

ΚΩΣΤΑΣ ΖΑΧΑΡΟΣ

Η Μαθηματική Δραστηριότητα στην Προσχολική Εκπαίδευση

Θεωρητικές Προσεγγίσεις
και Πρακτικές Εφαρμογές

Η Μαθηματική Δραστηριότητα
στην Προσχολική Εκπαίδευση

ΚΩΣΤΑΣ ΖΑΧΑΡΟΣ

Η έννοια της **μαθηματικής δραστηριότητας** αποτελεί το κεντρικό ενδιαφέρον της έκδοσης αυτής. Το περιεχόμενο της έννοιας της δραστηριότητας αντλείται από την πολιτισμική-ιστορική παράδοση ψυχολόγων όπως οι Vygotsky, Louri, Davydov, Leontiev κ.ά.

Η μαθηματική δραστηριότητα συνοδεύεται από την εμπρόθετη διδακτική παρέμβαση του εκπαιδευτικού, που όμως σέβεται την αυτονομία του μαθητή και την ενθαρρύνει. Παράλληλα, δίνει έμφαση στη δημιουργία ενός παιδαγωγικού πλαισίου εμπλουτισμένου με νοήματα και ελκυστικό για το μαθητή, με την συνεισφορά κατάλληλου εκπαιδευτικού υλικού που διαμεσολαβεί και διευκολύνει τη μάθηση.

Οι επιμέρους μαθηματικές έννοιες που πραγματεύεται το βιβλίο, αποτελούν προτεινόμενα θέματα των δύο τελευταίων αναλυτικών προγραμμάτων της Προσχολικής Εκπαίδευσης, δηλαδή του ΔΕΠΠΣ, αλλά και του αναλυτικού προγράμματος που προτάθηκε το 2011. Όμως, η θεματολογία διευρύνεται με την ενσωμάτωση του σύγχρονου προβληματισμού στην έρευνα και τη διδασκαλία των μαθηματικών εννοιών.

Πρόθεση του βιβλίου είναι να αποτελέσει χρήσιμο εργαλείο για τις/τους εκπαιδευτικούς της Προσχολικής και Πρώτης σχολικής Εκπαίδευσης.

Επίσης, να προσφέρει ερεθίσματα και το αναγκαίο θεωρητικό υπόβαθρο σε όσες/-ους θέλουν να εμβαθύνουν στις σύγχρονες προσεγγίσεις στη μαθηματική εκπαίδευση και ειδικότερα στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών μαθητών.

Ο **Κώστας Ζαχάρος** είναι Αναπληρωτής Καθηγητής στο Τμήμα Επιστημών της Εκπαίδευσης και της Αγωγής στην Προσχολική Ηλικία, στο Πανεπιστήμιο Πατρών. Τα διδακτικά και ερευνητικά του ενδιαφέροντα είναι εστιασμένα σε θέματα μαθηματικής εκπαίδευσης.

ΕΚΔΟΣΕΙΣ
ΚΑΜΠΥΛΗ
www.kambill.gr

ISBN: 978-960-6899-14-0



9 789606 899140

ΕΚΔΟΣΕΙΣ
ΚΑΜΠΥΛΗ

ΕΚΔΟΣΕΙΣ
ΚΑΜΠΥΛΗ

Κεφάλαιο Τέταρτο

Έννοιες του χώρου και χωρική σκέψη

Η ανάπτυξη της ικανότητας του νηπίου να προσανατολίζεται στο χώρο, η οικοδόμηση εννοιών που σχετίζονται με τον προσανατολισμό και την προοπτική, καθώς και η οικειοποίηση συμβόλων που σχετίζονται με τα προηγούμενα, είναι θέματα που αποτελούν αντικείμενο πραγμάτευσης της μαθηματικής εκπαίδευσης και προτείνονται για διδασκαλία στα σύγχρονα αναλυτικά προγράμματα της προσχολικής εκπαίδευσης.

Η εξέλιξη του χώρου στην παιδική σκέψη

Η αντίληψη του χώρου στην παιδική σκέψη δεν είναι στατική, ούτε ενιαία. Ενώ συχνά οι έννοιες του χώρου αντιμετωπίζονται ως κάτι δοσμένο και αντικειμενικό, που προηγούνται της ανθρώπινης εμπειρίας, η συνεισφορά της ψυχολογίας εντοπίζει διαφορετικά επίπεδα κατανόησης των εννοιών του χώρου, που σχετίζονται με τη γνωστική ανάπτυξη του παιδιού. Επιπλέον, οι νοητικοί μηχανισμοί κατανόησης του χώρου δεν αντιμετωπίζονται ως μια παθητική διαδικασία πρόσληψης, αλλά προϋποθέτουν την ενεργό «δράση» του παιδιού που αναπτύσσεται, βέβαια, σε συγκεκριμένα κοινωνικά πλαίσια (Ντε Μερεντιέ 1981).

Σύμφωνα με την άποψη των Piaget & Inhelder (1956), το παιδί αρχίζει να οικοδομεί ένα χώρο σαφή και συνεκτικό όταν έχει οικοδομηθεί η έννοια διατήρησης του αντικειμένου, δηλαδή η ικανότητά του να θεωρεί ότι η ύπαρξη ενός αντικειμένου υφίσταται ανεξάρτητα από το αν αυτό βρίσκεται στο αντιληπτικό του πεδίο ή είναι κρυμμένο. Μέχρι τότε, χώρος και αντικείμενα, περιέχον και περιεχόμενα, είναι ακόμη αδιαφοροποίητα (Ντε Μερεντιέ 1981). Η σημασία της κατανόησης του χώρου από το παιδί θεωρείται θεμελιώδης για την ανάπτυξή του γιατί συνδέεται με τη δόμηση πολλών καθημερινών, αλλά και επιστημονικών εννοιών. Οι εμπειρίες που του προσφέρει η διερεύνηση του χώρου, συμβάλλουν στην οργάνωση και μορφοποίηση, αρχικά άτυπων και, στη συνέχεια, τυπικών επιστημονικών εννοιών. Είναι έννοιες που σε ένα επόμενο στάδιο γνωστικής ανάπτυξης οδηγούν στο σχηματισμό μοντέλων, όπως είναι τα γεωμετρικά σχήματα και οι ποικίλες αναπαραστάσεις του χώρου (Ζαχάρος 2007, Γερμανός 2002).

Στάδια κατανόησης του χώρου

Συχνά στη μαθηματική εκπαίδευση γίνεται αναφορά στη χωρική σκέψη (spatial thinking). Όμως τι σημαίνει αυτό και ποιες από αυτές τις περιπτώσεις σχετίζονται με τη μαθηματική εκπαίδευση και συνεπώς πρέπει να συγκεντρώνουν το ενδιαφέρον της διδασκαλίας;

Ενώ η χωρική σκέψη θεωρείται μια σημαντική διάσταση της μαθηματικής εκπαίδευσης, η σχέση μεταξύ χωρικής σκέψης και μαθηματικής εκπαίδευσης δεν είναι πάντα ευκρινής και απλή. Υπάρχουν για παράδειγμα έρευνες που δείχνουν ότι μερικές φορές οι μαθητές που έχουν αναπτυγμένες ικανότητες στην κατανόηση των χωρικών εννοιών τα καταφέρνουν γενικότερα στα μαθηματικά, ενώ άλλες δείχνουν ότι οι μαθητές που τα καταφέρνουν στα λεκτικά προβλήματα και τις λεκτικά διατυπωμένες έννοιες, υπερτερούν των μαθητών που αντλούν πληροφορίες κύρια μέσω της όρασης (Clements & Sarama 2009). Ενδεικτικό παράδειγμα είναι οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στην κατανόηση γεωμετρικών εννοιών, όπως συμβαίνει στην περίπτωση των σχημάτων, όπου συχνά η έννοια του σχήματος συσχετίζεται με τη συνήθη σχεδιαστική του αναπαράσταση. Για παράδειγμα, η συνήθης παρουσίαση των τριγώνων γίνεται με την οριζόντια τοποθέτηση μιας βάσης τους. Όμοια συμβαίνει και με τα τετράγωνα και μάλιστα στις περιπτώσεις που «περιστραφεί» το τετράγωνο από την οριζόντια βάση του, τότε οι δυσκολίες να αναγνωριστεί σαν τετράγωνο είναι εμφανείς (Clements and Sarama 2009).

Η ανάλυση της χωρικής ικανότητας οδηγεί συχνά στη διάκριση μεταξύ της χωρικής οπτικοποίησης (spatial visualization), στο χωρικό προσανατολισμό (spatial orientation) και στην πρόσκτηση των χωρικών σχέσεων (Bishol 1980, Clements and Sarama 2009, Kleeman & Hutchinson 2005).

Ικανότητες σχετιζόμενες με την κατανόηση του χώρου

Μια πρώτη ικανότητα είναι η *χωρική οπτικοποίηση*. Είναι η νοητική ικανότητα του παιδιού να χειρίζεται, να περιστρέφει, να στρίβει και να αντιστρέφει ένα δισδιάστατο ή τρισδιάστατο οπτικό ερέθισμα. Ενσωματώνει την κίνηση, την ομαδοποίηση και το συνδυασμό νοητών εικόνων ή αντικειμένων.

Οι οπτικές αναπαραστάσεις είναι κεντρικές στην ζωή μας, όπως και σε πολλούς τομείς των μαθηματικών. Οι χωρικές εικόνες είναι εσωτερικές αναπαραστάσεις αντικειμένων που προσομοιάζουν σε αντικείμενα του πραγματικού κόσμου.

Η ικανότητα οπτικοποίησης μπορεί να οδηγήσει στο σχεδιασμό σχημάτων ή δι-

αγραμμάτων στο χαρτί ή στην οθόνη του υπολογιστή. Με αυτόν τον τρόπο τα παιδιά μπορεί να δημιουργήσουν, για παράδειγμα, την νοητή εικόνα ενός σχήματος, να τη διατηρήσουν και να αναζητήσουν παρόμοια σχήματα σε περισσότερο σύνθετα σχεδιαγράμματα. Όλες αυτές οι χωρικές ικανότητες βοηθούν άμεσα στη μάθηση ειδικών περιοχών των μαθηματικών, όπως είναι η γεωμετρία και η μέτρηση, και δύνανται να εφαρμοστούν σε περιπτώσεις επίλυσης προβλήματος.

Τα παιδιά οφείλουν να ξεφεύγουν από τις στατικές νοητικές εικόνες και να αναπτύσσουν την ικανότητα μετασχηματισμού τους. Η συγκεκριμένη ικανότητα νοητικών μετασχηματισμών κάνει εφικτή τη μετατόπιση από ένα σχήμα σε ένα άλλο και τη σύγκρισή τους ως προς επιλεγμένες ιδιότητες. Με τον τρόπο αυτό, δημιουργείται για παράδειγμα, μια βάση σύγκρισης ενός κύβου με ένα δοχείο ως προς την ιδιότητα «χωρητικότητα».

Η δεύτερη ικανότητα είναι ο *χωρικός προσανατολισμός*. Με τον όρο αυτό περιγράφεται η κατανόηση των σχέσεων μεταξύ διαφορετικών θέσεων στο χώρο, αρχικά με αναφορά το σώμα μας και την τοποθέτησή μας. Σταδιακά ενσωματώνει την ανάπτυξη μιας περισσότερο αφηρημένης αντίληψης του χώρου που περιέχει την ικανότητα ανάγνωσης γραφικών αναπαραστάσεων, χαρτών κ.λπ., καθώς και τη χρήση συστημάτων συντεταγμένων. Η ανάπτυξη της ικανότητας χωρικού προσανατολισμού είναι αποτέλεσμα εμπειρίας και επηρεάζεται από πολιτισμικές επιδράσεις.

Τέλος, μια τρίτη ικανότητα είναι η *πρόσκτηση των χωρικών σχέσεων*, η οποία περιγράφεται ως η ικανότητα του παιδιού να αναγνωρίζει αντικείμενα και χωρικές αλληλεπιδράσεις, να μπορεί να φτιάχνει χάρτες από περιγραφές και να συνδέει χάρτες με αντικείμενα (Kleeman & Hutchinson 2005).

Η πορεία ανάπτυξης των εννοιών του χώρου

Οι Piaget και Inhelder (1956) ισχυρίστηκαν ότι τα παιδιά γεννιούνται χωρίς την αντίληψη του χώρου και οι έννοιες του χώρου αναπτύσσονται μέσω της εμπειρίας και της δράσης του υποκειμένου στο περιβάλλον. Ισχυρίζονται επίσης ότι η οικοδόμηση των χωρικών εννοιών ακολουθεί μια χρονική αλληλουχία με αφετηριακό σημείο την ανάπτυξη ποιοτικών σχέσεων, όπως είναι οι τοπολογικές, οι οποίες ενσωματώνουν έννοιες, όπως η εγγύτητα, η γειτνίαση, ο διαχωρισμός, η διάταξη ή η χωρική διαδοχή, η σχετική θέση των αντικειμένων, ο εγκλεισμός του ενός αντικειμένου (ή συλλογής αντικειμένων) μέσα στο άλλο (ή μέσα σε μια ευρύτερη συλλογή) κ.λπ. Επόμενο στάδιο είναι η ανάπτυξη των προβολικών σχέσεων και έπεται η οικοδόμηση των σχέσεων

που απαντώνται στην ευκλείδεια γεωμετρία, όπως είναι οι σχέσεις αναλογίας μεταξύ μεγεθών, συγκρίσεις και μετρήσεις μεγεθών κ.λπ.

Ο Freudenthal (1983) δε συμμαρτίζεται τις προηγουμένως διαπιστώσεις και διατυπώνει αντιρρήσεις, τόσο σχετικά με το μαθηματικό περιεχόμενο των εννοιών οι οποίες χαρακτηρίζονται από τον Piaget ως τοπολογικές, όσο και με τη χρονική ακολουθία στη νοητική πορεία συγκρότησης των εννοιών του χώρου. Ισχυρίζεται ότι η εξελικτική πορεία οικειοποίησης των γεωμετρικών δομών αρχίζει με τις μετρικές σχέσεις της ευκλείδειας γεωμετρίας, όπου κυριαρχούν η ισότητα και η αναλογία και κατευθύνεται σε περισσότερο ασθενείς δομές, που περιγράφονται από τις τοπολογικές σχέσεις. Πρόκειται για μια πορεία σταδιακής μεταφοράς από τα ποσοτικά χαρακτηριστικά των εννοιών του χώρου, σε στοιχεία ποιοτικά των εννοιών αυτών.

Η ικανότητα προσανατολισμού στο χώρο

Έρευνες που διερευνούν την ικανότητα προσανατολισμού των παιδιών (π.χ. Blaut 1991, 1997a, 1997b), υποστηρίζουν ότι τα παιδιά ηλικίας τριών έως έξι ετών έχουν αυξημένες ικανότητες να χειρίζονται έννοιες του χώρου, όπως να διαβάσουν έναν απλό χάρτη και να τον χρησιμοποιούν. Επίσης, τα παιδιά ηλικίας πέντε έως έξι ετών μπορούν να «διαβάσουν» και να ερμηνεύουν κάθετες αεροφωτογραφίες. Υπάρχουν όμως και έρευνες (π.χ. Boardman 1983), οι οποίες αναδεικνύουν τη δυσκολία των παιδιών ηλικίας έξι έως εννέα ετών να αντιλαμβάνονται έννοιες του προβολικού χώρου και αναπαραστάσεις τρισδιάστατων αντικειμένων σε μια ορθή προβολή (κάτοψη).

Σήμερα η μαθηματική εκπαίδευση ενθαρρύνει τους μαθητές στη χρήση συμβόλων. Ήδη από την προσχολική Εκπαίδευση προτείνεται ο εμπλουτισμός των εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων με πρακτικές αναπαράστασης που βοηθούν τα παιδιά στην κατανόηση της λειτουργίας των συμβόλων και των σχηματικών αναπαραστάσεων, τη σχετικότητα και τη συμβατικότητα της χρήσης τους. Η διδασκαλία μπορεί να συνεισφέρει ουσιαστικά στην εξοικείωση και τη χρήση από τους μικρούς μαθητές συμβόλων, όπως τα σύμβολα προσανατολισμού (Poland & Van Oers 2007, Van Oers 1996, 1997).

Για την ανάπτυξη των εννοιών του χώρου όπως είναι η ικανότητα προσανατολισμού, πλοήγησης και η ανάγνωση χαρτών, μπορεί να αντληθούν ερεθίσματα από την καθημερινότητα των παιδιών και να αποτελέσουν αντικείμενο διδασκαλίας εντός και εκτός της σχολικής αίθουσας.

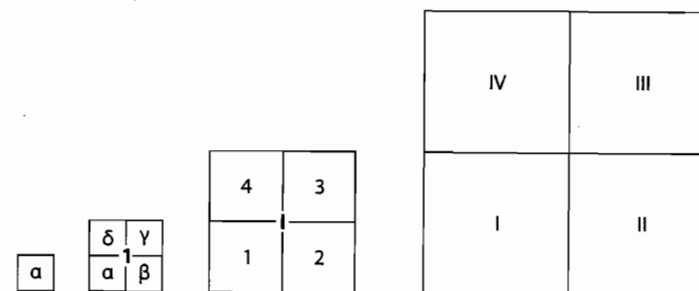
Η διδασκαλία σχετικά με τη χρήση χαρτών περιέχει συσχετίσεις μεταξύ του πραγ-

ματικού χώρου και των χαρτών, όπως η ένα-προς-ένα συσχέτιση αντικειμένων και εικόνων στο χάρτη, που βοηθάει τα παιδιά να κατανοήσουν τους χάρτες και τα σύμβολα. Επίσης, η διδασκαλία οφείλει να περιλαμβάνει τη χρήση μοντέλων με παιγνίδια και την αναπαραγωγή από τα παιδιά χώρων όπως αυτοί απεικονίζονται σε χάρτες (Clements & Sarama 2009).

Συχνά η δυσκολία ανάγνωσης των εξωτερικών αναπαραστάσεων σχετίζεται με την ασυμβατότητα που υπάρχει ανάμεσα στον πραγματικό κόσμο και τα αφηρημένα πλαίσια αναφοράς που χρησιμοποιούν οι αναπαραστάσεις. Σε μια προσπάθεια να αρθούν τα προβλήματα κατανόησης των αναπαραστάσεων προτείνονται τα εξής (Clements and Sarama 2009, σελ. 112): Η συστηματική, μέσω της διδασκαλίας, ανάπτυξη της ικανότητας των παιδιών να δημιουργούν σχέσεις μεταξύ των αντικειμένων του χώρου, η σταδιακή διεύρυνση του μεγέθους του χώρου αναφοράς, όπου από χώρους μικρής κλίμακας μεταφερόμαστε βαθμιαία σε ευρύτερους χώρους, η αποκατάσταση συνδέσμων μεταξύ των πρωτογενών και δευτερογενών εννοιών που σχετίζονται με το χώρο, η ανάπτυξη της ικανότητας μεταπήδησης από τον κόσμο των χαρτών στη χρήση τους στον πραγματικό κόσμο και τέλος, η ανάπτυξη της ικανότητας κατανόησης των μαθηματικών εννοιών που είναι ενσωματωμένες στο σχεδιασμό των γραφικών αναπαραστάσεων.

Ειδικότερα για τη σταδιακή διεύρυνση του χώρου αναφορών των παιδιών προτείνεται (Downs, et al. 1988), μια ιεραρχική δόμηση του χώρου, όπου εισάγεται η έννοια της γεωγραφικής ιεραρχίας (geographic hierarchy), σύμφωνα με την οποία λειτουργ-

Στη σχηματική αναπαράσταση των ιεραρχικών χωρικών σχέσεων είναι εμφανείς οι σχέσεις συμπερίληψης, όπου ο χώρος «α» περιέχεται στον χώρο «1», ο «1» με τη σειρά του στον «Ι», κ.ο.κ.



Σχήμα 4.1 Σχηματική αναπαράσταση των ιεραρχικών χωρικών σχέσεων (Downs, et al. 1988, σελ. 695).

γούν σχέσεις συμπερίληψης του ειδικού στο γενικό. Σ' αυτήν την περίπτωση ορίζεται κάθε φορά η χωρική «μονάδα» που χρησιμοποιείται για τη δημιουργείται της σχέσης συμπερίληψης. Σε μια τέτοια σχέση συμπερίληψης μπορεί, για παράδειγμα, να ενταχθούν οι χώροι του σχολείου των μαθητών, η πόλη τους, η χώρας τους κ.λπ. Με άλλα λόγια, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι πρόκειται για ομόκεντρους κύκλους χωρικών περιοχών, όπου το αφετηριακό σημείο οφείλει να είναι οι οικείοι χώροι του παιδιού, όπως είναι το σπίτι του ή ο χώρος του σχολείου. Αυτό το ιεραρχικό μοντέλο παριστάνεται διαγραμματικά στο σχήμα 4.1 (Downs, et al. 1988, σελ. 695).

Η ανάπτυξη της ικανότητας συμπερίληψης που προϋποθέτει η κατανόηση του ιεραρχικού σχήματος απαιτεί την οικειοποίηση λογικών σχέσεων όπως η έννοια της συμπερίληψης και η έννοια της μεταβατικότητας, όπου αν ο χώρος Α περιέχεται στον Β και ο Β στον Γ, τότε και ο χώρος Α περιέχεται επίσης στον Γ.

Βέβαια, παιδιά που δεν έχουν κατακτήσει τις προηγούμενες έννοιες μπορεί να προσδιορίσουν μια τοποθεσία, χωρίς όμως κατ' ανάγκη να είναι σε θέση να προσδιορίζουν σχέσεις μεταξύ τοποθεσιών (Downs, et al. 1988).

Η ικανότητα ανάγνωσης χαρτών και μοντέλων

Η διδασκαλία ανάγνωσης χαρτών μπορεί να εισαχθεί νωρίς στην εκπαίδευση και μάλιστα από την προσχολική ηλικία (Downs, et al. 1988, Clements & Samara 2009).

Ήδη από την ηλικία των τριών ετών τα παιδιά μπορούν να οικοδομούν απλά μοντέλα, που έχουν όμως ενδιαφέρον και νόημα γι αυτά, όπως παιχνίδια που παριστάνουν σπίτια, αυτοκίνητα, δένδρα κ.ά. Η ικανότητα αυτή είναι βέβαια περιορισμένη μέχρι την ηλικία των 6 ετών. Επίσης, ήδη από την ηλικία των τεσσάρων είναι ικανά να ερμηνεύουν σύμβολα και ενδείξεις που περιέχουν οι χάρτες.

