”) (Tubach, 2015) και «[Βρες το σχήμα](#)» (Skoumpourdi, uc).
- Επιτραπέζια παιχνίδια με κάρτες: «[Μάντεψε ποιο σχήμα](#)» (Skoumpourdi, 2013), «[Κόλλα ... 15!](#)» (Σκουμπουρδή, Πιννίκα, Ανδριώτη, Καραγκιόζογλου, Κατσαρά, Μανδυλάκη, Παρδάλη & Χατζηκοκολάκη, 2015) και “[Make 10](#)” («[Κάνω 10](#)») (Olson, 2007).
- Επιτραπέζια παιχνίδια με ζάρια: «[Εκατό ή χάνεις](#)» (Λαζαρίδης, 2012) και «[Κλείσε το κουτί](#)» (“[Shut the box](#)”) (Stebler, Vogt, Wolf, Hauser & Rechsteiner, 2013).

Τα κινητικά παιχνίδια είναι ένα άλλο είδος παιχνιδιού με κανόνες. Στα παιχνίδια αυτά συμμετέχει συνήθως όλη η τάξη και έχουν κίνηση. Ενδεικτικά παραδείγματα κινητικών παιχνιδιών είναι το παιχνίδι «[Ρολογάς](#)» (Γκριμπίζη & Σπανοπούλου, 2012) και το παιχνίδι στην αριθμογραμμή «[Ρομπότ](#)» (Λαζαρίδης, 2012).

Τα παιχνίδια κατασκευών και τα παιχνίδια εξερεύνησης καλύπτουν την ενδιάμεση περιοχή μεταξύ παιχνιδιών προσποίησης και παιχνιδιών με κανόνες. Στα παιχνίδια αυτά συμμετέχει συνήθως όλη η τάξη, δεν έχουν έναν νικητή αφού τελειώνουν με την ολοκλήρωση της κατασκευής ή της εξερεύνησης, βασίζονται στη στρατηγική και δεν υπάρχουν προκαθορισμένοι κανόνες. Η διαδικασία καθορίζεται κάθε φορά από τις απαιτήσεις της δράσης. Σε μία κατασκευή, οι προσπάθειες του παιδιού να δημιουργήσει, για παράδειγμα, έναν πύργο θα το οδηγήσουν, μέσω της δοκιμής και του λάθους, να αντιληφθεί ότι η ισορροπία, μεταξύ δύο αντικειμένων, επέρχεται με διαφορετικούς τρόπους. Αντίστοιχα, σε ένα παιχνίδι εξερεύνησης, η συνέπεια των δράσεων και η εστίαση σε συγκεκριμένα χαρακτηριστικά μπορεί να οδηγήσει στο επιθυμητό αποτέλεσμα. Τέτοιου είδους παιχνίδια, με την κατάλληλη υποστήριξη από τους εκπαιδευτικούς, μπορεί να οδηγήσουν στην οικοδόμηση της μαθηματικής γνώσης. Τα παιχνίδια κατασκευών με οικοδομικό υλικό (στερεά σχήματα) έχουν συνδεθεί με την ανάπτυξη πολλών μαθηματικών ιδεών, όπως της σύγκρισης, της καταμέτρησης, της ταξινόμησης, της μέτρησης, της σειροθέτησης και της χρήσης κλασμάτων (Rogers, 2011; Sarama & Clements, 2003; Wolfgang, Stannard & Jones, 2001). Έρευνες έχουν δείξει ότι το παιχνίδι με το οικοδομικό υλικό μπορεί να ενισχύσει τη μαθηματική μάθηση των παιδιών, ειδικά εκείνων που προέρχονται από οικογένειες με περιορισμένες οικονομικές δυνατότητες και των οποίων οι γονείς, λόγω συνθηκών, δεν ασχολούνται πολύ μαζί τους, μέσω της κατάλληλης παρεμβολής των εκπαιδευτικών (Park, Chae & Foulks-Boyd, 2008). Τα παιχνίδια αυτά, καθώς και τα παιχνίδια κατασκευών με πάζλ, δίνουν υψηλότερες τιμές στους τομείς της νόησης, της αντίληψης, της γλωσσικής έκφρασης και της κατανόησης των αριθμών (Wolfgang & Stakenas, 1985). Ενδεικτικά παραδείγματα παιχνιδιών κατασκευών είναι το «[Παιχνίδι κάλυψης επιφάνειας](#)» (Σκουμπουρδή & Μαλαματένιου, 2015) και τα “[Wooden sticks](#)” («[Ξύλινα ραβδιά](#)») (Vogel, 2013) και παιχνιδιού εξερεύνησης είναι το «[Στερεό σχήμα](#)» (“[Solid figure](#)”) (Vogel, 2013).

Ενδεικτικές ερωτήσεις και θέματα για περαιτέρω διερεύνηση και προβληματισμό (αναζήτηση πηγών για διεύρυνση της μελέτης):

- Τι συμπεράσματα μπορούμε να βγάλουμε από τις ποικίλες κατηγοριοποιήσεις των παιχνιδιών;
- Υπάρχουν στοιχεία συσχετισμού μεταξύ των διαφορετικών κατηγοριοποιήσεων;
- Με ποιες θεωρίες μπορούμε να συσχετίσουμε τις κατηγοριοποιήσεις;
- Μία κατηγοριοποίηση τι στοιχεία δίνει για το κριτήριο με το οποίο πραγματοποιήθηκε;
- Με βάση ποια κριτήρια μπορούμε να κατηγοριοποιήσουμε τα παιχνίδια; Υπάρχουν επιπλέον κριτήρια ή συνδυασμοί κριτηρίων;
- Δημιουργήστε τη δική σας κατηγοριοποίηση παιχνιδιών αιτιολογώντας την επιλογή σας.

- Ποια βασικά είδη παιχνιδιού συναντάμε στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών; Ποιο άλλο είδος θα μπορούσαμε να συμπεριλάβουμε; Σε τι μοιάζουν αυτά τα είδη μεταξύ τους και σε τι διαφέρουν;
- Ποια είναι τα χαρακτηριστικά του συμβολικού παιχνιδιού (ή του παιχνιδιού με κανόνες ή του παιχνιδιού κατασκευών);
- Μπορείτε να δώσετε παραδείγματα συμβολικού παιχνιδιού (ή παιχνιδιού με κανόνες ή παιχνιδιού κατασκευών) και διαχείρισής του σε μία τάξη μαθηματικών;
- Αναζητήστε πηγές και διευρύνετε τη μελέτη των παιχνιδιών, βρίσκοντας παιχνίδια για κάθε κατηγορία (προσποίησης, επιτραπέζια, κατασκευών και εξερεύνησης).
- Δημιουργήστε κανόνες για ένα παιχνίδι της επιλογής σας ώστε να έχει εκπαιδευτικό ενδιαφέρον.
- Δημιουργήστε ένα δικό σας παιχνίδι. Με ποιο τρόπο θα το διαχειριζόσασταν στην τάξη των μαθηματικών ώστε να έχει εκπαιδευτικό ενδιαφέρον;
- Ποια ερωτήματα θεωρείτε ότι παραμένουν ανοιχτά σε αυτό το πεδίο;

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Ainley, J. (1990). Playing games and learning mathematics. In L.P. Steffe & T. Wood (Eds.) *Transforming children's mathematics education: International perspectives* (pp. 84-91). Hillsdale: Erlbaum.
- Bishop, A. (1988). Mathematics education in its cultural context. *Educational Studies in Mathematics*, 19(2), 179-191.
- Blatchford, P. (2001). Η θέση του παιχνιδιού στο σχολείο. Στο Σ. Αυγητίδου (επιμ.) *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις* (σελ. 329-364). ΤΥΠΩΘΗΤΩ Γιώργος Δάρδανος, Αθήνα.
- Garvey, C. (1990). *Play*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Γέρου, Θ. (1961). *Παιγνιώδεις μορφές εργασίας στο δημοτικό σχολείο: παιχνίδια με τη φαντασία, ομαδικά παιχνίδια, οικοδομικά και δημιουργικά παιχνίδια, ο συμβολισμός τους, τα όνειρα, η δραματοποίηση, το ελεύθερο ιχνογράφημα, οι συλλογές*. Εκδόσεις Δίπτυχο, Αθήνα.
- Γιαννίκας, Α., Μπάλλα, Ε. & Σταράκης, Ι. (1999). Το παιδαγωγικό παιχνίδι. Ο ρόλος του παιδαγωγικού παιχνιδιού στα διδακτικά εγχειρίδια. Το παιδαγωγικό παιχνίδι στη διδακτική πράξη. *Ανοιχτό Σχολείο*, 73, 31-36.
- Ginsburg, H.P. (2006). Mathematical play and playful mathematics: A guide for early education. In D.G. Singer, R.M. Golinkoff & K. Hirsh-Pasek (Eds.) *Play=learning How play motivates and enhances children's cognitive and social-emotional growth* (pp. 145-165). Oxford: Oxford University Press.
- Γκριμπίζη, Ο. & Σπανοπούλου, Ε. (2012). Από τα ομαδικά παιχνίδια στις μαθηματικές έννοιες: «Το παιχνίδι του ρολογά». Στο Δ. Χασάπης (επιμ.) *10^ο Διήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών: Το παιχνίδι στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών* (σελ. 91-110), Αθήνα.
- Gravemeijer, K. (2007). Emergent and modelling as a precursor to mathematical modelling. In W. Blum, P.L. Galbraith, H.W. Henn & M. Niss (Eds.) *14th ICMI Study: Modelling and applications in mathematics education* (pp. 137-144). New York, USA: Springer.
- Γρίβα, Α. (1998). *Ελάτε να παίζουμε*. Εκδόσεις Θυμάρι, Αθήνα.
- Διαμαντόπουλος, Δ. (2009). *Το παιχνίδι*. Εκδόσεις Π. Πουρναρά, Θεσσαλονίκη.
- Edo, M., Planas, N. & Badillo, E. (2009) Mathematical learning in a context of play. *European Early Childhood Education Research Journal*, 17(3), 325-341.
- Holton, D., Ahmed, A., Williams, H. & Hill, C. (2001). On the importance of mathematical play. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 32(3), 401-415.
- James, A. (2001). Παίζοντας και μαθαίνοντας. Στο Σ. Αυγητίδου (επιμ.) *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις* (σελ. 55-111). ΤΥΠΩΘΗΤΩ Γιώργος Δάρδανος, Αθήνα.
- Kamii, C & DeClark, G. (1995). *Τα παιδιά ξαναεφευρίσκουν την αριθμητική* (Μετάφραση Γ. Ζακοπούλου, Επιμέλεια Φ. Καλαβάσης, Τίτλος πρωτοτύπου: Young children reinvent arithmetic: Implications of Piaget's theory, 1985). Εκδόσεις Πατάκη, Αθήνα.
- Kamii, C & DeVries, R. (1980). *Group games in early education: Implications of Piaget's theory*. Washington, D C: National Association for the Education of Young Children.
- Kamii, C. & Kato, Y. (2005). Fostering the development of logico-mathematical thinking in a card game at ages 5-6. *Early Education & Development*, 16(3), 367-383.
- Kangas, S., Määttä, K. & Uusiautti, S. (2012). Alone and in a group: ethnographic research on autistic children's play. *International Journal of Play*, 1(1), 37-50.
- Κόμπος, Κ. (1996). Τα μαθηματικά στην εκπαίδευση και την κοινωνία. *1^ο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας: Τα μαθηματικά στην εκπαίδευση και την κοινωνία*. Αθήνα.

- Κοντοδήμας, Δ. (1986). *Εισαγωγή του παιδιού - κανονικού/ειδικού - στα μαθηματικά (Νηπιαγωγείο – Δημοτικό)*. Εκδόσεις Ρακούγγα, Αθήνα.
- Λαζαρίδης, Ι. (2012). Παιχνίδι και μαθηματικά στο δημοτικό σχολείο. Στο Δ. Χασάπης (επιμ.) *10^ο Διήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών: Το παιχνίδι στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών* (σελ. 111-128), Αθήνα.
- Lim-Teo, S.K. (1991). Games in the mathematics classroom. *Teaching and Learning*, 11(2), 47-56.
- Losardo, A. & Notari-Syverson, A. (2001). *Alternative approaches to assessing young children*. Baltimore, MD: Paul H. Brookes.
- Olson, C. (2007). Developing students' mathematical reasoning through games. *Teaching Children Mathematics*, 13(9), 464-471.
- Παπαϊωάννου, Ζ. (1989). Μαθηματικά παιχνίδια. *Ανοιχτό Σχολείο*, 22, 10.
- Park, B., Chae, J.-L. & Foulks-Boyd, B. (2008). Young children's block play and mathematical learning. *Journal of Research in Childhood Education*, 23(2), 157-162.
- Perry, B. & Conroy, J. (1994). *Early childhood and primary mathematics*. Sydney: Harcourt Brace.
- ΠΣΝ (Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου) (2011). Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, Αθήνα. Διαθέσιμο στον δικτυακό τόπο: <http://www.dipevath.gr/Nov2011/28/1o-meros.pdf>
- Ρεκαλίδου, Γ. (2004). Παιχνίδι και μέθοδος project στην προσχολική εκπαίδευση. Η συνδρομή του παιχνιδιού στην υλοποίηση των στόχων του Α.Π. μέσα από τη μέθοδο project. *Ανοιχτό Σχολείο*, 90, 34-37.
- Rogers, S. (2011). *Rethinking play and pedagogy in early childhood education: Concepts, contexts and cultures*. Oxon: Routledge.
- Salen, K. & Zimmerman, E. (2004). *Rules of play: Game design fundamentals*. MA: MIT Press.
- Sarama, J. & Clements, D. (2003). Building blocks of early childhood mathematics. *Teaching Children Mathematics*, 9(8), 480-484.
- Sarama, J. & Clements, D. (2009). Building blocks and cognitive building blocks: Playing to know the world mathematically. *American Journal of Play*, 1-3, 313-337.
- Sayeed, Z. & Guerin, E. (2000). *Early years play: A happy medium for assessment and intervention*. London: David Fulton.
- Σκουμπουρδή, Χ. (2010). Το παιχνίδι ως πλαίσιο για την προσέγγιση των μαθηματικών της πρώτης σχολικής ηλικίας: Σχεδιασμός επιτραπέζιων παιχνιδιών. *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, 162, 82-99.
- Skoumpourdi, C. (2011). Playing board games inside and outside the classroom. *Proceedings of the CIEAEM 63: Facilitating access and participation: mathematical practices inside and outside the classroom*, Spain, Barcelona. (CD-ROM)
- Skoumpourdi, C. (2012a). Democratic game play: is it a matter of rules? *Proceedings of the CIEAEM 64: Mathematics Education and Democracy: Learning and Teaching Strategies* (pp. 183-188). Greece, Rhodes.
- Skoumpourdi, C. (2012β). Factors in creating a democratic game play. *Proceedings of the CIEAEM 64: Mathematics Education and Democracy: Learning and Teaching Strategies* (pp. 493-496). Greece, Rhodes.
- Σκουμπουρδή, Χ. (2012α). Σχεδιασμός ένταξης υλικών και μέσων στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών. Εκδόσεις Πατάκη, Αθήνα.
- Σκουμπουρδή, Χ. (2012β). Οι κανόνες του παιχνιδιού. Στο Δ. Χασάπης (επιμ.) *10^ο Διήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών: Το παιχνίδι στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών* (σελ. 263-292), Αθήνα.
- Skoumpourdi, C. (2013). Guess which: Shapes' descriptions by toddlers. *Proceedings of the CIEAEM 65: Mathematics Education in a Globalized Environment*, Torino, Italy. (CD-ROM).

- Skoumpourdi, C. (uc). Different modes of communicating geometric shapes, through a game, in kindergarten. (υπό κρίση)
- Skoumpourdi, C. & Kalavassiss, F. (2003). Didactic materials used in probabilistic activities. *Proceedings of CIEAEM55: The use of didactic materials for developing pupil's mathematical activities* (pp. 35-37), Poland.
- Σκουμπουρδή, Χ. & Καλαβάσης, Φ. (2005). Ταξινόμηση του εκπαιδευτικού παιχνιδιού: Σύνδεση με τη Θεωρία Παιγνίων. *22^ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας: Οι σύγχρονες εφαρμογές των μαθηματικών και η αξιοποίησή τους στην εκπαίδευση* (σελ. 504-514), Λαμία.
- Σκουμπουρδή, Χ. & Καλαβάσης, Φ. (2007). Σχεδιασμός ένταξης του παιχνιδιού στη μαθηματική εκπαίδευση για την προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία. Στο Φ. Καλαβάσης & Α. Κοντάκος (επιμ.) *Θέματα Εκπαιδευτικού Σχεδιασμού* (σελ. 137-156). Ατραπός, Αθήνα.
- Σκουμπουρδή, Χ. & Μαλαματένιου, Π.-Κ. (2015). Παιχνίδι κάλυψης επιφάνειας για το νηπιαγωγείο. Στο Χ. Σκουμπουρδή & Μ. Σκουμιός (επιμ.) *1^ο Πανελλήνιο Συνέδριο Εκπαιδευτικού Υλικού: Ανάπτυξη Εκπαιδευτικού Υλικού στα Μαθηματικά και τις Φυσικές Επιστήμες* (σελ. 238-246), Ρόδος.
- Skoumpourdi, C. & Sofikiti, D. (2009). Young children's material manipulating strategies in division tasks. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds.) *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 5, pp. 137-144). Thessaloniki, Greece: PME.
- Σκουμπουρδή, Χ., Πιννίκια, Β., Ανδριώτη, Μ., Καραγκιόζογλου, Ν.-Ε., Κατσαρά, Ε., Μανδυλάκη, Ε., Παρδάλη, Β. & Χατζηκοκολάκη, Ι. (2015). Εργαστήριο εκπαιδευτικού παιχνιδιού: Αξιολόγηση εκπαιδευτικών παιχνιδιών. Στο Χ. Σκουμπουρδή & Μ. Σκουμιός (επιμ.) *1^ο Πανελλήνιο Συνέδριο Εκπαιδευτικού Υλικού: Ανάπτυξη Εκπαιδευτικού Υλικού στα Μαθηματικά και τις Φυσικές Επιστήμες* (σελ. 108-114), Ρόδος.
- Stebler, R., Vogt, F., Wolf, I., Hauser, B. & Rechsteiner, K. (2013). Play-based mathematics in kindergarten. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 34(2), 149-175.
- Svensson, C. (2015). Preschool teachers' understanding of playing as a mathematical activity. *Proceedings of the 9th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Charles University, Prague. (υπό έκδοση)
- Szendrei, J. (1996). *Concrete materials in the classroom*. In A.J. Bishop, M.A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde (Eds) *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 411-434). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Tapson, F. (1997). Mathematical games. *Mathematics in school*, 26(4), 2-6.
- Tubach, D. (2015). "If she had rolled five then she'd have two more" – children focusing on differences between numbers in the context of a playing environment. *Proceedings of the 9th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Charles University, Prague. (υπό έκδοση)
- Φιλακουρίδη, Ε. (2013). *Το επιτραπέζιο παιχνίδι στη διδασκαλία των μαθηματικών στην πρώτη σχολική ηλικία*. Αδημοσίευτη Πτυχιακή Εργασία ΤΕΠΑΕΣ, Πανεπιστήμιο Αιγαίου, Ρόδος.
- Van Oers, B. (1996). Are you sure? Stimulating mathematical thinking during young children's play. *European Childhood Education Research Journal*, 4(1), 71-87.
- Van Oers, B. (1999). Teaching opportunities in play. In M. Hedegaard & L. Lompscher (Eds.) *Learning Activity and Development* (pp. 286-289). Oxford, UK: Aarhus University Press.
- Van Oers, B. (2003). Learning resources in the context of play. Promoting effective learning in early childhood. *European Early Childhood Education Journal*, 11(1), 7-26.
- Van Oers, B. (2010). Emergent mathematical thinking in the context of play. *Educational Studies in Mathematics*, 74(1), 23-37.

- Van Oers, B. (2014). Cultural-historical perspectives on play: Central ideas. In L. Brooker, M. Blaise & S. Edwards (Eds.) *The SAGE Handbook of play and learning in Early Childhood* (pp. 56-66). Los Angeles, CA: Sage.
- Vogel, R. (2013). Mathematical situations of play and exploration. *Educational Studies in Mathematics*, 84(2), 209-225.
- Vygotsky, L. (2000). *Νους στην κοινωνία: Η ανάπτυξη των Ανώτερων Ψυχολογικών Διαδικασιών*. (Μετάφραση Σ. Βοσνιάδου & Α. Μπίμπου). Εκδόσεις Gutenberg, Αθήνα.
- Whitebread, D. (2012). *The importance of play: A report on the value of children's play with a series of policy recommendations*. University of Cambridge.
- Whitebread, D. & O'Sullivan, L. (2012). Preschool children's social pretend play: Supporting the development of metacommunication, metacognition and self-regulation. *International Journal of Play*, 1(2), 197-213.
- Wolfgang, C.H. & Stakenas, R. (1985). An Exploration of Toy Content of Preschool Children's Home Environments as a Predictor of Cognitive Development. *Early Child Development and Care*, 19(4), 291-307.
- Wolfgang, C.H., Stannard, L.L., & Jones, I. (2001). Block play performance among preschoolers as a predictor of later school achievement in mathematics. *Journal of Research in Childhood Education*, 15(2), 173-180.
- Wood, E. (2012). The state of the play. *International Journal of Play*, 1(1), 4-5.
- Wood, E. & Attfield, J. (1996). *Play, learning and the early childhood curriculum*. London: Paul Chapman Publishing Ltd.
- Wood, E. & Bennett, N. (2001). Οι θεωρίες των εκπαιδευτικών για το παιχνίδι. Κονστρουκτιβισμός ή κοινωνικός κονστρουκτιβισμός; Στο Σ. Αυγητίδου (επιμ.) *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις* (σελ. 301-328). ΤΥΠΩΘΗΤΩ Γιώργος Δάρδανος, Αθήνα.

Δ' Μέρος

ΖΗΤΗΜΑΤΑ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΓΙΑ ΤΟ ΠΑΙΧΝΙΔΙ

Δ.1 Αρχές σχεδιασμού και ανάπτυξης εκπαιδευτικού παιχνιδιού για τα μαθηματικά. Παραδείγματα σχεδιασμένων εκπαιδευτικών παιχνιδιών

Σύνοψη

Τα ζητήματα σχεδιασμού συμπληρώνουν και συσχετίζουν τα θεωρητικά, ερευνητικά και εκπαιδευτικά ζητήματα για το παιχνίδι, που προηγήθηκαν. Έτσι, στο κεφάλαιο αυτό ξεκινάει ένας διάλογος και ένας προβληματισμός, που αφορά στις αρχές σχεδιασμού και ανάπτυξης εκπαιδευτικού παιχνιδιού, ως τις αρχές που μπορούμε να λαμβάνουμε υπόψη μας κατά τον σχεδιασμό/επιλογή και αξιολόγηση ενός παιχνιδιού, για την ένταξή του στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών. Αποτελεί πρόκληση για τους εκπαιδευτικούς το να επιλέγουν, μετά από αξιολόγηση ή/και να κατασκευάζουν παιχνίδια, αφενός κατάλληλα για την εξυπηρέτηση των στόχων τους και αφετέρου ενδιαφέροντα για τους μαθητές τους, τα οποία να εντάσσουν στη διδακτική διαδικασία μετά από σχεδιασμό.