Συνεπώς, οι διδακτικές στρατηγικές πρέπει να είναι προσανατολισμένες στη διερευνητική μάθηση και η μάθηση οφείλει να είναι δομημένη σε μια ιεραρχική βάση και να ενισχύεται από κατάλληλα υλικά και δραστηριότητες.

Επίπεδα κατανόησης χαρτών και μοντέλων

Η κατανόηση των χαρτών και των μοντέλων περιλαμβάνει δύο επίπεδα: το ένα είναι ολιστικό (holistic) και σχετίζεται με την κατανόηση από το παιδί της σχέσης μεταξύ του πραγματικού χώρου αναφοράς και της συμβολικής του αναπαράστασης, που γίνεται αντιληπτή ως ολότητα. Για παράδειγμα, η ολιστική προσέγγιση της αναπαράστασης δίνει στο παιδί την ικανότητα να αντιλαμβάνεται μια σφαίρα ως μοντέλο της γήινης σφαίρας.

Στο δεύτερο επίπεδο κατανόησης γίνεται αντιληπτή η συσχέτιση μεταξύ των στοιχείων που συνθέτουν την αναπαράσταση και το αντικείμενο αναφοράς. Η ικανότητα αυτή δίνει στα παιδιά τη δυνατότητα να αντιλαμβάνονται και να ερμηνεύουν τα διαφορετικά σύμβολα που συνθέτουν μια αναπαράσταση, όπως λόγου χάρη τα σύμβολα με τους πρωτεύοντες και δευτερεύοντες δρόμους ενός χάρτη ή τις υδάτινες περιοχές όπως, οι λίμνες και θάλασσες από τα ηπειρωτικά μέρη.

Η κατανόηση του δεύτερου επιπέδου βασίζεται σχηματικά στην αλληλεπίδραση τριών παραγόντων (Downs, et al. 1988):

Ο πρώτος είναι το πλαίσιο εντός του οποίου νοηματοδοτείται το περιεχόμενο ενός χάρτη, που δίνει τη δυνατότητα στο παιδί να αντιλαμβάνεται ότι τα επιμέρους στοιχεία του δεν είναι απομονωμένα, αλλά μέρος μιας ολότητας. Επιπλέον, όταν το παιδί γνωρίζει ότι μια αναπαράσταση απεικονίζει κάτι συγκεκριμένο, τότε και η ερμηνεία της κινείται σε ένα αντίστοιχο πλαίσιο. Βέβαια, η δυνατότητα ερμηνείας μιας αναπαράστασης προϋποθέτει ότι είναι κατακτημένη, σε κάποιο βαθμό, η έννοια που αναπαριστά το αντικείμενο, ώστε να γίνεται αντιληπτό τι δείχνει η αναπαράσταση και τι σημαίνουν τα μέρη που τη συνθέτουν. Η ερμηνεία μιας αναπαράστασης οικοδομείται πάνω σε ένα σύνολο προσδοκιών (Downs, et al. 1988), που προκύπτουν από το περιεχόμενο της αναπαριστώμενης έννοιας. Στις περιπτώσεις που απουσιάζει μια γνώση σχετικά με το περιεχόμενο και τη μορφή της αναπαράστασης, τότε η ερμηνεία της καθίσταται προβληματική.

Ο δεύτερος είναι η απεικονιστική μορφή της αναπαράστασης. Δηλαδή, ότι στο χάρτη συνυπάρχουν ταυτόχρονα δύο χαρακτηριστικά: η υλική του φύση με τα σχέδια και τις απεικονίσεις και η αναπαραστατική του φύση, ότι δηλαδή, είναι μια αναπαράσταση ενός άλλου αντικειμένου, χώρου κ.λπ.

Τέλος, ο τρίτος είναι η αποδοχή των συμβάσεων που συνεπάγεται η αποδοχή και χρήση του χάρτη. Η ικανότητα αυτή διευκολύνει το παιδί να κατανοήσει ότι η συγκεκριμένη μορφή αναπαράστασης είναι αυθαίρετη και δεν είναι υποχρεωτικό να έχει πάντα την ίδια μορφή.

Η χρήση του χάρτη προϋποθέτει την ικανότητα ανάγνωσης των συμβόλων που χρησιμοποιούνται. Μερικές φορές τα χρησιμοποιούμενα σύμβολα είναι σχεδιαστικές αναπαραστάσεις πραγματικών χώρων, όπως μια εκκλησία για να δηλωθεί η ύπαρξη μιας εκκλησίας, κίονες για να δηλωθεί η ύπαρξη αρχαιολογικού χώρου, μια ομπρέλα για να δηλωθεί η ύπαρξη πλάζ κ.λπ. Άλλες φορές υπάρχουν αφηρημένα σύμβολα, όπως γραμμές που δηλώνουν δρόμους κεντρικούς ή δευτερεύοντες, ανάλογα με το

χρώμα τους, ή κύκλοι, μικροί και μεγαλύτεροι, για να σημειωθούν χωριά και πόλεις, αντίστοιχα.

Οι συντεταγμένες στην ανάγνωση δισδιάστατων αναπαραστάσεων.

Οι μαθητές προσχολικής και πρώτης σχολικής ηλικίας μπορούν να διδαχθούν τη χρήση των συντεταγμένων (Clements & Sarama 2009). Στην ανάγνωση των δισδιάστατων αναπαραστάσεων διευκολύνει η οργάνωση του δισδιάστατου χώρου σε τετράγωνα που δημιουργούν κατακόρυφες και οριζόντιες γραμμές, που παραπέμπουν σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων.

Η εισαγωγική εξοικείωση με τέτοιες τετραγωνισμένες επιφάνειες για τον εντοπισμό τοποθεσιών, μέτρηση αποστάσεων, κ.λπ., διευκολύνει τα παιδιά σε ένα επόμενο εκπαιδευτικό στάδιο να υιοθετούν αναλογικά μοντέλα για την ανάγνωση των αναπαραστάσεων (Pebone, et al. 2001) και τελικά με το μαθηματικό σύστημα συντεταγμένων.

Περνώντας στη διδασκαλία

Η έννοια του χώρου και του προσανατολισμού σ' αυτόν συνδέονται στενά με την οικειοποίηση αντίστοιχων λεκτικών εκφράσεων. Το λεξιλόγιο σχετικά με τις έννοιες του χώρου εντάσσεται σε διάφορες κατηγορίες (Clements & Sarama 2009): Είναι λέξεις σχετικά με το χώρο, όπως «μέσα», «πάνω», «κάτω», επίσης λέξεις που περιγράφουν με προσέγγιση μια περιοχή, όπως «δίπλα», «μεταξύ», καθώς και λέξεις που αναφέρονται σε πλαίσια αναφοράς, όπως «μπροστά από», «πίσω από». Τέλος, στην εκπαίδευση γίνεται ειδική αναφορά στις λέξεις «αριστερά» και «δεξιά» που η μάθησή τους αργεί και η χρήση τους δημιουργεί προβλήματα, συχνά μέχρι το όγδοο έτος.

Έννοιες του χώρου και διδακτικοί στόχοι στο Νηπιαγωγείο

Τα παιδιά:

- Εντοπίζουν και περιγράφουν θέσεις, διευθύνσεις και διαδρομές στο χώρο ως προς διαφορετικά συστήματα αναφοράς με τη χρήση απλών χωρικών εννοιών.
- Αναγνωρίζουν οικείους απλούς χάρτες, εντοπίζοντας θέσεις και διαδρομές.
- Εντοπίζουν, περιγράφουν και αναπαριστούν θέσεις, διευθύνσεις και διαδρομές σε τετραγωνισμένα περιβάλλοντα.
- Αναγνωρίζουν απλές καταστάσεις από διαφορετικές οπτικές.
- Πραγματοποιούν κατασκευές απλών τρισδιάστατων συνθέσεων από εικόνες, σχέδια ή άλλες αναπαραστάσεις.

Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου 2011, σελ. 175-182

Επίσης, σχετικά με τις έννοιες του προσανατολισμού, κατάλληλες ερωτήσεις μπορεί να εστιάσουν την προσοχή του παιδιού στο διδακτικό στόχο.

Παραδείγματα τέτοιων ερωτήσεων είναι οι επόμενες (Clements & Sarama 2009):

- Ερωτήσεις που σχετίζονται με την κατεύθυνση: «Προς τα πού...»
- Ερωτήσεις για την απόσταση: «Πόσο μακριά...»
- Ερωτήσεις για την τοποθεσία: «Πού...»
- Ερωτήσεις για τον εντοπισμό αντικειμένων: «Τι αντικείμενα...» κ.λπ.

Παραδείγματα διδακτικών παρεμβάσεων

Πρώτο παράδειγμα. Προσανατολισμός στο χώρο

Ο σκοπός της διδακτικής παρέμβασης που μέρος της θα παρουσιαστεί εδώ⁷, ήταν να διερευνήσει τις ικανότητες νηπίων σε θέματα που σχετίζονται με τον προσανατολισμό στο χώρο. Ειδικότερα, σκοπός ήταν η εξοικείωση των μαθητών με σύμβολα που δίνουν ενδείξεις και πληροφορίες για τον προσανατολισμό στο χώρο και τελικά η ανάπτυξη της ικανότητας προσανατολισμού των νηπίων.

Η διδασκαλία υλοποιήθηκε σε δημόσιο νηπιαγωγείο με δύο τμήματα και συμμετείχαν είκοσι μαθητές. Οι μαθητές που πήραν μέρος στη διδασκαλία δεν είχαν λάβει μέρος στο παρελθόν σε οργανωμένες δραστηριότητες προσανατολισμού, αντίστοιχες με αυτές που παρουσιάζονται εδώ. Η ερευνητική μορφή της παρέμβασης περιείχε μια εισαγωγική αξιολόγηση (προ-τεστ), διδασκαλία και τελική αξιολόγηση (μετα-τεστ). Εδώ θα περιοριστούμε σε μέρος των δραστηριοτήτων που αναπτύχθηκαν στη διδασκαλία.

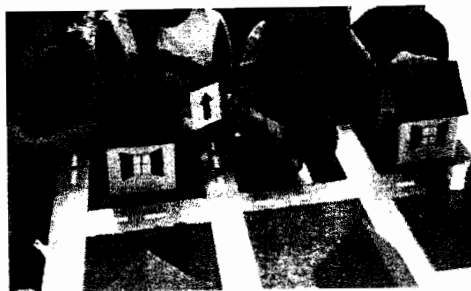
Οργάνωση της τάξης

Οι δραστηριότητες αναπτύχθηκαν σε ομάδες των τεσσάρων παιδιών ώστε να διασφαλιστεί η ενεργός συμμετοχή τους και να διευκολυνθεί η ανάπτυξη μορφών αλληλεπίδρασης. Η νηπιαγωγός ενθάρρυνε τα παιδιά και τα υποβοηθούσε με κατάλληλες ερωτήσεις και υποδείξεις.

⁷ Αναλυτικότερα στοιχεία για την εργασία αυτή βρίσκονται στο: Παναγιωτάρα, Α., Ζαχάρος, Κ., Ρήγα, Β. (2012). Οικειοποίηση εννοιών προσανατολισμού στο χώρο από νήπια. Διδακτικές προσεγγίσεις. *Νέα Παιδεία*, 141, σελ. 73-87.

Το παιδαγωγικό πλαίσιο

Σε μακέτα παρουσιάστηκε «η πόλη των ζώων» (εικόνα 4.1). Η πόλη περιελάμβανε δρόμους, δέντρα, μια λίμνη και τα σπίτια των ζώων. Οι δρόμοι χώριζαν τη βάση της μακέτας σε τετράγωνα.



Εικόνα 4.1 Η μακέτα με την «πόλη των ζώων»

► Πρώτη δραστηριότητα

Σκοπός της ήταν οι μαθητές να μάθουν να κινούνται, με τη χρήση των εντολών, αριστερά, δεξιά, μπροστά και πίσω.

Σύμφωνα με το σενάριο ο ελέφαντας, που ήταν ένα πλαστικό ομοίωμα, ήθελε να επισκεφτεί τη φίλη του τη ζέβρα. Όμως, δε θυμόταν καλά το δρόμο και η φίλη του η ζέβρα του έδωσε λεκτικά οδηγίες να τη βρει.

Εδώ η νηπιαγωγός έδωσε τις εξής οδηγίες: «Θα πάτε ένα βήμα μπροστά, τρία αριστερά, τέσσερα μπροστά, δύο αριστερά».

Σχολιασμός της πρώτης δραστηριότητας. Οι μαθητές ακολουθούν τις οδηγίες που δίνονται. Οι δυσκολίες κάποιων μαθητών να προσδιορίσουν την αριστερή διεύθυνση, διορθώνονται με τις παρεμβάσεις των συμμαθητών της ομάδας.

► Δεύτερη δραστηριότητα

Σκοπός της ήταν η εξοικείωση των μαθητών με την συμβολική αναπαράσταση των κατευθύνσεων αριστερά, δεξιά, μπροστά και πίσω, που έδειχναν αντίστοιχα βελάκια διευθύνσεων.

Αναλυτικότερα, κατασκευάστηκαν καρτέλες με βελάκια-σήματα που απεικόνιζαν τις αντίστοιχες διευθύνσεις και εξηγήθηκε η χρήση τους στο πλαίσιο των συγκεκριμένων δραστηριοτήτων.

Η διδασκαλία στο σημείο αυτό περιλάμβανε την αποδοχή της σύμβασης ότι το βελάκι «←» αντιστοιχεί στην αριστερή κατεύθυνση, το «→» στη δεξιά, το «↑» για μπροστά και το «↓» για πίσω. Στη συνέχεια με κατάλληλες ερωτήσεις ελέγχεται αν τα παιδιά μπορούν να χρησιμοποιήσουν τα βελάκια, με τον τρόπο που συμφωνήθηκε.

Το σενάριο της δραστηριότητας προέβλεπε οι μαθητές να γίνουν τροχονόμοι, χρησιμοποιώντας τα βελάκια-σήματα για να οδηγήσουν τον ελέφαντα στο σπίτι της καμηλοπάρδαλης. Το ρόλο αυτό ανέλαβε να παίξει ένα παιδί το οποίο έδειξε στα υπό-

λοιπα το βελάκι που θα οδηγήσει τον ελέφαντα στο σπίτι της καμηλοπάρδαλης. Στη συνέχεια παρατίθεται ένα ενδεικτικό απόσπασμα διαλόγου (Απόσπασμα διαλόγου 4.1) που δείχνει πως εξελίχθηκε η δραστηριότητα στην περίπτωση μιας ομάδας παιδιών.

Απόσπασμα διαλόγου 4.1 Χρήση των συμβόλων προσανατολισμού

Ένας μαθητής (Μ12) προθυμοποιείται να παίξει το ρόλο του τροχονόμου. Η νηπιαγωγός υποδεικνύει στο παιδί, χωρίς να γίνει αντιληπτό στα άλλα μέλη της ομάδας, τον προορισμό, δηλαδή που βρίσκεται το σπίτι της καμηλοπάρδαλης. Ο Μ12 παίρνει τα βελάκια και αρχίζει να οδηγεί τα παιδιά.

Μ12: Θα πάτε ένα βήμα μπροστά (δείχνει το βέλος που απεικονίζει το μπροστά).

Ένας μαθητής κινεί σωστά το πιόνι με τη συναίνεση των υπολοίπων.

Μ12: Τώρα θα πάτε τρία βήματα αριστερά (δείχνει το αντίστοιχο βέλος. Όμως, η σωστή οδηγία ήταν να στρίψουν δεξιά).

Στο σημείο αυτό παρεμβαίνει η νηπιαγωγός.

Ν (Νηπιαγωγός): Για θυμήσου πού είναι το σπίτι της καμηλοπάρδαλης!

Ο Μ12 αντιλαμβάνεται το λάθος και δίνει τη σωστή οδηγία.

Ένας μαθητής κινεί το πιόνι σωστά.

Μ12: (Συνεχίζει τις οδηγίες) Τέσσερα βήματα μπροστά (δείχνει το σωστό βελάκι).

Ένας μαθητής κινεί το πιόνι σωστά.

...

Τελικά οι οδηγίες οδηγούν την ομάδα στο στόχο.

► Τρίτη δραστηριότητα

Σκοπός της ήταν οι μαθητές να αναπτύξουν την ικανότητα να κινούνται διαβάζοντας ένα χάρτη που είχε μια σημειωμένη διαδρομή με βέλη.

Σύμφωνα με το σενάριο, ο ελέφαντας ήθελε να πάει στο φίλο του το λιοντάρι. Το λιοντάρι του έδωσε ένα χάρτη του δάσους για να τον οδηγήσει στο σπίτι του.

Ο χάρτης δόθηκε σε ένα παιδί κάθε ομάδας, το οποίο ανέλαβε να οδηγήσει τα υπόλοιπα παιδιά, υπαγορεύοντας τις οδηγίες με τα σύμβολα του χάρτη.

Σε αυτή τη δραστηριότητα τα παιδιά μαθαίνουν να «διαβάζουν» μια διαδρομή που είναι σημειωμένη σε ένα χάρτη (ένα φύλλο χαρτί) με βέλη και να την περιγράφουν στους συμμαθητές τους.

» Τέταρτη δραστηριότητα

Σκοπός της ήταν η ανάπτυξη της ικανότητας αποκέντρωσης των μαθητών από τη δική τους οπτική, ώστε να είναι ικανά να περιγράφουν μια διαδρομή με βάση την προοπτική ενός τρίτου, που στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι ο ελέφαντας.

Στη δραστηριότητα αυτή το ελεφαντάκι ήταν στραμμένο ώστε να «βλέπει» σε διαφορετική κατεύθυνση από αυτήν που έβλεπαν τα παιδιά. Ζητήθηκε από τα παιδιά να προσδιορίσουν πώς πρέπει να κινηθεί ο ελέφαντας ώστε να πάει στο φίλο του το πιθηκάκι.

Για την προετοιμασία της δραστηριότητας τοποθετήθηκαν ομάδες παιδιών αντικριστά και ζητήθηκε να προσδιορίσουν αντικείμενα που βρίσκονται στο αριστερό ή δεξί μέρος της απέναντι ομάδας. Για τον έλεγχο των ισχυρισμών τους, τα παιδιά μετακινούνται στη θέση της απέναντι ομάδας.

Η ανάπτυξη της δραστηριότητας προέβλεπε το χωρισμό των ομάδων των παιδιών σε δύο επιμέρους ομάδες οι οποίες τοποθετήθηκαν αντικριστά στη μακέτα με το παιχνίδι και η μια αναλάμβανε να καθοδηγήσει την απέναντι ομάδα προς το στόχο. Κατά τη διάρκεια της δραστηριότητας παρατηρήθηκε ότι οι οδηγίες που δίνονταν από τα παιδιά συχνά βασίζονταν στη δική τους προοπτική. Σε αυτές τις περιπτώσεις η αλληλεπίδραση με τα παιδιά της απέναντι ομάδας λειτουργούσε διορθωτικά. Επίσης, η νηπιαγωγός καλούσε τους μαθητές να μεταφερθούν στην απέναντι πλευρά της μακέτας για να επιβεβαιώσουν ή να διορθώσουν τον ισχυρισμό τους.

Συνοπτικός σχολιασμός των αποτελεσμάτων

Η ανάλυση των απαντήσεων των μαθητών σε όλες τις φάσεις της έρευνας (προ-τέστ, διδασκαλία και μετα-τέστ) έδειξε ότι οι μαθητές μπορεί να ανταποκριθούν ικανοποιητικά σε δραστηριότητες προσανατολισμού στο χώρο. Μάλιστα, η διδασκαλία έδειξε βελτίωση των επιδόσεων των μαθητών, ειδικότερα αυτών που φάνηκε να δυσκολεύονται στο προ-τέστ στις έννοιες του προσανατολισμού. Παρά ταύτα, παρατηρήθηκε δυσκολία στην πλειονότητα των μαθητών να αποκεντρωθούν από τη δική τους οπτική και να χρησιμοποιήσουν αποτελεσματικά προοπτικές που δεν έχουν ως σημείο αναφοράς το σώμα τους. Αυτό φάνηκε ιδιαίτερα στην τέταρτη δραστηριότητα της διδασκαλίας, όπου οι μαθητές δυσκολεύτηκαν να αλλάξουν προοπτική στις εντολές

που έδιναν. Εν τούτοις, τα αποτελέσματα στο μετα-τέστ δείχνουν μια σημαντική βελτίωση των επιδόσεων των συγκεκριμένων μαθητών και σ' αυτή τη δραστηριότητα.

Να σημειωθεί ότι οι μαθητές πολύ συχνά χρησιμοποιούσαν αριθμητικές εκφράσεις για να περιγράψουν μια διαδρομή, όπως για παράδειγμα, «τρία βήματα μπροστά», γεγονός που δηλώνει ένα ικανοποιητικό επίπεδο κατανόησης και λειτουργικής χρήσης του αριθμητικού συμβολισμού στην περιγραφή ποσοτήτων.

Δεύτερο παράδειγμα. Η φωτογραφία ως πηγή άντλησης πληροφοριών για το χώρο

Έρευνες έδειξαν ότι τα παιδιά μπορούν να αντιληφθούν τη φωτογραφία ως αναπαράσταση του χώρου από πολύ μικρή ηλικία και ήδη από την προσχολική ηλικία είναι ικανά να αντιστοιχίζουν ένα αντικείμενο στη φωτογραφία με ένα αντικείμενο στον πραγματικό χώρο. Όμως, στις περιπτώσεις που η προοπτική των φωτογραφιών δεν είναι ίδια με την προοπτική των παιδιών, τα παιδιά δυσκολεύονται να συσχετίσουν τις χωρικές σχέσεις των αντικειμένων μεταξύ τους και να προσδιορίσουν τις θέσεις αντικειμένων (DeLoache 2000, DeLoache, et al. 1998, Newcombe & Huttenlocher 1992).

Επίσης άλλες έρευνες έδειξαν ότι μαθητές προσχολικής εκπαίδευσης είναι ικανοί να κατανοούν τις αεροφωτογραφίες ως αναπαραστάσεις του χώρου και ως πηγή άντλησης πληροφοριών (Blaut & Stea 1974, Sowden, et al. 1996, Matthews 1985, Plester, et al. 2002). Ειδικότερα στις περιπτώσεις των πλάγιων αεροφωτογραφιών οι επιδόσεις των παιδιών είναι καλύτερες απ' ότι στις κάθετες, γιατί στις πλάγιες φωτογραφίες υπάρχει προοπτική και είναι καλύτερα αναγνώσιμες από τους μαθητές.

Στην ελληνική προσχολική εκπαίδευση η φωτογραφία χρησιμοποιείται περιορισμένα και μόνο στη διδασκαλία των γλωσσικών μαθημάτων, για την ανάπτυξη της γλωσσικής έκφρασης των μαθητών, καθώς και στο μάθημα της περιβαλλοντικής εκπαίδευσης για το σχολιασμό περιβαλλοντικών θεμάτων (Δαφέρμου κ.ά. 2006). Στο νέο αναλυτικό πρόγραμμα (Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου 2011), η ικανότητα ανάγνωσης χαρτών και η άντληση πληροφοριών από τους χάρτες εντάσσεται στην διδασκαλία εννοιών του χώρου.

Στην παρουσίαση που γίνεται εδώ⁸ επιχειρείται η ένταξη της φωτογραφίας στη μαθηματική εκπαίδευση και ειδικότερα στην διερεύνηση της ικανότητας των νηπίων να αντλούν πληροφορίες από τις φωτογραφίες. Συγκεκριμένα, σκοπός της είναι να

8 Αναλυτικότερα στοιχεία υπάρχουν στις εργασίες Kίλια & Ζαχάρος (2011) και Kίλια, Zacharos & Ravanis (2015).

διερευνήσει αν οι μαθητές του ελληνικού νηπιαγωγείου μπορούν να αναγνωρίσουν σε συγκεκριμένες φωτογραφίες μορφές αναπαράστασης του πραγματικού χώρου, να εντοπίζουν τη θέση απ' όπου γίνεται η φωτογράφιση και τέλος, να εντοπίζουν με τη χρήση φωτογραφιών τοποθεσίες αντικειμένων.

» Στοιχεία της έρευνας

Όπως σημειώθηκε και προηγούμενα, σκοπός ήταν να διερευνηθεί η ικανότητα των παιδιών να μεταβαίνουν από την αναπαράσταση, που εδώ είναι η φωτογραφία, στον πραγματικό χώρο. Οι φωτογραφίες περιείχαν αναπαραστάσεις ενός μικρού χώρου στο μέγεθος μιας σχολικής αίθουσας και ενός μεγάλου χώρου, που ήταν η αυλή του σχολείου.

» Το παιδαγωγικό πλαίσιο

Το παιδαγωγικό πλαίσιο ανάπτυξης των δραστηριοτήτων της έρευνας προέβλεπε την αναζήτηση ενός κρυμμένου θησαυρού. Οι δραστηριότητες που χρησιμοποιήθηκαν, σύμφωνα με την τυπολογία των Plester, et al. (2002), περιλάμβαναν τρία είδη τοποθεσιών:

Πρώτο είδος τοποθεσίας: Διακριτοί χώροι που ήταν «σημαδεμένοι» από κάποια χαρακτηριστικά διακριτά και μοναδικά στον πραγματικό χώρο, αλλά και στη φωτογραφία.

Σκοπός στη συγκεκριμένη περίπτωση ήταν η εύρεση ενός μοναδικού αντικειμένου στο χώρο, που απαιτούσε αναγνώριση των αντιστοιχιών μεταξύ του μοναδικού αντικειμένου στην αναπαράσταση και του ίδιου αντικειμένου στο χώρο.

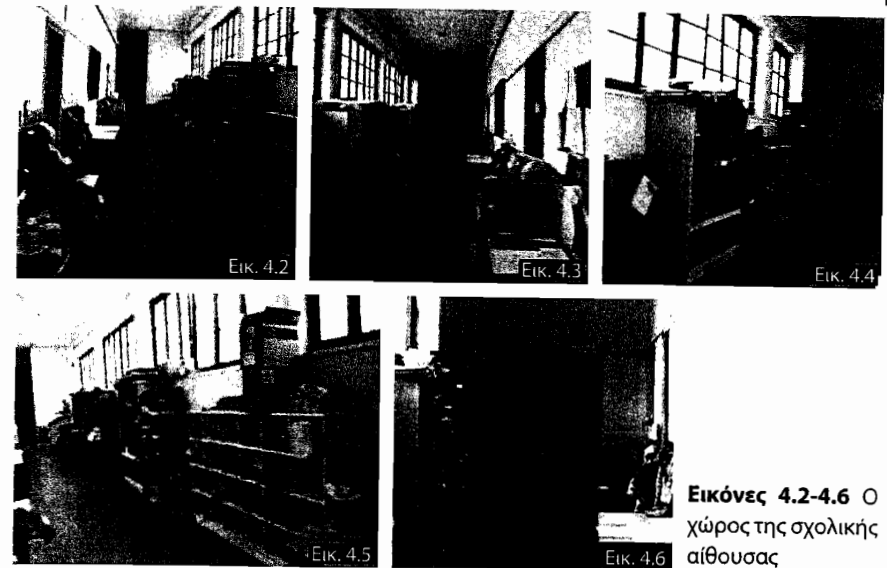
Δεύτερο είδος τοποθεσίας: Μη διακριτοί χώροι, που απαιτούσαν την εύρεση ενός αντικειμένου μεταξύ πολλών ομοίων του, γεγονός που προϋπέθετε τη συσχέτιση των χωρικών σχέσεων μεταξύ των αντικειμένων.

Τρίτο είδος τοποθεσίας: Τέλος, υπήρχαν χώροι που εντοπιζόταν όταν οι μαθητές έπαιρναν υπόψη τους τις υπάρχουσες σχέσεις αναλογίας. Δηλαδή, οι αναλογίες στη φωτογραφία έπρεπε να χρησιμοποιηθούν και στον πραγματικό χώρο.

Στην έρευνα συμμετείχαν 18 μαθητές ενός δημόσιου νηπιαγωγείου.

Όταν έγινε η έρευνα, η νηπιαγωγός της τάξης δεν είχε χρησιμοποιήσει ως εκπαιδευτικό υλικό φωτογραφίες σε ένα πλαίσιο αντίστοιχο μ' αυτό που περιγράφεται εδώ.

Στη συνέχεια καταγράφονται οι δραστηριότητες που βασίστηκαν στη φωτογράφιση των δύο χώρων, της σχολικής αίθουσας και της αυλής του σχολείου.



Εικόνες 4.2-4.6 Ο χώρος της σχολικής αίθουσας

1. Αναπαράσταση της σχολικής αίθουσας

Πρώτη δραστηριότητα: Σε κάθε παιδί παρουσιάζονται δύο εικόνες (εικόνες 4.2 και 4.3) που απεικονίζουν σχολική αίθουσα, από δύο διαφορετικές οπτικές γωνίες. Η οπτική του παιδιού ήταν ευθυγραμμισμένη με αυτή που δείχνει η εικόνα 4.3.

Αρχικά ζητείται από τα παιδιά να αναγνωρίσουν το χώρο που απεικονίζει κάθε φωτογραφία και στη συνέχεια διατυπώνονται ερωτήσεις που αντιστοιχούν στους σκοπούς της έρευνας.

- *Τι είναι αυτό που δείχνει η (κάθε) φωτογραφία;* Σκοπός της ερώτησης είναι να διαπιστωθεί αν τα παιδιά αντιλαμβάνονται τις φωτογραφίες ως αναπαραστάσεις γνωστού τους χώρου.
- *Που καθόταν ο φωτογράφος όταν έβγαλε την φωτογραφία αυτή;* Διαφορετικά: *Που θα πρέπει να καθίσουμε εμείς για να βγάλουμε μια ίδια φωτογραφία;* Σκοπός της να διερευνηθεί αν τα παιδιά μπορούν να εντοπίσουν τη θέση του φωτογράφου.
- *Σε ποιά από τις δύο φωτογραφίες θα φαινόμασταν αν μας φωτογράφιζε ο φωτογράφος αυτή τη στιγμή;* Σε ποιο σημείο στη φωτογραφία καθόμαστε αυτή τη στιγμή; *Ποια είναι η θέση μας στη φωτογραφία αυτή;* Σκοπός της ο προσδιορισμός της προοπτικής της φωτογράφισης και ο εντοπισμός της θέσης των παιδιών στις φωτογραφίες.

Ο λόγος που υπάρχουν φωτογραφίες από δύο διαφορετικές οπτικές γωνίες είναι να ελεγχθεί αν υπάρχει κάποια διαφοροποίηση στον τρόπο που τα παιδιά αντιλαμβάνονται τη φωτογραφία ως αναπαράσταση του χώρου.

Δεύτερη δραστηριότητα: Με τη δραστηριότητα αυτή αναζητούμε την εύρεση του πρώτου είδους τοποθεσίας, δηλαδή την αντιστοίχιση αντικείμενου με αντικείμενο. Επίσης ελέγχεται αν τα παιδιά μπορούν να προσανατολιστούν στο χώρο από οπτική γωνία διαφορετική από τη δική τους.

Κάθε παιδί τοποθετείται στη μέση του δωματίου που φαίνεται στην εικόνα 4.4 και του ζητείται να παίξει το παιχνίδι του «κρυμμένου θησαυρού». Πρέπει να βρει μια φωτογραφία καρφίτσωμένη στο καβαλέτο (αντικείμενο διακριτό και μοναδικό στο χώρο), που δίνει πληροφορίες για την εύρεση του χαμένου θησαυρού.

Τρίτη δραστηριότητα: Η δραστηριότητα αυτή στοχεύει στην εύρεση του δεύτερου είδους τοποθεσίας, που απαιτεί το συντονισμό χωρικών σχέσεων.

Το αντικείμενο που τα παιδιά καλούνται να βρουν βρίσκεται στην άσπρη βιβλιοθήκη (εικόνα 4.5) που είναι χωρισμένη σε διαμερίσματα με δομή που παραπέμπει σε πίνακα 4Χ6. Το αντικείμενο, που είναι ένα κουτί που περιέχει πληροφορίες για τον «κρυμμένο θησαυρό», βρίσκεται στο δεύτερο από την κορυφή ράφι και στην τέταρτη στήλη. Επιπλέον, όλα τα διαμερίσματα («κελιά») έχουν από ένα όμοιο κουτί.

Τα παιδιά καλούνται να υποδείξουν το σωστό κουτί και μετά ελέγχουν την ορθότητα του συλλογισμού τους ανοίγοντας το κουτί.

Εδώ δίνεται η ευκαιρία στη νηπιαγωγό να μιλήσει για τη «λογική» των πινάκων διπλής εισόδου που συγκροτούνται από γραμμές και στήλες. Η διδασκαλία αυτή μπορεί να διευκολύνει τα παιδιά που αντιμετωπίζουν δυσκολία στη δραστηριότητα, να εντοπίσουν το «κελί» με το σωστό κουτί.

Τέταρτη δραστηριότητα: Αφού τα παιδιά βρουν το θησαυρό, είτε μόνα τους είτε με την παρέμβαση της νηπιαγωγού, ζητήθηκε, μετά την υπόδειξη της εικόνας 4.6, να κολλήσουν την συγκεκριμένη φωτογραφία σε θέση στον πραγματικό χώρο που είχε σημειωθεί πάνω στη ίδια τη φωτογραφία. Το σημάδι βρισκόταν στα δύο τρίτα του πλάτους της πόρτας από δεξιά προς τα αριστερά, όπως βλέπουμε την εικόνα 4.6, όπου είχε τοποθετηθεί μια λωρίδα χαρτονιού αντίστοιχη με αυτή της φωτογραφίας. Πριν τα παιδιά κολλήσουν τη φωτογραφία στην πόρτα, ζητήθηκε να υποδείξουν με το δάχτυλό τους στον πραγματικό χώρο (δηλαδή στην πόρτα) την θέση της κουκκίδας που έδειχνε η φωτογραφία.

II. Αναπαράσταση της αυλής του σχολείου

Οι δραστηριότητες στην αυλή του σχολείου είχαν αντίστοιχο σχεδιασμό με αυτές της αίθουσας. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκαν φωτογραφίες τραβηγμένες από την ταράτσα του σχολείου. Παρόλο που οι φωτογραφίες αυτές δεν μπορούν να θεωρηθούν αεροφωτογραφίες, εισάγουν μια μεγαλύτερη κλίμακα απ' αυτή της σχολικής αίθουσας, αλλά και μια οπτική που πλησιάζει σ' αυτή των αεροφωτογραφιών. Για να τις διακρίνουμε από τις φωτογραφίες του εσωτερικού χώρου, τις ονομάζουμε αεροφωτογραφίες.

Πέμπτη δραστηριότητα: Είναι μια εισαγωγική δραστηριότητα, όπου χρησιμοποιούνται αεροφωτογραφίες με πλάγια οπτική γωνία (εικόνες 4.7 και 4.8) που, σύμφωνα με ερευνητικά δεδομένα (Plester, et al. 2002), είναι περισσότερο κατανοητές στην ανάγνωσή τους, από φωτογραφίες με κάθετη προοπτική.

Τα παιδιά ατομικά οδηγούνται στην αυλή του σχολείου, όπου τους παρουσιάζονται οι δύο αεροφωτογραφίες. Και εδώ, όπως και στην αίθουσα, δόθηκαν δύο διαφορετικές οπτικές, ώστε να ελεγχθεί αν υπάρχει διαφοροποίηση στην αντίληψη των παιδιών σχετικά με την αναπαράσταση του χώρου.

Στη συνέχεια, για κάθε φωτογραφία, τίθενται κατάλληλες ερωτήσεις που διευκολύνουν την επίτευξη του ερευνητικού στόχου:

- Τι είναι αυτό που δείχνει η φωτογραφία; Γνωρίζεις το χώρο αυτό; Σου θυμίζει κάτι; Με το ερώτημα αυτό διαπιστώνεται αν τα παιδιά κατανοούν ότι οι συγκεκριμένες φωτογραφίες είναι αναπαραστάσεις της αυλής του σχολείου τους.

Απαντήσεις όπως: «Ο χώρος εδώ», «Το σχολείο μας», «Η αυλή μας», κ.ά. υποδηλώνουν ότι τα παιδιά αντιλαμβάνονται ότι οι φωτογραφίες είναι αναπαραστάσεις του συγκεκριμένου χώρου.

Με τις επόμενες ερωτήσεις διερευνάται αν τα παιδιά καταλαβαίνουν την οπτική γωνία των αεροφωτογραφιών και αν μπορούν να υποδείξουν την θέση τους στις αεροφωτογραφίες:

- Που καθόταν ο φωτογράφος όταν έβγαλε την φωτογραφία αυτή; ή Που θα καθόμασταν εμείς αν θέλαμε να βγάλουμε μια ίδια φωτογραφία;
- Σε ποία από τις δύο φωτογραφίες θα φαινόμασταν και εμείς αν μας φωτογράφιζε ο φωτογράφος αυτή τη στιγμή;
- Μπορείς να μου πεις σε ποιο ακριβώς σημείο καθόμαστε αυτή τη στιγμή;

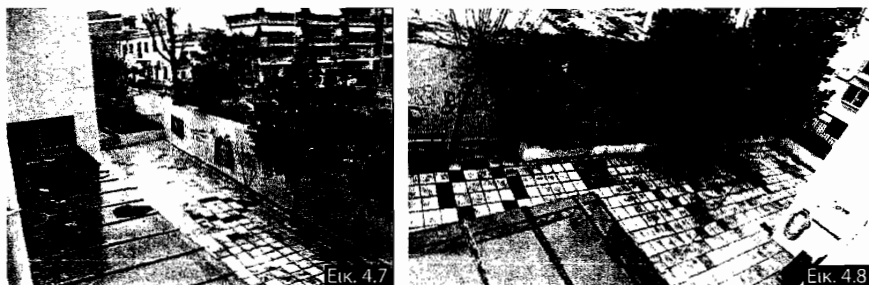
Έκτη δραστηριότητα: Σκοπός εδώ είναι η διερεύνηση της ικανότητας των παιδιών να αντιστοιχίζουν ένα αντικείμενο της φωτογραφίας με ένα αντικείμενο στο χώρο, καθώς και την ικανότητά τους να προσμετρούν τις αναλογίες που υπάρχουν στις φωτογραφίες για να εντοπίζουν αντικείμενα στον πραγματικό χώρο.

Η δραστηριότητα εξελίσσεται ως εξής: Δείχνεται στα παιδιά ένα κουτί παρόμοιο με αυτό που πρέπει να αναζητήσουν, σύμφωνα με το σενάριο του «χαμένου θησαυρού». Η τοποθεσία που είναι κρυμμένο το αντικείμενο φαίνεται στο βάθος της φωτογραφίας 4.7 και σε θέση που αντιστοιχεί στα δύο τρίτα του μήκους ενός κράσπεδου που βρίσκεται στην αυλή. Ο συγκεκριμένος τοίχος είναι μοναδικό στοιχείο στο χώρο και επιπλέον, το παιδί πρέπει να πάρει υπόψη του την κλίμακα των αποστάσεων στην αεροφωτογραφία ώστε να μπορέσει να βρει την αντίστοιχη θέση στον πραγματικό χώρο που είναι κρυμμένο το κουτί.

Σε σχέση με την ικανότητα αντιστοίχισης αντικειμένου με αντικείμενο, επιτυχής μπορεί να θεωρηθεί η απάντηση στις περιπτώσεις που το παιδί υποδεικνύει το κράσπεδο ή κατευθύνεται προς αυτό. Πριν τα παιδιά ψάξουν πίσω από το κράσπεδο για να αναζητήσουν το κρυμμένο αντικείμενο, τους ζητείται να υποδείξουν τη θέση του.

Έβδομη δραστηριότητα: Σκοπός είναι η διερεύνηση της ικανότητας εύρεσης του δεύτερου είδους τοποθεσίας που απαιτεί το συντονισμό χωρικών σχέσεων.

Τα παιδιά αφού βρουν το κρυμμένο κουτί της προηγούμενης δραστηριότητας, είτε μόνα τους είτε με τη βοήθεια της νηπιαγωγού, τοποθετούνται στη μέση της αυλής και ανοίγουν το κουτί. Μέσα στο κουτί βρίσκεται η αεροφωτογραφία 4.8, όπου είναι σημειωμένη η δεύτερη τοποθεσία, που είναι ένα από τα παγκάκια της φωτογραφίας (διακριτό αντικείμενο μεταξύ όμοιων).



Εικόνες 4.7-4.8 Η αυλή του σχολείου

Τρίτο παράδειγμα. Τρισδιάστατες γεωμετρικές κατασκευές

Ενώ ο Piaget και οι συνεργάτες του αποδίδουν την αποτυχία των μικρών μαθητών σε θέματα γεωμετρικής προοπτικής στον παιδικό «εγωκεντρισμό», άλλοι ερευνητές (π.χ. Fishbein, et al. 1972, Hughes 1975, Πούλος 1994), που ασχολούνται με την ικανότητα των μικρών μαθητών να αντιλαμβάνονται θέματα γεωμετρικής προοπτικής, όπως οι κατόψεις γεωμετρικών κατασκευών, οι διαφορετικές οπτικές θέασης τρισδιάστατων αντικειμένων, οι δισδιάστατες αναπαραστάσεις τρισδιάστατων αντικειμένων κ.ά., οδηγήθηκαν από τις έρευνές τους, σε διαφορετικά συμπεράσματα. Ισχυρίζονται δηλαδή ότι, ακόμη και παιδιά 3 έως 5 ετών, είναι ικανά να ανταποκριθούν σε ικανοποιητικό βαθμό σε προβλήματα του χώρου, αντίστοιχα με αυτά που σχολιάζουμε εδώ.

Η έννοια της ορθογωνίας προβολής

Τα παιδιά προσχολικής ηλικίας όταν βλέπουν μία τρισδιάστατη κατασκευή επικεντρώνουν την προσοχή τους στην μπροστινή της επιφάνεια, δηλαδή αυτή που βλέπουν. Αυτή η οπτική επικέντρωση μόνο στο μέρος της επιφάνειας που φαίνεται, έχει σαν αποτέλεσμα να μην βλέπουν την κατασκευή συνολικά, με τις επιμέρους όψεις της, αλλά μόνο μια προβολή της, αυτή που σχετίζεται με τις κάθετες οπτικές γραμμές που συνδέουν το μάτι με το αντικείμενο.

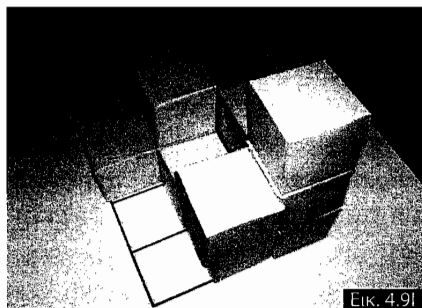
Αναλυτικότερα, στην περίπτωση μιας τρισδιάστατης κατασκευής με κύβους, τα παιδιά προσχολικής ηλικίας επικεντρώνονται σε μια «ορθογώνια προβολή (orthogonal view)», γεγονός που έχει σαν συνέπεια:

- να βλέπουν τις κατασκευές σαν ανοργάνωτα σύνολα από κύβους. Όταν τους ζητηθεί να απαριθμήσουν του κύβους, αρχίζουν να τους μετρούν έναν, έναν, χωρίς όμως την υιοθέτηση μιας στρατηγικής μέτρησης, που οδηγεί σε λάθη, όπως μετρούν δύο φορές κάποιους κύβους και άλλους να μην τους μετρούν καθόλου,
- μετρούν μόνο τους κύβους των εξωτερικών επιφανειών που βλέπουν και αγνοούν τους κύβους που βρίσκονται στο εσωτερικό της κατασκευής ή σε πλευρές της κατασκευής που δεν είναι ορατές. Μάλιστα, θεωρούν το εσωτερικό της κατασκευής «κούφιο»,

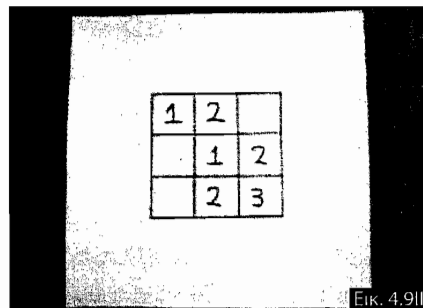
Στις περιπτώσεις που τα παιδιά εφαρμόζουν επιτυχείς στρατηγικές μέτρησης των κύβων μιας κατασκευής, συνήθως αντιλαμβάνονται τις τρισδιάστατες κατασκευές να συντίθενται από «στρώματα» κύβων. Σ' αυτές τις περιπτώσεις τα παιδιά μετρούν έναν έναν τους κύβους κάθε στρώματος και μετά προσθέτουν.