Η χρήση των αρχών αυτών στην πράξη οδήγησε στον σχεδιασμό και την κατασκευή εκπαιδευτικών παιχνιδιών, ενδεικτικά παραδείγματα των οποίων παρουσιάζονται. Έτσι, ξεκινάει ένας διάλογος για τη σχεδιαστική τους επάρκεια και τον εκπαιδευτικό τους ρόλο. Επιπλέον, τα παιχνίδια αυτά μπορούν να αποτελέσουν τη βάση για τον σχεδιασμό και την ανάπτυξη άλλων παιχνιδιών, αλλά και την αξιολόγηση και βελτίωσή τους επινοώντας νέες αρχές σχεδιασμού, συμπληρώνοντας τις υπάρχουσες.

Τα τελευταία χρόνια έντονη είναι η τάση σχεδιασμού εκπαιδευτικών μέσων, ποικίλων τύπων και μορφών, ως υλικών, ως «καλών διδακτικών πρακτικών», ως «καινοτόμων προτάσεων», ως παιχνιδιών κλπ., τα οποία ενώ φαίνεται να έχουν ενδιαφέρον, ταυτόχρονα δημιουργούν προβληματισμό και ποικίλα ερωτήματα σχετικά με το (Σκουμιός & Σκουμπουρδή, 2015:17): (α) αν είναι απαραίτητη η δημιουργία τους, (β) αν έχει αξιολογηθεί η χρήση τους, (γ) αν η ανάπτυξή τους έχει βασιστεί σε θεωρητικά δεδομένα και σε ερευνητικά αποτελέσματα ή είναι αυθαίρετη κατασκευή, (δ) αν έχει σχεδιαστεί ο τρόπος ένταξής τους στην εκπαιδευτική πράξη, (ε) αν έχει κάποια συνέχεια το υλικό αυτό ή είναι μεμονωμένη προσπάθεια, καθώς και άλλα ερωτήματα παρόμοιου προβληματισμού.

Οι προσπάθειες να απαντηθούν τα παραπάνω ερωτήματα φέρνουν στο προσκήνιο θέματα αναζήτησης κάποιων αρχών για την ανάπτυξη εκπαιδευτικού υλικού, οι οποίες να είναι απαραίτητες, λειτουργικές, πρακτικά εφαρμόσιμες στην εκπαιδευτική διαδικασία και να στηρίζονται στα σύγχρονα δεδομένα της διδακτικής των μαθηματικών. Κάποιες βασικές αρχές οι οποίες, αν ληφθούν υπόψη κατά τον σχεδιασμό και την ανάπτυξη εκπαιδευτικού υλικού, μπορούν να οδηγήσουν στην κατασκευή του κατάλληλου υλικού για τη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών, είναι οι παρακάτω (Σκουμιός & Σκουμπουρδή, 2015:27; Σκουμπουρδή, 2012): Το εκπαιδευτικό υλικό: 1) να κατασκευάζεται μετά από *αποτίμηση της αναγκαιότητάς του* (Romberg, 1992), 2) να *αξιολογείται διαμορφωτικά και συνολικά* (Romberg, 1992), 3) να *δημιουργείται με βάση τις σύγχρονες θέσεις για τη μάθηση*, 4) να *υποστηρίζει τη χρήση πρακτικών των μαθηματικών* και 5) να *χαρακτηρίζεται από συνοχή*.

Για να έχει νόημα η διαδικασία δημιουργίας ενός νέου παιχνιδιού θα πρέπει να υπάρχει ανάγκη για αυτό, να υπάρχει τεκμηρίωση για την εκπλήρωση αυτής της ανάγκης και το νέο παιχνίδι να έχει προτερήματα σε σχέση με άλλα παρόμοια, δηλαδή να γίνεται *αποτίμηση της αναγκαιότητας* του νέου παιχνιδιού. Να καθορίζεται η ανάγκη που δημιουργείται για την ανάπτυξη του νέου παιχνιδιού. Να πραγματοποιείται διερεύνηση, μελέτη, καταγραφή και αξιολόγηση των χαρακτηριστικών, των δυνατοτήτων και των ορίων χρήσης παρόμοιων υφιστάμενων παιχνιδιών, για να εντοπιστεί τυχόν κατάλληλο παιχνίδι, από τα ήδη υπάρχοντα, το οποίο μπορεί να καλύψει τον/τους στόχο/στόχους που έχει/έχουν τεθεί. Αυτό μπορεί να γίνει

μέσα από την ανάλυση των παιχνιδιών σε τέσσερα επίπεδα τα οποία εκτός από την αξιολόγηση μπορούν να συνεισφέρουν και στον σχεδιασμό, την ανάπτυξη και τη δημιουργία ή την επιλογή νέων παιχνιδιών (Σκουμιός & Σκουμπουρδή, 2015; Σκουμπουρδή, 2012): 1ο Επίπεδο: Αρχές που ανακύπτουν από την «ανάλυση επιφάνειας» του παιχνιδιού, δηλαδή από την ανάλυση των στοιχείων που γίνονται άμεσα αντιληπτά μόνο από την εικόνα του παιχνιδιού. 2ο Επίπεδο: Αρχές που απορρέουν από την «ανάλυση βάθους» του παιχνιδιού, ανάλυση δηλαδή στοιχείων που γίνονται έμμεσα αντιληπτά. 3ο Επίπεδο: Αρχές που προκύπτουν από την «ανάλυση διαδικασίας» δηλαδή από στοιχεία που απορρέουν κατά τη διαδικασία του παιχνιδιού και μπορεί να διαμορφώνονται με διαφορετικό τρόπο στις διαφορετικές παρτίδες. 4ο Επίπεδο: Αρχές που προκύπτουν από την «μετά-ανάλυση» της διαδικασίας του παιχνιδιού και από τη συζήτηση με τους παίκτες.

Στο πρώτο επίπεδο («ανάλυση επιφάνειας» του παιχνιδιού) η αξιολόγηση περιορίζεται στην ανάλυση των φυσικών χαρακτηριστικών του παιχνιδιού τα οποία γίνονται άμεσα αντιληπτά από την εικόνα του και αφορούν κυρίως στα συστατικά του παιχνιδιού: από τι αποτελείται το παιχνίδι, τι έχει πάνω το κουτί του (πχ αν υπάρχουν φωτογραφίες του παιχνιδιού, οδηγίες, άλλες πληροφορίες και ποιες), πώς είναι το ταμπλό του, πώς είναι η διαδρομή του, ποια είναι τα μέσα τυχαιότητας που περιλαμβάνει για να οριστεί η σειρά των παικτών και ποια άλλα μέσα περιλαμβάνει για να εξασφαλιστεί η ροή του παιχνιδιού (πχ κάρτες, ζάρι, τροχό, χρονόμετρο αόριστης διάρκειας, κλεψύδρα κλπ.).

Στο δεύτερο επίπεδο («ανάλυση βάθους» του παιχνιδιού) η αξιολόγηση πραγματοποιείται με βάση τα στοιχεία που προκύπτουν από την ανάλυση των στόχων του παιχνιδιού, καθώς και της μορφής και του περιεχομένου των κανόνων του, των καρτών ή/και άλλων στοιχείων που περιλαμβάνονται στο παιχνίδι. Στο επίπεδο αυτό γίνεται ανάλυση παραγόντων που σχετίζονται με τον εκπαιδευτικό του ρόλο και επισημαίνονται παράγοντες που αφορούν σε ικανότητες και δεξιότητες που απαιτούνται ή/και μπορούν να καλλιεργηθούν και είναι γνωστικής, συναισθηματικής και κοινωνικής φύσης, όπως ο γνωστικός στόχος του παιχνιδιού, οι γνώσεις και οι εμπειρίες που απαιτούνται από τους παίκτες, η ηλικία στην οποία απευθύνεται, τα είδη σκέψης που προάγονται, οι στρατηγικές που είναι δυνατό να αναδυθούν, οι ρόλοι που μπορούν να αναληφθούν, τα κίνητρα που προσφέρει για συμμετοχή και μάθηση, το αν διευκολύνει την ενεργητική οικοδόμηση ικανοτήτων και δεξιοτήτων, καθώς και τη δημιουργική και κριτική σκέψη των παιδιών, το αν προσαρμόζεται στις ανάγκες των παιδιών, το αν ενθαρρύνει τη συνεργασία μεταξύ των παιδιών κλπ.

Στο τρίτο επίπεδο («ανάλυση διαδικασίας» του παιχνιδιού) η αξιολόγηση βασίζεται στη διερεύνηση της διαδικασίας του παιχνιδιού μέσα από την ανάλυση των στοιχείων που προκύπτουν κατά τη διεξαγωγή του. Σε αυτό το επίπεδο αναλύεται και ο ρόλος των μαθητών/παικτών και του εκπαιδευτικού. Στοιχεία που μπορεί να περιλαμβάνονται σε τέτοιου είδους αναλύσεις σχετίζονται με ποικίλα θέματα σχετικά με το: αν έγιναν κατανοητοί οι κανόνες, πώς παίχτηκε το παιχνίδι (ο τρόπος που κάθισαν οι παίκτες και η σειρά που έπαιξαν, περιγραφή της διαδικασίας του παιχνιδιού κλπ.), ποιος ήταν ο ρόλος του εκπαιδευτικού, ποιοι ήταν οι ρόλοι των μαθητών/παικτών, ποιες στρατηγικές χρησιμοποιήθηκαν, ποιες ικανότητες και δεξιότητες καλλιεργήθηκαν κλπ.

Στο τέταρτο επίπεδο («μετά-ανάλυση» του παιχνιδιού) η αξιολόγηση απορρέει από τη μετά-ανάλυση της διαδικασίας του παιχνιδιού και την καταγραφή των απόψεων, στάσεων, ιδεών, προτάσεων κλπ. των μαθητών/παικτών και του εκπαιδευτικού για το παιχνίδι. Για παράδειγμα, πώς αντιλήφθηκαν το παιχνίδι, πού αποδίδουν τη νίκη, τι γνωστικές και άλλες ικανότητες και δεξιότητες απέκτησαν, τι στρατηγικές χρησιμοποίησαν, ποιο είναι εκείνο το στοιχείο του παιχνιδιού που άρεσε περισσότερο, αν ξαναέπαιζαν το παιχνίδι τι στρατηγικές θα χρησιμοποιούσαν για να είναι οι νικητές, τι αλλαγές θα έκαναν στο παιχνίδι για να γίνει πιο ενδιαφέρον κλπ. Σε αυτό το επίπεδο διερευνώνται και πιο ανοιχτά θέματα όπως: γιατί παίζουν ένα παιχνίδι, πώς επιλέγουν ένα παιχνίδι και τελικά ποιος θεωρούν ότι είναι ο ρόλος του παιχνιδιού στην εκπαιδευτική διαδικασία.

Αν από τα τέσσερα αυτά επίπεδα ανάλυσης το παιχνίδι δεν φαίνεται να είναι κατάλληλο για να εξυπηρετήσει τους στόχους που έχουν τεθεί, τότε αναλύονται τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά που απαιτούνται από το νέο παιχνίδι μέσω της *διαμορφωτικής και συνολικής αξιολόγησής του*. Μέσω της διαμορφωτικής αξιολόγησης, εκτιμάται ποιες κατασκευαστικές προδιαγραφές θα πρέπει να πληροί το παιχνίδι για να είναι υψηλής ποιότητας, να επιτυγχάνονται με τη χρήση του τα επιδιωκόμενα αποτελέσματα και τα μη επιδιωκόμενα αποτελέσματα να είναι ελάχιστα ή ανύπαρκτα. Αξιολογείται η διαφάνεια, η αποτελεσματικότητα, η χρηστικότητα και η σαφήνιά του (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001), καθώς και η γνωστική και παιδαγωγική του ακρίβεια (Zbiek, Heid, Blume & Dick, 2007). Στη συνολική αξιολόγηση αποτιμάται αν το παιχνίδι είναι έτοιμο προς χρήση. Γίνεται, δηλαδή, σαφές σε τι θα διαφέρει το αποτέλεσμα της χρήσης του από τα όμοιά του, ποια διαφορά θα υπάρχει στο κόστος του νέου προϊόντος από τα όμοιά του,

καθώς και αν θα υπάρχει επάρκεια τέτοιου υλικού, ώστε να εξασφαλίζεται η συνέχεια της χρήσης του, με τα δύο τελευταία να αφορούν στην περίπτωση που το παιχνίδι πρόκειται να διατεθεί στην αγορά.

Το νέο παιχνίδι, προκειμένου να είναι αποτελεσματικό, είναι αναγκαίο να αναπτύσσεται σύμφωνα με τις *σύγχρονες θεωρίες μάθησης*, στις οποίες υποστηρίζεται ότι ο μαθητής οικοδομεί ενεργητικά τη γνώση μέσα από συγκεκριμένες πρακτικές. Οι πρακτικές των μαθηματικών αναφέρονται στις κύριες μεθόδους των επιστημόνων καθώς μελετούν και κατασκευάζουν μοντέλα και θεωρίες και η ενεργός εμπλοκή των μαθητών με αυτές μπορεί να βοηθήσει στην κατανόηση της διαδικασίας ανάπτυξης της επιστημονικής γνώσης, στην οικοδόμηση των βασικών ιδεών των μαθηματικών, στην πρόκληση της περιέργειας και του ενδιαφέροντος. Για την εκπαίδευση των μαθητών στα μαθηματικά έχουν προταθεί οκτώ πρακτικές (CCSS, 2010): 1. Κατανόηση προβλημάτων και επίλυσή τους. 2. Διατύπωση ποσοτικών και αφαιρετικών συλλογισμών. 3. Οικοδόμηση τεκμηριωμένων επιχειρημάτων και κρίση του συλλογισμού των άλλων. 4. Μοντελοποίηση. 5. Στρατηγική χρήση υλικών και άλλων μέσων. 6. Ακρίβεια. 7. Αναζήτηση και κατανόηση των δομών των μαθηματικών. 8. Αναζήτηση και διατύπωση της κανονικότητας σε επαναλαμβανόμενο συλλογισμό.

Τέλος, προκειμένου το νέο παιχνίδι να καλύπτει και να συνδέει πολλά θέματα σε βάθος είναι αναγκαίο να έχει *συνοχή*, δηλαδή: α) να συγκροτείται με βάση τις μαθησιακές τροχιές, β) να επικεντρώνεται στις βασικές ιδέες και έννοιες των μαθηματικών, καθώς και γ) να συνυφαίνει τη γνώση με την πράξη. Παιχνίδι αναπτυγμένο με βάση τις διαμορφωμένες μαθησιακές τροχιές μπορεί να επιφέρει θετικά αποτελέσματα στην ανάπτυξη των βασικών ιδεών των μαθηματικών. Οι μαθησιακές τροχιές είναι οι εμπειρικά τεκμηριωμένες υποθέσεις αναφορικά με το πώς οι μαθητές κατανοούν και είναι ικανοί να χρησιμοποιούν, σε διαρκώς πιο πολύπλοκο επίπεδο, τις βασικές έννοιες, τις ιδέες και τις σχετικές πρακτικές των μαθηματικών, στην πάροδο του χρόνου. Η μαθησιακή τροχιά, αποτελείται από εικασίες για τη μαθησιακή εξέλιξη σε συγκεκριμένο χρονικό διάστημα και αποτελείται από τρία μέρη: τον στόχο, το μαθησιακό μονοπάτι, δηλαδή τα επίπεδα συλλογισμού των παιδιών και τη διδασκαλία η οποία βοηθάει τα παιδιά να διασχίσουν το μονοπάτι (Gravemeijer, Cobb, Bowers & Whitenack, 2000; Thompson, 2002). Το δεύτερο συστατικό της συνοχής αφορά στην επικέντρωση του νέου παιχνιδιού στις βασικές ιδέες των μαθηματικών. Υπάρχει η τάση τα τελευταία χρόνια να ελαττωθεί ο αριθμός των εννοιών που πρέπει να οικοδομηθούν από τους μαθητές, του κάθε εκπαιδευτικού επιπέδου, ώστε να απομένει περισσότερος χρόνος ενασχόλησης με έρευνα και επιχειρηματολογία προκειμένου να επιτυγχάνεται η κατανόηση σε βάθος. Απαιτείται χρόνος για τη διαπραγμάτευση νέων ιδεών, την εφαρμογή τους σε νέα πλαίσια, την ενσωμάτωσή τους στον τρόπο σκέψης ώστε να αλλάξουν οι αρχικές αντιλήψεις (Duschl, Schweingruber & Shouse, 2007). Η τρίτη συνιστώσα της συνοχής απαιτεί τη συνύφανση γνώσης και πράξης κατά την οποία το παιχνίδι, θα είναι με τέτοιο τρόπο σχεδιασμένο ώστε να επιτρέπει τη συν-διαπραγμάτευση των βασικών εννοιών και των πρακτικών των μαθηματικών ώστε να δημιουργηθούν μαθησιακές εμπειρίες στους μαθητές.

Για τον σχεδιασμό και την ανάπτυξη εκπαιδευτικών παιχνιδιών, εκτός από τις αρχές σχεδιασμού εκπαιδευτικού υλικού, λαμβάνονται υπόψη και οι ιδιαίτερες αρχές ανάπτυξης παιχνιδιών οι οποίες βασίζονται στα επιμέρους χαρακτηριστικά της κάθε κατηγορίας παιχνιδιού (δες κεφάλαιο [Γ.3](#)). Σε κάθε περίπτωση απαιτείται μια εκλεπτυσμένη θεώρηση του παιχνιδιού στην οποία να προστατεύονται οι συνθήκες που επιτρέπουν την ανάπτυξη νέων παιχνιδιών για να έχει νόημα και να είναι απαραίτητη η δημιουργία τους, να έχει σχεδιαστεί ο τρόπος ένταξής τους στην εκπαιδευτική πράξη και να έχει συνέχεια αυτή η δημιουργία ώστε να μη θεωρείται μεμονωμένη και αποσπασματική προσπάθεια. Αυτές οι συνθήκες πρέπει να σχεδιάζονται και να πραγματοποιούνται από καλά πληροφορημένους και ευαισθητοποιημένους ενήλικες, σε αλληλεπίδραση με τα παιδιά (Grindheim & Ødegaard, 2013).

Ενδεικτικά παραδείγματα εκπαιδευτικών παιχνιδιών για τα μαθηματικά τα οποία έχουν σχεδιαστεί με βάση τις παραπάνω αρχές είναι τα εξής: «[Μπορείς να μοιράσεις δίκαια;](#)», «[Ανεβαίνω-Κατεβαίνω](#)», «[Μπορείς να οδηγήσεις σωστά;](#)», «[Ο γάτος και τα ποντίκια](#)», «[Η πόλη των σχημάτων](#)», «[Βρες αυτό που περιγράφω](#)», «[Ο τζίτζικας και ο μέρμηγκας](#)», «[Το βιβλίο της περιπέτειας](#)», «[Βρες το σχήμα](#)» (Video Δ.1.1), «[Μαζεύω τρίγωνα](#)» (Video Δ.1.2), «[Μάντεψε ποιο σχήμα](#)» (Video Δ.1.3), «[Κόλλα ... 15!](#)», «[Παιχνίδι κάλυψης επιφάνειας](#)», «[Παιχνίδι μνήμης με σχήματα](#)» (Video Δ.1.4), «[Σπάσε το θερμόμετρο](#)» (Video Δ.1.5).

Ενδεικτικές ερωτήσεις και θέματα για περαιτέρω διερεύνηση και προβληματισμό (αναζήτηση πηγών για διεύρυνση της μελέτης):

- Τι προβληματισμούς δημιουργεί η έντονη τάση των τελευταίων ετών για σχεδιασμό νέων εκπαιδευτικών μέσων;
- Ποιες θεωρούνται βασικές αρχές για τον σχεδιασμό και την αξιολόγηση εκπαιδευτικών παιχνιδιών;

- Σχεδιάστε ένα εκπαιδευτικό παιχνίδι. Ποιες αρχές σχεδιασμού και ανάπτυξης λάβατε υπόψη σας;
- Ποια κριτήρια θεωρείτε απαραίτητα για την αξιολόγηση ενός παιχνιδιού; Επιλέξτε ένα παιχνίδι του εμπορίου το οποίο θεωρείται ότι έχει εκπαιδευτική αξία και αξιολογήστε το.
- Αναζητήστε πηγές και διευρύνετε τις αρχές σχεδιασμού και αξιολόγησης εκπαιδευτικών παιχνιδιών.
- Ποια ερωτήματα θεωρείτε ότι παραμένουν ανοιχτά σε αυτό το πεδίο;

Βιβλιογραφικές αναφορές

- CCSS (*Common Core State Standards for Mathematics Practice*) (2010). Διαθέσιμο στον δικτυακό τόπο: <http://www.corestandards.org/Math/Practice/>
- Duschl, R. A., Schweingruber, H. A. & Shouse, A. W. (2007). *Taking science to school: Learning and teaching science in grades K-8*. Washington, DC: National Academies Press.
- Gravemeijer, K., Cobb, P., Bowers, J. & Whitenack, J. (2000). Symbolizing, modeling, and instructional design. In P. Cobb, E. Yackel, & K. McClain (Eds.) *Symbolizing and Communicating in Mathematics Classrooms: Perspectives on Discourse, Tools, and Instructional Design* (pp. 225-273). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Grindheim, L.T. & Ødegaard, E.E. (2013). What is the state of play? *International Journal of Play*, 2(1), 4-6.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001) *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Romberg, T. (1992). Perspectives on scholarship and research methods. In D. Grows (Ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning a project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 49-64). New York, NY, England: Macmillan Publishing Co. Inc.
- Σκουμιός, Μ. & Σκουμπουρδή, Χ. (2015). Ανάπτυξη Εκπαιδευτικού Υλικού στα Μαθηματικά και τις Φυσικές Επιστήμες. Στο Χ. Σκουμπουρδή & Μ. Σκουμιός (επιμ.) *1^ο Πανελλήνιο Συνέδριο Εκπαιδευτικού Υλικού: Ανάπτυξη Εκπαιδευτικού Υλικού στα Μαθηματικά και τις Φυσικές Επιστήμες* (σελ. 14-37), Ρόδος.
- Σκουμπουρδή, Χ. (2012). *Σχεδιασμός ένταξης υλικών και μέσων στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών*. Εκδόσεις Πατάκη, Αθήνα.
- Thompson, P. (2002). Didactic objects and didactic models in radical constructivism. In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. van Oers & L. Verschagel (eds.), *Symbolizing modeling and tool use in mathematics education* (pp. 197-220). Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers.
- Zbiek, R., Heid, M., Blume, G. & Dick, T. (2007). Research on technology in mathematics education. In F. Lester (Ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 1169-1207). USA: Information Age Publishing.