Κατασκευές τρισδιάστατων μοντέλων⁹

Πρώτη δραστηριότητα. Κάτοψη τρισδιάστατου μοντέλου.



Εικ. 4.9I



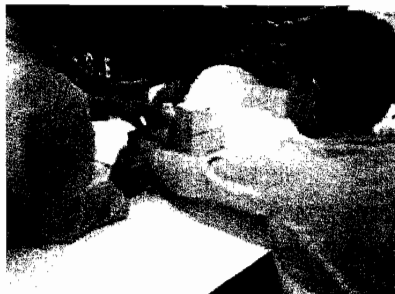
Εικ. 4.9II

Εικόνες 4.9 Κάθετες προβολές τρισδιάστατης κατασκευής

Σκοπός είναι τα παιδιά να μπορούν να καταγράφουν τον αριθμό των κύβων που περιέχει κάθε στήλη μιας τρισδιάστατης κατασκευής (βλέπε την εικόνα 4.9I). Πρόκειται την εξοικείωση με μια μορφή κάτοψης της κατασκευής.

Τα υλικά που χρησιμοποιούνται είναι μια κατασκευή με κύβους, όπως αυτή της εικόνας 4.9I και ένα τετραγωνισμένο φύλλο χαρτιού όπου τα παιδιά πρέπει να αναγράφουν τις θέσεις που υπάρχουν κύβοι και τον αριθμό των κύβων που είναι τοποθετημένοι στην αντίστοιχη στήλη (εικόνα 4.9II).

Συχνά στην υλοποίηση της συγκεκριμένης δραστηριότητας έχει παρατηρηθεί ότι τα παιδιά αναλύουν την κατασκευή τους, ώστε να δουν το «εσωτερικό» της και στη



Εικόνες 4.10 Οι μαθητές αναλύουν τις κατασκευές και απαριθμούν τους κύβους

⁹ Οι δραστηριότητες έχουν αντληθεί από πτυχιακή εργασία των Λούρμπα, Α. και Πανούτσου, Ο. (2009) στο Τ.Ε.Ε.Α.Π.Η.

συνέχεια απαριθμούν τους κύβους που συνθέτουν κάθε στήλη (εικόνες 4.10).

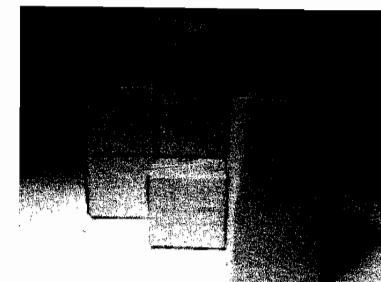
Δεύτερη δραστηριότητα. Το «αποτύπωμα» ενός τρισδιάστατου μοντέλου.

Σκοπός εδώ είναι η εύρεση μιας άλλης κάτοψης του τρισδιάστατου μοντέλου. Μας ενδιαφέρει η επιλογή μεταξύ τεσσάρων διαφορετικών καρτών, εκείνης που μπορεί να προκύψει από ένα πιθανό «αποτύπωμα» του μοντέλου.

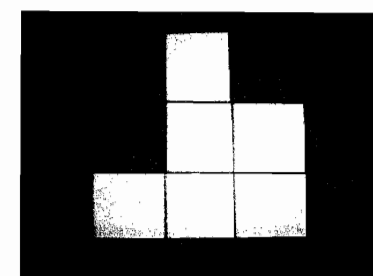
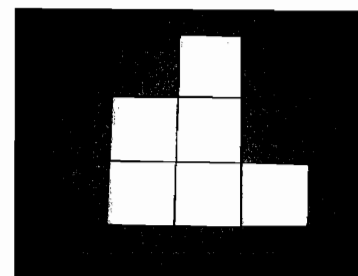
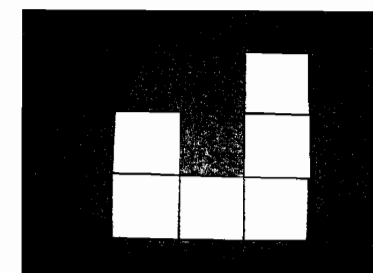
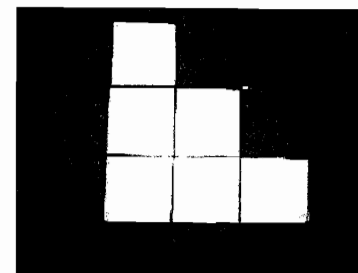
Τα υλικά που χρησιμοποιούνται εδώ είναι μια τρισδιάστατη κατασκευή, σαν της εικόνας 4.11 και τέσσερις κάρτες που απεικονίζουν πιθανές κατόψεις («αποτυπώματα») της κατασκευής (εικόνες 4.12). Τα παιδιά πρέπει να επιλέξουν την κάρτα που ταιριάζει.

Να σημειώσουμε ότι εδώ, όπως στην πρώτη δραστηριότητα, ο προσανατολισμός της κατασκευής και των καρτών πρέπει να είναι σταθερός.

Για την διευκόλυνση στην εύρεση του σωστού αποτυπώματος, οι μαθητές μπο-



Εικόνες 4.11 Η κατασκευή της δεύτερης δραστηριότητας



Εικόνες 4.12 Πιθανές κατόψεις της τρισδιάστατης κατασκευής



Εικόνες 4.13 Τρόποι προσδιορισμού της κάτοψης

ρούν να κοιτάξουν από ψηλά την κατασκευή ή να τη φωτογραφήσουν με κατακόρυφο προσανατολισμό στην οπτική της φωτογραφικής μηχανής.

Μπορούν επίσης να μετακινήσουν την κατασκευή τους πάνω στις κατόψεις (εικόνα 4.13I), ή να σχεδιάσουν το περίγραμμα της κατασκευής τους σε τετραγωνισμένο χαρτί 3X3 (εικόνα 4.13II).

Βιβλιογραφία

- Bishop, A. J. (1980). Spatial Abilities and Mathematics Achievement-A review. *Educational Studies in Mathematics*, 11: 257-269.
- Blaut, J.M. (1991), Natural mapping. Transactions. *Institute of British Geographers*, 16, ns, 55-74.
- Blaut, J.M. (1997a), Children can. *Annals of the Association of American Geographers*, 87, 152-158.
- Blaut, J.M. (1997b), Piagetian Pessimism and the Mapping Abilities of Young Children: A Rejoinder to Liben and Downs. *Annals of the Association of American Geographers*, 87, 168-177.
- Blaut, J., and Stea, D. (1974). Mapping at the Age of Tree. *Journal of Geography*, 73: 5-9.
- Boardman, D. (1983), *Graphicacy and Geography Teaching*. G. Britain: Biddles Ltd, Guildford.
- Clements, D. and Sarama, J. (2009). *Learning and Teaching Early Math. The Learning Trajectories Approach*. Routledge: New York and London.
- DeLoache J. D., (2000). Dual representation and young children's use of scale Models. *Child Development*, 71(2): 329-338.

- DeLoache J. D., Uttal D. H. and Pierroustakos S. L. (1998). The development of early symbolization: educational implications. *Learning and Instruction*, 8(4): 325- 339.
- Downs, R. M., Liben, L. S. and Daggs, D. G. (1988) On Education and Geographers: The Role of Cognitive Developmental Theory in Geographic Education. *Annals of the Association of American Geographers*. 78(4): 680-700.
- Hughes, M. (1986). *Children and Number*. Oxford, Basil Blackwell Ltd.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24(2), 139-162
- Freudenthal, H. (1983), *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Boston, Lancaster: D. Reidel Publishing Company, Dordrecht.
- Kilia, M., Zacharos, K., and Ravanis, K. (2015). Four to six years old children use photographs as sources of information about space. *Early Childhood Education Research Journal*, vol. 23, no. 3, (accepted for publication).
- Kleeman, G. and Hutchinson, N. (2005), Maps in Classrooms. *The Globe*, 57, 1-12.
- Lowrie, T. (2005), Problem solving in technology rich contexts: Mathematics sense. *Journal of Mathematical Behavior*, 24, 275-286.
- Matthews, H. (1985). Young Children's Representation of the Environment: A Comparison of Techniques. *Journal of Environmental Psychology*, 5: 261-278.
- Newcombe N. S., Huttenlocher J.(1992), "Children's Early Ability to Solve Perspective-Taking Problems", *Developmental Psychology*, Vol. 28, No. 4, 635-643
- Pebone, R., Hummel, J. & Holyoak, K. (2001). The use of diagrams in analogical problem solving. *Memory and Cognition*, 29(2), 214-221.
- Plester B., Richards J., Blades M. and Spencer C. (2002). Young children's ability to use aerial photographs as maps. *Journal of Environmental Psychology*, 22:29-48.
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1956), *A Child's Conception of Space*. New York: Norton.
- Poland, M., and Van Oers, B. (2007), Effects of schematising on mathematical development. *European Early Childhood Education Research Journal*, 15(2), 269-287.
- Sowden S., Stea D., Blades M., Spencer C. & Blaut J. (1996). Mapping abilities of four year-old children in York, England. *Journal of Geography*, 95: 107-111.
- Van Oers, B. (1996), Are you sure? Stimulating mathematical thinking during young children's play. *European Early Childhood Education Research Journal*, 4(1), 71-87.
- Van Oers, B. (1997), On the Narrative Nature of Young Children's Iconic Representations: Some evidence and implications. *European Early Childhood Education Research Journal*, 5(3), 237-245.

Γερμανός, Δ. (2002), *Οι τοίχοι της γνώσης. Σχολικός χώρος και εκπαίδευση*. Αθήνα: Gutenberg.

Δαφάρμου, Ε., Κουλούρη, Π. & Μπασαγιάννη, Ε. (2006). *Οδηγός της Νηπιαγωγού*. Αθήνα, Ο.Ε.Δ.Β.

Ζαχάρος, Κ. (2007), *Οι μαθηματικές έννοιες στην προσχολική εκπαίδευση και η διδασκαλία τους*. Αθήνα: Μεταίχμιο.

Ντε Μερεντιέ, Φ. (1981), *Το παιδικό σχέδιο*. Αθήνα: Υποδομή.

Κίλια, Μ. και Ζαχάρος, Κ. (2011). Νήπια αντλούν πληροφορίες από φωτογραφίες για το χώρο. *Η τάξη ως πεδίο ανάπτυξης της μαθηματικής δραστηριότητας. Πρακτικά 4ου Συνεδρίου της Ένωσης Ερευνητών Διδακτικής των Μαθηματικών*, Ιωάννινα, 1-4 Δεκεμβρίου, σελ. 193-202,

Παναγιωτάρα, Α., Ζαχάρος, Κ., & Ρήγα, Β. (2012). Οικειοποίηση εννοιών προσανατολισμού στο χώρο από νήπια. *Διδακτικές προσεγγίσεις. Νέα Παιδεία*, 141, σελ. 73-87.

Πούλος, Α. (1994). *Παιδαγωγική Παρέμβαση για τη διαμόρφωση εννοιών του Γεωμετρικού χώρου σε παιδιά προσχολικής ηλικίας*. Ανέκδοτη Διδακτορική Διατριβή που εκπονήθηκε στο Παιδαγωγικό Τμήμα Νηπιαγωγών του Αριστοτέλειου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης.

Κεφάλαιο Πέμπτο

Διερευνώντας τον κόσμο των γεωμετρικών σχημάτων

Ο Piaget και οι συνεργάτες (Piaget & Inhelder 1956, Piaget κ.ά. 1960) επεξεργάστηκαν μια θεωρία για την κατανόηση των εννοιών του χώρου από τα παιδιά. Στη θεωρία τους εισάγεται η διάκριση μεταξύ της *αντίληψης* (perception), που ορίζεται ως η γνώση των αντικειμένων σαν αποτέλεσμα της άμεσης επαφής μαζί τους και της *αναπαράστασης* (representation), που είναι η ικανότητα της νοητής ανάκλησης και αναπαράστασης των αντικειμένων ενώ αυτά είναι απόντα. Η αντιληπτική ικανότητα του παιδιού αναπτύσσεται στη διάρκεια περίπου των δύο πρώτων ετών που αντιστοιχεί στο στάδιο που ο Piaget ονομάζει *αισθησιο-κινητικό* (sensori-motor stage), ενώ η αναπαραστατική ικανότητα επιτυγχάνεται στην ηλικία των επτά περίπου ετών, που αντιστοιχεί στο στάδιο των *συγκεκριμένων λειτουργιών* (concrete operations). Η πειραματική διερεύνηση της «αντιληπτικής» ικανότητας βασίστηκε στην ικανότητα των παιδιών διάκρισης μεταξύ διαφορετικών αντικειμένων, ενώ για την ικανότητα της «αναπαράστασης» χρησιμοποιήθηκαν σχήματα που έπρεπε να προσδιοριστούν μέσω της αίσθησης της αφής, ενώ απουσίαζε το οπτικό ερέθισμα. Επίσης, η ικανότητα της αναπαράστασης διερευνήθηκε μέσω της σχεδιαστικής ικανότητας ή της ικανότητας συναρμολόγησης σχημάτων.

Βέβαια, η διάκριση μεταξύ της αντιληπτικής και αναπαραστατικής ικανότητας δεν έχει την ομόφωνη αποδοχή των ερευνητών. Ερευνητές της διδακτικής των μαθηματικών (π.χ. Dickson, et al. 1984) ισχυρίζονται ότι η ικανότητα της αντίληψης είναι μια σύνθετη διαδικασία που η διαφορά της από τη λειτουργία της αναπαράστασης είναι κύρια ποσοτική και όχι ποιοτική. Για παράδειγμα, η ικανότητα ενός παιδιού δύο περίπου ετών να διακρίνει και να ονοματίζει σωστά σχήματα τριγώνων και τετραγώνων προϋποθέτει ένα επίπεδο νοητικής αναπαράστασης των σχημάτων αυτών, γεγονός που καθιστά επιτυχή τη διάκριση.

Επιπλέον, οι αντιρρήσεις στις απόψεις του Piaget εστιάστηκαν και σε θέματα μεθοδολογίας. Διαπιστώθηκε ότι τα πειραματικά έργα του Piaget και των συνεργατών του που σχετίζονται με τα γεωμετρικά σχήματα, όταν αντιμετωπίζονται κάτω από μια

Hoffer, A. (1983). Van Hiele-Based research. In Lesh, R. and Landau, M. (Eds.), *Acquisition of Mathematics concepts and processes* (pp. 205-227). Academic Press.

Lehrer, R., Jacobson, C., Thoyre, G., Kemeny, V., Strom, D., Horvath, J., et al. (1998). Developing understanding of geometry and space in the primary grades. In R. Lehrer & D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 169-200). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Piaget, J., & Inhelder, B. (1956). *The child's conception of space*. Routledge and Kegan Paul, London.

Piaget, J., Inhelder, B., & Szeminska, A. (1960). *The child's conception of geometry*. Routledge and Kegan Paul, London.

Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight : A theory of mathematics education*. Orlando, FL: Academic Press.

Van Hiele, P. M. (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with play. *Teaching Children Mathematics*, 5 no. 6 (February 1999).

Van de Walle, J. (2001). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*. Addison Wesley Longman.

Ζαχάρος, Κ. (2007). *Οι Μαθηματικές Έννοιες στην Προσχολική Εκπαίδευση και η Διδασκαλία τους*. Εκδόσεις Μεταίχμιο.

Λούρια, Α. (1995). *Γνωστική Ανάπτυξη* (Β' έκδοση). Ελληνικά Γράμματα, Αθήνα.

Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (2011). *Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου*.

Κεφάλαιο Έκτο

Μετρήσεις γεωμετρικών μεγεθών

Οι μετρήσεις γεωμετρικών μεγεθών αποτελούν ένα από τα αντικείμενα διδασκαλίας του αναλυτικού προγράμματος των μαθηματικών στην Προσχολική Εκπαίδευση (ένθετο 6.1). Οι δραστηριότητες μέτρησης είναι ελκυστικές για τους μικρούς μαθητές και ενδιαφέρουσες γιατί δίνουν τη δυνατότητα της ενασχόλησης με ποικίλες μαθηματικές έννοιες που περιλαμβάνουν τη σύγκριση μεγεθών, την κατασκευή μονάδων μέτρησης, τη συσχέτιση των μεγεθών με αριθμούς, που στην περίπτωση της προσχολικής και πρώτης σχολικής ηλικίας είναι φυσικοί αριθμοί κ.ά. (Clements & Stephan 2004, Clements & Sarama 2009).

Ένθετο 6.1 Μετρήσεις γεωμετρικών μεγεθών στην Προσχολική Εκπαίδευση

Στα νήπια θα πρέπει να δίνονται ποικίλες ευκαιρίες μέσα από δραστηριότητες που έχουν το στοιχείο του παιχνιδιού και με κατάλληλες διδακτικές παρεμβάσεις να εφαρμόζουν τα μαθηματικά στην καθημερινή πρακτική ώστε:

.....
Να χρησιμοποιούν για να μετρούν αυθαίρετες ή συμβατικές μονάδες μέτρησης.
.....

Δ.Ε.Π.Σ., ΦΕΚ 1376/18-10-2001, σ. 1633-1634

Τα νήπια να:

- Πραγματοποιούν άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις όπως και διατάξεις ίσων και άνισων μηκών
- Αναλύουν και συνθέτουν μήκη σε δύο μέρη
- Πραγματοποιούν επικαλύψεις μηκών και στη συνέχεια επικαλύψεις με επαναλήψεις με μη τυπικές και τυπικές μονάδες
- Προσεγγίζουν τη χρήση τυπικών εργαλείων μέτρησης
- Πραγματοποιούν απλές άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις επιφανειών
- Χρησιμοποιούν τετράγωνα για μετρήσουν επιφάνειες
- Δομούν επιφάνειες με τετράγωνα σε γραμμές και στήλες και μετρούν το αποτέλεσμα
- Κάνουν απλές εκτιμήσεις και συγκρίσεις
- Χρησιμοποιούν τετράγωνα για μετρήσουν επιφάνειες
- Εκτιμούν το μέγεθος απλών επιφανειών και κάνουν συγκρίσεις
- Συγκρίνουν χωρητικότητες και όγκους με επανάληψη μη τυπικών μονάδων
- Εκτιμούν τον όγκο απλών στερεών και κάνουν συγκρίσεις

Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου 2011, σελ. 183-187

Ένθετο 6.2 Η έννοια της μέτρησης στον J. Piaget

Ο J. Piaget και οι συνεργάτες του ορίζουν τη μέτρηση ως μια διαδικασία απόσπασης ενός τμήματος από το μετρούμενο μέγεθος, που λαμβάνεται ως μονάδα και η μεταφορά της μονάδας αυτής πάνω στο μέγεθος που απομένει.

Η μέτρηση συνεπώς, από ψυχολογική άποψη, είναι μια σύνθετη διαδικασία που χαρακτηρίζεται από τη *διαίρεση* του μετρούμενου μεγέθους, καθώς και την *αλλαγή θέσης* της επιλεγμένης μονάδας πάνω στο μετρούμενο μέγεθος.

Κεντρικό ρόλο στην διαδικασία αυτή παίζει η *μεταβολή της θέσης* της επιλεγμένης μονάδας μέτρησης και η *μεταφορά* της στο μετρούμενο μέγεθος. Η πρόσκτηση των ικανοτήτων αυτών από τα παιδιά παρουσιάζει δυσκολίες, γιατί δεν περιορίζεται στην μετατόπιση της μονάδας με την εκτέλεση των αναγκαίων σωματικών κινήσεων, αλλά προϋποθέτει τη δυνατότητα της νοητικής αναπαράστασης των *αλλαγών θέσης* της μονάδας.

(Ζαχάρος 2007)

σύνθετη νοητική διεργασία (ένθετο 6.2). Στη συνέχεια θα επισημάνουμε κάποιες παραμέτρους των διαδικασιών μέτρησης που σχετίζονται με βασικές νοητικές λειτουργίες και θεωρούνται αναγκαίες για μια επιτυχή μέτρηση.

Προσδιορισμός του μεγέθους που θα μετρηθεί

Ένα πρώτο βήμα στην ανάπτυξη πρακτικών μέτρησης είναι η κατανόηση από τα παιδιά του μεγέθους που κάθε φορά αποτελεί αντικείμενο του διδακτικού ενδιαφέροντος. Όταν ζητείται από παιδιά προσχολικής και πρώτης σχολικής ηλικίας να μετρήσουν, για παράδειγμα, το χαλί της αίθουσας, πρέπει να γίνεται κατανοητό ποιο είναι το μέγεθος που θα μετρηθεί. Τα φυσικά αντικείμενα που χρησιμοποιούνται στη σχολική αίθουσα έχουν πολλές διαστάσεις και συχνά δεν είναι πάντα σαφές στους μαθητές μας τι ακριβώς μας ενδιαφέρει σε κάθε μέτρηση. Για παράδειγμα, στην περίπτωση του χαλιού, μπορεί να μετρηθεί το μήκος των διαστάσεών του, η περίμετρός του ή η επιφάνεια που καταλαμβάνει. Στην περίπτωση ενός κυλινδρικού δοχείου, μπορούμε με ένα σπάγκο να μετρήσουμε την περίμετρο της κυλινδρικής του επιφάνειας ή το εμβαδόν της, το ύψος του ή την χωρητικότητά του. Είναι συνεπώς αναγκαίο να προσ-

Στόχος της εισαγωγής πρακτικών μέτρησης στην προσχολική και πρώτη σχολική εκπαίδευση είναι η κατανόηση από τους μαθητές και τις μαθήτριες των διαδικασιών μέτρησης του μήκους, του εμβαδού, του όγκου και της χωρητικότητας δοχείων. Επιπλέον, η εξοικείωση με τις πρακτικές μέτρησης, της κατασκευής και χρήσης, από τα ίδια τα παιδιά μονάδων μέτρησης.

Παρά το γεγονός ότι οι διαδικασίες μέτρησης σε ένα τελικό στάδιο οικειοποίησής τους φαντάζουν εύκολες, για τους μικρούς μαθητές η μέτρηση είναι μια

διορίζεται κάθε φορά το μέγεθος που πρόκειται να μετρηθεί μεταξύ των μεγεθών που ευypάρχουν στο εν λόγω αντικείμενο (Van de Walle & Lovin 2006).

Απόδοση νοήματος στις πρακτικές μέτρησης

Αφορμές για ενασχόληση με τη μέτρηση του μήκους αντλούνται από το φυσικό ή ανθρωπογενές περιβάλλον. Μια σημαντική εισαγωγική διδακτική προσπάθεια, οφείλει να στοχεύει στην απόδοση νοήματος στις διαδικασίες μέτρησης. Στην κατεύθυνση αυτή ο ρόλος κατάλληλα σχεδιασμένων δραστηριοτήτων μπορεί να είναι σημαντικός για την ενεργοποίηση ψυχολογικών και παιδαγωγικών παραμέτρων που υποκινούν το ενδιαφέρον του παιδιού για την ενασχόλησή του με πρακτικές μέτρησης μεγεθών. Επιπρόσθετα, η εισαγωγή πρακτικών μέτρησης σε ένα νοηματοδοτημένο πλαίσιο, όπως τονίστηκε και στην ενότητα για την έννοια της δραστηριότητας, διευκολύνει στην ουσιαστική και λειτουργική κατανόηση της έννοιας της μέτρησης.

Μια άλλη σημαντική πλευρά των διαδικασιών μέτρησης περιλαμβάνει τη χρήση κατάλληλων γλωσσικών όρων που περιγράφουν ποσότητες ή το μέγεθος κάθε συγκεκριμένου αντικείμενου. Τέλος, το επικοινωνιακό πλαίσιο μεταξύ εκπαιδευτικού και παιδιών που μπορεί να περιλαμβάνει κατάλληλες ερωτήσεις και παρεμβάσεις μπορεί να συνεισφέρει στην ενίσχυση της αυτόνομης προσπάθειας των παιδιών να κατακτήσουν μέσω της δικής τους δράσης τη νέα γνώση.

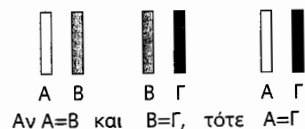
Διδακτικά στάδια στη μέτρηση μεγεθών

Η διαδικασία μέτρησης μπορεί να πάρει ποικίλες μορφές, που προσδιορίζουν και το βαθμό δυσκολίας της μέτρησης. Στα παραδείγματα που θα παρουσιαστούν εδώ διακρίνονται δύο τύποι μέτρησης.

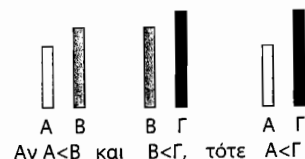
Ο *πρώτος τύπος μέτρησης* σχετίζεται με άμεσες συγκρίσεις των μετρούμενων μεγεθών. Είναι συνήθως εισαγωγική στη διδασκαλία της μέτρησης και εύκολη στη χρήση της από τους μαθητές, ιδιαίτερα στην περίπτωση της μέτρησης του μήκους, αφού μπορούν να αποφανθούμε άμεσα για τα μετρούμενα μεγέθη τοποθετώντας το ένα δίπλα ή πάνω στο άλλο συντονίζοντας τα άκρα τους.

Εύκολες μορφές άμεσης σύγκρισης προκύπτουν από ερωτήσεις όπως: «Ποιό είναι μακρύτερο;», «πιο παχύ;», «βαρύτερο;» κ.λπ., ανάλογα με το μέγεθος που κάθε φορά μας ενδιαφέρει να μετρηθεί. Οι συγκρίσεις που προκύπτουν σ' αυτές τις περιπτώσεις είναι ποιοτικές και μας δίνουν πληροφορίες μόνο για τη σχετική ποσότητα των μεγεθών (π.χ. το μέγεθος Α είναι «μακρύτερο», «πιο παχύ», «βαρύτερο» κ.λπ. από το μέγεθος Β) και δεν εκφράζουν ποσοτικά τα συγκρινόμενα μεγέθη. Τέτοιες ποιοτικές συγκρίσεις απαντώνται συχνά στην καθημερινότητα των παιδιών.

(I) Ισότητα



(II) Ανισότητα



Σχήμα 6.1 Μορφές μεταβατικού συλλογισμού

Ο δεύτερος τύπος μέτρησης σχετίζεται με έμμεσες συγκρίσεις μεγεθών, που προϋποθέτουν σύνθετες νοητικές λειτουργίες, όπως είναι η χρήση μεταβατικών συλλογισμών (σχ. 6.1).

Οι έμμεσες διαδικασίες σύγκρισης μεγεθών προϋποθέτουν την εισαγωγή ενός κοινού διαμεσολαβητή, δηλαδή ενός εργαλείου μέτρησης που μεσολαβεί μεταξύ των συγκρινόμενων μεγεθών. Η μονάδα μέτρησης αποτελεί περίπτωση εργαλείου μέτρησης που δίνει τη δυνατότητα για ποσοτική έκφραση των μετρούμενων μεγεθών. Έρευνες σχετικά με την οικειοποίηση μεταβατικών συλλογισμών, δείχνουν ότι παιδιά 5 και 6 ετών γενικά είναι ικανά να ανταποκριθούν με μεγάλο βαθμό επιτυχίας (Nunes & Bryant 1996).

Η εισαγωγή στη μέτρηση στην προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία γίνεται με τη χρήση αυθαίρετων μονάδων μέτρησης. Τα παιδιά ενθαρρύνονται στη χρήση των δικών τους μονάδων μέτρησης, όπως είναι η χρήση μελών του σώματός τους για το μήκος, η χρήση ορθογώνιων ή τετράγωνων καρτών για το εμβαδόν, ομοιόμορφα ποτήρια και δοχεία για τη χωρητικότητα, κ.ά.

Η χρήση πολλών αντιγράφων της μονάδας μέτρησης που μπορεί να επικαλύψουν ή να 'γεμίσουν' το μετρούμενο μέγεθος, είναι ένας ενδεδειγμένος τρόπος για να κατανοήσουν τα παιδιά τη χρήση της μονάδας μέτρησης, αφού είναι ιδιαίτερα δύσκολο σε ένα εισαγωγικό στάδιο να χρησιμοποιηθεί επαναλαμβανόμενα μια μόνο μονάδα μέτρησης (Van de Walle, & Lovin 2006).

Επιπλέον η έρευνα στη μαθηματική εκπαίδευση τονίζει ότι η διαδικασία μέτρησης μπορεί να είναι αποτελεσματικότερη όταν οι μονάδες μέτρησης είναι αντίστοιχες με τα μεγέθη που μετρούν (Nunes, et al. 1993, Zacharos 2006). Δηλαδή, στη μέτρηση του μήκους η μονάδα μέτρησης οφείλει να είναι ένα επιμήκης μέγεθος, στη μέτρηση του εμβαδού ενδείκνυνται δισδιάστατες μονάδες, όπως τετράγωνα, ορθογώνια κ.λπ., ενώ για τη χωρητικότητα πρέπει να προκρίνονται μονάδες με αντίστοιχες ιδιότητες.

Η μέτρηση στην Προσχολική Εκπαίδευση

Η μέτρηση γεωμετρικών μεγεθών, όπως του μήκους, του εμβαδού και της χωρητικότητας, αποτελούν ενδιαφέρουσες πλευρές της μαθηματικής εκπαίδευσης στο νηπιαγωγείο.

Σκοπός της διδασκαλίας πρακτικών μέτρησης στο νηπιαγωγείο είναι να μπορούν τα παιδιά

- να κατανοήσουν τη διαδικασία της μέτρησης και να οικειοποιηθούν τις πρακτικές μέτρησης,
- να εξοικειωθούν με πρακτικές χρήσης της μονάδας μέτρησης,
- να οικοδομούν και να χρησιμοποιούν μη-συμβατικά εργαλεία μέτρησης και
- να αντιστοιχίζουν αριθμούς με ποσότητες.

Η διατύπωση κατάλληλων ερωτήσεων

Στην επιτυχή έκβαση των δραστηριοτήτων μέτρησης σημαντικός είναι ο ρόλος της/του εκπαιδευτικού. Η διατύπωση κατάλληλων ερωτήσεων ενθαρρύνει τους μαθητές και τους διευκολύνει στην κατανόηση της διαδικασίας (Van de Walle & Lovin 2006).

Ενδεικτικές ερωτήσεις για τη μέτρηση του μήκους:

- «Πόσα τουβλάκια θα χρειαστούμε για να φτάσουμε το ύψος (πχ. ενός 'πύργου');»
- «Πόσος σπάγκος θα χρειαστεί για να καλύψουμε αυτό το δρόμο από τη μία άκρη στην άλλη;»
- «Πόσοι μαρκαδόροι για χρειαστούν για να μετρήσουμε το ύψος του συμμαθητή σου Χ; Πόσοι του συμμαθητή σου Ψ; Ποιος είναι ψηλότερος;»

Ενδεικτικές ερωτήσεις για τη μέτρηση του εμβαδού:

- «Πόσες κάρτες θα χρειαστούμε (δείχνουμε ομοιόμορφες κάρτες) για να καλύψουμε αυτό το σχήμα;»
- «Πόσα πλακάκια χρειάζονται για να πλακοστρώσουμε αυτή την αυλή αυτού του σπιτιού (δείχνουμε σε μακέτα την αυλή ενός σπιτιού);»

Ενδεικτικές ερωτήσεις για τη χωρητικότητα:

- «Πόσες γεμάτες κούπες θα χρειαστούμε για να γεμίσουμε αυτό το δοχείο;»
- «Πόσα ποτήρια πορτοκαλάδας μπορούμε να γεμίσουμε μ' αυτό το δοχείο;»
- «Ποιο δοχείο έχει περισσότερο νερό (δείχνουμε δύο ή τρία δοχεία γεμάτα με νερό);»

Η έννοια του μήκους και η μέτρησή του

Το παιδί μέσω της όρασης δημιουργεί μια πρώτη εικόνα της έννοιας του μήκους. Αυτό σημαίνει ότι, πριν ακόμα το μήκος γίνει ένα καθαρά μαθηματικό αντικείμενο, το παιδί είναι ικανό να κάνει άμεσες συγκρίσεις και συνεπώς η «μέτρηση» που βασίζεται σε

αισθητηριακά δεδομένα προηγείται της επιχειρησιακής μέτρησης (Piaget, et al. 1960), που ως μαθηματικό αντικείμενο, προϋποθέτει τη συσχέτιση με ένα σύστημα μέτρησης.

Παρά την έμφαση που δίνεται από τα αναλυτικά προγράμματα στην εξοικείωση των μαθητών της προσχολικής και πρώτης σχολικής εκπαίδευσης με τις πρακτικές μέτρησης του μήκους, έρευνες δείχνουν το χαμηλό επίπεδο κατανόησης των λογικών αρχών που ενσωματώνονται στις πρακτικές αυτές (π.χ. Kamii & Clark 1997, Boulton-Lewis, et al. 1996, Nunes κ.α. 1993). Οι συγκεκριμένες έρευνες δείχνουν ότι οι μικροί μαθητές συχνά δεν κατανοούν την αναγκαιότητα εισαγωγής της μονάδας μέτρησης, καθώς και τους κανόνες που διέπουν τη χρήση της. Για την υστέρηση αυτή ενοχοποιείται κύρια ο τρόπος διδασκαλίας, που δίνει έμφαση στις τεχνικές μέτρησης χωρίς αυτές να συνοδεύονται από αντίστοιχα παιδαγωγικά πλαίσια που προσδίδουν νόημα στις διαδικασίες μέτρησης (Barrett, et al. 2003, Boulton-Lewis, et al. 1996, Hiebert 1981, Kamii & Clark 1997, Nunes, et al. 1993, Stefan, et al. 2001, Zacharos 2006, Zacharos & Kassara 2012).

Η σύγκριση γεωμετρικών μεγεθών ως προς ένα χαρακτηριστικό, είναι ένα απαραίτητο εισαγωγικό βήμα στη διαδικασία μέτρησης. Η μέτρηση του μήκους αποτελεί μια τυπική περίπτωση γραμμικής μέτρησης, που προσφέρεται ως αντικείμενο διδασκαλίας σε μαθητές προσχολικής εκπαίδευσης, γιατί οι πρακτικές μέτρησης είναι ευκολότερο να κατανοηθούν, απ' ό,τι η μέτρηση άλλων μεγεθών, όπως για παράδειγμα, του εμβαδού, του όγκου ή του βάρους.

Άμεση και έμμεση σύγκριση μηκών

Στα αρχικά στάδια απόκτησης δεξιοτήτων μέτρησης του μήκους, τα παιδιά προβαίνουν σε άμεσες συγκρίσεις χωρίς χρήση πρακτικών επικάλυψης του ενός μεγέθους με το άλλο ή τοποθέτησης του ενός πλάι στο άλλο, αλλά βασίζονται σε οπτικές πληροφορίες (Haylock & Cockburn 1989). Στις περιπτώσεις των άμεσων συγκρίσεων τα παιδιά υλοποιούν «υπολογισμούς» ποιοτικού χαρακτήρα που βασίζονται νοητικά στην αρχή ότι, δύο συγκρινόμενα αντικείμενα είναι ίσα ως προς το μήκος, όταν τα άκρα τους βρίσκονται σε αντιστοίχιση, ενώ εάν ένα άκρο του ενός ξεπερνάει το αντίστοιχο άκρο του άλλου, τότε το πρώτο είναι μεγαλύτερο. Η χρήση των παραπάνω κανόνων μπορεί να είναι αποτελεσματική σε καταστάσεις άμεσων συγκρίσεων δυο ευθύγραμμων μηκών, ενώ οδηγούν σε λανθασμένες εκτιμήσεις στις περιπτώσεις που τα μήκη περιέχουν καμπύλες ή τεθλασμένες γραμμές (Inhelder, et al. 1974).

Σε μια επόμενη φάση ανάπτυξης της ικανότητας μέτρησης του μήκους το παιδί αρχίζει να υλοποιεί έμμεσες συγκρίσεις. Η πιο απλή μορφή σύγκρισης αφορά στη

χρήση ενός αντικειμένου που το μήκος του είναι παρόμοιο με το μήκος των δύο συγκρινόμενων μηκών, το οποίο χρησιμεύει ως ενδιάμεσο εργαλείο. Σε περισσότερο σύνθετες περιπτώσεις που απαιτείται μέτρηση, το εργαλείο-μέτρο που διαμεσολαβεί στη μέτρηση, διαμερίζει (χωρίζει σε διακριτά μέρη) με τη διαδοχική επανάληψή του το μετρούμενο μέγεθος. Οι φορές που η μονάδα μέτρησης χωράει στο μετρούμενο μέγεθος δίνει το αριθμητικό αποτέλεσμα της μέτρησης. Αναλυτικότερα, στην περίπτωση μέτρησης του μήκους εμπλέκονται έννοιες και διαδικασίες όπως είναι (Clements & Barrett 1996, Clements & Stephan 2004, Kammi & Clark 1997):

- Η επιλογή της μονάδας μέτρησης, που συνήθως είναι αντικείμενο με διακριτό το μέγεθος του μήκους και η αναλογία του ως προς το μετρούμενο μέγεθος διευκολύνει στη μέτρηση.
- Η διαμέριση του μετρούμενου μεγέθους σε διακριτά μέρη. Είναι μια νοητική δραστηριότητα τεμαχισμού του μήκους που θέλουμε να μετρήσουμε σε ισομεγέθεις μονάδες.
- Η επανάληψη της μονάδας μέτρησης στο μετρούμενο μέγεθος.
- Ο μεταβατικός συλλογισμός που δίνει τη δυνατότητα των έμμεσων συγκρίσεων.
- Η διατήρηση του μήκους, όπως περιγράφεται στη θεωρία του Piaget, σύμφωνα με την οποία το μήκος ενός αντικειμένου δεν αλλάζει στις διαφορετικές διευθετήσεις του στο χώρο. Πρέπει να σημειώσουμε ότι η διατήρηση του μήκους δεν είναι έννοια ισοδύναμη με την έννοια της μέτρησης, αλλά ενισχύεται η οικοδόμησή της καθώς το παιδί αναπτύσσει πρακτικές μέτρησης (Inhelder κ.ά. 1974).
- Η κατανόηση του γεγονότος ότι, το μέρος που καλύπτεται, για παράδειγμα από δύο μονάδες, εμπεριέχεται σ' αυτό που καλύπτουν οι τρεις.
- Η συσχέτιση της μέτρησης με τους φυσικούς αριθμούς. Με αυτό τον τρόπο το συνεχές μέγεθος του μήκους μετασχηματίζεται μέσω της χρήσης των φυσικών αριθμών και μετασχηματίζεται σε μια διακριτή οντότητα (Newman & Berger 1984).

Επισημάνσεις για τη διδασκαλία

Οι προσεγγιστικές μετρήσεις και η χρήση αντίστοιχου λεξιλογίου που σχετίζεται με αυτές, θεωρούνται πολύ σημαντικές εισαγωγικές πρακτικές για αυτό το επίπεδο μέτρησης. Τα παιδιά πρέπει να παροτρύνονται να χρησιμοποιούν αυθαίρετες μονάδες μέτρησης, όπως, για παράδειγμα, οι πατούσες, μέλη του σώματός τους, μαρκαδόροι, ράβδοι κ. ά., ανάλογα κάθε φορά με τις ανάγκες της συγκεκριμένης μέτρησης. Εκφράσεις όπως: «είναι περίπου οκτώ πατούσες» για το μήκος ενός χαλιού, ή «είναι λιγότερο από επτά τουβλάκια», για το ύψος του τραπεζιού, κ.λπ. βοηθούν τα παιδιά να



Σχήμα 6.2 Μέτρο μέτρησης αποτελούμενο από πέντε πατούσες (Stephan, et al. 2001)

εξοικειωθούν με τις διαδικασίες μέτρησης του μήκους. Το διδακτικό ενδιαφέρον στη μέτρηση του μήκους οφείλει να εστιάζεται κύρια στα επόμενα σημεία (Lehrer 2003, Clements & Stephan 2004, Stephan, et al. 2001):

- Αρχικά, στην επανάληψη της επιλεγμένης μονάδας πάνω στο μετρούμενο μέγεθος. Εδώ, ως μεταβατικό βήμα προκρίνεται η ύπαρξη πολλών ομοιόμορφων μονάδων που θα επικαλύπτουν το μετρούμενο μέγεθος.
- Ένα δεύτερο κριτήριο επιτυχούς μέτρησης είναι, η αρχή κάθε μονάδας να συμπίπτει με το τέλος της προηγούμενης.

Η ικανότητα χρήσης της μονάδας μέτρησης αποτελεί μια σημαντική νοητική κατάρτηση των παιδιών. Ένας τρόπος κατανόησης της χρήσης της μονάδας μέτρησης είναι τα ίδια τα παιδιά να κατασκευάζουν τα δικά τους μέτρα, όπως, για παράδειγμα, σε ερευνητική εργασία των Stephan κ.ά. (2001) που τα παιδιά για να μετρήσουν ένα χαλί κατασκευάζουν ένα μέτρο μέτρησης που αποτελείται από πέντε πατούσες κολημένες σε χαρτοταινία (σχ. 6.2).

Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν ενδεικτικά παραδείγματα διδασκαλίας που αναφέρονται στη μέτρηση του μήκους.

Πρώτη διδακτική παρέμβαση στη μέτρηση του μήκους¹⁸

Οι δραστηριότητες που προτείνονται εδώ περιέχουν δύο φάσεις (Zacharos & Kassara 2012): Στην πρώτη επιδιώκεται μια άμεση σύγκριση των μηκών, με την επικάλυψη του ενός με το άλλο, ή την τοποθέτηση του ενός δίπλα στο άλλο. Στη δεύτερη, η σύγκριση μηκών γίνεται με έμμεσο τρόπο. Σκοπός της δεύτερης φάσης είναι η εισαγωγή και χρήση εργαλείων που θα διευκολύνουν τη σύγκριση. Σημαντική πλευρά της έμμεσης

18 Οι προτεινόμενες εδώ δραστηριότητες υλοποιήθηκαν σε νηπιαγωγεία της Αχαΐας και είναι μέρος ενός ευρύτερου ευρωπαϊκού προγράμματος που προάγει τη διερευνητική μάθηση στην εκπαίδευση. Στο μέρος του προγράμματος με την ονομασία «The Fibonacci Project», που αναφέρεται στη διδασκαλία της μέτρησης του μήκους στην Προσχολική Εκπαίδευση επιστημονικοί υπεύθυνοι ήταν οι Κώστας Ζαχάρος, Κωνσταντίνος Αντωνόπουλος και Γιαννούλα Κασσάρα. Σχετικά με το συγκεκριμένο πρόγραμμα βλέπε στο Fibonacci Newsletter, Issue no 3, October 2011, pages 8-10 (<http://www.ecedu.upatras.gr/fibonacci/>)

σύγκρισης είναι η ανάπτυξη πρακτικών μέτρησης με τη χρήση μονάδων μέτρησης. Οι μονάδες που προκρίνονται είναι αυθαίρετα επιμήκη αντικείμενα, που προτείνονται από τα ίδια τα παιδιά. Και εδώ διακρίνονται δύο διαφορετικές μορφές μέτρησης που αντιστοιχούν σε διαφορετικά επίπεδα δυσκολίας. Στη μια περίπτωση οι μονάδες είναι αριθμητικά επαρκείς για την επικάλυψη όλου του μετρούμενου μήκους, ενώ στη δεύτερη μια μονάδα μέτρησης πρέπει να χρησιμοποιηθεί επαναληπτικά.

Το παιδαγωγικό πλαίσιο

Για την υλοποίηση των παραπάνω στόχων δημιουργούμε κατάλληλο παιδαγωγικό πλαίσιο ώστε η σύγκριση ή η μέτρηση μηκών να προκύπτει από την ανάγκη ανταπόκρισης στην ίδια τη διδακτική κατάσταση. Η διδασκαλία διήρκεσε συνολικά δύο μέρες και περιλάμβανε εισαγωγική αξιολόγηση των γνώσεων των μαθητών σε κάθε μια από τις δύο φάσεις της διδακτικής παρέμβασης, καθώς και τελική αξιολόγηση των αποτελεσμάτων της διδακτικής παρέμβασης.