Δ.2 Δημιουργία εκπαιδευτικών παιχνιδιών στην τάξη των μαθηματικών

Σύνοψη

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται ιδέες, ως εργαστήρια, για τον σχεδιασμό και τη δημιουργία νέων παιχνιδιών στην τάξη των μαθηματικών. Τα ενδεικτικά αυτά εργαστήρια μπορούν να αποτελέσουν την αφορμή για τη δημιουργία ενδιαφερόντων παιχνιδιών, με την εποικοδομητική συνεργασία εκπαιδευτικών και μαθητών, καλλιεργώντας σημαντικές ικανότητες και δεξιότητες, καθώς και οικοδομώντας ποικίλες μαθηματικές έννοιες.

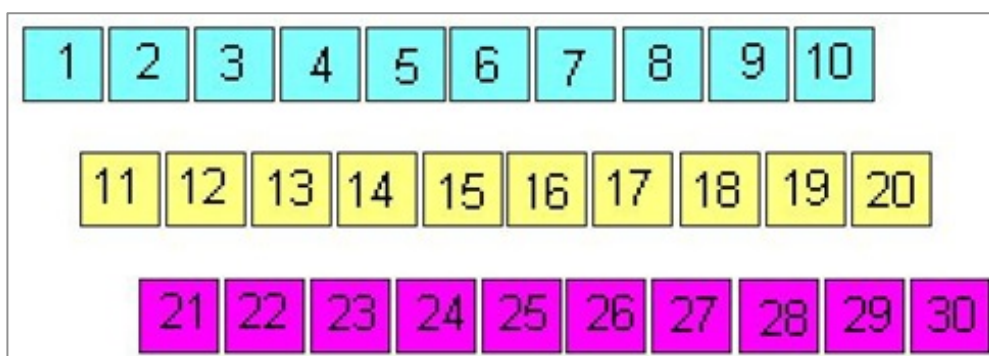
Εργαστήριο επιτραπέζιων παιχνιδιών με ταμπλό

Δημιουργία ταμπλό παιχνιδιού:

- Χωρίζουμε τα παιδιά σε ομάδες, τους δίνουμε λευκές κάρτες και τα προτρέπουμε να κατασκευάσουν τα σύμβολα των αριθμών από το 1 ως το 10 ή από το 1 ως το 20 ή από το 1 ως το 30 ή από το 1 ως το 40 και ούτω καθεξής φτάνοντας ως το 100, ανάλογα με το επίπεδο της τάξης και τη χρονική στιγμή. Οι κάρτες των αριθμών μπορεί να έχουν το ίδιο χρώμα, ανά δέκα (Φωτ. Δ.2.1).
- Κάθε ομάδα κατασκευάζει με τις κάρτες μια διακριτή διαδρομή, με όποιο τρόπο θέλει, αρκεί να υπάρχει συνέχεια στους αριθμούς και την κολλάει πρόχειρα σε ταμπλό.
- Κάθε ομάδα παρουσιάζει την κατασκευή της.
- Πραγματοποιείται (μαθηματική) συζήτηση και γίνεται σύγκριση, συσχέτιση, αντιπαράθεση των διαδρομών που παρουσιάστηκαν.

Ενδεικτικές ερωτήσεις:

- Σε τι διαφέρει η διαδρομή της πρώτης από τη διαδρομή της δεύτερης ομάδας;
- Μπορούμε εύκολα να παίξουμε επιτραπέζιο παιχνίδι με τη διαδρομή της τρίτης ομάδας; Γιατί;
- Ποιες διαδρομές μοιάζουν μεταξύ τους; Σε τι;
- Όλες οι διαδρομές έχουν με την ίδια σειρά τους αριθμούς;
- Όλες οι διαδρομές έχουν το ίδιο μήκος;
- Τα παιδιά επιλέγουν το θέμα του παιχνιδιού και φτιάχνουν/επιλέγουν πόνια, ζάρια, κανόνες και ό,τι άλλο χρειάζεται ώστε να δημιουργηθεί ένα ολοκληρωμένο επιτραπέζιο παιχνίδι.
- Όλες οι ομάδες παίζουν τα παιχνίδια που σχεδιάστηκαν, ώστε να συμπληρωθούν και να διευκρινιστούν οι κανόνες.
- Κάθε ομάδα πραγματοποιεί τις απαραίτητες αλλαγές στο παιχνίδι της με βάση τα σχόλια των συμμαθητών τους.
- Τα παιδιά σχεδιάζουν το παιχνίδι τους σε χαρτόνι και το κολλούν στο κουτί του παιχνιδιού, συμπληρώνοντας και τα υπόλοιπα στοιχεία του παιχνιδιού (όνομα, αριθμός και ηλικία παικτών, ίσως κανόνες κλπ.) ώστε να το αναγνωρίζουν εύκολα και η χρήση του να είναι λειτουργική.



Εικόνα Δ.2.1 Κάρτες αριθμών.

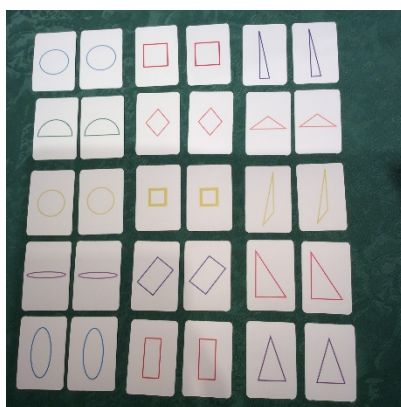
Εργαστήριο επιτραπέζιων παιχνιδιών με κάρτες

Παιχνίδι μνήμης με σχήματα:

- Κάθε παιδί σχεδιάζει¹², ένα γεωμετρικό σχήμα (κύκλο, τετράγωνο, ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, τρίγωνο, ρόμβος κλπ.) σε ότι μέγεθος, τοποθέτηση και προσανατολισμό επιθυμεί, σε δύο λευκές κάρτες (το ίδιο ακριβώς και στις δύο). Εναλλακτικά τους δίνουμε εμείς έτοιμες κάρτες με σχήματα (Φωτογραφία Δ.2.2).
- Παρουσιάζονται από κάθε παιδί τα ζευγάρια των καρτών.
- Πραγματοποιείται (μαθηματική) συζήτηση για το πώς έγινε η επιλογή/σχεδιασμός των καρτών.

Ενδεικτικές ερωτήσεις:

- ο Τι σχήμα είναι αυτό;
- ο Γιατί αυτό το σχήμα είναι ίδιο με αυτό;
- ο Γιατί αυτό το σχήμα δεν είναι ίδιο με αυτό;
- ο Σε τι μοιάζουν αυτά τα τρίγωνα (ή κύκλοι, τετράγωνα, ορθογώνια, ρόμβοι);
- ο Σε τι διαφέρουν αυτά τα τετράγωνα (ή κύκλοι, ορθογώνια, τρίγωνα, ρόμβοι);
- Τα παιδιά παίζουν το παιχνίδι.



Εικόνα Δ.2.2 Κάρτες με ζευγάρια σχημάτων.

Εργαστήριο επιτραπέζιων παιχνιδιών με κάρτες

Περιγραφή το σχήμα:

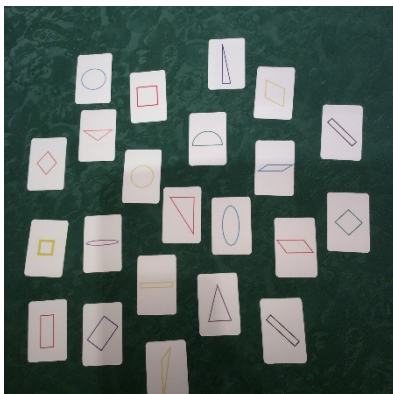
- Κάθε παιδί σχεδιάζει, σε μία λευκή κάρτα, ένα γεωμετρικό σχήμα (κύκλο, τετράγωνο, ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, τρίγωνο, ρόμβος κλπ.) σε ότι μέγεθος, τοποθέτηση και προσανατολισμό επιθυμεί. Εναλλακτικά τους δίνουμε εμείς έτοιμες κάρτες με σχήματα (Φωτογραφία Δ.2.3).
- Περιγράφει το σχήμα που σχεδίασε και προσπαθούν τα άλλα παιδιά να ανακαλύψουν ποιο σχήμα είναι.
- Πραγματοποιείται (μαθηματική) συζήτηση.

Ενδεικτικές ερωτήσεις:

- ο Τι σχήμα είναι αυτό;
- ο Πώς το καταλάβατε ότι είναι κύκλος (ή τετράγωνο, ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, τρίγωνο, ρόμβος);
- ο Πώς το περιέγραψε ο συμμαθητής ή η συμμαθήτριά σας;
- ο Θα μπορούσαμε να το περιγράψουμε με άλλο τρόπο;
- ο Γιατί αυτό το σχήμα είναι ίδιο με αυτό;

¹² Για την υποστήριξη της κατασκευής, εκτός από τις κάρτες, μολύβι και χάρακα, μπορεί να έχουν στη διάθεσή τους στένσιλ σχημάτων, κέρματα, pattern blocks και άλλα αντικείμενα των οποίων το περίγραμμα βοηθάει στη δημιουργία σχημάτων. Επίσης, σφραγίδες σχημάτων κλπ.

- Γιατί αυτό το σχήμα δεν είναι ίδιο με αυτό;
- Σε τι μοιάζουν αυτά τα τρίγωνα (ή κύκλοι, τετράγωνα, ορθογώνια, ρόμβοι);
- Σε τι διαφέρουν αυτά τα τετράγωνα (ή κύκλοι, ορθογώνια, τρίγωνα, ρόμβοι);



Εικόνα Δ.2.3 Κάρτες με σχήματα.

Εργαστήριο επιτραπέζιων παιχνιδιών με κάρτες

Bingo σχημάτων:

- Τα παιδιά φτιάχνουν καρτέλες με (10) διαφορετικά σχήματα. Επίσης, φτιάχνουν μικρές κάρτες με σχήματα ίδια με αυτά που υπάρχουν στις καρτέλες.
- Τοποθετούν τις κάρτες με τα σχήματα σε κληρωτίδα.
- Κάθε παιδί παίρνει μία καρτέλα με διάφορα σχήματα.
- Ένα παιδί είναι ο αρχηγός του παιχνιδιού και χειρίζεται την κληρωτίδα με τις κάρτες των αντίστοιχων σχημάτων (τις επιλέγουν/φτιάχνουν τα παιδιά όπως στο «παιχνίδι μνήμης με σχήματα»). Κάθε φορά κληρώνει μια κάρτα και τη δείχνει στα υπόλοιπα παιδιά τόσο χρόνο όσο χρειάζεται για να αντιληφθούν το σχήμα που απεικονίζεται. Τα παιδιά που έχουν το αντίστοιχο σχήμα στην καρτέλα τους, το καλύπτουν. Κερδίζει το παιδί που θα καλύψει πρώτο όλα τα σχήματα της καρτέλας του.
- Πραγματοποιείται (μαθηματική) συζήτηση.
Ενδεικτικές ερωτήσεις:
 - Τι σχήμα είναι αυτό;
 - Τι σχήματα έχει η καρτέλα σου;
 - Πόσα σχήματα έχει η καρτέλα σου;
 - Ποια καρτέλα έχει πιο πολλά σχήματα;
 - Όλες οι καρτέλες έχουν ακριβώς τα ίδια σχήματα;
 - Ποια διαφορετικά σχήματα έχει η καρτέλα της Δητώς από την καρτέλα του Άρη;
- Τα παιδιά παίζουν το παιχνίδι.

Εργαστήριο επιτραπέζιων παιχνιδιών με κάρτες

Bingo αριθμών:

- Τα παιδιά φτιάχνουν καρτέλες με (10) διαφορετικούς αριθμούς. Επίσης, φτιάχνουν μικρές κάρτες με αριθμούς ίδιους με εκείνους που υπάρχουν στις καρτέλες.
- Τοποθετούν τις κάρτες με τους αριθμούς σε κληρωτίδα.
- Κάθε παιδί παίρνει μία καρτέλα με διάφορους αριθμούς.
- Ένα παιδί είναι ο αρχηγός του παιχνιδιού και χειρίζεται την κληρωτίδα με τις κάρτες των αντίστοιχων αριθμών (τις επιλέγουν/φτιάχνουν τα παιδιά όπως στο εργαστήριο επιτραπέζιου παιχνιδιού). Κάθε φορά κληρώνει μια κάρτα και τη δείχνει στα υπόλοιπα παιδιά. Τα παιδιά που έχουν τον αντίστοιχο αριθμό στην καρτέλα τους, τον καλύπτουν. Κερδίζει το παιδί που θα καλύψει πρώτο όλους τους αριθμούς της καρτέλας.
- Πραγματοποιείται (μαθηματική) συζήτηση.

Ενδεικτικές ερωτήσεις:

- ο Ποιος αριθμός είναι αυτός;
 - ο Τι αριθμούς έχει η καρτέλα σου;
 - ο Πόσους αριθμούς έχει η καρτέλα σου;
 - ο Ποια καρτέλα έχει πιο πολλούς αριθμούς;
 - ο Ποιος είναι ο μεγαλύτερος (μικρότερος) αριθμός στην καρτέλα σου;
 - ο Όλες οι καρτέλες έχουν ακριβώς τους ίδιους αριθμούς;
 - ο Ποιους διαφορετικούς αριθμούς έχει η καρτέλα της Ήρας από την καρτέλα του Ίκαρου;
- Τα παιδιά παίζουν το παιχνίδι.

Εργαστήριο κινητικών παιχνιδιών

Twister σχημάτων (παιχνίδι συγκέντρωσης και επιδεξιότητας):

- Τα παιδιά φτιάχνουν σχήματα σε ένα μεγάλο χαρτόνι («χαλί») στο πάτωμα. Εναλλακτικά τους δίνουμε έτοιμο το «χαλί» με διάφορα σχήματα σε τέσσερα χρώματα (Φωτογραφία Δ.2.4). Σε κάθε χαλί παίζει μία ομάδα τεσσάρων παιδιών.
- Έχουμε έναν τροχό ο οποίος είναι χωρισμένος σε τέσσερα ίσα μέρη καθένα από τα οποία αντιπροσωπεύει ένα από τα παρακάτω: το δεξί πόδι, το αριστερό πόδι, το δεξί χέρι και το αριστερό χέρι. Κάθε ένα από τα ίσα μέρη του τροχού είναι επίσης χωρισμένο σε τέσσερα ίσα μέρη, καθένα από τα οποία έχει τα σχήματα στα διαφορετικά χρώματα (πράσινο, κόκκινο, κίτρινο, μπλε).
- Πραγματοποιείται (μαθηματική) συζήτηση.
Ενδεικτικές ερωτήσεις:
 - ο Τι σχήμα είναι αυτό;
 - ο Τι σχήματα έχει το χαλί;
 - ο Όλα τα χαλιά έχουν τα ίδια ακριβώς σχήματα;
 - ο Πόσα σχήματα έχει κάθε χαλί;
- Ένα παιδί είναι ο αρχηγός του παιχνιδιού και γυρνάει τον τροχό, δίνει οδηγίες και επιτηρεί τα παιδιά. Για παράδειγμα, ο αρχηγός γυρνάει τον τροχό και ανακοινώνει: «δεξί πόδι κόκκινο τρίγωνο». Τότε κάθε παιδί πρέπει να βρει το κοντινότερο κόκκινο τρίγωνο και να τοποθετήσει το δεξί του πόδι (τα παιδιά παίζουν χωρίς παπούτσια). Όποιο παιδί ακουμπήσει έξω από το σχήμα ή πέσει χάνει.
- Δημιουργούμε με τα παιδιά παρόμοια παιχνίδια με αυτό ή με άλλα υλικά, σχεδιάζοντας τους δικούς μας κανόνες.

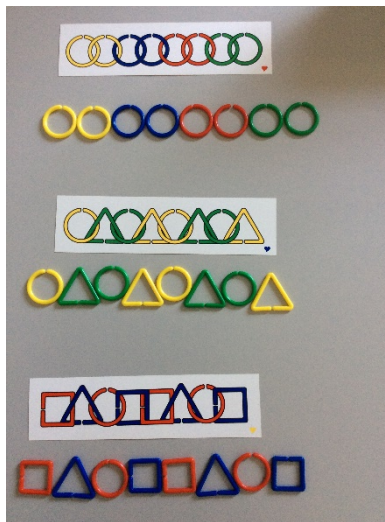


Εικόνα Δ.2.4 Χαλί με σχήματα.

Εργαστήριο παιχνιδιών κατασκευών

Δημιουργώ μοτίβα:

- Δίνουμε στα παιδιά φωτογραφίες με μοτίβα και τα παροτρύνουμε να τα δημιουργήσουν ή και να τα επεκτείνουν (Φωτογραφία Δ.2.5).
- Πραγματοποιείται (μαθηματική) συζήτηση και γίνεται σύγκριση, συσχέτιση, αντιπαράθεση των κατασκευών των παιδιών.
Ενδεικτικές ερωτήσεις:
 - ο Ποιο σχήμα είναι αυτό;
 - ο Είναι μεγαλύτερο (μικρότερο) το μοτίβο που δημιούργησες από του συμμαθητή σου;
 - ο Πώς αλλιώς θα μπορούσες να το φτιάξεις;
- Στη συνέχεια τα παιδιά, σε ομάδες, μπορούν να δημιουργήσουν τα δικά τους παιχνίδια κατασκευών με αυτά τα υλικά, σχεδιάζοντας τους δικούς τους κανόνες.
- Εξηγούν το παιχνίδι τους στους συμμαθητές τους και παίζουν όλοι μαζί.

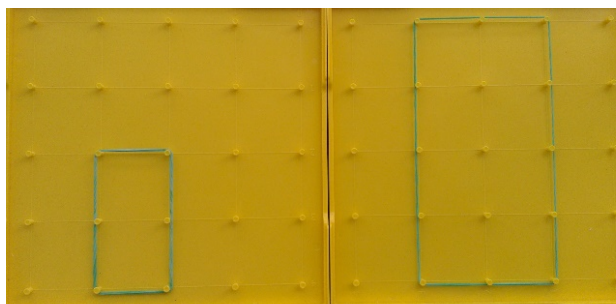


Εικόνα Δ.2.5 Καρτέλες με μοτίβα και κατασκευασμένα μοτίβα.

Εργαστήριο παιχνιδιών κατασκευών

Μεταμορφώνω το σχήμα στον γεωπίνακα:

- Παρουσιάζει ένα παιδί (ή μία ομάδα) ένα σχήμα στον γεωπίνακα (Φωτογραφία Δ.2.6) και πρέπει τα άλλα παιδιά (ή οι ομάδες) να το «μεταμορφώσουν» φτιάχνοντας ένα πιο μεγάλο ή πιο μικρό σχήμα. Όποιο παιδί/παιδιά (ή ομάδα) το πετύχει κερδίζει έναν πόντο. Κερδίζει το παιδί (ή η ομάδα) που έχει συγκεντρώσει τους περισσότερους πόντους.
- Τα παιδιά κάθε φορά που παίζουν το παιχνίδι παρουσιάζουν τα σχήματά τους στους συμμαθητές τους.
- Πραγματοποιείται (μαθηματική) συζήτηση και γίνεται σύγκριση, συσχέτιση, αντιπαράθεση των κατασκευών των παιδιών.
Ενδεικτικές ερωτήσεις:
 - ο Ποιο σχήμα είναι αυτό;
 - ο Είναι μεγαλύτερο (μικρότερο) το σχήμα που δημιούργησες/δημιουργήσατε;
 - ο Πώς αλλιώς θα μπορούσες/μπορούσατε να το φτιάξεις/φτιάξετε;
- Στη συνέχεια τα παιδιά, σε ομάδες, μπορούν να δημιουργήσουν τα δικά τους παιχνίδια με τον γεωπίνακα, σχεδιάζοντας τους δικούς τους κανόνες.
- Εξηγούν το παιχνίδι τους στους συμμαθητές τους και παίζουν όλοι μαζί.



Εικόνα Δ.2.6 Μεταμόρφωση ορθογωνίου στον γεωπίκανο.

Εργαστήριο παιχνιδιών κατασκευών

Παιχνίδι κάλυψης επιφάνειας:

- Τα παιδιά προσπαθούν να «κυλήσουν» τα πεντόμινο σε έναν διάδρομο με τέτοιο τρόπο, ώστε να καλύψουν τον συγκεκριμένο χώρο χωρίς κενά και επικαλύψεις. Όσο πιο ψηλά φτάσει η κατασκευή τους τόσο πιο πολλούς πόντους κερδίζουν (Φωτογραφίες Δ.2.7-Δ.2.9).
- Τα παιδιά παίζοντας το παιχνίδι παρουσιάζουν πώς τοποθέτησαν τα πεντόμινο για να καλύψουν τον συγκεκριμένο χώρο.
- Πραγματοποιείται (μαθηματική) συζήτηση και γίνεται σύγκριση, συσχέτιση, αντιπαράθεση των κατασκευών των παιδιών.

Ενδεικτικές ερωτήσεις:

- ο Πώς τοποθέτησες τα πεντόμινο;
- ο Είναι όλες οι κατασκευές ίδιες;
- ο Ποια είναι η ψηλότερη κατασκευή;
- ο Πώς αλλιώς θα μπορούσες/μπορούσατε να το φτιάξεις/φτιάξετε;
- Εναλλακτικά μπορούν να φτιάξουν ή/και να συμπληρώσουν μωσαϊκά με πεντόμινο.
- Δημιουργούμε με τα παιδιά παρόμοια παιχνίδια με αυτό ή με άλλα υλικά, σχεδιάζοντας τους δικούς μας κανόνες και τα παίζουμε.



Εικόνα Δ.2.7-Δ.2.9 Κάλυψη χώρου με πεντόμινο.

Εργαστήριο παιχνιδιών κατασκευών

Κατασκευή αριθμητικών ψηφίων (Σκουμπουρδή, 2006α):

- Παρατηρούμε με τα παιδιά ότι τα αριθμητικά ψηφία στην οθόνη της αριθμομηχανής, του ηλεκτρονικού ρολογιού κλπ. δεν παρουσιάζονται με τον τρόπο που τα γράφουμε, αλλά με την παρακάτω μορφή: **0 1 2 3 4 5 6 7 8 9**
- Δίνουμε στα παιδιά από επτά σπирτόξυλα και τα προκαλούμε να φτιάξουν:
 - ο ένα ψηφίο χρησιμοποιώντας τα όλα,
 - ο όσο περισσότερα διαφορετικά (ίδια) ψηφία μπορούν,
 - ο έναν αριθμό της επιλογής τους από το 1 έως το 100 (οι αριθμοί διαμορφώνονται ανάλογα με την εκπαιδευτική βαθμίδα).

- Πραγματοποιείται (μαθηματική) συζήτηση και γίνεται σύγκριση, συσχέτιση, αντιπαράθεση των κατασκευών των παιδιών.
Ενδεικτικές ερωτήσεις:
 - ο Ποιο/α ψηφίο/α χρειάζεται τα περισσότερα σπирτόξυλα;
 - ο Πόσα διαφορετικά ψηφία μπορούμε να κατασκευάσουμε με επτά σπирτόξυλα;
 - ο Πόσα ίδια ψηφία μπορούμε να κατασκευάσουμε με επτά σπирτόξυλα;
- Επίσης, μπορούν να δημιουργήσουν καινούρια παιχνίδια με αυτά τα υλικά, σχεδιάζοντας τους δικούς τους κανόνες. Εξηγούν το παιχνίδι τους στους συμμαθητές τους και παίζουν όλοι μαζί.
- Δημιουργούμε και παίζουμε με τα παιδιά παρόμοια παιχνίδια με τα γράμματα της αλφαβήτου.

Εργαστήριο παιχνιδιών κατασκευών

Κατασκευή ρωμαϊκών αριθμητικών ψηφίων (Σκουμπουρδή, 2006α):

- | | | | | | | | | | |
|---|----|-----|----|---|----|-----|------|----|----|
| I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
- Μελετάμε με τα παιδιά τα ρωμαϊκά ψηφία:
 - Δίνουμε στα παιδιά από τρία σπирτόξυλα και τα προκαλούμε να φτιάξουν:
 - ο ένα ρωμαϊκό ψηφίο (και ταυτόχρονα να αναρωτηθούν ποια ψηφία δεν μπορούν να κατασκευάσουν).
 - ο όσο περισσότερα διαφορετικά (ίδια) ψηφία μπορούν.
 - Πραγματοποιείται (μαθηματική) συζήτηση και γίνεται σύγκριση, συσχέτιση, αντιπαράθεση των κατασκευών των παιδιών.
Ενδεικτικές ερωτήσεις:
 - ο Ποιο/α ψηφίο/α χρειάζεται τα περισσότερα σπирτόξυλα;
 - ο Πόσα διαφορετικά ψηφία μπορούμε να κατασκευάσουμε με τρία σπирτόξυλα;
 - ο Πόσα ίδια ψηφία μπορούμε να κατασκευάσουμε με τρία σπирτόξυλα;
 - Δίνουμε στα παιδιά (ή σε ομάδες παιδιών) δύο, τρία, τέσσερα και πέντε σπирτόξυλα



και τους θέτουμε, αντίστοιχα, τις εξής δοκιμασίες:

 - ο 2 σπирта: Ποιον αριθμό αντιπροσωπεύει το ρωμαϊκό αυτό ψηφίο.
 - ο 2 σπирта: Μετακίνησέ τα ώστε να φτιάξεις το ρωμαϊκό «πέντε».
 - ο 2 σπирта: Μετακίνησέ τα ώστε να φτιάξεις το ρωμαϊκό «δέκα».
 - ο 3 σπирта: Ποιον αριθμό αντιπροσωπεύει το ρωμαϊκό αυτό ψηφίο.
 - ο 3 σπирта: Μετακίνησε δύο από αυτά ώστε να φτιάξεις το ρωμαϊκό «τέσσερα».
 - ο 3 σπирта: Μετακίνησε δύο από αυτά ώστε να φτιάξεις το ρωμαϊκό «έξι».
 - ο 3 σπирта: Μετακίνησε δύο από αυτά ώστε να φτιάξεις το ρωμαϊκό «εννέα».
 - ο 4 σπирта: Μετακίνησε δύο από αυτά ώστε να φτιάξεις το ρωμαϊκό «επτά».
 - ο 5 σπирта: Μετακίνησε δύο από αυτά ώστε να φτιάξεις το ρωμαϊκό «οκτώ».
 - Δημιουργούμε και παίζουμε με τα παιδιά καινούρια παιχνίδια με αυτά τα υλικά, σχεδιάζοντας τους δικούς μας κανόνες.

Εργαστήριο παιχνιδιών κατασκευών

Κατασκευή ισόπλευρων τριγώνων (Σκουμπουρδή, 2006β):

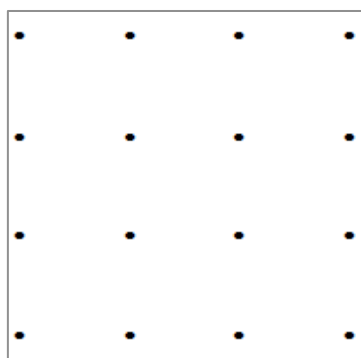
- Δίνουμε στα παιδιά σπирτόξυλα και τα προκαλούμε να φτιάξουν ισόπλευρα τρίγωνα.
- Πραγματοποιείται (μαθηματική) συζήτηση και γίνεται σύγκριση, συσχέτιση, αντιπαράθεση των κατασκευών των παιδιών.
Ενδεικτικές ερωτήσεις:
 - ο Όλα τα τρίγωνα είναι ίδια;
 - ο Σε τι μοιάζουν τα τρίγωνα;

- Σε τι διαφέρουν τα τρίγωνα;
- Με πόσα σπирτόξυλα μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα (1) ισόπλευρο τρίγωνο, δύο (2) ίδια ισόπλευρα τρίγωνα, τρία (3) ίδια ισόπλευρα τρίγωνα κλπ.; Έχουν κάποια σχέση οι αριθμοί, που βρήκες, μεταξύ τους;
- Με πόσα σπирτόξυλα μπορούμε να κατασκευάσουμε δέκα (10), εικοσιπέντε (25), σαράντα (40) ισόπλευρα τρίγωνα όπως τα παραπάνω;
- Με πόσα σπирτόξυλα μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα (1) ισόπλευρο τρίγωνο, δύο (2) ίδια ενωμένα ισόπλευρα τρίγωνα (μία πλευρά κοινή), τρία (3) ίδια ενωμένα ισόπλευρα τρίγωνα κλπ.; Έχουν κάποια σχέση οι αριθμοί, που βρήκες, μεταξύ τους;
- Με πόσα σπирτόξυλα μπορούμε να κατασκευάσουμε δέκα (10), εικοσιπέντε (25), σαράντα (40) ισόπλευρα τρίγωνα όπως τα παραπάνω;
- Δημιουργούμε και παίζουμε με τα παιδιά παρόμοια παιχνίδια με άλλα σχήματα, όπως τετράγωνα.

Εργαστήριο παιχνιδιών κατασκευών και εξερεύνησης

Κατασκευή τετραγώνων (Σκουμπουρδή, 2004 & 2005):

- Δίνουμε στα παιδιά τον παρακάτω σχηματισμό με κουκίδες (Φωτογραφία Δ.2.10) και τα προκαλούμε να κατασκευάσουν όσο περισσότερα τετράγωνα μπορούν.
- Πραγματοποιείται (μαθηματική) συζήτηση και γίνεται σύγκριση, συσχέτιση και αντιπαράθεση των κατασκευών των παιδιών.
Ενδεικτικές ερωτήσεις:
 - Πόσα τετράγωνα βρήκατε;
 - Έχουν όλα τα τετράγωνα το ίδιο μέγεθος;
 - Σε τι μοιάζουν τα τετράγωνα;
 - Σε τι διαφέρουν τα τετράγωνα;
- Με άλλους σχηματισμούς δημιουργούμε με τα παιδιά παρόμοια παιχνίδια.



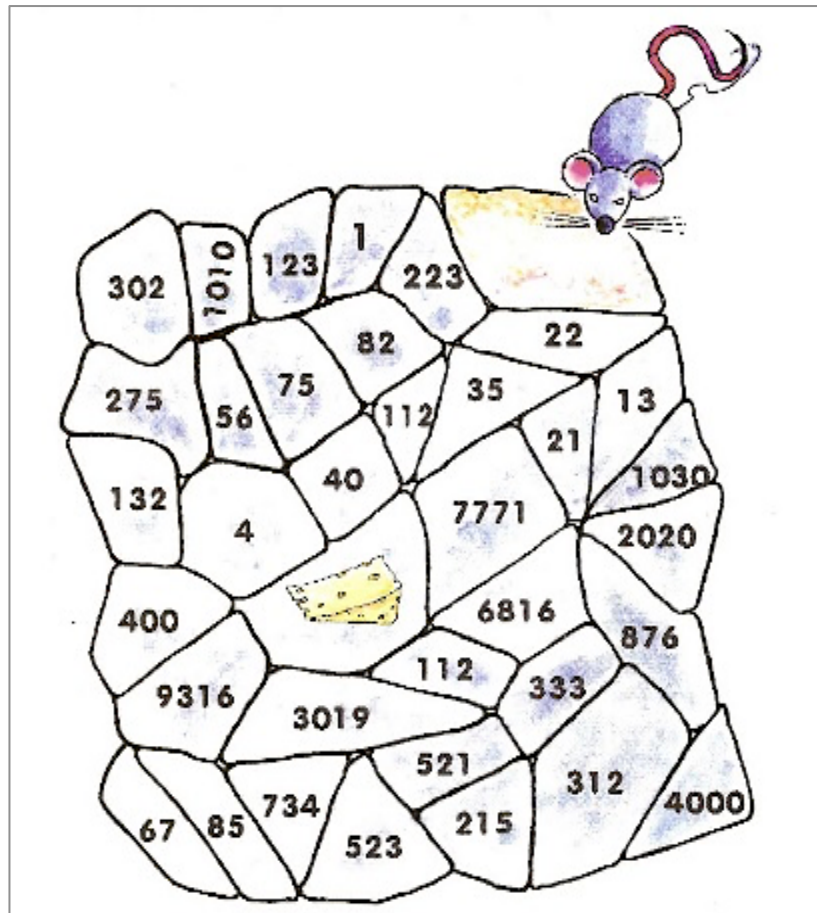
Εικόνα Δ.2.10 Σχηματισμός με κουκίδες.

Εργαστήριο παιχνιδιών εξερεύνησης

Βρες έναν δρόμο (Σκουμπουρδή, 2004):

- Δίνουμε στα παιδιά κουτάκια με αριθμούς (Φωτογραφία Δ.2.11) με την προτροπή να οδηγήσουν το ποντίκι στο τυρί χωρίς να περάσουν από τους αριθμούς που όταν προσθέσουμε τα ψηφία τους θα δώσουν 4.
- Πραγματοποιείται (μαθηματική) συζήτηση και γίνεται σύγκριση, συσχέτιση, αντιπαράθεση των δρόμων που βρήκαν τα παιδιά.
Ενδεικτικές ερωτήσεις:
 - Από ποιους αριθμούς περνάει ο δρόμος σου;
 - Όλοι τον ίδιο δρόμο βρήκατε;

- Πόσους διαφορετικούς δρόμους βρήκατε;
- Υπάρχουν και άλλοι δρόμοι;
- Με απλές οδηγίες δημιουργούμε με τα παιδιά παρόμοια παιχνίδια.



Εικόνα Α.2.11 Η διαδρομή του ποντικού.

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Σκουμπουρδή, Χ. (2004). Μια απλή κατασκευή: φτιάχνω σχήματα με το σχοινί (α' μέρος). *Ο μικρός Ευκλείδης*, 2, 30, Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία.
- Σκουμπουρδή, Χ. (2005). Μια απλή κατασκευή: φτιάχνω σχήματα με το σχοινί (β' μέρος). *Ο μικρός Ευκλείδης*, 4, 20, Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία.
- Σκουμπουρδή, Χ. (2006α). Κατασκευές αριθμητικών ψηφίων. *Ο μικρός Ευκλείδης*, 8, 5, Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία.
- Σκουμπουρδή, Χ. (2006β). Κατασκευές γεωμετρικών σχημάτων. *Ο μικρός Ευκλείδης*, 9, 33, Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία.

Ε΄ Μέρος

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Ε.1 Μοντέλα μάθησης

Ε.1.1 Το μοντέλο μετάδοσης της γνώσης

Στο μοντέλο μετάδοσης της γνώσης, η μάθηση είναι ευθύνη του εκπαιδευτικού. Η διαδικασία της μάθησης νοείται ως μια πορεία μεταφοράς γνώσης από τον εκπαιδευτικό στον μαθητή. Ο εκπαιδευτικός ως πομπός της γνώσης, ως ειδικός, ο οποίος κατέχει ήδη την πραγματική γνώση, είναι σε θέση να τη δομήσει με τέτοιο τρόπο ώστε να μπορεί να τη μεταδώσει μέσω της μίμησης. Από αυτήν την οπτική, η διαδικασία της μάθησης περιορίζεται στην αλληλεπίδραση μεταξύ της επίδειξης και της μίμησης. Το παιδί—ή όποιος μαθαίνει—δεν έχει αποκτήσει ακόμα συγκεκριμένη γνώση των κανόνων και των γεγονότων (Brandt, 2013). Ο ειδήμονας παρουσιάζει τα γεγονότα, τις θεωρίες και τους κανόνες, τα οποία το παιδί στην αρχή απομνημονεύει, στη συνέχεια ανακαλεί και τελικά εφαρμόζει. Σε αυτό το μοντέλο, της παραδοσιακής παιδαγωγικής, η αντικειμενική γνώση νοείται ως σωρευτική απόκτηση. Το παιδί, σε αυτήν τη διαδικασία της μεταφοράς γνώσης, μοιάζει σαν έναν παθητικό αποδέκτη από τον οποίο συνεχώς ζητείται να δέχεται και να αναπαράγει συγκεκριμένες, κοινώς αποδεκτές καταστάσεις και αντιλήψεις. Το παιδικό μυαλό εκλαμβάνεται ως λευκό χαρτί (*tabula rasa*), το οποίο είναι εξοπλισμένο με την ικανότητα να μαθαίνει. Αυτή η διαδικασία περιλαμβάνει απαραίτητα έναν ενήλικα, ο οποίος παρέχει κίνητρα στο παιδί προκειμένου να θελήσει να δεχθεί και να επεξεργαστεί τη γνώση, ώστε να μπορεί να μεταφερθεί η γνώση σε αυτό. Ο ενήλικας είναι αυτός που καθορίζει για το παιδί το συγκεκριμένο έργο, τη μέθοδο, καθώς και τον σκοπό. Κατά αυτόν τον τρόπο το παιδί προσεγγίζει τη γνώση όλο και περισσότερο, καθώς μαθαίνει να συμμορφώνεται στις δηλωμένες απαιτήσεις. Επισημαίνεται ωστόσο πως με αυτό το μοντέλο τα παιδιά μαθαίνουν πώς να λύνουν προβλήματα και όχι πώς να θέτουν προβληματισμούς. Παρόλο, δηλαδή, που δίνουν σωστές απαντήσεις δεν αποκτούν εμπειρία στο να αιτιολογούν γιατί η απάντησή τους είναι σωστή (Rogoff, Matusov & White, 1996).

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Brandt, B. (2013). Everyday pedagogical practices in mathematical play situations in German “Kindergarten”. *Educational Studies in Mathematics*, 84(2), 227-248.
- Rogoff, B., Matusov, E. & White, C. (1996). Models of teaching and learning: Participation in a community of learners. In D.R. Olson & N. Torrance (Eds.) *The Handbook of Education and Human Development* (pp. 388-414). Oxford, UK: Blackwell.

E.1.2 Το κonstrouκτιβιστικό μοντέλο

Στο κonstrouκτιβιστικό μοντέλο η μάθηση είναι ευθύνη του μαθητή. Η διαδικασία της μάθησης περιλαμβάνει μια δι-υποκειμενική ανταλλαγή (Bruner, 1985). Το παιδί—ή όποιος μαθαίνει—αντιμετωπίζεται ως σκεπτόμενο ον, ως ανεξάρτητος στοχαστής ο οποίος διαμορφώνει αυθόρμητα μια εικόνα του κόσμου (Brandt, 2013). Αναπτύσσει δραστηριότητες αυθόρμητα, ιδιοσυγκρασιακά, σε κατευθύνσεις που δεν είναι απαραίτητα σύμφωνες με το τι θεωρείται τυπικό στον κόσμο των ενηλίκων. Το παιδί λειτουργεί αυτόνομα, ως κατασκευαστής της δικής του γνώσης. Ερμηνεύει τις εμπειρίες του και έπειτα ενσωματώνει κάθε εμπειρία σε έναν κατάλληλο κανόνα πεποιθήσεων. Το ανθρώπινο μυαλό μοιάζει σαν ένα αποθετήριο των ατομικών ερμηνειών. Ωστόσο, το παιδί δεν γεμίζει αυτό το αποθετήριο αυτόνομα, αλλά σε συνεργασία με τους ανθρώπους του περιβάλλοντα χώρου του. Ο ενήλικας λειτουργεί συνεργατικά προσπαθώντας αφενός να δημιουργήσει ένα περιβάλλον πλούσιο σε ερεθίσματα και αφετέρου να κατανοήσει και να δουλέψει με τις ιδέες των παιδιών αποφεύγοντας να παρεμβαίνει στη φυσική ανάπτυξη του παιδιού και παραμένοντας περισσότερο ουδέτερος. Σε αυτήν την περίπτωση η γνώση δεν κατανοείται πια ως επίδειξη δεξιοτήτων, αλλά ως το αποτέλεσμα των διαπραγματεύσεων μέσα από τους διαλόγους με άλλους.

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Brandt, B. (2013). Everyday pedagogical practices in mathematical play situations in German “Kindergarten”. *Educational Studies in Mathematics*, 84(2), 227-248.
- Bruner, J. (1985). On teaching thinking: An afterthought. In S. Chipman, J. Segal & R. Glaser (Eds.) *Thinking and learning skills. Volume 2: Research and open questions* (pp. 597-608). New York: Routledge.

Ε.1.3 Διαδικασία μάθησης με από κοινού ευθύνη

Το μοντέλο που βασίζει τη διαδικασία της μάθησης στην από κοινού ευθύνη αναδεικνύει την πολιτισμική και την ιστορική διάσταση της γνώσης βασίζοντας την κατασκευή της γνώσης στο τι είναι καθιερωμένο στην πολιτισμική κουλτούρα. Το παιδί—ή όποιος μαθαίνει—αντιμετωπίζεται ως πεπειραμένος γνώστης, ως διαχειριστής της αντικειμενικής γνώσης που μπορεί να ακολουθήσει τη δική του άποψη, εφόσον είναι ικανό να διακρίνει την προσωπική του γνώση από τον γνωστικό κανόνα (Olson & Bruner, 1996). Για αυτόν τον λόγο η κατασκευή της γνώσης θεωρείται πρωταρχικά ως ανακατασκευή. Δεν μεταφέρεται, δηλαδή, απλά και μονοδιάστατα, αλλά ακολουθεί μια εκ νέου πορεία διαπραγμάτευσης μέσα από τη συζήτηση με τους ειδήμονες. Οι ειδήμονες διαδραματίζουν ουσιαστικό ρόλο, σε αυτό το μοντέλο, λειτουργώντας ως διαχειριστές της πληροφορίας στη διαδικασία μάθησης, όντας στη διάθεση του παιδιού, ως σύμβουλοι.

Παρόμοια είναι και η έννοια που περιγράφουν η Rogoff και οι συνεργάτες της (1996), την οποία ορίζουν ως «κοινότητα μαθητών» (Community of learners). Η συμμετοχή του παιδιού επηρεάζεται από την ένταξή του στο πολιτισμικό πλαίσιο, την οποία η Rogoff και οι συνεργάτες της αντιλαμβάνονται ως μάθηση (Sfard, 1998). Ωστόσο, δεν είναι μόνο το παιδί το οποίο μαθαίνει, αλλά όλοι οι συμμετέχοντες, δημιουργώντας μια κοινότητα μάθησης. Εδώ, οι συμβάσεις διαρκώς ανακατασκευάζονται μέσα από την ανταλλαγή απόψεων μεταξύ των παιδιών και των ενηλίκων. Αυτή η θεμελιώδης ισότητα συχνά συνδέεται με την κατανομή συγκεκριμένων ρόλων. Για παράδειγμα, η Rogoff και οι συνεργάτες της (1996), επισημαίνουν πως ο ενήλικας συχνά είναι ο υπεύθυνος για τον έλεγχο ολόκληρης της διαδικασίας, ενώ διευκολύνει και διαχειρίζεται τις καταστάσεις. Το παιδί όλο και περισσότερο μαθαίνει να οργανώνει τη συμμετοχή του στη διαδικασία της μάθησης (ακόμα και με την έννοια της παρατήρησης), ενώ η πολιτισμική γνώση δεν είναι γενικώς ορατή, αλλά παραμένει ο σκοπός της κοινής διαπραγμάτευσης.

Αυτές οι δύο έννοιες έχουν κοινό πολιτισμικό προσανατολισμό και δίνουν έμφαση στην κοινωνική συγκρότηση της διαδικασίας μάθησης και ανάπτυξης. Και στις δύο περιπτώσεις η μάθηση θεωρείται ως διαδικασία. Βασίζεται στη γνώση κανόνων, οι οποίοι καθορίζονται μέσα από την πολιτισμική κουλτούρα. Επίσης, κοινό και στις δύο έννοιες, είναι ότι το παιδί γίνεται σταδιακά μέρος του πολιτισμού, μέσα από τη συμμετοχή του στον διάλογο, ο οποίος αντανακλά την πολιτισμική κουλτούρα. Η βοήθεια των ειδικών προσανατολίζεται προς την πραγματοποίηση κοινών στόχων, οι οποίοι βοηθούν τα παιδιά να εξετάσουν τις οπτικές και τις θεωρίες τους.

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Olson, D. & Bruner, J. (1996). Folk psychology and folk pedagogy. In D.R. Olson & N. Torrance (Eds.) *The Handbook of Education and Human Development* (pp. 9-27). Oxford: Blackwell.
- Rogoff, B., Matusov, E. & White, C. (1996). Models of teaching and learning: Participation in a community of learners. In D.R. Olson & N. Torrance (Eds.) *The Handbook of Education and Human Development* (pp. 388-414). Oxford, UK: Blackwell.
- Sfard, A. (1998). On two metaphors for learning and the dangers of choosing just one. *Educational Researcher*, 27(2), 4–13.