Στη συνέχεια, γίνεται μία αναλυτική περιγραφή των εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων με ταυτόχρονη παράθεση των επιμέρους στόχων και του απαιτούμενου κάθε φορά εποπτικού υλικού.

Η Διδασκαλία

► Το σενάριο

Η ανάπτυξη της δραστηριότητας βασίζεται στην επόμενη ιστορία:

Μια φορά κι έναν καιρό ένας φοβερός Γίγαντας άρπαξε το κορίτσι της Λουλουδοχώρας και τη φυλάκισε στο κάστρο του! Μόνο κάποιος πολύ γενναίος θα μπορούσε να τα βάλει μαζί του και να το σώσει. Κανείς όμως δεν τα είχε καταφέρει μέχρι τότε και έτσι η πριγκίπισσα παρέμεινε φυλακισμένη στον πύργο κλαίγοντας για το κακό που τη βρήκε.

Μια μέρα ο πατέρας του κοριτσιού ανακοίνωσε πως θα έδινε το βασίλειό του σε όποιον κατάφερνε να την ελευθερώσει. Έτσι, δύο γενναίοι νέοι, ο νέος του γαλάζιου βασιλείου και ο νέος του πράσινου βασιλείου υποσχέθηκαν πως θα το φέρουν πίσω.

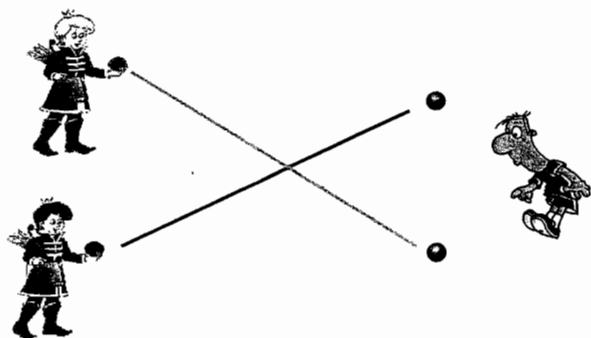
Έτσι, λοιπόν ξεκίνησαν από τα παλάτια τους για να το σώσουν.

Όμως, έπρεπε πρώτα να περάσουν από κάποιες δοκιμασίες

1η φάση- Δραστηριότητες Άμεσης σύγκρισης

► Πρώτη δραστηριότητα (1η δοκιμασία)

Συνέχεια της ιστορίας.



Σχήμα 6.3 Πρώτη δραστηριότητα άμεσης σύγκρισης

Οι δύο γενναίοι νέοι συμμετείχαν σε έναν αγώνα σφαιροβολίας.

Όμως ο διαιτητής δυσκολεύονται να βρει ποιος έστειλε τη σφαίρα πιο μακριά.

Υλικά: Οι αποστάσεις των παιδιών από τα μπαλάκια αποτελούνται από λωρίδες χαρτονιού διαφορετικών χρωμάτων, που μπορούν να μετακινηθούν.

Επίσης δύο πλαστικές σφαίρες στα χρώματα των λωρίδων και φωτοτυπημένα σκίτσα με τους πρίγκιπες (σχ. 6.3).

Πιθανές ερωτήσεις:

- Μπορείτε να βοηθήσετε το διαιτητή να βρει ποιος πέταξε τη σφαίρα πιο μακριά;
- Γιατί (Στην περίπτωση που υποδειχθεί ένας από τους δύο);

» Δεύτερη δραστηριότητα (2η δοκιμασία)

Σκοπός της δραστηριότητας: Ανάπτυξη της ικανότητας ανάλυσης ενός μήκους σε επιμέρους τμήματα και η σύγκριση μηκών με άμεση σύγκριση.

Συνέχεια της ιστορίας

Οι δύο γενναίοι της ιστορίας μας πρέπει τώρα να αγωνιστούν στο τρέξιμο. Θα τρέξουν όμως σε διαφορετικές διαδρομές. Καθένας όμως διαμαρτύρεται ότι η διαδρομή του είναι μεγαλύτερη. Είναι κάποια από τις δύο διαδρομές μεγαλύτερη;

Υλικά: Δύο διαδρομές ίσου μήκους, αλλά διαφορετικής μορφής, όπως είναι στο σχήμα. Η δεύτερη διαδρομή είναι κολλημένη με blue tack ώστε τα παιδιά να μπορούν να αποσπάσουν τα μέρη της και να τα επιθέσουν στην πρώτη διαδρομή (σχ. 6.4).



Σχήμα 6.4 Δεύτερη δραστηριότητα άμεσης σύγκρισης

Πιθανές ερωτήσεις:

- Πιστεύετε ότι κάποια διαδρομή είναι μεγαλύτερη; Ποια;
- Ο διαιτητής επιμένει ότι οι διαδρομές είναι ίσες. Έχει δίκαιο;
- Πως μπορούμε να δούμε αν ο διαιτητής έχει δίκαιο ή άδικο;

2η φάση- Δραστηριότητες Έμμεσης Σύγκρισης

Σκοπός της έμμεσης σύγκρισης. Η εισαγωγή μη συμβατικών μονάδων μέτρησης και η εξοικείωση των μαθητών στη χρήση τους.

» Πρώτη δραστηριότητα (3η δοκιμασία)

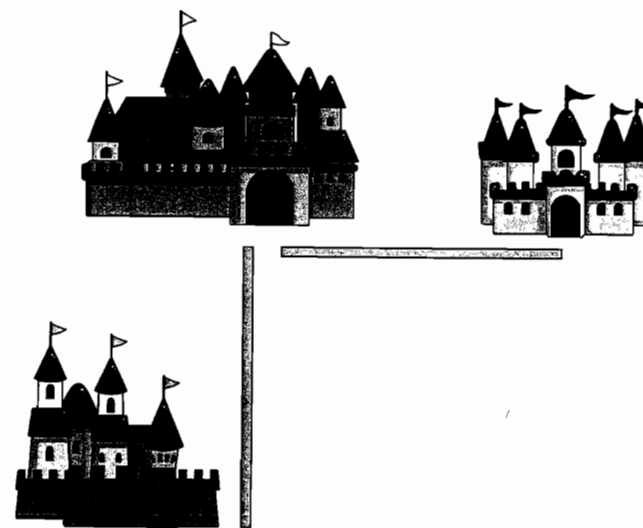
Σκοπός: Εισαγωγή και χρήση της μονάδας μέτρησης (μη συμβατικής μονάδας).

Σημείωση: Οι μονάδες είναι σε επαρκή αριθμό για την επικάλυψη των διαδρομών.

Συνέχεια της ιστορίας.

Οι δύο πρίγκιπες πρέπει τώρα να τρέξουν από τον πύργο τους, στον πύργο που είναι φυλακισμένη η πριγκίπισσα.

Υλικά: Δίνονται φωτοτυπημένα ομοιώματα του κάστρου και των παλατιών, που τοποθετούνται πάνω σε χαρτόνι ή στο δάπεδο. Πάνω στο χαρτόνι κολλάμε τις δύο



Σχήμα 6.5 Πρώτη δραστηριότητα έμμεσης σύγκρισης

διαδρομές όπως είναι στο σχήμα 6.5 (οι διαδρομές έχουν μήκη 54cm και 48cm). Η μια διαδρομή, αυτή που φαίνεται ως κατακόρυφη είναι λίγο μεγαλύτερη.

Επίσης, δίνεται ένα μπουλ που είναι τοποθετημένα πλαστικά ραβδάκια μήκους 6cm, για να χρησιμοποιηθούν στη μέτρηση.

Σκοπός της διδασκαλίας εδώ είναι τα παιδιά να χρησιμοποιήσουν τα υλικά που δίνονται για τη μέτρηση.

Οι διδακτικές παρεμβάσεις πρέπει να κατατείνουν στη χρήση των προηγούμενων υλικών για τη μέτρηση.

Χρήσιμες ερωτήσεις:

- Ποιος πύργος νομίζετε ότι βρίσκεται πιο κοντά στο κάστρο;
- Γιατί νομίζετε ότι είναι πιο κοντά;
- (Στην περίπτωση που υποδείξουν κάποιον πύργο) Πως είστε σίγουροι ότι αυτός ο πύργος είναι πιο κοντά;

► Δεύτερη δραστηριότητα (Τέταρτη δοκιμασία)

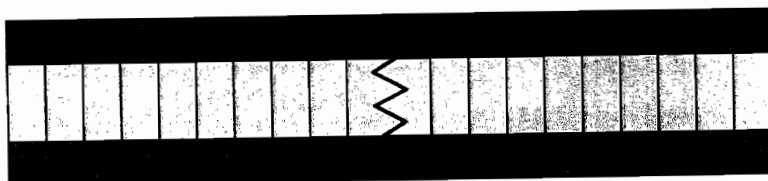
Σκοπός: Να κατανοήσουν, τα παιδιά, ότι διαφορετικές μονάδες μέτρησης δίνουν διαφορετικά αποτελέσματα. Επίσης, να οδηγηθούν στην ανάγκη χρήσης μιας κοινά αποδεκτής μονάδας μέτρησης.

Σημείωση: Οι μονάδες είναι σε επαρκή αριθμό για την επικάλυψη των διαδρομών. Συνέχεια της ιστορίας

Ο πρίγκιπας του γαλάζιου βασιλείου κατάφερε να φτάσει πιο γρήγορα στο Κάστρο! Όμως τι είναι αυτό εκεί μπροστά του; Ένα ποτάμι! Ωχ! η γέφυρα είναι σπασμένη...

Χρήσιμες ερωτήσεις:

- Μπορείτε να βοηθήσετε τον πρίγκιπα να μετρήσει τη γέφυρα για να παραγγείλει στο μάστορα μια καινούργια;
- Τι οδηγίες θα δώσετε στο μάστορα για να φτιάξει τη γέφυρα; Πόσο μεγάλη να είναι;



Σχήμα 6.6 Η σπασμένη γέφυρα

- Μήπως μπορούμε να μετρήσουμε το μήκος της γέφυρας;
- Πώς να το μετρήσουμε; Έχετε καμία ιδέα;

Οι ομάδες κοινοποιούν τα αποτελέσματά τους. Σε περίπτωση χρήσης διαφορετικών μονάδων μέτρησης και συνεπώς διαφορετικών αποτελεσμάτων, η νηπιαγωγός ζητάει από τα παιδιά να αιτιολογήσουν γιατί βρήκαν διαφορετικά αποτελέσματα. Σ' αυτή την περίπτωση μπορεί να τεθούν ερωτήσεις, όπως:

- Είναι κάποια από τις δύο γέφυρες μεγαλύτερη;
- (Απευθυνόμενη σε κάθε ομάδα) Με τι μετρήσατε; Είναι τα μέτρα σας ίδια;

Στην περίπτωση που όλες οι ομάδες χρησιμοποιήσουν την ίδια μονάδα, η νηπιαγωγός ρωτάει:

- Αν μετρήσουμε με αυτό (δείχνει την άλλη μονάδα) θα χρειαστούμε περισσότερα τέτοια (μονάδες) ή λιγότερα; Γιατί;
- Τελικά τι οδηγίες θα δώσουμε στο μάστορα;

► Τρίτη δραστηριότητα (Πέμπτη δοκιμασία)

Σκοπός: Να πραγματοποιούν μετρήσεις με την επαναληπτική χρήση μιας μονάδας μέτρησης.

Συνέχεια της διήγησης.

Συγχαρητήρια!!! Βοηθήσατε τον πρίγκιπα να φτάσει κάτω από το κάστρο που είναι φυλακισμένη η πριγκίπισσα και το δωμάτιό της έχει τρία παράθυρα. Για να τη φτάσει όμως και να τη σώσει πρέπει να φτιάξει μία σκάλα όσο είναι το ύψος του παραθύρου και πρέπει να το κάνει γρήγορα πριν ξυπνήσει ο Γίγαντας!!!

Όμως στη βιασύνη του ξέχασε να πάρει το μέτρο μαζί του. Ψάχνει στις τσέπες του και βρίσκει μόνο ένα ξυλάκι και ένα μολύβι.

Υλικά: Στερεώνουμε τρία χάρτινα ομοιώματα παραθύρων σε διαφορετικές πλευρές της αιθουσας του νηπιαγωγείου. Τα παράθυρα απέχουν από το δάπεδο 7, 8 και 9 φορές (70cm, 80cm, 90cm αντίστοιχα) το μήκος του ξύλου (μήκους 10cm, σχ. 6.7)..

Υλοποίηση: Εδώ οι μαθητές χωρίζονται σε τρεις ομάδες, που καθεμιά μετράει το ύψος ενός διαφορετικού παραθύρου.

Ερωτήσεις που διευκολύνουν:

- Μπορείτε να βρείτε ποιο παράθυρο να διαλέξει;
- Γιατί να διαλέξει αυτό (στην περίπτωση που υποδειχθεί κάποιο);

- Ποιο παράθυρο είναι σε χαμηλότερο ύψος; Γιατί;
- Μπορείτε να βοηθήσετε τον πρίγκιπα να βρει πόσο μεγάλη πρέπει να είναι η σκάλα που πρέπει να φτιάξει;

Επέκταση της τρίτης δραστηριότητας έμμεσης μέτρησης. Κατασκευή ενός μέτρου μέτρησης του μήκους.

Μετά την ολοκλήρωση της 5ης δραστηριότητας, επανερχόμαστε με 5 μονάδες μήκους 5cm που τις φτιάχνουμε με υλικά του νηπιαγωγείου.

Σ' αυτή την περίπτωση θα χρειαστεί η επαναληπτική χρήση της 14 φορές για το χαμηλότερο παράθυρο, 16 για το μεσαίου ύψους και 18 για το υψηλότερο.

Με αφορμή αυτή την «κοπιαστική» εργασία, καλούμε τα παιδιά να βρουν έναν περισσότερο εύκολο τρόπο για τη μέτρηση. Ερωτήσεις που διευκολύνουν σ' αυτήν την κατεύθυνση μπορεί να είναι οι επόμενες.

Ερωτήσεις που διευκολύνουν

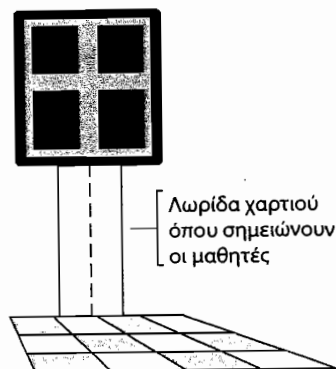
- Μήπως μπορούμε να βρούμε έναν ευκολότερο τρόπο για να μετρήσουμε για να μην κουραζόμαστε;
- Οι μεγάλοι άνθρωποι πως μετράνε;
- Μήπως μπορούμε να φτιάξουμε κι εμείς ένα μέτρο σαν κι αυτά που έχουν οι μεγάλοι με αυτά εδώ τα «ξυλάκια» (δείχνουμε τα ραβδάκια των 5cm);

Οι ερωτήσεις και η παρέμβασή μας πρέπει να οδηγήσουν τα παιδιά στην κατασκευή ενός μέτρου με τις 5 ράβδους των 5cm που θα είναι κολλημένες σε μια λεπτή λωρίδα χαρτονιού και να αποτελούν το «πεντάμετρο» (σχ. 6.8).

Με το «πεντάμετρο» τα παιδιά μπορεί να μετρήσουν το χαμηλότερο παράθυρο που θα είναι 2 «πεντάμετρα» και 4 ραβδάκια, το μεσαίο 3 «πεντάμετρα» και 1 ραβδάκι και το ψηλότερο 3 «πεντάμετρα» και 3 ραβδάκια.



Σχήμα 6.8 Το «πεντάμετρο».



Σχήμα 6.7 Υλικό τρίτης δραστηριότητας έμμεσης μέτρησης

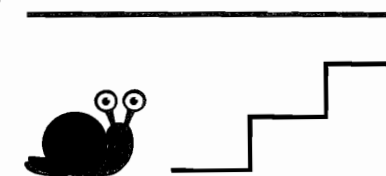
Δραστηριότητες αξιολόγησης

» Πρώτη δραστηριότητα. Άμεση σύγκριση

Μια σύντομη ιστορία

Δύο σαλιγκαράκια ξεκινούν κάθε πρωί για να βρουν την τροφή τους. Οι δρόμοι που ακολουθούν είναι διαφορετικοί.

Η νηπιαγωγός απευθύνεται στα παιδιά και τα καλεί να σκεφτούν, χωρίς να μιλήσουν και τους ακούσει ο κυνηγός σαλιγκαριών, αν κάποιο σαλιγκαράκι περπατάει περισσότερο δρόμο για να βρει την τροφή του.



Σχήμα 6.9 Τα σαλιγκαράκια διανύουν τις διαδρομές για την τροφή τους

Τα παιδιά ατομικά, ψιθυρίζουν στο αυτί της νηπιαγωγού πως θα βρούμε αν κάποια διαδρομή είναι μεγαλύτερη ή όχι.

Όταν όλα τα παιδιά πουν τη γνώμη τους, η νηπιαγωγός με τα παιδιά συγκρίνουν τις διαδρομές.

Υλικά: Διαδρομές σε χαρτόνι 50cm και 5x10cm. Η διαδρομή στην δεύτερη περίπτωση μπορεί να είναι κολλημένη με blue tack ώστε τα παιδιά να έχουν τη δυνατότητα της άμεσης σύγκρισης (σχ. 6.9). Δίνονται σε μπόλ όλα τα υλικά που έχουν χρησιμοποιηθεί κατά τη διδασκαλία. Δίνονται φωτοτυπημένα ομοιώματα σαλιγκαριών και τροφής.

» Δεύτερη δραστηριότητα. Έμμεση σύγκριση.

Μια σύντομη ιστορία.

Η μαμά του Γιαννάκη θέλει να αγοράσει ένα χαλί ίδιο με αυτό που έχει. Όμως δεν ξέρει πώς να το μετρήσει, γι αυτό φωνάζει το γιό της να τη βοηθήσει.

Υλικά: Χρησιμοποιείται χαρτί του μέτρου (60cm) που παριστάνει το χαλί. Σε ένα μπόλ έχουμε δύο πατούσες διαφορετικών μηκών (10 cm και 6 cm) και δύο ξυλαράκια σε ίσα με τις πατούσες μεγέθη. Επίσης ένα μολύβι.

Η νηπιαγωγός απευθύνεται στα παιδιά και τα καλεί να σκεφτούν, χωρίς να μιλήσουν και τους ακούσουν, παρά μόνο στο αυτί της νηπιαγωγού, πως θα βοηθήσουν το Γιαννάκη.

Όταν όλα τα παιδιά πουν τη γνώμη τους, υλοποιείται η δραστηριότητα.

Δεύτερη διδακτική παρέμβαση στη μέτρηση του μήκους.

Σκοπός αυτής της διδακτικής παρέμβασης (Ζαχάρος κ.ά. 2003α, Ζαχάρος κ.ά. 2003β, Ζαχάρος 2007) ήταν να διερευνηθεί η ικανότητα μαθητών και μαθητριών Προσχολικής Εκπαίδευσης και της Α Τάξης Δημοτικού στη κατασκευή εργαλείων μέτρησης του ύψους. Επιπλέον, η δυνατότητα αποτελεσματικής χρήσης των εργαλείων αυτών σε προβλήματα μέτρησης του ύψους κατασκευών.

Συμμετέχοντες

Τριάντα τέσσερα νήπια και δεκατέσσερα παιδιά της Α' Τάξης Δημοτικού, μεταφέρουν από το σπίτι τους χαρτόκουτα που χρησιμοποιούνται για τη συσκευασία τροφίμων (κορν φλέικς, μπισκότα, κ.λπ.). Από το σύνολο των κουτιών επιλέγονται τα κατάλληλα για την κατασκευή 'πύργων'. Στην παρουσίασή μας εδώ θα περιοριστούμε στα ευρήματα που προέκυψαν από τη διδασκαλία στο νηπιαγωγείο.

Διδακτικές καταστάσεις

Αρχικά τα παιδιά εξοικειώνονται με το υλικό και τις διαφορετικές διαστάσεις των κουτιών και επιχειρούν να κατασκευάσουν πύργους διαφορετικών υψών. Μια επόμενη διδακτική κατάσταση προβλέπει την άμεση σύγκριση των κατασκευών, με την τοποθέτηση της μιας κατασκευής δίπλα στην άλλη. Τέλος, η έμφαση της διδασκαλίας, που θα παρουσιαστεί εδώ, δίνεται στην έμμεση σύγκριση των κατασκευών.

Τα παιδιά χωρίζονται σε δύο ομάδες. Στη μια ομάδα δίνονται τρία κουτιά, ενώ στην άλλη τέσσερα. Τα κουτιά είχαν επιλεγεί με τέτοιο τρόπο ώστε, όταν κάθε ομάδα κατασκευάσει την ψηλότερη κατασκευή που δίνουν τα κουτιά, η διαφορά των υψών τους να μη διακρίνεται στην περίπτωση που η μια κατασκευή δεν βρίσκεται πλάι στην άλλη. Ψηλότερος είναι ο πύργος με τα τρία κουτιά.

Υλικά για τη διευκόλυνση της σύγκρισης. Διατίθενται συναρμολογούμενα τουβλάκια, ξύλινες ράβδοι, κομμάτια σπάγκου, χρωματιστές κιμωλίες και μεγάλα κομμάτια χαρτονιού. Τα παιδιά καλούνται να χρησιμοποιήσουν όποια υλικά θέλουν για να επιλύσουν το πρόβλημα της σύγκρισης.

Σύμφωνα με το σενάριο της δραστηριότητας, οι πύργοι είναι «αληθινοί» ώστε να αποτραπεί η μετακίνησή τους που θα οδηγήσει σε άμεση σύγκριση.

Στοιχεία από τη διδασκαλία

Η δυσκολία σύγκρισης του ύψους των κατασκευών κινητοποιεί το ενδιαφέρον των παιδιών για αναζήτηση λύσης με υλικά που προσφέρονται. Η Νηπιαγωγός προτρέπει στην κατεύθυνση αυτή (απόσπασμα διαλόγου 6.1).

Απόσπασμα διαλόγου 6.1 Η νηπιαγωγός προτρέπει στη χρήση εργαλείων μέτρησης του ύψους

N (Νηπιαγωγός): Μπορούν να μας βοηθήσουν αυτά τα ξυλάκια για να μετρήσουμε τους πύργους;

- Όχι (ένα νήπιο). Ναι, ναι (κάποια άλλα).