Ε.2 Παιχνίδια

Ε.2.1 Επιτραπέζια παιχνίδια με ζάρια

Ε.2.1.1 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ζάρια: «Εκατό ή χάνεις»

Το «Εκατό ή χάνεις» είναι ένα παιχνίδι με ζάρια για την αξία της θέσης των ψηφίων των αριθμών και είναι κατάλληλο για μαθητές των τάξεων Β΄-Ε΄ δημοτικού (δες κεφάλαιο [Β.2](#) & [Γ.3](#)).

Κάθε παιδί παίρνει ένα φύλλο χαρτί, ένα μολύβι και έναν πίνακα (Πίνακας Ε.2.1.1.1).

Σκοπός του παιχνιδιού είναι να φτάσει ο παίκτης στο εκατό.

Πρώτος παίζει ο παίκτης που θα φέρει τη μεγαλύτερη ζαριά. Κάθε παίκτης με τη σειρά του ρίχνει το ζάρι και γράφει στον πίνακά του τον αριθμό της ζαριάς του. Αν, για παράδειγμα, το ζάρι δείξει 4 ο παίκτης πρέπει να επιλέξει πού θα γράψει αυτόν τον αριθμό. Αν τον γράψει στις δεκάδες θα υπολογιστεί ως 40 ενώ αν τον γράψει στις μονάδες θα υπολογιστεί ως 4. Το ίδιο γίνεται και με τους υπόλοιπους παίκτες για επτά γύρους.

Νικητής είναι ο παίκτης ο οποίος μετά τους επτά γύρους έχει άθροισμα πιο κοντά στο 100—χωρίς να το ξεπεράσει.

Γύροι	Δεκάδες	Μονάδες
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
Σύνολο		

Πίνακας Ε.2.1.1.1 Πίνακας καταγραφής αποτελεσμάτων παιχνιδιού

E.2.1.2 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ζάρια: «Κλείσε το κουτί» (Shut the box)

Το παιχνίδι «Κλείσε το κουτί» είναι ένα επιτραπέζιο παιχνίδι τύχης και στρατηγικής με ζάρια και σχετίζεται με αριθμούς και αθροίσματα (δες κεφάλαιο [B.2](#) & [Γ.3](#)).

Το παιχνίδι περιλαμβάνει ζευγάρια ζαριών και ξύλινα κουτιά τόσα όσα και οι παίκτες. Κατά μήκος της μίας πλευράς των ξύλινων κουτιών υπάρχουν ξύλινα κινούμενα πλακίδια με τους αριθμούς από το ένα (1) έως το εννέα (9).

Σκοπός του παιχνιδιού είναι να κλείσουν όλα τα πλακίδια.

Το παιχνίδι είναι κατάλληλο για παιδιά από πέντε ετών και πάνω και παίζεται με δύο ή περισσότερους παίκτες. Κάθε παίκτης ρίχνει τα ζάρια του και κλείνει είτε τους αριθμούς που δείχνουν τα ζάρια είτε τον αριθμό που αντιστοιχεί στο άθροισμα των αριθμών της ρίψης. Αν δεν υπάρχει κανένας από αυτούς τους αριθμούς διαθέσιμος τότε συνεχίζει ο επόμενος παίκτης.

Νικητής είναι ο παίκτης που θα κλείσει πρώτος όλα τα πλακίδια.

Ε.2.2 Επιτραπέζια παιχνίδια με ταμπλό

Ε.2.2.1 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Σένετ»

Το παιχνίδι «Σένετ» της Αρχαίας Αιγύπτου ήταν από τα πρώτα επιτραπέζια παιχνίδια (δες κεφάλαιο [Α.1](#)). Το μέσο τυχειότητας του παιχνιδιού ήταν τα μαστούνια/ραβδιά (Φωτογραφία Ε.2.2.1.1) αντί το ζάρι. Στα μαστούνια δεν υπήρχαν οι αριθμοί 4 και 6. Τα 4 λευκά μαστούνια μετρούσαν για 5, ενώ τα 4 μαύρα μαστούνια μετρούσαν για 0. Ταρακουνούσαν τα μαστούνια και τα έριχναν πάνω σε ένα τραπέζι.

Στόχος του παιχνιδιού ήταν να πάρει ο παίκτης όλες τις μάρκες του από το ταμπλό του παιχνιδιού.

Οι αρχαίοι Αιγύπτιοι χρησιμοποιούσαν μικρές πέτρες ή μπάλες για να παίζουν Σένετ. Το ταμπλό του παιχνιδιού (Φωτογραφία Ε.2.2.1.2) περιλάμβανε πλέγμα 10X3 με τους αριθμούς από το 1 έως το 30. Ο αριθμός των πετρών δεν ήταν σταθερός και ανάλογα με το πλήθος τους μεταβαλλόταν και ο χρόνος που διαρκούσε το παιχνίδι. Υπήρχαν δύο σέτ των πέντε πετρών, αλλά μπορούσαν να δημιουργηθούν και με λιγότερες. Αν χρησιμοποιούνταν πέντε πέτρες, από καθέναν από τους δύο παίκτες, το παιχνίδι διαρκούσε περισσότερο από όταν χρησιμοποιούνταν τρεις πέτρες. Η πορεία των πετρών στο παιχνίδι ακολουθούσε ελικοειδή γραμμή. Τα βέλη στη φωτογραφία (Φωτογραφία Ε.2.2.1.3) δείχνουν την κατεύθυνση της πορείας κάθε παίκτη.

Οι πρωτότυποι κανόνες του παιχνιδιού δεν βρέθηκαν καταγεγραμμένοι και πολλοί ερευνητές προτείνουν διάφορες παραλλαγές των κανόνων του παιχνιδιού. Μία εκδοχή κανόνων του Σένετ είναι οι εξής:

- Όποιος μπορεί να προχωρήσει, πρέπει να προχωρήσει.
- Αν η πέτρα ενός παίκτη καταλαμβάνει ένα πεδίο, τότε ο παίκτης μπορεί να μην προχωρήσει.
- Αν το πεδίο είναι καλυμμένο από την πέτρα του αντίπαλου, τότε η μάρκα βγαίνει έξω από το παιχνίδι και πρέπει να ξεκινήσει από την αρχή.
- Το παιχνίδι ξεκινάει με τη ρίψη των ράβδων και την τοποθέτηση των πετρών σε ένα από τα πράσινα πεδία (Φωτογραφία Ε.2.2.1.2).
- Το τέταρτο πεδίο δεν μπορεί να καλυφθεί, εφόσον δεν υπάρχει αυτός ο αριθμός στις ράβδους.
- Ο παίκτης που βρίσκεται στα κίτρινα πεδία: 26, 28, 29 ή 30 (Φωτογραφία Ε.2.2.1.2), μπορεί να φτάσει στη γραμμή του τερματισμού μόνο με τη ρίψη του αριθμού που απαιτείται για να ολοκληρωθεί η κίνηση. Για παράδειγμα, ο παίκτης που βρίσκεται στο πεδίο 30 θα χρειαστεί να ρίξει 1 για να τελειώσει το παιχνίδι.
- Όταν ο παίκτης βρίσκεται στα κίτρινα πεδία: 26, 28, 29 ή 30, δεν μπορεί να βγει έξω από το παιχνίδι.
- Το πεδίο 27 κρύβει μια παγίδα νερού (Φωτογραφία Ε.2.2.1.2). Όποιος παίκτης βρεθεί στο πεδίο 27, πρέπει να πάει πίσω στο πεδίο 15, στον τομέα της ανάστασης. Ωστόσο, αν κάποιος άλλος παίκτης είναι ήδη εκεί τότε και οι δύο μάρκες θα πρέπει να βγουν έξω από το παιχνίδι και να ξεκινήσουν από την αρχή.
- Νικητής είναι ο παίκτης που θα βγάλει πρώτος τις μάρκες του από το ταμπλό (αγωνιστικό χώρο).
- 1ος ειδικός κανόνας: Αποκλεισμός - Εάν δύο παίκτες στέκονται στο ίδιο χρώμα ο ένας δίπλα στον άλλο, δεν μπορούν να βγουν έξω από το παιχνίδι.
- 2ος ειδικός κανόνας: Δίνουμε σε όλα τα πεδία ονόματα όπως έκαναν οι αρχαίοι Αιγύπτιοι.



Εικόνες Ε.2.2.1.1 – Ε.2.2.1.3 Σένετ.

E.2.2.2 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Patolli»

Το «Patolli» (δες κεφάλαιο [A.1](#)) ήταν ένα επιτραπέζιο τυχερό παιχνίδι στο οποίο οι παίκτες στοιχημάτιζαν με ό,τι αντικείμενα (προϊόντα ή θησαυρούς) διέθεταν: κουβέρτες, φυτά, πολύτιμους λίθους, χρυσό, τρόφιμα ή οτιδήποτε άλλο. Σε ακραίες περιπτώσεις στοιχημάτιζαν τα σπίτια τους, την οικογένειά τους ή την ελευθερία τους. Για να ξεκινήσει το παιχνίδι έπρεπε να προϋπάρξει συμφωνία για τα στοιχήματα. Παρουσίαζε κάθε παίκτης τα αντικείμενα που είχε στη διάθεσή του για να παίξει. Αφού πραγματοποιούνταν η συμφωνία και πριν αρχίσει το παιχνίδι, οι παίκτες προσεύχονταν στον Θεό των παιχνιδιών Macuīlxochitl, προσφέροντάς του θυμίαμα και τρόφιμα. Μόλις ολοκληρωνόταν η προσευχή το παιχνίδι μπορούσε να αρχίσει.

Το ταμπλό του παιχνιδιού αποτελείτο από 52 θέσεις σε σχήμα «X» οι οποίες ήταν ζωγραφισμένες με υγρό καουτσούκ πάνω σε δέρμα, σε ψάθα, σε δάπεδο ή σε τραπέζι. Οι τέσσερις θέσεις στο κέντρο του «X» (Φωτογραφία E.2.2.2.1) χαρακτηρίζαν μία ειδική περιοχή, στην οποία, αν το πiónι του ενός παίκτη, βρισκόταν στην ίδια θέση με του αντιπάλου, τότε ο παίκτης έπαιρνε το πiónι του αντιπάλου και το έβαζε στην αφετηρία. Επιπλέον, ο αντίπαλος έπρεπε να του δώσει ένα από τα στοιχήματα. Μια άλλη ειδική περιοχή ήταν εκείνη η οποία επισημαίνεται με δύο πιο σκούρα τριγωνικά σχήματα κοντά στο τέλος του κάθε βραχίονα του «X». Αν ένας παίκτης τύχαινε να βάλει το πiónι του σε μία από τις δύο αυτές τριγωνικές περιοχές, τότε έπρεπε να μεταβιβάσει την κυριότητα ενός στοιχήματός του στον αντίπαλο. Υπήρχαν, επίσης, δύο ειδικοί χώροι στο τέλος κάθε βραχίονα του «X». Αν το πiónι κάποιου παίκτη τύχαινε σε έναν από αυτούς τους χώρους, τότε ο παίκτης ξανάπαιζε.

Κάθε παίκτης είχε από έξι πiónια (βότσαλα, πυρήνες καλαμποκιού, κομμάτια νεφρίτη κλπ.). Τα πiónια των διαφορετικών παικτών είχαν διαφορετικό χρώμα μεταξύ τους. Ο στόχος του παιχνιδιού ήταν να κινηθούν τα έξι πiónια πάνω στο ταμπλό του παιχνιδιού μέσα από συγκεκριμένη διαδρομή. Νικητής ήταν ο παίκτης ο οποίος θα κέρδιζε όλα τα στοιχήματα του αντιπάλου. Για να επιτευχθεί η νίκη, συχνά, χρειαζόταν οι παίκτες να παίξουν περισσότερους από έναν γύρους. Ένας γύρος ολοκληρωνόταν όταν ένας παίκτης μετακινούσε και τα έξι πiónια του από την εκκίνηση στον τερματισμό, πριν τον άλλο παίκτη.

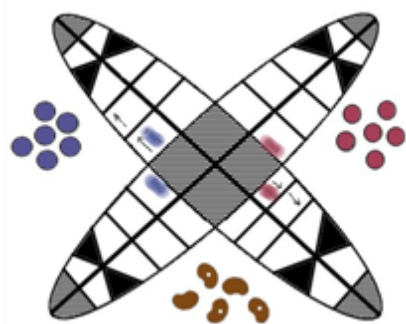
Πέντε ή έξι μαύρα φασόλια ή κύβοι αριθμών, χρησιμοποιούνταν ως ζάρια. Τα φασόλια ήταν ειδικά κατασκευασμένα. Στη μία πλευρά τους υπήρχε μία τρύπα. Κάθε παίκτης κινούσε το πiónι του τόσες θέσεις στο ταμπλό όσες οι τρύπες στα φασόλια που φαίνονταν. Αν η ένδειξη των φασολιών υπερέβαινε τον αριθμό των θέσεων στο ταμπλό τότε ο παίκτης έχανε τη σειρά του.

Αν σε μία ρίψη όλα τα φασόλια στέκονταν στο πλάι τους, τότε αυτός που είχε πραγματοποιήσει τη ρίψη κέρδιζε όλα τα αντικείμενα/στοιχήματα και από τα δύο μέρη. Εάν σε μία ρίψη όλα τα φασόλια έπεφταν με την τρύπα προς τα πάνω, τότε ο παίκτης προχωρούσε το πiónι του δέκα θέσεις.

Προϋπόθεση για να αρχίσει το παιχνίδι και να τοποθετηθεί το πρώτο πiónι στην αφετηρία του ταμπλό ήταν ο παίκτης να φέρει «ένα». Αυτό μπορούσε να γίνει αν ρίχνοντας τα φασόλια, μόνο ένα από αυτά έπεφτε με την τρύπα προς τα πάνω (να φαίνεται). Οι παίκτες έριχναν τα φασόλια εκ περιτροπής.

Κάθε παίκτης συμμετείχε στο παιχνίδι με τον ίδιο αριθμό προσφορών τις οποίες στοιχημάτιζε στην αρχή του παιχνιδιού. Οποιαδήποτε ποσότητα αντικειμένων για ποντάρισμα ήταν αποδεκτή εφόσον είχε συμφωνηθεί από την αρχή του παιχνιδιού. Η ιδανική ποσότητα αντικειμένων για ποντάρισμα ήταν έξι, λόγω του ότι κάθε παίκτης είχε από έξι πiónια. Μόλις το πiónι ενός παίκτη ολοκλήρωνε την πορεία του στο ταμπλό τότε ο αντίπαλος παίκτης ήταν υποχρεωμένος να του παραδώσει ένα από τα αντικείμενα της προσφοράς του.

Στο παιχνίδι συμμετείχε και ο Θεός των παιχνιδιών Macuīlxochitl. Αν σε μία ρίψη όλα τα φασόλια έπεφταν από τη μεριά που δεν υπήρχε τρύπα τότε ο παίκτης ο οποίος πραγματοποίησε τη ρίψη έπρεπε να δώσει ένα αντικείμενο της προσφοράς του στον Θεό, ως δώρο. Τοποθετούσε, δηλαδή, το αντικείμενο σε μία προκαθορισμένη θέση του ταμπλό. Τα αντικείμενα αυτά τα έπαιρνε ο παίκτης που ολοκλήρωνε πρώτος τον γύρο, ως δώρο από τον Θεό.



Εικόνα Ε.2.2.2.1 *Patolli*

Ε.2.2.3 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Ο τζίτζικας και ο μέρμηγκας»

Το παιχνίδι «Ο τζίτζικας και ο μέρμηγκας»¹³ είναι ένα σχεδιασμένο επιτραπέζιο παιχνίδι στρατηγικής και τακτικής το οποίο συνδυάζει και την τύχη (δες κεφάλαιο [Β.1](#), [Γ.3](#) & [Δ.1](#)).

Το παιχνίδι περιλαμβάνει ένα ταμπλό με ρομβοειδή διαδρομή και εσωτερικές διακλαδώσεις (Φωτογραφία Ε.2.2.3.1) ώστε να επιτρέπει περισσότερες από μία επιλογές κίνησης σε οποιαδήποτε κατεύθυνση/φορά. Εκτός από το ταμπλό, το παιχνίδι περιέχει μία κληρωτίδα-πουγκί με αριθμούς από το ένα (1) μέχρι το πέντε (5) (ο κάθε αριθμός βρίσκεται δύο φορές στο πουγκί, δηλαδή υπάρχουν δύο πεντάδες), πέντε πιόνια-μυρμήγκια διαφορετικού χρώματος, τρία πιόνια-τζίτζικες, πενήντα σπόροι και πέντε πουγκιά σε πέντε διαφορετικά χρώματα όπως και τα πιόνια (Φωτογραφία Ε.2.2.3.2).

Σκοπός του παιχνιδιού είναι να συλλέξουν και να μεταφέρουν τα μυρμήγκια έως οκτώ σπόρους από το χωριό στη φωλιά τους.

Το παιχνίδι απευθύνεται σε παιδιά από τεσσάρων ετών και πάνω και παίζεται από δύο έως πέντε παίκτες. Κάθε παίκτης διαλέγει ένα μυρμήγκι και το πουγκί που του αντιστοιχεί για να βάζει μέσα τους σπόρους που μαζεύει. Για να προχωρήσει το πιόνι του, διαλέγει από την κληρωτίδα (το μεγάλο πουγκί) δύο αριθμούς και επιλέγει τον αριθμό που τον εξυπηρετεί καλύτερα. Το πιόνι κινείται σε όποια κατεύθυνση επιθυμεί ο παίκτης (σεβόμενος τις γραμμές του ταμπλό). Για τους αρχάριους, το παιχνίδι παίζεται με έναν τζίτζικα, ο οποίος τοποθετείται στον κεντρικό κύκλο κατά την εκκίνηση. Για τους προχωρημένους παίκτες, το παιχνίδι παίζεται με δύο ή τρεις τζίτζικες, οι οποίοι τοποθετούνται στους τρεις κεντρικούς κύκλους κατά την εκκίνηση. Ο τζίτζικας μετακινείται ένα βήμα κάθε φορά από τον παίκτη που παίζει. Στόχος του κάθε παίκτη είναι η απομάκρυνση του τζίτζικα από το μυρμήγκι του και το πλησίασμά του στον ισχυρότερο αντίπαλό του. Σε περίπτωση που κάποιο μυρμήγκι πέσει πάνω στον τζίτζικα, ο τζίτζικάς του παίρνει δύο σπόρους. Όταν ένα μυρμήγκι πέσει σε μαύρο κύκλο, παίρνει προαιρετικά μέχρι τρεις σπόρους. Εάν πέσει σε κόκκινο κύκλο, παίρνει υποχρεωτικά δύο σπόρους. Κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού είναι εφικτό, ανάλογα με τα βήματα που του επιτρέπονται, κάποιο μυρμήγκι να επιστρέψει στο χωράφι ή να μπει στη φωλιά για να ακολουθήσει κάποια νέα διαδρομή. Το ίδιο είναι δυνατό να συμβεί και με τον τζίτζικα. Μάλιστα, στην περίπτωση που ο τζίτζικας τοποθετηθεί από κάποιον παίκτη στη φωλιά, τότε, όποιο μυρμήγκι φτάσει στη φωλιά μετά από αυτόν χάνει δύο από τους σπόρους του και συνεχίζει το παιχνίδι προκειμένου να τους ξαναμαζέψει.

Οι παίκτες προκειμένου να φτάσουν στον τερματισμό θα πρέπει να υπολογίσουν σωστά πόσους σπόρους έχουν στο πουγκί τους, να κάνουν προσθέσεις και αφαιρέσεις όταν πρόκειται να πάρουν ή να αφήσουν σπόρους (στην περίπτωση «συνάντησης» με τον τζίτζικα), να αντιστοιχίσουν τα βήματα με τον αριθμό που επέλεξαν για να κινηθούν, να υπολογίσουν τους σπόρους που έχουν οι αντίπαλοι και να δρουν προστατευτικά προς το μυρμήγκι τους, στρέφοντας τους τζίτζικες προς τους ισχυρούς αντιπάλους τους. Δεν πρέπει όμως να ξεπεράσουν τους οκτώ σπόρους, γιατί δεν θα μπορούν να τους σηκώσουν. Σε περίπτωση που τους ξεπεράσουν, χάνουν τους σπόρους τους και επιστρέφουν στην αρχή. Η μεταφορά των σπόρων πρέπει να γίνει με προσοχή, εφόσον οι αργόσχολοι τζίτζικες παραμονεύουν για να τους πάρουν τις προμήθειες.

Κερδίζει ο παίκτης που θα φτάσει στο τέρμα/φωλιά με οκτώ σπόρους (ή τουλάχιστον με τους περισσότερους σπόρους σε σχέση με τους υπόλοιπους συμπαίκτες του).



Εικόνες Ε.2.2.3.1 & Ε.2.2.3.2 Τζίτζικας και μέρμηγκας

¹³ Σχεδιασμένο στο πλαίσιο μαθήματος του ΤΕΠΑΕΣ.

E.2.2.4 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Το βιβλίο της περιπέτειας»

Το παιχνίδι «Το βιβλίο της περιπέτειας»¹⁴ είναι ένα σχεδιασμένο επιτραπέζιο παιχνίδι μαθηματικών γνώσεων. Οι μαθηματικές έννοιες που περιλαμβάνονται στο παιχνίδι είναι: αναγνώριση και γραφή αριθμητικών συμβόλων, πρόσθεση και αφαίρεση με υλικά, λεκτικά προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης, απαρίθμηση, καταμέτρηση, άμεση εκτίμηση ποσοτήτων, σύγκριση δύο συλλογών αντικειμένων, διατακτικοί αριθμοί, χρήση εννοιών χώρου, σύγκριση μήκους (άμεση), καθώς και αναγνώριση, σχεδίαση και ομαδοποίηση των βασικών επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων (δες κεφάλαιο [B.1](#), [Γ.3](#) & [Δ.1](#)).

Το παιχνίδι περιλαμβάνει ένα αναδιπλούμενο ταμπλό με σταθμούς-νησιά σε πέντε διαφορετικά χρώματα. Υπάρχει και ο σταθμός αφετηρία-τερματισμός. Επιπλέον, περιέχονται εκατόν πενήντα κάρτες, πέντε κατηγοριών, με ερωτήσεις από όλες τις μαθηματικές ενότητες. Το επιπρόσθετο υλικό που περιέχει το παιχνίδι είναι έξι κουδουνίστρες, μία κλεψύδρα του ενός λεπτού, έξι πόνια σε μορφή καραβιών, ένα μπλοκ και ένα μολύβι. Το μέσο τυχαιότητας που ορίζει την έναρξη του παιχνιδιού και τη σειρά των παικτών είναι ένα κλασσικό ζάρι (Φωτογραφία E.2.2.4.1). Οι κανόνες του παιχνιδιού δημιουργούν δύο διαφορετικά παιχνίδια: παιχνίδι με ταμπλό και παιχνίδι χωρίς ταμπλό.

Σκοπός του παιχνιδιού είναι το κυνήγι του χαμένου θησαυρού.

Το παιχνίδι είναι σχεδιασμένο για δύο έως έξι παίκτες (ή ομάδες). Πρώτος παίζει ο παίκτης (ομάδα) που θα φέρει στο ζάρι τον μεγαλύτερο αριθμό. Η σειρά των υπόλοιπων παικτών ακολουθεί τη φορά των δεικτών του ρολογιού. Η πορεία των παικτών, πάνω στο ταμπλό, μπορεί να καθοριστεί από τους ίδιους, εφόσον ακολουθούν διαδρομές που ορίζονται από τις λευκές παύλες. Αν το επιτραπέζιο παιχνίδι πραγματοποιηθεί χωρίς ταμπλό οι ομάδες συμμετέχουν σε έναν μαραθώνιο καρτών χρησιμοποιώντας το ζάρι με τα χρώματα. Οι παίκτες καλούνται να εκτελέσουν ορισμένες εντολές ανάλογα με την κατηγορία των καρτών σε συνεργασία είτε με τους συμπαίκτες τους είτε με τους αντίπαλους. Ως χρόνος απάντησης ορίζονται οι δύο (2) κλεψύδρες του ενός (1) λεπτού. Αν ο χρόνος τελειώσει, οι υπεύθυνοι των αντίπαλων ομάδων χτυπούν την κουδουνίστρα. Ο χρόνος ξεκινάει όταν ο παίκτης ολοκληρώσει τη σκέψη του. Όταν αποφασίσει να ξεκινήσει δεν βλέπει πλέον την κάρτα.

Οι κατηγορίες των καρτών χωρίζονται με χρώματα (κόκκινο, κίτρινο, πράσινο, μπλε, άσπρο) και απαιτούν διαφορετικούς τρόπους έκφρασης. Οι κόκκινες κάρτες ανήκουν στην κατηγορία «παντομίμα». Σε αυτήν την κατηγορία ο παίκτης (ομάδα) πρέπει να δείξει ή να κάνει ό,τι δείχνει η κάρτα. Οι κίτρινες κάρτες ανήκουν στην κατηγορία «ζωγράφισέ το!». Σε αυτήν την κατηγορία ο παίκτης (ομάδα) πρέπει να ζωγραφίσει ό,τι δείχνει η κάρτα. Οι πράσινες κάρτες ανήκουν στην κατηγορία «κάνε το!». Σε αυτήν την κατηγορία ο παίκτης (ομάδα) πρέπει να κάνει ή να δείξει ή να πει κάτι τόσες φορές όσες λέει η κάρτα. Οι μπλε κάρτες ανήκουν στην κατηγορία «πες το!». Σε αυτήν την κατηγορία ο παίκτης (ομάδα) πρέπει να απαντήσει στην ερώτηση της κάρτας. Οι λευκές κάρτες ανήκουν στην κατηγορία «πρόβλημα». Σε αυτήν την κατηγορία ο παίκτης (ομάδα) πρέπει να λύσει το πρόβλημα που θέτει η κάρτα. Αυτά ισχύουν αν παίζουν ομάδες, όπου ο παίκτης δείχνει την προσπάθειά του στην ομάδα του και η ομάδα του καλείται να βρει τι απεικονίζει η κάρτα. Αν το παιχνίδι παίζεται ατομικά τότε η δοκιμασία πραγματοποιείται από τον επόμενο συμπαίκτη. Αν η κάρτα απαντηθεί σωστά την κρατάει ο παίκτης, αν όχι επιστρέφεται στην κατηγορία.

Νικητής είναι ο παίκτης (ομάδα) που θα καταφέρει να συγκεντρώσει πρώτος δέκα (10) κάρτες, δύο (2) από κάθε χρώμα. Το παιχνίδι ολοκληρώνεται όταν ο παίκτης (ομάδα) που θα μαζέψει τις δέκα (10) κάρτες καταφέρει να φτάσει στη σπηλιά για να παραλάβει τον θησαυρό.

¹⁴ Σχεδιασμένο στο πλαίσιο μαθήματος του ΤΕΠΑΕΣ.



Εικόνα Ε.2.2.4.1 Το βιβλίο της περιπέτειας

E.2.2.5 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Ο θησαυρός» (Golden treasure)

«Ο θησαυρός» είναι ένα επιτραπέζιο παιχνίδι το οποίο μπορεί να ταξινομηθεί στο μαθηματικό πεδίο της στατιστικής και των πιθανοτήτων και το μαθηματικό του θέμα είναι η αναγνώριση της πιθανότητας για την επιλογή του κατάλληλου τροχού (δες κεφάλαιο [B.2](#) & [Γ.3](#)).

Το παιχνίδι περιλαμβάνει ένα ταμπλό, δύο πιόνια και ποικιλία τροχών των οποίων οι δύο περιοχές διαφέρουν σε μέγεθος (αναλογίες: 1:1, 1:3, 5:7), αλλά και τροχούς στους οποίους ενώ η αναλογία των δύο περιοχών είναι ίδια, διαφέρει η κατανομή τους.

Σκοπός του παιχνιδιού είναι να φτάσει το πιόνι του παίκτη στον τερματισμό/σπίτια.

Όλοι οι παίκτες ξεκινάνε από την αφετηρία και η εξέλιξη του παιχνιδιού ορίζεται από τον τροχό της τύχης. Ο τροχός έχει δύο τμήματα διαφορετικών χρωμάτων, αντίστοιχων με τα χρώματα που έχουν τα πιόνια. Οι παίκτες γυρνάνε τον τροχό με τη σειρά. Αν ο τροχός δείξει το χρώμα του παίκτη που τον γύρισε, τότε ο παίκτης μπορεί να κινήσει το πιόνι του προς την κατεύθυνση του σπιτιού. Εάν το χρώμα στον τροχό είναι του άλλου παίκτη τότε χάνει τη σειρά του ο παίκτης που γύρισε τον τροχό και το παιχνίδι συνεχίζεται με τον ίδιο τρόπο.

Νικητής είναι ο παίκτης που θα τερματίσει πρώτος.

E.2.2.6 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Ποιος έχει τα περισσότερα;» (Who has more)

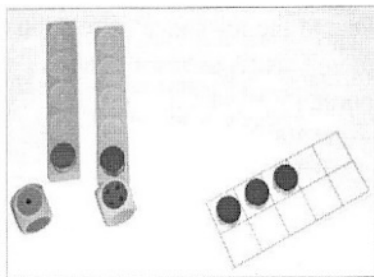
Το παιχνίδι «Ποιος έχει τα περισσότερα» είναι ένα επιτραπέζιο παιχνίδι για τη διαφορά δύο αριθμών (δες κεφάλαιο [B.2](#) & [Γ.3](#)).

Το παιχνίδι περιλαμβάνει δύο ξύλινες βάσεις με πέντε θέσεις, μάρκες, οι οποίες είναι μπλε από τη μία μεριά και κόκκινες από την άλλη, δύο ορθογώνια ταμπλό με σχηματισμό 2X5, δηλαδή με δέκα τετράγωνα θέσεις και δύο ζάρια (με τους αριθμούς από το 0 έως το 5), μπλε και κόκκινο αντίστοιχα (Φωτογραφία E.2.2.6.1).

Σκοπός του παιχνιδιού είναι να γεμίσουν οι θέσεις του ταμπλό.

Το παιχνίδι παίζεται με δύο παίκτες. Κάθε παίκτης ρίχνει το ζάρι του και τοποθετεί την αντίστοιχη ποσότητα από μάρκες στη βάση του. Ο παίκτης με τον μεγαλύτερο αριθμό μπορεί να πάρει τη διαφορά δηλαδή τις μάρκες που υπερβαίνουν την ποσότητα του αντιπάλου και να τις τοποθετήσει στο ταμπλό του. Για παράδειγμα, αν ο ένας παίκτης ρίξει 1 και ο άλλος 4, οι παίκτες τοποθετούν μία και τέσσερις μάρκες αντίστοιχα στη βάση τους. Όμως ο δεύτερος παίκτης μπορεί να πάρει τις τρεις μάρκες (εφόσον $4-1=3$) και να τις τοποθετήσει σε τρεις θέσεις του ταμπλό του. Στη συνέχεια, οι παίκτες αδειάζουν τις βάσεις τους και η διαδικασία επαναλαμβάνεται.

Νικητής είναι ο παίκτης που θα γεμίσει πρώτος όλες τις θέσεις του ταμπλό του.



Εικόνα E.2.2.6.1 Ποιος έχει τα περισσότερα;

Ε.2.2.7 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Μπορείς να μοιράσεις δίκαια;»

Το παιχνίδι «Μπορείς να μοιράσεις δίκαια;»¹⁵ είναι ένα σχεδιασμένο επιτραπέζιο παιχνίδι με δραστηριότητες μοιρασίας οι οποίες σκοπό έχουν, την αναζήτηση των στρατηγικών που χρησιμοποιούν τα νήπια όταν καλούνται να μοιράσουν ποικίλους τύπους αντικειμένων σε μονάδες, δυάδες και τριάδες (δες κεφάλαιο [B.2](#), [Γ.3](#) & [Δ.1](#)). Το ταμπλό του είναι αστεροειδές και περιλαμβάνει τις παρακάτω δοκιμασίες μοιρασίας (Φωτογραφία Ε.2.2.7.1):

- Μπορείς να μοιράσεις δίκαια την κλωστή που βρίσκεται στο πουγκί, σ' εσένα και το συμπαίχτη σου;
- Μπορείς να μοιράσεις δίκαια τις χάντρες που βρίσκονται στο πουγκί, σ' εσένα και το συμπαίχτη σου; (16 πράσινες χάντρες)
- Μπορείς να μοιράσεις δίκαια τις χάντρες που βρίσκονται στο πουγκί, σ' εσένα και το συμπαίχτη σου; (8 κίτρινες χάντρες)
- Μπορείς να μοιράσεις δίκαια τα μακαρόνια που βρίσκονται στο πουγκί, σ' εσένα και το συμπαίχτη σου; (6 κοφτά μακαρονάκια)
- Μπορείς να μοιράσεις δίκαια το καλαμάκι που βρίσκεται στο πουγκί, σ' εσένα και το συμπαίχτη σου;
- Μπορείς να μοιράσεις δίκαια τις χάντρες που βρίσκονται στο πουγκί, σ' εσένα και το συμπαίχτη σου; (10 μωβ χάντρες, 1-1-1-2-2-3)
- Μπορείς να μοιράσεις δίκαια τις καραμέλες; (Στο πουγκί ΕΚΠΛΗΞΗ (στο κέντρο), υπάρχουν 20 καραμέλες)
- Αν ήθελες να μοιράσεις αυτές τις καραμέλες (10 καραμέλες) σε μερικά παιδιά ώστε το καθένα να πάρει από 5, σε πόσα παιδιά θα μπορούσες να δώσεις;
- Αν ήθελες να μοιράσεις αυτές τις καραμέλες (10 καραμέλες) σε μερικά παιδιά ώστε το καθένα να πάρει από 2, σε πόσα παιδιά θα μπορούσες να δώσεις;
- Νικητής είναι ο παίκτης με τις περισσότερες σωστές απαντήσεις/δράσεις.



Εικόνα Ε.2.2.7.1 Μπορείς να μοιράσεις δίκαια;

¹⁵ Σχεδιασμένο σε συνεργασία με τη φοιτήτρια Δήμητρα Σοφικίτη στο πλαίσιο πτυχιακής εργασίας

Ε.2.2.8 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Βρες αυτό που περιγράφω»

Το επιτραπέζιο παιχνίδι «Βρες αυτό που περιγράφω»¹⁶ σχετίζεται με τη γεωμετρία και έχει ως στόχο την καλλιέργεια της λεκτικής περιγραφής, επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων και συνθέσεών τους, από παιδιά 6 έως 8 ετών (δες κεφάλαιο [Β.2](#), [Γ.3](#) & [Δ.1](#)).

Το παιχνίδι περιέχει ένα ταμπλό με διαδοχικές θέσεις από την αφετηρία έως τον τερματισμό, τρία πιόνια διαφορετικού χρώματος, ένα ζάρι, μια κλεψύδρα και τριάντα κάρτες οι οποίες περιέχουν σχεδιασμένα επίπεδα και στερεά γεωμετρικά σχήματα ή συνθέσεις τους (Φωτογραφία Ε.2.2.8.1). Τα βασικά σχήματα στις κάρτες του παιχνιδιού είναι ο κύκλος, το τετράγωνο, το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, το τρίγωνο, η πυραμίδα, ο κώνος, το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο και ο κύβος, αλλά και συνθέσεις τους. Επιπλέον σε κάθε κάρτα υπάρχει και μία λέξη ή φράση που περιγράφει το γεωμετρικό σχήμα ή τη σύνθεση.

Σκοπός του παιχνιδιού είναι να φτάσει το πιόνι της ομάδας στο τέλος της διαδρομής.

Το παιχνίδι παίζεται με τρεις ομάδες παιδιών. Η κάθε ομάδα επιλέγει ένα πιόνι. Όλες οι ομάδες ρίχνουν ζάρι. Όποια φέρει τον μεγαλύτερο αριθμό αρχίζει πρώτη. Η κάθε ομάδα μετακινεί το πιόνι της τόσες θέσεις όσες δείχνει το ζάρι. Ένα άτομο από κάθε ομάδα, εναλλάξ, τραβάει μια κάρτα και προσπαθεί να περιγράψει το γεωμετρικό σχήμα ή τη σύνθεση στην ομάδα του χωρίς να αναφέρει τις λέξεις που γράφονται με κόκκινο πάνω στην κάρτα. Αν τα μέλη της ομάδας βρουν σωστά το σχήμα ρίχνουν ξανά το ζάρι και προχωρούν. Αν όχι, παίζει η επόμενη ομάδα κοκ. Η κάθε ομάδα πρέπει να βρει την απάντηση στον χρόνο που καθορίζεται από την κλεψύδρα. Αν ο παίκτης, περιγράφοντας, αναφέρει τις λέξεις που επισημαίνονται με κόκκινο στην κάρτα τότε η ομάδα του χάνει. Η περιγραφή δεν πρέπει να γίνεται με κινήσεις, παρά μόνο με λέξεις.

Νικήτρια είναι η ομάδα που θα φτάσει πρώτη στο τέρμα της διαδρομής.



Εικόνα Ε.2.2.8.1 Βρες αυτό που περιγράφω

¹⁶ Σχεδιασμένο σε συνεργασία με τη φοιτήτρια Ειρήνη Φιλακουρίδη στο πλαίσιο πτυχιακής εργασίας

Ε.2.2.9 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Βρες το σχήμα»

Το παιχνίδι «Βρες το σχήμα» είναι ένα σχεδιασμένο επιτραπέζιο παιχνίδι με δραστηριότητες για τα γεωμετρικά σχήματα, οι οποίες σκοπό έχουν να διερευνήσουν την ικανότητα των παιδιών να αναγνωρίζουν τα σχήματα, να τα επικοινωνούν λεκτικά, γραπτά και μη λεκτικά, καθώς και να τα ονομάζουν (δες κεφάλαιο [Β.2](#), [Γ.3](#) & [Δ.1](#)).

Το παιχνίδι περιλαμβάνει ταμπλό, ζάρι, 4 πιόνια, 1 κλεψύδρα, 4 μπλοκ με λευκά φύλλα, 4 μολύβια, 41 κάρτες με σχήματα και τροχό χωρισμένο σε τρία ίσα τμήματα. Στο ένα τμήμα εικονίζονται χείλη και ο παίκτης περιγράφει με λόγια στους συμπαίκτες του το σχήμα που απεικονίζεται στην κάρτα που έχει τραβήξει, χωρίς ωστόσο να πει το όνομα του σχήματος. Στο άλλο τμήμα εικονίζονται χέρια και ο παίκτης «περιγράφει» με τα χέρια του, στους συμπαίκτες του, το σχήμα που υπάρχει στην κάρτα, χωρίς να μιλήσει. Στο τρίτο τμήμα εικονίζεται σκίτσο και ο παίκτης σχηματίζει το σχήμα στο μπλοκ με μολύβι (Φωτογραφία Ε.2.2.9.1). Το παιχνίδι παίζεται με ομάδες παιδιών.

Σκοπός του παιχνιδιού είναι να φτάσει το πιόνι της ομάδας στο τέλος της διαδρομής.

Πρώτη παίζει η ομάδα που θα φέρει τον μεγαλύτερο αριθμό στο ζάρι. Σε κάθε γύρο, ένας παίκτης από κάθε ομάδα, εναλλάξ, γυρνάει τον τροχό και παίρνει μία κάρτα το σχήμα της οποίας πρέπει να περιγράψει στην ομάδα του με λόγια, με χειρονομίες και με σκίτσο. Αν τα υπόλοιπα μέλη της ομάδας, βρουν το σχήμα στον χρόνο που καθορίζεται από την κλεψύδρα, τότε κινούν το πιόνι τους μία θέση στο ταμπλό. Αν όμως τα υπόλοιπα μέλη της ομάδας δεν βρουν το σχήμα στον καθορισμένο χρόνο, τότε παραμένουν στην ίδια θέση και παίζει η επόμενη ομάδα. Η ομάδα που θα «πέσει» στη θέση του ταμπλό που έχει δύο κλεψύδρες, έχει στη διάθεσή της διπλάσιο χρόνο για να βρει το σχήμα που περιγράφεται.

Νικήτρια είναι η ομάδα η οποία θα φτάσει πρώτη στο τέλος της διαδρομής.



Εικόνα Ε.2.2.9.1 Βρες το σχήμα

Ε.2.2.10 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Ανεβαίνω–Κατεβαίνω»

Το παιχνίδι «Ανεβαίνω–Κατεβαίνω»¹⁷ είναι ένα επιτραπέζιο παιχνίδι τύχης και γνώσεων, για παιδιά από τεσσάρων ετών και πάνω και αποτελεί τροποποίηση του κλασσικού παιχνιδιού «Φιδάκι» (δες κεφάλαιο [B.2](#), [Γ.3](#) & [Δ.1](#)). Οι διαφοροποιήσεις¹⁸ του παιχνιδιού σε σχέση με το κλασσικό παιχνίδι «Φιδάκι» είναι τρεις: υπάρχουν λιγότεροι αριθμοί στο ταμπλό, η κατεύθυνση ορίζεται με βελάκια και χρησιμοποιούνται κάρτες με πράξεις. Το «Ανεβαίνω–Κατεβαίνω», χωρίς τη χρήση των καρτών, χαρακτηρίζεται ως παιχνίδι τύχης αφού η πορεία κάθε παίκτη καθορίζεται από τη ζαριά που θα φέρει. Το ίδιο παιχνίδι με τη χρήση των καρτών, οι οποίες περιέχουν απλές αριθμητικές πράξεις, μετατρέπεται σε παιχνίδι εξάσκησης μαθηματικών γνώσεων. Βοηθάει τα παιδιά να αντιληφθούν τη σειρά των αριθμών και την αλλαγή της δεκάδας, να καλλιεργήσουν την ικανότητά τους για καταμέτρηση και αντιστοίχιση, αλλά και για άμεση εκτίμηση ποσοτήτων.

Το παιχνίδι περιλαμβάνει ένα ταμπλό με ορθογώνιο σχηματισμό 5X10 με 50 θέσεις (από το 1 μέχρι το 50) (Φωτογραφία Ε.2.2.10.1). Οι θέσεις του ταμπλό σε επτά σημεία συνδέονται μεταξύ τους με σκάλες (ανεβαίνω) και με τσουλήθρες (κατεβαίνω). Τυχαίοι αριθμοί είναι χρωματισμένοι μωβ όπως και το χρώμα των καρτών. Υπάρχει ένα ζάρι με κουκκίδες και τέσσερα πιόνια-κορόνες.

Σκοπός του παιχνιδιού είναι να φτάσει ο παίκτης στο τέλος της διαδρομής.

Πρώτος παίζει ο παίκτης που θα φέρει τη μικρότερη ένδειξη στο ζάρι. Τα παιδιά καλούνται να αναγνωρίσουν την ένδειξη του ζαριού και να αντιστοιχίσουν την ποσότητα των κουκκίδων με τις κινήσεις τους πάνω στη διαδρομή. Αν στη θέση που καταλήγει το πιόνι υπάρχει σκάλα, ο παίκτης ανεβαίνει, ενώ αν υπάρχει τσουλήθρα κατεβαίνει. Αν χρησιμοποιηθούν οι κάρτες, τότε ο παίκτης που θα βρεθεί σε μωβ θέση τραβάει μία κάρτα. Αν απαντήσει σωστά ξαναπαίζει, αν απαντήσει λάθος τότε χάνει τη σειρά του και για να προχωρήσει, όταν έρθει η σειρά του, θα πρέπει να απαντήσει σωστά στην ερώτηση της επόμενης κάρτας.

Νικητής είναι ο παίκτης που θα φτάσει πρώτος στο τέλος της διαδρομής.



Εικόνα Ε.2.2.10.1 Ανεβαίνω-κατεβαίνω

¹⁷ Σχεδιασμένο στο πλαίσιο μαθήματος του ΤΕΠΑΕΣ.

¹⁸ Η παρατήρηση νηπίων που έπαιζαν «Φιδάκι» έδειξε ότι τα παιδιά κουράζονταν από τους πολλούς αριθμούς (έως το 100), δυσκολεύονταν στην αναγνώριση της σειράς των αριθμών και μπερδευαν τη φορά κίνησης του πιονιού τους.

Ε.2.2.11 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Μπορείς να οδηγήσεις σωστά;»

Το παιχνίδι «Μπορείς να οδηγήσεις σωστά;»¹⁹ είναι ένα σχεδιασμένο επιτραπέζιο παιχνίδι τύχης και γνώσεων σχετικό με τους κανόνες οδικής κυκλοφορίας (δες κεφάλαιο [B.2](#), [Γ.3](#) & [Δ.1](#)). Οι παίκτες (2-4) οδηγούν τα αυτοκίνητά τους κατά μήκος της διαδρομής σεβόμενοι τα σήματα οδικής κυκλοφορίας, αλλά και γνωρίζοντας τους κανόνες για ασφαλή οδήγηση.