N: Για να δούμε τι έχετε σκεφτεί.

Κάποια παιδιά παίρνουν τη ράβδο και την τοποθετούν δίπλα στον πύργο και σημειώνουν με το χέρι τους το ύψος του πύργου. Ένα άλλο παιδί προτείνει να σημειωθεί η ράβδος με χρωματιστή κιμωλία. Στη συνέχεια μεταφέρουν τη ράβδο στον άλλο πύργο και αποφαινόμενοι για το ύψος τους. Κάποια άλλα νήπια προτρέπονται να χρησιμοποιήσουν το σχοινί για τη σύγκριση (απόσπασμα διαλόγου 6.2).

Απόσπασμα διαλόγου 6.2 Χρήση της ράβδου ως εργαλείου σύγκρισης

N: Για πέστε μου τώρα, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αυτά τα σχοινάκια για να βρούμε ποιος πύργος είναι πιο ψηλός;

[...]

Μάγδα: Να δείξω εγώ κυρία;

N: Για δείξε μας Μάγδα.

Μάγδα: Θα βάλουμε εδώ την άκρη (κρατάει την άκρη στην κορυφή του πύργου) και θα κόψουμε με το ψαλίδι όσο περισσεύει.

Στη συνέχεια κάποια άλλα νήπια μετράνε το ύψος του άλλου πύργου με άλλο σχοινί (απόσπασμα διαλόγου 6.3).

Απόσπασμα διαλόγου 6.3 Χρήση του σχοινιού ως εργαλείου μέτρησης

N: Και πως θα δούμε τώρα ποιος πύργος είναι πιο ψηλός;

Θα βάλουμε τα σχοινάκια κάτω, το ένα δίπλα στο άλλο για να δούμε πιο είναι μεγαλύτερο (Μάγδα).

Στη διάρκεια ανάπτυξης της δραστηριότητας κάποιο νήπιο προτείνει τη χρήση του χαρτονιού (απόσπασμα διαλόγου 6.4).

Απόσπασμα διαλόγου 6.4 Χρήση του χαρτονιού ως εργαλείου μέτρησης

N: Προηγουμένως μου είπατε ότι μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το χαρτόνι για να δούμε ποιος πύργος είναι ψηλότερος. Για πέστε μου τι είχατε σκεφτεί;

Na βάζαμε το χαρτόνι εδώ (παίρνει το χαρτόνι και το τοποθετεί κάθετα κατά μήκος του πύργου) και να το κόψουμε.

N: Α! πολύ ωραία. Για να βοηθήσει κάποιος.

Ένα νήπιο κόβει από το χαρτόνι μια λωρίδα στο ύψος του πύργου. Το ίδιο επαναλαμβάνεται και για τον άλλο πύργο. Τέλος, συγκρίνονται οι δύο λωρίδες και τα παιδιά αποφαίνονται για το ύψος των πύργων.

Οικοδόμηση της μονάδας μέτρησης του μήκους

Κάποια νήπια προτείνουν τρόπους σύγκρισης που δηλώνουν την οικειοποίηση πρακτικών μέτρησης.

Μια μαθήτρια προτείνει τη χρήση μαρκαδόρων. Αναζητεί μαρκαδόρους στο χώρο της αίθουσας και με τη βοήθεια των συμμαθητών της μετράει, τηρώντας με συνέπεια τη διαδικασία: Χρησιμοποιεί επαναληπτικά το μαρκαδόρο-μονάδα και κάθε φορά που χρησιμοποιείται ο μαρκαδόρος σημειώνεται το άκρο του με μια ένδειξη. Η μέτρηση δείχνει ότι ένας πύργος είναι «πέντε και κάτι», ενώ ο άλλος «πέντε».

Ένας άλλος μαθητής προτείνει τη χρήση των συναρμολογούμενων τούβλων. Η νηπιαγωγός με αφορμή τα διαφορετικά αριθμητικά αποτελέσματα που προκύπτουν από τη χρήση των διαφορετικών μονάδων (μαρκαδόροι, τουβλάκια) εστιάζει την προσοχή των παιδιών στο γεγονός ότι διαφορετικές μονάδες οδηγούν σε διαφορετικά αριθμητικά αποτελέσματα (απόσπασμα διαλόγου 6.5).

Απόσπασμα διαλόγου 6.5 Το μέγεθος της μονάδας μέτρησης

Νηπιαγωγός: Προηγούμενα που μετρήσαμε με τους μαρκαδόρους, χρησιμοποιήσαμε πέντε. Τώρα θα χρειαστούμε περισσότερα από πέντε τουβλάκια ή λιγότερα;

Νήπια: (Πολλά μαζί) Περισσότερα.

Νηπιαγωγός: Γιατί;

Ένα νήπιο: Γιατί αυτό (δείχνει ένα τούβλο) είναι μικρότερο από αυτόν (μαρκαδόρο).

Αξιολόγηση της διδασκαλίας

Οι προτεινόμενες δραστηριότητες και η διδασκαλία στη χρήση των εργαλείων που διαμεσολαβούν στη μέτρηση του μήκους διευκολύνουν τα νήπια να επιλύσουν το πρόβλημα σύγκρισης. Τα παιδιά, στο πλαίσιο της συγκεκριμένης δραστηριότητας, δείχνουν γενικά ικανά στη χρήση των εργαλείων που τους παρέχονται. Η χρησιμοποίηση των συναρμολογούμενων τούβλων, της ράβδου, των κομματιών σχοινιού και των μαρκαδόρων, δείχνει μια ικανότητα λειτουργικής και αποτελεσματικής χρήσης των παραπάνω εργαλείων για την επίτευξη του στόχου της μέτρησης. Μάλιστα τα νήπια, εκτός από τις ποιοτικές συγκρίσεις, προχωρούν και σε ακριβείς μετρήσεις, όπως στην περίπτωση της μέτρησης με μονάδα το μαρκαδόρο ή τα συναρμολογούμενα τουβλάκια, τηρώντας με συνέπεια τη διαδικασία μιας σωστής μέτρησης (Jaslow & Vik 2006): καλύπτουν, δηλαδή, την απόσταση χωρίς να αφήνουν κενά και παράλληλα αντιλαμβάνονται ότι η μέτρηση με διαφορετική μονάδα οδηγεί σε διαφορετικά αποτελέσματα.

Ο ρόλος της νηπιαγωγού στη δημιουργία κατάλληλου επικοινωνιακού κλίματος για την ανάπτυξη της δραστηριότητας είναι ουσιώδης. Τα προτεινόμενα υλικά για τη μέτρηση, ο τρόπος χρήσης τους στις περιπτώσεις που τα παιδιά δυσκολεύονται ή αδυνατούν να τα χρησιμοποιήσουν, καθώς και οι υποβοηθητικές λεκτικές παρεμβάσεις, συνεισφέρουν ουσιαστικά στην επιτυχή έκβαση της διδασκαλίας.

Τρίτη διδακτική παρέμβαση στη μέτρηση του μήκους.

Η στόχευση της συγκεκριμένης διδασκαλίας¹⁹ είναι η δημιουργία κατάλληλων διδακτικών καταστάσεων που θα διευκολύνουν τους μαθητές προσχολικής εκπαίδευσης στην επινόηση και χρήση κατάλληλων εργαλείων για τη μέτρηση αποστάσεων.

Συμμετέχοντες

Στη διδασκαλία συμμετείχαν οι δεκάξι μαθητές ενός δημόσιου νηπιαγωγείου, από τους οποίους οι δέκα ήταν νήπια και έξι προνήπια.

Υλικά και διαδικασία

Μια μακέτα, που σύμφωνα με το σενάριο αναπαριστά τις αποστάσεις των σπιτιών δύο μαθητών από το σχολείο. Οι αποστάσεις έχουν μικρή διαφορά ώστε να είναι δύσκο-

¹⁹ Πτυχιακή εργασία της Αικατερίνης Γκούττη, που εκπονήθηκε το 2007 στο Τ.Ε.Ε.Α.Π.Η., Πανεπιστήμιο Πατρών (ανέκδοτη).

λος ο εντοπισμός της μικρότερης απόστασης με την όραση. Οι μαθητές καλούνται να προσδορίσουν τη συντομότερη απόσταση.

Δίνεται επίσης ένα χαρτόνι με σχεδιασμένο ένα διάδρομο ώστε τα παιδιά να μπορούν να παίξουν κουτσό.

Δίνονται επίσης υλικά όπως, μαρκαδόροι, οικοδομικό υλικό (μεγάλα πλαστικά τούβλα), κορδέλες, μολύβια, ράβδοι, συνδετήρες, καλαμάκια και ομοιόμορφες χάρτινες 'πατούσες' που σχεδιάστηκαν για τις ανάγκες της διδασκαλίας.

Η διδασκαλία περιείχε τρεις διδακτικές καταστάσεις. Κάθε μια διδακτική κατάσταση εισάγεται με κατάλληλο σενάριο.

Η διδασκαλία

Τα νήπια καλούνται να χρησιμοποιήσουν τα υλικά που έχουν στη διάθεσή τους για να βρουν τη μικρότερη απόσταση. Πράγματι ένα νήπιο προτείνει την επικάλυψη των αποστάσεων με τα επιμήκη τούβλα και στη συνέχεια τη μέτρησή τους (εικόνα 6.1).

Νήπιο: Μπορούμε να πάρουμε τα τούβλα και να τα βάλουμε πάνω στους δρόμους και να μετρήσουμε.

Νηπιαγωγός: Πολύ ωραία! Ποιο παιδί θα έρθει να μετρήσει τους δρόμους;

Πολλά παιδιά μετρούν τα τούβλα κάθε διαδρομής και διαμορφώνεται μια συναίνεση για τα αριθμητικά αποτελέσματα και για τη συντομότερη διαδρομή.

Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται και με άλλα υλικά που προτείνονται από τα παιδιά, όπως για παράδειγμα τα καλαμάκια. Η διαφορά στα αριθμητικά αποτελέσματα ως αποτέλεσμα χρήσης 'μονάδων' διαφορετικού μήκους, γίνεται αφορμή για συζήτηση που οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι μεγαλύτερες μονάδες δίνουν μικρότερους αριθμούς και αντίστροφα.



Εικόνα 6.1 Επικάλυψη των διαδρομών με 'μονάδες'-τούβλα.



(α) Επικάλυψη του μήκους με 'πατούσες'



(β) Μέτρηση του μήκους με μέτρο την 'πατούσα'

Εικόνες 6.2 Δύο διαφορετικές στρατηγικές μέτρησης του μήκους

Δεύτερη διδακτική κατάσταση: Τα παιδιά χωρίζονται σε δύο ομάδες που θα ανταγωνιστούν στο 'κουτσό'. Στο νηπιαγωγείο υπάρχει μόνο ένας επιμήκης χάρτινος διάδρομος για το κουτσό και τα παιδιά καλούνται να κατασκευάσουν μια ακόμη διαδρομή που παριστάνει 'κουτσό', αναπαράγοντας ακριβώς τις διαστάσεις του προτύπου που υπάρχει στο νηπιαγωγείο. Πρέπει, δηλαδή να κόψουν μια λωρίδα χαρτονιού στο μέγεθος του προτύπου και επιπλέον να τη διαιρέσουν σε ίσα διαστήματα.

Η νηπιαγωγός προτρέπει τα παιδιά να προτείνουν λύσεις. Αρχικά να κατασκευάσουν ένα χαρτόνι με το μήκος του προτύπου. Ένα νήπιο προτείνει τις χάρτινες 'πατούσες' για το μέτρημα της διαδρομής.

Πράγματι, τα παιδιά τοποθετούν στο χαρτόνι του προτύπου τις 'πατούσες', τη μία πίσω από την άλλη (εικόνα 6.2α). Για την άλλη διαδρομή μια μαθήτρια ακολουθεί την εξής στρατηγική: Παίρνει μια πατούσα και την επαναλαμβάνει κατά μήκος της διαδρομής, σημειώνοντας κάθε φορά το άκρο της (εικόνα 6.2β). Όταν απαριθμεί διαστήματα ίσα με τον αριθμό των πατουσών που επικαλύπτουν το πρότυπο, προτείνει να το κόψουν.

Το επόμενο βήμα για την ολοκλήρωση της κατασκευής είναι ο χωρισμός της χάρτινης λωρίδας σε ίσα μέρη, όπως και στο πρότυπο.

Η μαθήτρια που προηγούμενα πρότεινε την επαναληπτική χρήση της μονάδας- 'πατούσας' πρότεινε ένα νέο μέτρο για να σημειωθούν οι αποστάσεις μεταξύ των χωρισμάτων: Ξεκινώντας από την αρχή της λωρίδας, τοποθέτησε δύο πατούσες, τη μία πίσω από την άλλη και σημείωσε πάνω στη δεύτερη πατούσα το σημείο που η πατούσα τέμνει το χώρισμα. Χρησιμοποιώντας αυτό ως μέτρο συνεχίζει και σημειώνει και το υπόλοιπο της διαδρομής (εικόνα 6.3).

Αξιολόγηση της διδασκαλίας

Η διδασκαλία αξιολογήθηκε με ατομικές συνεντεύξεις των παιδιών σε ένα πρόβλημα σύγκρισης αποστάσεων. Αναλυτικότερα, σε μια μακέτα ήταν σημειωμένο ένα σπίτι και δύο ευθύγραμμες διαδρομές οδηγούσαν στη θάλασσα. Ζητήθηκε από τα παιδιά να προσδιορίσουν τη μικρότερη. Να σημειωθεί ότι τα μήκη των διαδρομών διέφεραν ελάχιστα μεταξύ τους.

Όπως και στη διδασκαλία τα υλικά που είχαν τα παιδιά στη διάθεσή τους ήταν μολύβια, ράβδοι, ισομήκη ξυλάκια και ισομήκης κορδέλες, 'πατούσες' και οικοδομικό υλικό.

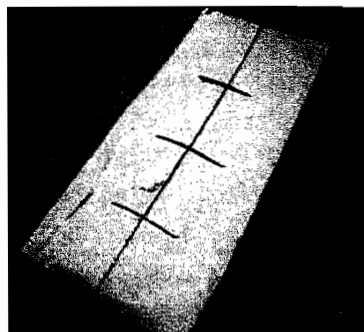
Οι απαντήσεις των μαθητές έδειξαν ότι στην πλειονότητά τους (δέκα από τα δεκάξι παιδιά) καταφεύγουν σε πρακτικές μέτρησης. Τα μέτρα που χρησιμοποιούν οι μαθητές, καθώς και οι στρατηγικές μέτρησης ποικίλουν. Συνήθως χρησιμοποιούν τις «πατούσες», και επικαλύπτουν τις αποστάσεις, ενώ άλλοι τα ισομήκη ξυλάκια, ή τους μαρκαδόρους (εικόνα 6.4). Επίσης κάποιοι μαθητές χρησιμοποίησαν μια μόνο



Εικόνα 6.4 Επικάλυψη της απόστασης με μαρκαδόρους

Η έννοια του εμβαδού και η μέτρησή του

Ενώ η σύγκριση μηκών, ιδιαίτερα στις περιπτώσεις της άμεσης σύγκρισης είναι μια σχετικά εύκολη διαδικασία, αφού μπορούμε να τοποθετήσουμε το ένα μήκος πλάι ή πάνω στο άλλο, η άμεση σύγκριση της επιφάνειας δύο σχημάτων παρουσιάζει πρόσθετες δυσκολίες. Για παράδειγμα, η άμεση σύγκριση δύο επιφανειών με τη διαδικασία της επικάλυψης είναι εφικτή μόνο κάτω από ορισμένες προϋποθέσεις. Όπως στην



Εικόνα 6.3 Με ένα μέτρο από 'πατούσες' χωρίζεται το μήκος σε ίσα μέρη

μονάδα επαναλαμβάνοντας διαδοχικά στο μετρούμενο μήκος. Τέλος, κάποιοι χρησιμοποίησαν με «ασυνεπή» τρόπο τις μονάδες, αφήνοντας μεγάλα κενά μεταξύ τους και μόνο ένας μαθητής (προνήπιο) αρνήθηκε να προτείνει λύση.

περίπτωση ορθογωνίων σχημάτων που έχουν μια κοινή πλευρά ή ιδιότητα. Επίσης, η άμεση σύγκριση είναι εφικτή στην περίπτωση δύο κύκλων. Ακόμη όμως και σ' αυτές τις περιπτώσεις που η επικάλυψη μπορεί να δώσει εμφανή αποτελέσματα, αναδύονται προβλήματα στην εννοιολογική κατανόηση του εμβαδού. Γιατί, το ενδιαφέρον των παιδιών εστιάζεται στη διαφορά της διάστασης του μήκους ή του πλάτους και όχι στην συνολική επιφάνεια που καταλαμβάνουν τα δύο σχήματα.

Η κατανόηση της έννοιας του εμβαδού, η σύγκριση και η μέτρηση επιφανειών στην προσχολική Εκπαίδευση και στις πρώτες βαθμίδες της πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης επιτυγχάνεται με πρακτικές που προβάλλουν τα εννοιολογικά χαρακτηριστικά της επιφάνειας. Για το λόγο αυτό προκρίνονται ποιοτικές προσεγγίσεις, όπως είναι η ανάλυση των συγκρινόμενων επιφανειών σε ισοδύναμα μέρη, αντίστοιχες με αυτές που απαντώνται και στον Ευκλείδη (Kidman & Cooper 1997, Nunes, et al. 1993, Outhred & Mitchelmore 1996, Zacharos & Ravanis 2000, Zacharos 2005, 2006, Zacharos & Chassapis 2012,). Παρόμοια είναι και η πρακτική επικάλυψης της μετρούμενης επιφάνειας με μια επιφάνεια που ενέχει το ρόλο της μονάδας μέτρησης. Ειδικότερα η οικοδόμηση της μοναδιαίας επιφάνειας και η δυνατότητα συντονισμού των μοναδιαίων επιφανειών ώστε να καλυφτεί η μετρούμενη επιφάνεια, αποτελούν τη βάση της παιδικής έλλογης δραστηριότητας στο θέμα της μέτρησης του εμβαδού.

Στην προσχολική Εκπαίδευση οι πρακτικές επικάλυψης μιας επιφάνειας με τη μονάδα μέτρησης κρίνονται ιδιαίτερα αποτελεσματικές για τη μέτρηση επιπέδων σχημάτων (Nitabach & Lehrer 1996, Reynolds & Wheatley 1996, Zacharos 2006, Zacharos & Ravanis 2000).

Επισημάνσεις για τη διδασκαλία

Η επιτυχής μέτρηση του εμβαδού προϋποθέτει την κατάκτηση ικανοτήτων όπως είναι (Clements & Stephan 2004, Reynolds & Wheatley 1996):

- Η ικανότητα ανάλυσης της μετρούμενης επιφάνειας σε διακριτά μέρη (διαμέριση). Η διαμέριση, όπως και στην περίπτωση της μέτρησης του μήκους, μπορεί να είναι κύρια μια νοητική λειτουργία που διευκολύνει στην επιλογή της μονάδας μέτρησης ή, ανάλογα με τις συνθήκες της ιδιαίτερης μέτρησης, μπορεί να είναι και η φυσική απόσπαση μιας μοναδιαίας επιφάνειας από τη μετρούμενη επιφάνεια.
- Η επανάληψη της επιλεγμένης μονάδας στη μετρούμενη επιφάνεια. Να σημειώσουμε ότι στην περίπτωση δισδιάστατων σχημάτων, μια επιτυχής επικάλυψη

προϋποθέτει το συντονισμό των δύο διαστάσεων που ενυπάρχουν στα επίπεδα σχήματα ώστε να 'σαρωθεί' ολόκληρη η επιφάνεια.

- Η ικανότητα κατανόησης ότι η επιφάνεια παραμένει ίδια παρά τις διαφορετικές διευθετήσεις της στο χώρο. Πρόκειται και εδώ για την έννοια της διατήρησης της επιφάνειας, όπως αυτή απαντάται στο θεωρητικό πλαίσιο του Piaget.

Σε μεγαλύτερες σχολικές βαθμίδες η επιτυχής μέτρηση μιας ορθογώνιας επιφάνειας, που οδηγεί στην εισαγωγή του τύπου 'μήκοςΧπλάτος' ή 'βάσηΧύψος', προϋποθέτει ικανότητες όπως είναι:

- Η ικανότητα ανάλυσης της επιφάνειας σε γραμμές ή στήλες.
- Η ικανότητα γραμμικής μέτρησης και απαρίθμησης των γραμμών που συνθέτουν την επιφάνεια.

Μια βασική αρχή που πρέπει να συνοδεύει τη διδακτική παρέμβαση στη μέτρηση επιφανειών είναι η εξοικείωση των μαθητών και μαθητριών με πρακτικές επικάλυψης, ώστε να μην υπάρχουν αλληλοεπικαλύψεις μονάδων ή να μένουν ακάλυπτα μέρη. Οι πρακτικές επικάλυψης πρέπει να περιλαμβάνουν την κατασκευή στηλών ή γραμμών που συντίθενται από μονάδες και επικαλύπτουν τη μετρούμενη επιφάνεια. Η εξοικείωση με τις πρακτικές αυτές διευκολύνει ώστε η εισαγωγή του τύπου στις πρώτες σχολικές βαθμίδες για τον υπολογισμό του εμβαδού του ορθογωνίου να είναι επαρκώς νοηματοδοτημένη.

Διδακτική παρέμβαση στη μέτρηση του εμβαδού

Σκοπός της διδακτικής παρέμβασης που θα παρουσιαστεί εδώ είναι η σύγκριση επιφανειών, η μέτρηση επιφανειών με διαφορετικές μονάδες μέτρησης.

Η στρατηγική που χρησιμοποιήθηκε για τα προβλήματα σύγκρισης και μέτρησης είναι η πρακτική της επικάλυψης.

Συμμετέχοντες στην έρευνα

Είκοσι τρία νήπια από δύο δημόσια Νηπιαγωγεία συγκρίνουν και μετρούν ορθογώνιες επιφάνειες με τη διαδικασία της επικάλυψης. Επίσης, εξοικειώνονται με τις μονάδες μέτρησης επιφανειών και τη χρήση τους.