Το ταμπλό του παιχνιδιού αποτελείται από ελικοειδή διαδρομή, οι θέσεις της οποίας ορίζονται με διαφορετικά χρώματα και όχι με αριθμούς (Φωτογραφία Ε.2.2.11.1). Σε τυχαίες θέσεις υπάρχουν σήματα οδικής κυκλοφορίας (στοπ, υποχρεωτική κυκλική πορεία, απαγορεύεται η στροφή, απαγορεύεται η στάση, απαγορεύεται η στάση και η στάθμευση), που καλούνται τα παιδιά να αναγνωρίσουν, αλλά και σφυρίχτρες τροχονόμου που υποδεικνύουν στους παίκτες να τραβήξουν την αντίστοιχη πράσινη ή κόκκινη κάρτα. Με δεδομένο ότι στο νηπιαγωγείο δεν γνωρίζουν όλα τα παιδιά να διαβάσουν, οι κάρτες δεν περιέχουν κείμενο. Οι πράσινες κάρτες έχουν φωτογραφίες σχετικές με την κυκλοφοριακή αγωγή (για παράδειγμα, οδηγός σε αυτοκίνητο που κινείται και φοράει ή δεν φοράει ζώνη, συνοδηγός σε αυτοκίνητο που κινείται και φοράει ή δεν φοράει ζώνη, παιδί στη θέση του συνοδηγού, παιδί πάνω σε ενήλικα συνοδηγό) και τα παιδιά καλούνται να αναφέρουν τι είναι ασφαλές και τι όχι. Οι κόκκινες κάρτες εξετάζουν τη γρήγορη αντίληψη των παιδιών τα οποία ως μελλοντικοί οδηγοί οφείλουν να έχουν. Περιέχουν ποικίλους σχηματισμούς κουκκίδων, την ποσότητα των οποίων καλούνται τα παιδιά να εκτιμήσουν άμεσα, χωρίς να μετρήσουν. Τα πόνια του παιχνιδιού είναι τέσσερα αυτοκινητάκια σε διαφορετικά χρώματα. Το ζάρι που ορίζει τις κινήσεις των παικτών έχει κουκκίδες. Κερδίζει ο παίκτης που θα φτάσει πρώτος στο τέλος της διαδρομής. Οι κινήσεις των παικτών καθορίζονται από την ένδειξη του ζαριού, αλλά η συνέχεια της κίνησης καθορίζεται από τις γνώσεις του κάθε παίκτη. Απαιτείται αφενός η αναγνώριση του σήματος που βρίσκεται στη θέση όπου έχει σταματήσει το πόνι και αφετέρου η σωστή απάντηση στην ερώτηση της κάρτας που θα τραβήξει ο παίκτης. Η λανθασμένη απάντηση «τιμωρείται» με μία θέση πίσω.

Μέσω του παιχνιδιού αυτού, το οποίο δεν σχετίζεται άμεσα με τα μαθηματικά, αλλά διαπραγματεύεται ένα καθημερινό, οικείο θέμα, τα παιδιά εξοικειώνονται με τους βασικούς κανόνες κυκλοφοριακής αγωγής, μέσα από τα σήματα οδικής κυκλοφορίας, αλλά και τους κανόνες για ασφαλή οδήγηση. Επιπλέον, καλλιεργείται η άμεση εκτίμηση ποσοτήτων, η καταμέτρηση και η αντιστοίχιση.



Εικόνα Ε.2.2.11.1 Μπορείς να οδηγήσεις σωστά;

¹⁹ Σχεδιασμένο στο πλαίσιο μαθήματος του ΤΕΠΑΕΣ.

Ε.2.2.12 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Ο γάτος και τα ποντίκια»

Το παιχνίδι «Ο γάτος και τα ποντίκια»²⁰ είναι ένα σχεδιασμένο επιτραπέζιο παιχνίδι τακτικής και στρατηγικής που συνδυάζει και την τύχη, για παιδιά από τεσσάρων ετών και πάνω και παίζεται με δύο έως τέσσερις παίκτες (δες κεφάλαιο [Β.2](#), [Γ.3](#) & [Δ.1](#)). Οι ήρωες του παιχνιδιού είναι ο γάτος και τα ποντίκια, που βρίσκονται σε διαρκές κυνήγι. Κυνηγιούνται στον χώρο της τραπεζαρίας, με τα ποντίκια να προσπαθούν να φάνε τα τυριά αποφεύγοντας συγχρόνως τον γάτο. Το θέμα του παιχνιδιού σχετίζεται με τις εμπειρίες των παιδιών αυτής της ηλικίας, τόσο από την πραγματική ζωή όσο και από παραμύθια και δημοφιλή κινούμενα σχέδια.

Το ταμπλό του παιχνιδιού αποτελείται από πλέγμα 10x7 πάνω στο οποίο δεν ορίζεται συγκεκριμένη διαδρομή με αρίθμηση (Φωτογραφία Ε.2.2.12.1). Τα πιόνια του είναι τέσσερα ποντίκια σε διαφορετικά χρώματα, ένας γάτος και ένα καλάθι με τυριά, τα οποία ανήκουν σε όλους τους παίκτες και τα κινεί κάθε παίκτης στη σειρά του. Το ζάρι που ορίζει τις κινήσεις των παικτών έχει κουκκίδες. Η απουσία συγκεκριμένης διαδρομής δίνει τη δυνατότητα σε κάθε παίκτη να αποφασίζει σε κάθε γύρο ποια είναι η καλύτερη κατεύθυνση για να κινήσει το ποντίκι του, ώστε να απομακρυνθεί από τον γάτο, να πλησιάσει τα τυριά, αλλά και να μετακινήσει τον γάτο προς τα αντίπαλα ποντίκια. Το παιχνίδι τελειώνει μόλις φαγωθεί και το τελευταίο τυράκι από το καλάθι. Κερδίζει ο παίκτης ή οι παίκτες που έχουν τα περισσότερα τυριά.

Το παιχνίδι αυτό καλλιεργεί την τακτική και αναπτύσσει τη στρατηγική των παιδιών. Επίσης, τα παιδιά εξασκούνται στην καταμέτρηση, στην αντιστοίχιση και στην άμεση εκτίμηση.



Εικόνα Ε.2.2.12.1 Ο γάτος και τα ποντίκια

²⁰ Σχεδιασμένο στο πλαίσιο μαθήματος του ΤΕΠΑΕΣ

Ε.2.2.13 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Η πόλη των σχημάτων»

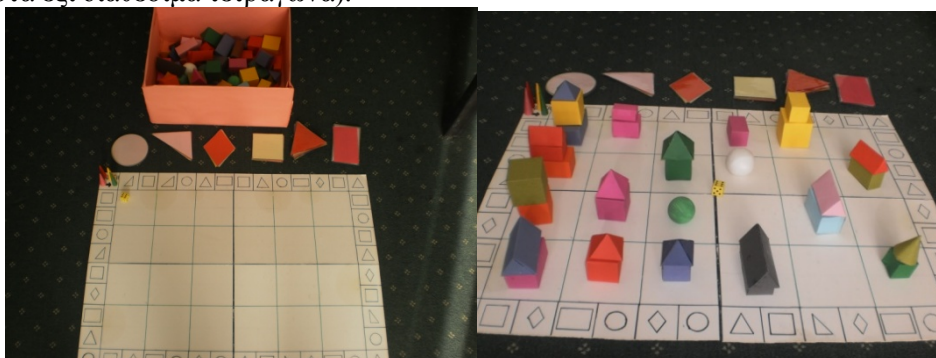
Το παιχνίδι «Η πόλη των σχημάτων»²¹ είναι ένα σχεδιασμένο επιτραπέζιο παιχνίδι για την εξοικείωση των παιδιών με τα επίπεδα και τα στερεά γεωμετρικά σχήματα και τις μεταξύ τους σχέσεις, εφόσον μέσα από το παιχνίδι καλούνται να τα αναγνωρίσουν, να τα ονομάσουν και να τα χρησιμοποιήσουν για τις κατασκευές τους (δες κεφάλαιο [Β.2](#), [Γ.3](#) & [Δ.1](#)).

Το παιχνίδι περιλαμβάνει τέσσερα πιόνια κορόνες σε διαφορετικά χρώματα και ένα ταμπλό με περιμετρική διαδρομή 44 θέσεων. Σε κάθε θέση της διαδρομής υπάρχει σχεδιασμένο ένα επίπεδο γεωμετρικό σχήμα. Τον υπόλοιπο χώρο καλύπτουν 24 άδεια τετράγωνα. Επιπλέον, υπάρχουν κάρτες σε σχήματα ίδια με αυτά της διαδρομής καθώς και στερεά σχήματα. Οι οδηγίες στις κάρτες σχετίζονται με κατασκευές (πχ κατασκεύασε ένα σπίτι χρησιμοποιώντας δύο γεωμετρικά σχήματα που γνωρίζεις το όνομά τους), με αναγνώριση σχημάτων (πχ ποιο σχήμα είναι αυτό;), με χαρακτηριστικά σχημάτων (πχ πόσες πλευρές έχει το τρίγωνο;), καθώς και με άλλα θέματα (πχ έγινε σεισμός και καταστράφηκε ένα κτίριο της πόλης σου, απομάκρυνε το). Τα στερεά σχήματα χρησιμοποιούνται για τις κατασκευές που ζητούνται να πραγματοποιηθούν στις κάρτες (Φωτογραφίες Ε.2.2.13.1 & Ε.2.2.13.2).

Σκοπός του παιχνιδιού είναι να οικοδομηθούν οι έξι, διαθέσιμες για κάθε παίκτη, θέσεις.

Πρώτος παίζει ο παίκτης που θα φέρει τον μικρότερο αριθμό στο ζάρι. Κάθε παίκτης προχωράει τόσες θέσεις όσες και οι κουκκίδες στο ζάρι. Κάθε φορά που ο παίκτης σταματάει σε μια θέση της διαδρομής, παίρνει μια κάρτα του αντίστοιχου σχήματος και αφού διαβάσει δυνατά την οδηγία, την ακολουθεί.

Κερδίζει ο παίκτης που θα οικοδομήσει πρώτος τον χώρο που του αντιστοιχεί στο κέντρο του ταμπλό (έξι κτίσματα στα έξι διαθέσιμα τετράγωνα).



Εικόνες Ε.2.2.13.1 & Ε.2.2.13.2 Η πόλη των σχημάτων

²¹ Σχεδιασμένο στο πλαίσιο μαθήματος του ΤΕΠΑΕΣ

Ε.2.2.14 Επιτραπέζιο παιχνίδι με ταμπλό: «Μαζεύω τρίγωνα»

Το παιχνίδι «Μαζεύω τρίγωνα» είναι ένα επιτραπέζιο παιχνίδι αναγνώρισης και αντιστοίχισης τριγώνων διαφορετικών ειδών σε ποικίλες μορφές, μεγέθη και προσανατολισμούς (δες κεφάλαιο [Δ.1](#)). Επιπλέον, διερευνά την ικανότητα των παιδιών να βρίσκουν ποια είναι η μεγαλύτερη πλευρά κάθε τριγώνου ώστε να την εκμεταλλεύονται στην τοποθέτηση των τριγώνων για τη δημιουργία του φράκτη.

Το ταμπλό του παιχνιδιού αποτελείται από περιμετρική διαδρομή 26 θέσεων σε καθεμία από τις οποίες, εκτός από την αφετηρία, υπάρχει θέση για ένα τρίγωνο (Φωτογραφία Ε.2.2.14.1). Αντίστοιχα, υπάρχουν 25 τρίγωνα χαρτόνια, τέτοιας μορφής όπως και τα τρίγωνα στις θέσεις της διαδρομής τα οποία είναι στη διάθεση των παικτών στη μέση του ταμπλό. Υπάρχουν 4 πιόνια και 1 ζάρι.

Σκοπός του παιχνιδιού είναι να μαζέψει ο παίκτης όσο περισσότερα τρίγωνα μπορεί, αντιστοιχίζοντάς τα με επιτυχία στην κατάλληλη θέση και να φτιάξει στο τέλος του παιχνιδιού τον πιο μακρύ φράκτη για τον δράκο.

Το παιχνίδι παίζεται με 2-4 παίκτες (ή ομάδες). Πρώτος παίζει ο παίκτης που θα φέρει τον μεγαλύτερο αριθμό στο ζάρι. Η φορά του παιχνιδιού είναι προς τα δεξιά. Η κίνηση στο ταμπλό καθορίζεται από την ένδειξη του ζαριού. Η θέση που θα βρεθεί το πιόνι δείχνει ποιο τρίγωνο χαρτόνι πρέπει να αναζητηθεί. Αφού βρεθεί το τρίγωνο τοποθετείται στην τριγωνική εσοχή της θέσης. Αν ταιριάζει το κρατάει ο παίκτης, αν όχι το αφήνει πίσω και συνεχίζει ο επόμενος παίκτης.

Κερδίζει ο παίκτης που θα συλλέξει τα περισσότερα τρίγωνα και θα κατασκευάσει τον μεγαλύτερο σε μήκος φράκτη, τοποθετώντας κατάλληλα τα τρίγωνα που έχει μαζέψει.



Εικόνα Ε.2.2.14.1 Μαζεύω τρίγωνα

Ε.2.3 Επιτραπέζια παιχνίδια με κάρτες

Ε.2.3.1 Επιτραπέζιο παιχνίδι με κάρτες: «Κόλλα...15!»

Το παιχνίδι «Κόλλα...15!»²² είναι ένα σχεδιασμένο παιχνίδι με κάρτες για την αντιστοίχιση αριθμητικών συμβόλων με ποσότητες αντικειμένων (δες κεφάλαιο [Β.1](#), [Γ.3](#) & [Δ.1](#)).

Το παιχνίδι παίζεται με δύο έως πέντε παίκτες (ή ομάδες) και περιλαμβάνει 5 ταμπλό τα οποία αποτελούνται από πλαίσια με αριθμούς, από το ένα (1) μέχρι το δεκαπέντε (15) και κάρτες με αντικείμενα διαφορετικού πλήθους (από 1 έως 15). Επίσης, υπάρχουν 3 κάρτες με ειδικές εντολές που πρέπει να εκτελέσει ο παίκτης: STOP (χάνεις τη σειρά σου), -1 (δίνεις μία κάρτα από το ταμπλό σου την οποία αφήνεις ανοιχτή και μπορεί να τη χρησιμοποιήσει ο επόμενος παίκτης) και +1 (παίρνεις ακόμα μία κάρτα). Οι κάρτες με τα αντικείμενα βρίσκονται σε πράσινα πουγκιά και οι ειδικές κάρτες βρίσκονται σε πορτοκαλί πουγκιά (Φωτογραφία Ε.2.3.1.1). Χρησιμοποιούνται τόσα πουγκιά από κάθε χρώμα όσα και ο αριθμός των παικτών. Μέσο τυχαιότητας με το οποίο να ορίζεται η σειρά των παικτών δεν υπάρχει.

Σκοπός του παιχνιδιού είναι η συμπλήρωση του ταμπλό με τις κατάλληλες κάρτες.

Πρώτος παίζει ο παίκτης που θα τραβήξει κάρτα με τον μεγαλύτερο αριθμό. Η σειρά των υπόλοιπων παικτών ακολουθεί τη φορά των δεικτών του ρολογιού. Κάθε παίκτης (ομάδα) παίρνει από ένα ταμπλό και από ένα πράσινο και ένα πορτοκαλί πουγκί με κάρτες. Όλες οι κάρτες (από όλα τα πουγκιά των παικτών), αφού ανακατευτούν καλά, τοποθετούνται στο κέντρο, σε μία στοίβα, με την εικόνα των αντικειμένων προς τα κάτω. Στη σειρά του ο κάθε παίκτης παίρνει μια κάρτα από τη στοίβα και την τοποθετεί, στον αντίστοιχο αριθμό, στο ταμπλό του. Για παράδειγμα, αν τραβήξει μια κάρτα με τρεις πεταλούδες, την τοποθετεί στη θέση του ταμπλό με τον αριθμό 3. Οι παίκτες είναι υποχρεωμένοι να λένε δυνατά τον αριθμό του συνόλου των αντικειμένων της κάρτας που τράβηξαν, πριν την κολλήσουν στο ταμπλό τους. Σε περίπτωση που ο παίκτης τραβήξει μια κάρτα που έχει ήδη συμπληρώσει στο ταμπλό του και δεν του χρειάζεται την αφήνει ανοιχτή στην άκρη. Ο επόμενος στη σειρά παίκτης μπορεί να χρησιμοποιήσει την κάρτα που άφησε ανοιχτή ο προηγούμενος ή να πάρει μια από το κέντρο. Όταν τελειώσουν οι κάρτες στο κέντρο, χρησιμοποιούνται οι ανοικτές κάρτες, οι οποίες ανακατεύονται και γυρνάνε ανάποδα. Κερδίζει όποιος παίκτης (ομάδα) συμπληρώσει πρώτος το ταμπλό του.



Εικόνα Ε.2.3.1.1 Κόλλα...15!

²² Σχεδιασμένο στο πλαίσιο μαθήματος του ΤΕΠΑΕΣ.

Ε.2.3.2 Επιτραπέζιο παιχνίδι με κάρτες: «Μάντεψε ποιο σχήμα»

Το παιχνίδι «Μάντεψε ποιο σχήμα», είναι ένα σχεδιασμένο παιχνίδι με κάρτες σχημάτων για τη διερεύνηση της ικανότητας των παιδιών να αναγνωρίζουν τα σχήματα, να περιγράφουν τα χαρακτηριστικά τους και να τα ονομάζουν (δες κεφάλαιο [Β.2](#), [Γ.3](#) & [Δ.1](#)).

Το παιχνίδι περιέχει 2 ταμπλό με είκοσι μία θέσεις για τις κάρτες και 26 διαφορετικές κάρτες.

Σκοπός του παιχνιδιού είναι να μαντέψει ο παίκτης ποιο σχήμα έχει επιλέξει ο αντίπαλος (ή η ομάδα).

Κάθε παίκτης (ή ομάδα) διαλέγει ένα ταμπλό και τοποθετεί τις κάρτες των σχημάτων χωρίς να αφήσει τον αντίπαλο παίκτη να δει τα σχήματά του. Στη συνέχεια, διαλέγει ένα σχήμα από τις επιπλέον κάρτες και το τοποθετεί στην μπροστινή θέση (Φωτογραφία Ε.2.3.2.1). Το παιχνίδι παίζεται με δύο παίκτες (ή ομάδες). Σε κάθε γύρο εναλλάξ θέτουν ερωτήσεις οι οποίες πρέπει να έχουν ως απάντηση «ναι» ή «όχι». Για παράδειγμα, «Έχει το σχήμα σου 4 πλευρές;» Αν η απάντηση είναι «ναι» τότε ο παίκτης πρέπει να κατεβάσει όλες τις κάρτες στις οποίες τα σχήματα δεν έχουν 4 πλευρές. Αν η απάντηση είναι «όχι» τότε ο παίκτης θα πρέπει να κατεβάσει όλες τις κάρτες στις οποίες τα σχήματα έχουν 4 πλευρές. Απαιτείται δηλαδή αντίστροφος συλλογισμός. Ο παίκτης (ή η ομάδα) μπορεί να θέτει μόνο ένα ερώτημα σε κάθε γύρο ή να μαντεύει ποιο σχήμα έχει επιλέξει ο αντίπαλός του (ή η αντίπαλη ομάδα).

Κερδίζει ο παίκτης (ή η ομάδα) που θα μαντέψει πρώτος και σωστά το σχήμα που έχει επιλέξει ο αντίπαλός του (ή η αντίπαλη ομάδα).



Εικόνα Ε.2.3.2.1 Μάντεψε ποιο σχήμα

Ε.2.3.3 Επιτραπέζιο παιχνίδι με κάρτες: «Παιχνίδι μνήμης με σχήματα»

Το «Παιχνίδι μνήμης με σχήματα», είναι ένα σχεδιασμένο παιχνίδι με κάρτες σχημάτων για τη διερεύνηση της ικανότητας των παιδιών να συγκρατούν και να ανασύρουν από τη μνήμη τους τις θέσεις των όμοιων σχημάτων (δες κεφάλαιο [Α.1](#)). Επιπλέον, να αναγνωρίζουν τα όμοια σχήματα εστιάζοντας στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά τους.

Το παιχνίδι περιέχει 114 κάρτες (2 σετ των 57 καρτών) με επίπεδα γεωμετρικά σχήματα και αντιπαραδείγματά τους (Φωτογραφία Ε.2.3.3.1).

Σκοπός του παιχνιδιού, όταν παίζει ένας μόνο παίκτης, είναι να εντοπίσει ο παίκτης όλα τα ζευγάρια καρτών όσο το δυνατόν πιο γρήγορα. Όταν παίζουν πολλοί παίκτες, να συγκεντρώσουν όσο περισσότερα ζευγάρια καρτών μπορούν.

Το παιχνίδι παίζεται με έναν ή περισσότερους παίκτες. Σε κάθε γύρο, ένας παίκτης ανοίγει δύο κάρτες. Αν ο παίκτης ανοίξει δύο κάρτες που δεν ταιριάζουν μεταξύ τους τις ξανακλείνει και τις βάζει στο ίδιο σημείο. Αν ο παίκτης ανοίξει δύο ίδιες κάρτες κερδίζει το ζευγάρι των καρτών και ξαναπαίζει.

Κερδίζει ο παίκτης που έχει συγκεντρώσει τα περισσότερα ζευγάρια καρτών.



Εικόνα Ε.2.3.3.1 Παιχνίδι μνήμης με σχήματα

Ε.2.3.4 Επιτραπέζιο παιχνίδι με κάρτες: «Σπάσε το θερμόμετρο»

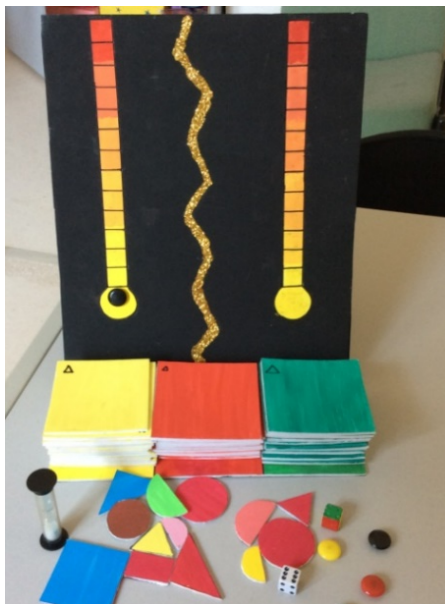
Το επιτραπέζιο παιχνίδι γνώσης με κάρτες «Σπάσε το θερμόμετρο» απευθύνεται σε παιδιά των πρώτων τάξεων του Δημοτικού και σχετίζεται με ποικίλα θέματα μαθηματικών όπως οι αριθμοί και οι πράξεις, ο χώρος και η γεωμετρία (δες κεφάλαιο [Α.1](#)).

Το παιχνίδι περιλαμβάνει έναν ορθογώνιο μαγνητικό πίνακα, ο οποίος στέκεται όρθιος με τη βοήθεια μίας βάσης και έχει σχεδιασμένα πάνω του δύο θερμόμετρα, καθένα από τα οποία αποτελείται από δεκατρείς θέσεις και σε καθένα από τα οποία κάθε παίκτης ή ομάδα τοποθετεί το πιόνι του. Οι πρώτες θέσεις έχουν κίτρινο χρώμα οι οποίες σταδιακά, ανεβαίνοντας προς τα πάνω, αλλάζουν χρώμα και καταλήγουν στο κόκκινο, δείχνοντας την αύξηση της θερμοκρασίας, δηλαδή την πορεία προς τη νίκη. Στο κάτω μέρος υπάρχουν τρεις θέσεις για τις κάρτες οι οποίες τοποθετούνται ανάλογα με τον βαθμό δυσκολίας τους: κίτρινες-εύκολες, κόκκινες-μέτριας δυσκολίας, πράσινες-δύσκολες. Ο πίνακας αυτός καταγράφει την πορεία και την επιτυχία των παικτών. Επίσης, περιλαμβάνει μία κλεψύδρα, ένα σακούλι με γεωμετρικά σχήματα, μαγνητικά πιόνια σε διάφορα χρώματα, 88 κάρτες ερωτήσεων, ένα ζάρι με κουκίδες και ένα με τρία χρώματα: δύο κίτρινα, δύο κόκκινα και δύο πράσινα (Φωτογραφία Ε.2.3.4.1). Το ζάρι με τις κουκίδες χρησιμοποιείται για να καθορίσει ποιος θα παίξει πρώτος, ενώ το ζάρι με τα χρώματα καθορίζει ποιο είδος κάρτας θα επιλεγεί προς απάντηση.

Σκοπός του παιχνιδιού είναι να φτάσει το πιόνι του παίκτη (ή της ομάδας) στην ανώτερη κλίμακα (κόκκινη) του θερμόμετρου, να «σπάσει το θερμόμετρο».

Το παιχνίδι παίζεται με δύο παίκτες ή ομάδες. Σε κάθε γύρο, ο παίκτης ρίχνει το ζάρι και ο αντίπαλος παίκτης (ή παίκτης της αντίπαλης ομάδας), ανάλογα με το χρώμα που θα δείξει το ζάρι, παίρνει μία κάρτα και του τη διαβάζει. Με τη σωστή απάντηση μετακινείται το πιόνι κατά μία θέση προς τα πάνω, ενώ με τη λάθος απάντηση το πιόνι μετακινείται μία θέση προς τα κάτω.

Νικητής είναι ο παίκτης (ή η ομάδα) που θα καταφέρει να «σπάσει το θερμόμετρο», δηλαδή να φτάσει πρώτος στην ανώτερη κλίμακα (κόκκινη) του θερμόμετρου.



Εικόνα Ε.2.3.4.1 Σπάσε το θερμόμετρο

Ε.2.3.5 Επιτραπέζιο παιχνίδι με κάρτες: «Κάνω 10»

Το παιχνίδι «Κάνω 10» είναι ένα παιχνίδι με αριθμοκάρτες στο οποίο πρέπει να δημιουργηθούν ζευγάρια αριθμών με άθροισμα δέκα (10) (δες κεφάλαιο [Γ.3](#)).

Το παιχνίδι περιλαμβάνει πολλές κάρτες με τους αριθμούς 0 έως 10 ή με τους αριθμούς 1 έως 9.

Σκοπός του παιχνιδιού είναι να δημιουργηθούν ζευγάρια καρτών με άθροισμα δέκα (10).

Το παιχνίδι παίζεται με δύο ή τρεις παίκτες. Κάθε παίκτης παίρνει από πέντε (5) κάρτες. Οι υπόλοιπες κάρτες τοποθετούνται σε μία στοίβα στη μέση. Ο πρώτος παίκτης ζητάει από κάποιον άλλον παίκτη μία κάρτα η οποία αν προστεθεί σε μία δική του έχει άθροισμα δέκα (10). Αν κανένας από τους άλλους παίκτες δεν έχει την κάρτα που ζητείται, τότε ο παίκτης τραβάει μία κάρτα από τη μέση. Αν δημιουργηθεί ζευγάρι καρτών με άθροισμα δέκα (10) τοποθετείται μπροστά από τον παίκτη που έπαιξε (για να ελεγχθεί από τους υπόλοιπους παίκτες και για να καταμετρηθεί στο τέλος του παιχνιδιού). Αν δεν δημιουργηθεί ζευγάρι καρτών με άθροισμα δέκα (10) τότε ο παίκτης κρατάει τις κάρτες. Κανένας παίκτης δεν μπορεί να έχει λιγότερες από πέντε (5) κάρτες, για αυτό συμπληρώνει τις κάρτες του τραβώντας από τη μέση. Το παιχνίδι τελειώνει όταν τελειώσουν οι κάρτες της μέσης.

Νικητής είναι ο παίκτης ο οποίος θα δημιουργήσει τα περισσότερα ζευγάρια καρτών.

Εναλλακτικά μπορεί:

- να υπάρχει δυνατότητα επιλογής για το αν θα σχηματιστεί το δέκα (10) με τη χρήση δύο ή τριών καρτών,
- να σχηματίζεται ο μεγαλύτερος διψήφιος αριθμός,
- να δημιουργείται το μεγαλύτερο άθροισμα με δύο κάρτες,
- να σχηματίζεται άθροισμα κοντά στο δέκα (10) με χρήση 2-3 καρτών ή κοντά στο (20) με χρήση 3-5 καρτών.

E.2.4 Κινητικά παιχνίδια

E.2.4.1 Κινητικά παιχνίδια: «Ρολογάς»

Το παιχνίδι «Ρολογάς» είναι ένα κινητικό παιχνίδι για την κατανόηση και τη διδασκαλία της έννοιας του χρόνου (δες κεφάλαιο [B.2](#) & [Γ.3](#)).

Στο παιχνίδι η ομάδα επέλεξε το παιδί που θα έκανε τον ρολογά. Ο ρολογάς στάθηκε σε ένα σημείο και όλα τα άλλα παιδιά στάθηκαν σε απόσταση 4-5 μέτρα από αυτόν. Κάθε παιδί με τη σειρά ρώτησε: «Ρολογά, ρολογά, τι ώρα είναι; Ο ρολογάς απάντησε, για παράδειγμα, δύο μεγάλα βήματα μπροστά ή πέντε μικρά βήματα πίσω κλπ. Έτσι κάθε παιδί πλησίαζε ή/και απομακρυνόταν από τον ρολογά, ανάλογα με τις εντολές του. Νικητής ήταν ο παίκτης που θα έφτανε πρώτος στον ρολογά, ο οποίος παίρνει και τη θέση του και το παιχνίδι ξαναρχίζει.

Παραλλαγές του παιχνιδιού όπως προτείνονται από τους Γκριμπίζη και Σπανοπούλου (2012) (δες κεφάλαιο [B.2](#)): Το παιχνίδι μπορεί να παιχτεί και σε κύκλο ο οποίος θα έχει χωριστεί σε 4 ίσα μέρη. 1 μεγάλο βήμα = $1/4$, 2 μεγάλα βήματα = $2/4$, 3 μεγάλα βήματα = $3/4$, 4 μεγάλα βήματα = $4/4$, 1 μικρό βήμα = 5', 2 μικρά βήματα = 10', 3 μικρά βήματα = 15', 4 μικρά βήματα = 20' κλπ. Έχοντας στο οπτικό πεδίο το ρολόι, το κάθε παιδί καλείται να υπολογίσει με βάση τα βήματα που έκανε πόση ώρα πέρασε. Εναλλακτικά ο ρολογάς λέει στον κάθε παίκτη, ξεκινώντας από το 12, να βρει πού είναι η ώρα: 12:30/ 12:40/ 12:50 κλπ. Για μεγαλύτερο βαθμό δυσκολίας, γράφουμε το «και» στον μισό κύκλο και το «παρά» στον άλλο μισό. Επιλέγοντας, τυχαία ώρες πχ 2:50 τα παιδιά, ξεκινώντας από το δώδεκα, πηγαίνουν βήματα μπροστά μέχρι να βρουν πού είναι το «δύο και πενήντα». Αν πέσουν στο μέρος του κύκλου που γράφει παρά, ξεκινάνε πάλι από το δώδεκα και κάνουν βήματα προς τα πίσω.

Ε.2.4.2 Κινητικά παιχνίδια: «Ρομπότ»

Το παιχνίδι «Το ρομπότ» είναι ένα κινητικό παιχνίδι στην αριθμογραμμή, το οποίο υποστηρίζει την προσπάθεια των παιδιών να μη μετρούν με τα δάκτυλα αλλά νοερά με αριθμολέξεις (δες κεφάλαιο [Β.2](#) & [Γ.3](#)).

Έφτιαξαν στο πάτωμα της τάξης μία αριθμογραμμή και άρχισαν να παίζουν το παιχνίδι του «Ρομπότ». Η εκπαιδευτικός έκανε το ρομπότ και τα παιδιά έδιναν εντολές, για να εκτελέσει το ρομπότ πράξεις: προσθέσεις και αφαιρέσεις, βηματίζοντας στην αριθμογραμμή. Μετά κάποιο παιδί έκανε το ρομπότ και εκτελούσε τις εντολές που άκουγε. Για παράδειγμα:

Εκπαιδευτικός: «Μαρία, πρόσθεσε βηματίζοντας στην αριθμογραμμή $4 + 3$ ».

Μαρία: «Πηγαίνω και στέκομαι πρώτα στο 4, μετά κάνω 3 βήματα εμπρός... 4 κι ένα 5 κι άλλο ένα 6 κι άλλο ένα 7. Έφτασα στο 7... Άρα $4 + 3 = 7$ ».

E.2.5 Παιχνίδια εξερεύνησης

E.2.5.1 Παιχνίδια εξερεύνησης: «Στερεό σχήμα» (Solid figure)

Το «στερεό σχήμα» είναι ένα παιχνίδι εξερεύνησης για τη γεωμετρία και τον χωρικό συλλογισμό το οποίο έχει ως μαθηματικό στόχο την αναγνώριση και την περιγραφή των διαφορετικών στερεών γεωμετρικών σχημάτων και των χαρακτηριστικών τους (δες κεφάλαιο [B.2](#) & [Γ.3](#)).

Το παιχνίδι περιλαμβάνει πρίσματα, πυραμίδες, κώνους και σφαίρες, τοποθετημένα σε μία πάνινη αδιαφανή τσάντα ή σε ένα κουτί.

Σκοπός του παιχνιδιού είναι η εξερεύνηση των στερεών γεωμετρικών σχημάτων.

Τα παιδιά προσπαθούν, πιάνοντας με τα χέρια τους χωρίς να βλέπουν, να αισθανθούν το σχήμα των στερεών και να το περιγράψουν με τέτοιο τρόπο ώστε να γίνει αντιληπτό από τα άλλα παιδιά.

E.2.6 Παιχνίδια κατασκευών

E.2.6.1 Παιχνίδια κατασκευών: «Ξύλινα ραβδιά» (Wooden sticks)

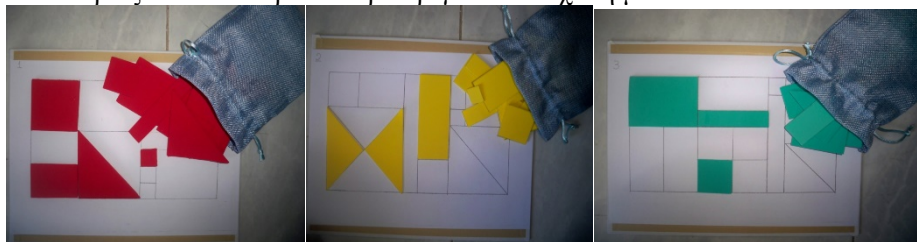
Τα «ξύλινα ραβδιά» είναι ένα παιχνίδι κατασκευών το οποίο μπορεί να ταξινομηθεί στο μαθηματικό πεδίο των μοτίβων (δες κεφάλαιο [B.2](#) & [Γ.3](#)).

Το μαθηματικό του θέμα είναι η διαμόρφωση σειρών από μοτίβα με τη χρήση υλικού. Το παιχνίδι αποτελείται από ξύλινα ραβδιά ποικίλων χρωμάτων. Σκοπός του παιχνιδιού είναι η δημιουργία μοτίβων με τα ξύλινα ραβδιά. Δίνεται στα παιδιά μεγάλος αριθμός από ξύλινα ραβδιά ποικίλων χρωμάτων. Το κάθε παιδί χρησιμοποιεί τα ραβδιά με όποιον τρόπο θέλει για να δημιουργήσει μοτίβα.

E.2.6.2 Παιχνίδια κατασκευών: «Παιχνίδι κάλυψης επιφάνειας»

Το «Παιχνίδι κάλυψης επιφάνειας»²³ είναι ένα παιχνίδι κατασκευής, το οποίο διερευνά την ικανότητα των παιδιών να καλύπτουν μία ορθογώνια επιφάνεια με διάφορα γεωμετρικά σχήματα (δες κεφάλαιο [B.2](#), [Γ.3](#) & [Δ.1](#)).

Το παιχνίδι περιλαμβάνει εννέα (9) ταμπλό (διαστάσεων 30εκ x 24εκ) σε καθένα από τα οποία υπάρχει σχηματισμένο ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο (διαστάσεων 24εκ x 14εκ), που το εσωτερικό του είναι διαμερισμένο σε δεκατέσσερα (14) γεωμετρικά σχήματα (τετράγωνα, ορθογώνια παραλληλόγραμμα και τρίγωνα). Υπάρχουν τρία διαφορετικά ταμπλό, ανά τρία ίδια, ως προς την τοποθέτηση των σχημάτων, ως προς το μέγεθός τους και ως προς τη μορφή των σχημάτων που συνθέτουν το ορθογώνιο. Στο πρώτο είδος, το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο αποτελείται από: έξι (6) τετράγωνα (δύο, διαστάσεων 6εκ x 6εκ, ένα, διαστάσεων 4εκ x 4εκ και τρία, διαστάσεων 2εκ x 2εκ), έξι (6) ορθογώνια παραλληλόγραμμα (δύο, διαστάσεων 8εκ x 6εκ, ένα, διαστάσεων 4εκ x 2εκ, δύο διαστάσεων 6εκ x 4εκ, ένα, διαστάσεων 10εκ x 2εκ) και δύο (2) τρίγωνα (Φωτογραφία E.2.6.2.1). Στο δεύτερο είδος ταμπλό, το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο αποτελείται από: τέσσερα (4) τετράγωνα (ένα, διαστάσεων 6εκ x 6εκ, δύο, διαστάσεων 4εκ x 4εκ, ένα, διαστάσεων 2εκ x 2εκ), τέσσερα (4) ορθογώνια παραλληλόγραμμα (ένα, διαστάσεων 4εκ x 2εκ, ένα, διαστάσεων 10εκ x 4εκ, ένα, διαστάσεων 10εκ x 2εκ, ένα, διαστάσεων 14εκ x 2εκ) και έξι (6) τρίγωνα (Φωτογραφία E.2.6.2.2). Στο τρίτο είδος ταμπλό, το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο αποτελείται από: πέντε (5) τετράγωνα (τέσσερα, διαστάσεων 4εκ x 4εκ, ένα, διαστάσεων 2εκ x 2εκ), επτά (7) ορθογώνια παραλληλόγραμμα (δύο, διαστάσεων 8εκ x 6εκ, τρία, διαστάσεων 8εκ x 4εκ, ένα, διαστάσεων 12εκ x 2εκ, ένα, διαστάσεων 8εκ x 2εκ) και δύο (2) τρίγωνα (Φωτογραφία E.2.6.2.3). Ποιο δύσκολο θεωρείται το δεύτερο είδος ταμπλό, λόγω απαρτίζεται από περισσότερα τρίγωνα σε σχέση με τα άλλα.



Εικόνες E.2.6.2.1, E.2.6.2.2 & E.2.6.2.3 Παιχνίδι κάλυψης επιφάνειας

Επιπλέον, υπάρχουν εννέα αδιαφανή πουγκιά με 17 κομμάτια (κατασκευασμένα από αφρώδες υλικό), σε τρία σχήματα (ορθογώνια, τρίγωνα και τετράγωνα), 14 από τα οποία αντιστοιχούν στα περιγράμματα. Τα τρία από αυτά δίνονται επιπλέον, χωρίς να ταιριάζουν σε κάποιο περίγραμμα. Τα κομμάτια-σχήματα είναι διαφορετικού χρώματος για το κάθε είδος ταμπλό. Για το πρώτο είναι κόκκινα, για το δεύτερο είναι κίτρινα και για το τρίτο είναι γαλαζοπράσινα. Το ζάρι έχει τους αριθμούς 1 έως το 3, από δύο φορές.

Σκοπός του παιχνιδιού είναι η κάλυψη της ορθογώνιας επιφάνειας με τα γεωμετρικά σχήματα.

Καθένας από τους εννέα παίκτες παίρνει μία καρτέλα και ένα πουγκί με κομμάτια-σχήματα. Με την εκκίνηση του παιχνιδιού το πρώτο παιδί ρίχνει το ζάρι και ο αριθμός που θα φέρει καθορίζει την ποσότητα των κομματιών που θα πάρει από το πουγκί του για να τα τοποθετήσει στο ταμπλό του. Ταυτόχρονα, τα παιδιά που έχουν σχήματα ίδιου χρώματος και άρα το ίδιο ταμπλό με τον παίκτη που ρίχνει το ζάρι, παίρνουν από το πουγκί τους την ίδια ποσότητα σχημάτων και τα τοποθετούν στο δικό τους ταμπλό. Αν κάποιο από τα σχήματα που πήρε ο παίκτης δεν αντιστοιχεί σε κάποιο περίγραμμα, τότε το απομακρύνει και προσπαθεί να τοποθετήσει τα υπόλοιπα. Το κάθε παιδί μπορεί να κάνει όσες δοκιμές θέλει με τα κομμάτια που έχει βγάλει από το πουγκί ακόμα και αν έχει έρθει η σειρά του επόμενου παίκτη να παίξει. Την ίδια διαδικασία ακολουθούν και τα υπόλοιπα παιδιά με τη σειρά, παίρνοντας τα κομμάτια από το πουγκί και τοποθετώντας τα στα αντίστοιχα σχήματα του ταμπλό προκειμένου να καλύψουν το ορθογώνιο.

Νικητής είναι ο παίκτης που θα καλύψει πρώτος το ορθογώνιο, χωρίς κενά και επικαλύψεις.

²³ Σχεδιασμένο σε συνεργασία με τη φοιτήτρια Πελαγία-Καλοτίνα Μαλαματένιου, στο πλαίσιο πτυχιακής εργασίας.

E.2.7 Παιχνίδια προσποίησης

E.2.7.1 Παιχνίδια προσποίησης: «Ο φούρνος»

«Ο φούρνος», ως συμβολικό παιχνίδι ρόλων (δες κεφάλαιο [B.2](#)), σχεδιάστηκε και πραγματοποιήθηκε σε μία τάξη νηπιαγωγείου, σε δεκατρείς (13) συναντήσεις σε διάρκεια τεσσάρων εβδομάδων. Στις πρώτες επτά συναντήσεις, διερευνήθηκαν ποικίλα θέματα με τα νήπια, όπως τι είναι ένα κατάστημα, τι κατάστημα θα ήθελαν να δημιουργήσουν, πώς θα είναι ο φούρνος που θα ήθελαν και τι χρειάζονται για να φτιάξουν έναν φούρνο. Στη συνέχεια, αφού πραγματοποιήθηκε επίσκεψη σε φούρνο και επιλέχθηκε το όνομα του φούρνου του νηπιαγωγείου, δημιουργήθηκε ο φούρνος, στη γωνιά του παιχνιδιού.

Στην όγδοη συνάντηση, αφού η εκπαιδευτικός ανέθεσε ρόλους, τα παιδιά έπαιζαν το πρώτο παιχνίδι «αγοροπωλησίας» χωρίς την παρέμβασή της. Στην ένατη και δέκατη συνάντηση έλαβαν χώρα συμπληρωματικές δραστηριότητες, που βοήθησαν στο να μάθουν τα παιδιά τη χρήση της αριθμομηχανής και των χρημάτων. Στην ενδέκατη συνάντηση έπαιζαν το δεύτερο παιχνίδι «αγοροπωλησίας», στο οποίο η εκπαιδευτικός απλά μοίρασε στα παιδιά από 5 ευρώ. Στη δωδέκατη συνάντηση πραγματοποιήθηκε επιπλέον δραστηριότητα, η οποία βοήθησε τα παιδιά να μάθουν να κάνουν πρόσθεση με την αριθμομηχανή. Στη δέκατη τρίτη και τελευταία συνάντηση πραγματοποιήθηκε το τελικό παιχνίδι «αγοροπωλησίας», στο οποίο τα παιδιά πουλούσαν και αγόραζαν προϊόντα με τα πέντε ευρώ που είχαν στη διάθεσή τους. Η διαφορά αυτής της δραστηριότητας από τις προηγούμενες ήταν ότι η εκπαιδευτικός ενθάρρυνε τα παιδιά να εργαστούν σε ομάδες για να φτιάξουν λίστες προϊόντων και μετά να προβούν στην αγορά τους. Μετά το τέλος της αγοροπωλησίας, τα παιδιά ζωγράφισαν τις συναλλαγές τους και τις περιέγραψαν στην εκπαιδευτικό τους.

Επίλογος

Η μαθηματική εκπαίδευση σήμερα στοχεύει, μεταξύ άλλων, να βοηθήσει τους μαθητές να αντιλαμβάνονται και να ερμηνεύουν περίπλοκα και πολύπλοκα φαινόμενα, να διαχειρίζονται καταστάσεις στις οποίες συνυπάρχουν φανερά ή κρυφά δεδομένα και ενδεχόμενα, να προβληματίζονται και να δρουν βρίσκοντας λύσεις σε προβλήματα και καταστάσεις. Βασικός τομέας των ερευνών στη μαθηματική εκπαίδευση είναι, κατά συνέπεια, η επεξεργασία κατάλληλων διδακτικών δραστηριοτήτων και ο σχεδιασμός ένταξής τους στο σχολικό πρόγραμμα με τρόπο που να αναιρούνται κατά το δυνατόν οι καταγεγραμμένες δυσκολίες και φοβίες για τα μαθηματικά, τόσο των μαθητών και των οικογενειών τους όσο και των εκπαιδευτικών.

Το παιχνίδι αποτελεί, σήμερα, ένα σημαντικό πεδίο για τη μάθηση και την ολοκληρωμένη ανάπτυξη του παιδιού, με αρκετές μεταβλητές να διαμεσολαβούν στη σχέση μεταξύ των δραστηριοτήτων παιχνιδιού και της μάθησης. Ένας εκπαιδευτικός, ικανός να αντιληφθεί την εκπαιδευτική σημασία του παιχνιδιού, ο οποίος παρέχει ευκαιρίες παιγνιωδών δράσεων στα παιδιά, εξασφαλίζοντας την ισορροπία μεταξύ των προθέσεων και επιθυμιών του με αυτές των μαθητών του, είναι δυνατό να επιφέρει μέσω του παιχνιδιού μαθηματική γνώση.