Η διαδικασία

Ο σχεδιασμός της έρευνας βασίστηκε σε ένα ημι-πειραματικό σχέδιο με τρία στάδια: το προ-τεστ, τη διδασκαλία και το μετα-τεστ. Στο προ-τεστ, τα νήπια συμμετείχαν

σε ατομικές συνεντεύξεις μέσω των οποίων αξιολογήθηκε η ικανότητά τους στη σύγκριση και μέτρηση επιφανειών. Στη διδασκαλία αναπτύχθηκαν πρακτικές μέτρησης ορθογώνιων επιφανειών και στο μετα-τεστ αξιολογήθηκε η συνεισφορά της διδασκαλίας στη βελτίωση της ικανότητας των παιδιών να ανταποκριθούν σε έργα παρόμοια με αυτά του προ-τεστ.

Αναλυτικότερα, στο προ-τεστ δείχνονται ατομικά σε κάθε παιδί τέσσερα διαφορετικά σχήματα που αποτελούνται από τέσσερα ίσα τετράγωνα κομμάτια «σοκολάτας» και καλούνται να πουν αν κάποιο από τα σχήματα έχει περισσότερη σοκολάτα (σχ. 6.10).

Η διδασκαλία πραγματοποιείται δύο μέρες μετά το προ-τεστ και προτείνονται κατάλληλες διδακτικές καταστάσεις, μέρος των οποίων παρουσιάζονται στη συνέχεια.

Η διδασκαλία

» Πρώτη διδακτική κατάσταση

Στόχος είναι η σύγκριση δύο επιφανειών διαστάσεων 18cmΧ18cm και 12cmΧ24cm.

Σύμφωνα με το σενάριο, οι επιφάνειες είναι αυλές σπιτιών που πρέπει να πλακοστρωθούν με πλακάκια σχήματος τετραγώνου. Τα «πλακάκια» έχουν διαστάσεις 6cmΧ6cm και ο αριθμός τους είναι επαρκής για την κάλυψη των επιφανειών. Επίσης οι επιφάνειες είναι κατάλληλα σχεδιασμένες ώστε να χωρούν ακέραιο αριθμό πλακιδίων. Τα παιδιά καλούνται να βρουν αν κάποια από τις δύο επιφάνειες θα χρειαστεί περισσότερα πλακάκια.

Αρχικά ζητείται η εκτίμηση των παιδιών σχετικά με το μέγεθος των επιφανειών. Τόσο στα πειράματα του Piaget και των συνεργατών του (1960), όσο και σε άλλες έρευνες (Zacharos 2006) έχει παρατηρηθεί ότι τα παιδιά στις απαντήσεις τους επηρεάζονται από τη μορφή των σχημάτων. Ειδικότερα στην περίπτωση των συγκεκριμένων σχημάτων, η προσοχή των παιδιών επικεντρώνεται στο μήκος του ορθογωνίου και ισχυρίζονται ότι τα επιμήκη ορθογώνια έχουν μεγαλύτερο μήκος.

Οι διαφορετικές απαντήσεις των παιδιών δίνουν αφορμή για συζήτηση και η απαίτηση για συναίνεση οδηγεί στην υιοθέτηση της μέτρησης των επιφανειών με τη στρατηγική της επικάλυψής τους με τις τετραγωνικές μονάδες.

Η νηπιαγωγός με τα παιδιά πηγαίνουν στο πλακοστρωμένο μέρος της αυλής του νηπιαγωγείου και παρατηρούν τον τρόπο που είναι τοποθετημένα τα πλακάκια το ένα πλάι στο άλλο, δημιουργώντας σειρές. Στη συνέχεια την εμπειρία τους προσπαθούν να την αποτυπώσουν στην κατασκευή τους. Πράγματι, τα παιδιά χωρίζονται σε δύο

ομάδες και υλοποιούν τη διαδικασία της επικάλυψης. Φροντίζουν να επικαλύπτουν ολόκληρες τις επιφάνειες, χωρίς κενά και χωρίς να ξεφεύγουν από τα όρια των επιφανειών, καθώς και χωρίς οι μονάδες να επικαλύπτουν η μια την άλλη. Τα παιδιά απαριθμούν τα πλακίδια και αποφαινόνται για το μέγεθος των επιφανειών. Τέλος, επανεξετάζουν την αρχική τους άποψη.

► Δεύτερη διδακτική κατάσταση

Στόχος της είναι η εξοικείωση με τη χρήση διαφορετικών μονάδων μέτρησης.

Στα υλικά που χρησιμοποιούνται, εισάγεται μια νέα επιφάνεια ίδια με την ορθογώνια της προηγούμενης διδακτικής κατάστασης, καθώς και πλακίδια διαφορετικής διάστασης (4cmX4cm).

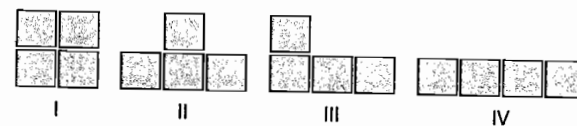
Αρχικά τα παιδιά ερωτώνται αν στην περίπτωση της νέας επιφάνειας θα χρειαστούν περισσότερα, λιγότερα ή ίσα πλακίδια με αυτά που χρησιμοποιήθηκαν για την πλακόστρωση της προηγούμενης ορθογώνιας επιφάνειας, όπου οι μονάδες είχαν μεγαλύτερο εμβαδόν. Η πλειονότητα των νηπίων δίνει σωστές απαντήσεις, αιτιολογώντας με επαρκή επιχειρηματολογία τον ισχυρισμό τους. Υπάρχουν, όμως, νήπια που ισχυρίζονται λανθασμένα ότι θα χρειαστούν λιγότερα από τα μικρότερα πλακίδια. Με αφορμή τις διαφορετικές προσεγγίσεις προτείνεται η μέτρηση της νέας επιφάνειας, όπου τα νήπια διαπιστώνουν ότι το μέγεθος της μονάδας επηρεάζει το αριθμητικό αποτέλεσμα.

► Τρίτη διδακτική κατάσταση

Στόχος είναι η μέτρηση επιφανειών με τη χρήση μονάδων μέτρησης που είναι ορθογώνια (6cmX3cm). Σύμφωνα με το σενάριο, δύο ορθογώνιες επιφάνειες (15cmX12cm και 18cmX9cm) πρέπει να καλυφτούν με χλοοτάπητα. Η επικάλυψη έγινε με τις ορθογώνιες μονάδες και οδήγησε σε σωστή χρήση των μονάδων και επιτυχή μέτρηση των επιφανειών.

► Αξιολόγηση της διδασκαλίας

Η συγκεκριμένη έρευνα ολοκληρώθηκε με την αξιολόγηση της συνεισφοράς της διδασκαλίας. Έγινε ατομικά, μια εβδομάδα μετά τη διδασκαλία και ζητήθηκε από τους μαθητές να αποφανθούν σχετικά με το μέγεθος επιφανειών. Τα προβλήματα που δίνονται στους μαθητές είναι παρόμοια με αυτά του προ-τεστ και μοιάζουν με τα πιαζετιανά πειράματα διατήρησης της επιφάνειας (Piaget, et al. 1960). Συγκεκριμένα, δίνονται τέσσερα διαφορετικά σχήματα με ισοδύναμα εμβαδά (σχ. 6.10). Κάθε σχήμα, που παριστάνει λιβάδι, συντίθεται από τέσσερα πράσινα τετράγωνα. Υπάρχει η



Σχήμα 6.10 Διαφορετικοί τρόποι διευθέτησης ισοδύναμων επιφανειών

δυνατότητα της απόσπασης των τετραγώνων και της τροποποίησης της μορφής των σχημάτων. Τέλος, ομοιόμορφα πρόβατα τοποθετήθηκαν δίπλα από κάθε σχήμα. Τα παιδιά καλούνται να απαντήσουν στο ερώτημα, αν κάθε πρόβατο έχει ίδιο χορτάρι να φάει σε κάθε μια από τις τέσσερις περιπτώσεις.

Οι απαντήσεις των παιδιών στο προ-τεστ και το μετα-τεστ ταξινομήθηκαν σε τρεις κατηγορίες:

- Στην κατηγορία των επαρκών ταξινομήθηκαν οι σωστές και αιτιολογημένες απαντήσεις, χωρίς την παρέμβαση της νηπιαγωγού.
- Ως ενδιάμεσες χαρακτηρίστηκαν οι σωστές και αιτιολογημένες απαντήσεις στις περιπτώσεις που χρειάστηκε παρέμβαση της νηπιαγωγού.
- Τέλος, ως ανεπαρκείς καταγράφονται οι λανθασμένες απαντήσεις των παιδιών, καθώς και οι περιπτώσεις που τα νήπια δεν δίνουν απαντήσεις, παρά τις διευκολυντικές παρεμβάσεις της νηπιαγωγού.

Η αξιολόγηση των απαντήσεων των παιδιών στο μετα-τεστ δείχνει βελτίωση των επιδόσεων των νηπίων μεταξύ του προ-τεστ και μετα-τεστ (πίνακας 6.1). Τα νήπια στην πλειονότητά τους (δεκαπέντε νήπια) δίνουν επαρκείς απαντήσεις, όπως στην περίπτωση του επόμενου νηπίου που, αφού απαριθμήσει τα τετράγωνα κάθε επιφάνειας, αποφαινεται:

«...όλα τα χωράφια είναι ίδια γιατί όλα έχουν τέσσερα (τετράγωνα)».

Πέντε μαθητές διορθώνουν τις αρχικά λανθασμένες απαντήσεις τους και χρησιμοποιούν τη διαδικασία της απαρίθμησης των τετραγώνων για να αποφανθούν. Στο επόμενο απόσπασμα διαλόγου (6.6) μια ενδεικτική απάντηση μαθητή:

Απόσπασμα διαλόγου 6.6 Τροποποίηση λανθασμένων απόψεων

Νηπιαγωγός: Έχει κάποιο χωράφι περισσότερο χορτάρι;

Νήπιο: Ναι, αυτό (δείχνει το IV στο σχήμα 6.10).

Νηπιαγωγός: Γιατί νομίζεις ότι στο πρώτο χωράφι το πρόβατο θα φάει πιο πολύ;

Νήπιο: Γιατί αυτό είναι πιο μεγάλο.

Νηπιαγωγός: Θέλεις να μετρήσουμε πόσα τετράγωνα έχει κάθε χωράφι;

Νήπιο: Ναι.

Αφού το νήπιο απαριθμεί τα τετράγωνα, τροποποιεί την αρχική του άποψη:

Νήπιο: Έχουν ίδιο χορτάρι, γιατί κάθε χωράφι έχει τέσσερα τετράγωνα.

Δύο μαθητές δίνουν λανθασμένες απαντήσεις γιατί επηρεάζονται από τη μορφή των σχημάτων, όπως για παράδειγμα μια μαθήτρια που, παρά τις βοηθητικές παρεμβάσεις της νηπιαγωγού ισχυρίζεται ότι «το χωράφι αυτό (το IV στο σχήμα 6.10) είναι μεγαλύτερο. Εκεί θα φάει πιο πολύ». Τέλος, ένα νήπιο δε δίνει καμία απάντηση.

Επιδόσεις νηπίων	Προ-τεστ	Μετα-τεστ		
	Υποκείμενα	F	Υποκείμενα	F
Επαρκείς	1, 2, 3, 6, 17, 23	6	1, 2, 3, 6, 8, 10, 12, 13, 14, 17, 18, 20, 21, 22, 23	15
Ενδιάμεσες	7, 8, 12, 13, 14, 18, 19, 20, 21	9	5, 7, 9, 11, 19	5
Ανεπαρκείς	4, 5, 9, 10, 11, 15, 16, 22	8	4, 15, 16	3

Πίνακας 6.1 Επιδόσεις νηπίων στο προ- και το μετα-τεστ (υποκείμενα 1-23).

Η έννοια της χωρητικότητας και η μέτρησή της

Στη μαθηματική εκπαίδευση υπάρχει μια εννοιολογική διάκριση μεταξύ του όγκου και της χωρητικότητας (Dickson, et al. 1984, Freudenthal 1983). Η διάκριση αυτή επιβάλλεται τόσο από τις ειδικές δυσκολίες κατανόησης των δύο εννοιών, όσο και από τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά που συνιστούν την κάθε έννοια.

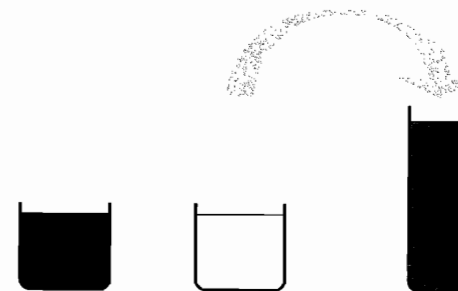
Η *χωρητικότητα* (capacity) αναφέρεται στην ικανότητα κοίλων αντικειμένων να περιέχουν κάτι. Είναι, για παράδειγμα, η δυνατότητα των δοχείων να δέχονται υγρά ή υλικά που παρουσιάζουν μια «ρευστότητα» (για παράδειγμα, άμμος, ρύζι, κ.ά.)· επίσης το γέμισμα κιβωτίων με αντικείμενα, μεταλλικά κουτιά, κλπ. Μονάδα μέτρησης της χωρητικότητας είναι το λίτρο με τις υποδιαιρέσεις και τα πολλαπλάσιά του.

Ο *όγκος* (volume) χρησιμοποιείται συνήθως με δύο περιεχόμενα: Είναι ο *εσωτερικός όγκος* (internal volume) ενός κοίλου δοχείου που ορίζεται όπως η χωρητικότητα, μόνο που εδώ οι μονάδες μέτρησης είναι τα κυβικά εκατοστά. Επίσης, είναι ο *εξωτερικός*

όγκος (external volume) που σχετίζεται με την αφηρημένη γεωμετρική έννοια του όγκου και ορίζεται ως ο χώρος που καταλαμβάνει ένα αντικείμενο.

Η έννοια της χωρητικότητας στο έργο του Piaget

Ο J. Piaget και οι συνεργάτες του (1960) για να διερευνήσουν την έννοια διατήρησης της χωρητικότητας από παιδιά προσχολικής και πρώτης σχολικής ηλικίας χρησιμοποιούν δοχεία διαφορετικών διαστάσεων ως προς τη βάση και το ύψος (σχ. 6.11). Με την μετάγγιση του υγρού από το ένα δοχείο στο άλλο, ελέγχεται η ικανότητα των παιδιών να αντιλαμβάνονται αν η ποσότητα του υγρού παραμένει ίδια, παρά τις διαφορές στη στάθμη των δοχείων. Τα μικρότερα παιδιά του δείγματος, επικεντρώνουν την προσοχή τους στη μια διάσταση των δοχείων, που συνήθως είναι το ύψος, ενώ τα μεγαλύτερα δίνουν σωστές και αιτιολογημένες απαντήσεις, αφού είναι ικανά να συντονίζουν νοητικά τις αλλαγές στις δύο διαστάσεις του υγρού, του ύψους και του πλάτους.

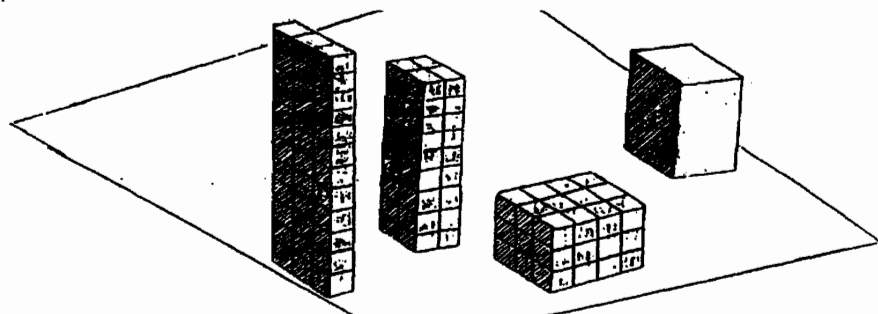


Σχήμα 6.11 Η διατήρηση της ποσότητας (J. Piaget, 1960)

Να σημειωθεί εδώ ότι τα εν λόγω πειράματα του J. Piaget αποτέλεσαν αντικείμενο κριτικού σχολιασμού από ερευνητές στο χώρο της μαθηματικής εκπαίδευσης (π.χ. Dickson, et al. 1984, Freudenthal 1983). Οι αμφισβητήσεις και η κριτική επικεντρώθηκαν στη μεθοδολογία των πειραμάτων και διατυπώθηκαν αντιρρήσεις αν τα πειράματα διατήρησης του όγκου διερευνούν πράγματι την έννοια της χωρητικότητας. Οι επικριτές ισχυρίζονται ότι τα πειράματα αυτά διερευνούν μάλλον τη διατήρηση της ποσότητας, γεγονός που καταδεικνύεται και στη διατύπωση των ερωτήσεων των ερευνητών προς τα παιδιά. Συνήθως οι ερωτήσεις περιέχουν διατυπώσεις όπως: «είναι το ίδιο»;, γεγονός που μάλλον παραπέμπει στην έννοια διατήρησης της ποσότητας.

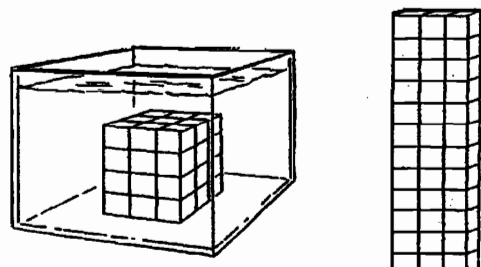
‘Εσωτερικός’ και ‘εξωτερικός’ όγκος

Σύμφωνα με τον Piaget και τους συνεργάτες του (1960), η έννοια της διατήρησης του όγκου αναπτύσσεται στην παιδική σκέψη αργότερα απ’ ότι οι έννοιες του μήκους και του εμβαδού. Ας παρακολουθήσουμε μέσα από ενδεικτικά παραδείγματα πως ο Piaget και οι συνεργάτες του εννοούν τις έννοιες του ‘εσωτερικού’ και ‘εξωτερικού’ όγκου (ή ‘κατειλημμένου όγκου’/ occupied volume) και πως χειρίστηκαν πειραματικά τη διερεύνηση των εννοιών αυτών.



Σχήμα 6.12 Η πειραματική κατάσταση στην περίπτωση του 'εσωτερικού' όγκου (Piaget, et al. 1960).

Για την περίπτωση του εσωτερικού όγκου προτάθηκε μια πειραματική κατάσταση που προέβλεπε την κατασκευή ενός σπιτιού με αριθμό δωματίων ίσιο με ένα άλλο ήδη κατασκευασμένο. Αναλυτικότερα, παρουσιάζεται στο παιδί μια τρισδιάστατη ορθογώνια κατασκευή τοποθετημένη σε μια τετραγωνική βάση $3\text{cm} \times 3\text{cm}$ και ύψος 4 cm , δηλαδή συνολικού όγκου 36cm^3 . Η κατασκευή συντίθεται από μοναδιαίους κύβους που παραστάνουν δωμάτια. Ο μαθητής καλείται να κτίσει ένα νέο σπίτι με ίσο αριθμό δωματίων με το ήδη κατασκευασμένο με βάσεις διαστάσεων $2\text{cm} \times 2\text{cm}$, $1\text{cm} \times 3\text{cm}$ και $3\text{cm} \times 4\text{cm}$ (σχ. 6.12).



Σχήμα 6.13 Η πειραματική κατάσταση στην περίπτωση του 'εξωτερικού' όγκου (Piaget, et al. 1960).

Τα αποτελέσματα των συγκεκριμένων πειραμάτων έδειξαν ότι τα παιδιά στην ηλικία των 6.5 έως 7.5 ετών είναι ικανά να κατανοήσουν την έννοια του 'εσωτερικού' όγκου και μόνο στην ηλικία των 11 έως 12 ετών μπορούν να κατανοήσουν την έννοια του 'εξωτερικού' όγκου.

Επισημάνσεις για τη διδασκαλία

Οι προηγούμενες επισημάνσεις καθιστούν σχεδόν αποτρεπτική κάθε απόπειρα διδακτικής ενασχόλησης με την έννοια του όγκου στην προσχολική εκπαίδευση. Όμως, η

διάκριση μεταξύ όγκου και χωρητικότητας προσφέρει μια δίοδο για την προσέγγιση των εννοιών αυτών, ιδιαίτερα στην προσχολική εκπαίδευση και τις πρώτες σχολικές βαθμίδες, μέσω πρακτικών που βασίζονται στο 'γέμισμα' και το 'άδειασμα' του περιεχομένου δοχείων (Antonopoulos, Zacharos & Ravanis 2009, Zacharos 2001, Zacharos, Antonopoulos & Ravanis 2011). Η ενασχόληση με δραστηριότητες που σχετίζονται με τη χωρητικότητα δοχείων και το γέμισμά τους, είναι οικείες στα μικρά παιδιά και απαντώνται στην καθημερινότητά τους. Τα υλικά που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για διδακτικούς σκοπούς φροντίζουμε να είναι 'ρευστά' στη μορφή τους και τέτοια μπορεί να είναι υγρά όπως το νερό και οι χυμοί, αλλά και υλικά όπως η άμμος, το ρύζι, οι φακές, κ.λπ. Επίσης στις περιπτώσεις τρισδιάστατων γεωμετρικών σχημάτων, όπως οι κύβοι και τα παραλληλεπίπεδα, οι πρακτικές του γεμίσματος, εκτός από 'ρευστά' υλικά, μπορεί να υλοποιηθούν με τη χρήση κυβικών μονάδων όπως είναι οι κυβικές ή μικρά ορθογώνια παραλληλεπίπεδα.

Πρώτη διδακτική παρέμβαση

Η διδασκαλία της σύγκρισης δοχείων ως προς τη χωρητικότητα και μέτρηση της χωρητικότητας που θα παρουσιαστεί εδώ, βασίζεται σε ερευνητική εργασία (Antonopoulos, et al. 2009, Zacharos, et al. 2011), γι αυτό και η μορφή με την οποία θα παρουσιαστεί εδώ έχει αντίστοιχη δομή.

Σκοπός της ήταν να αξιολογήσει την ικανότητα μαθητών προσχολικής εκπαίδευσης να συγκρίνουν δοχεία ως προς τη χωρητικότητά τους, να διερευνήσει τις στρατηγικές μέτρησης που χρησιμοποιούνται, καθώς και να συμβάλει στην ανάπτυξη της ικανότητας των παιδιών να επινοούν εργαλεία μέτρησης της χωρητικότητας. Ο σχεδιασμός των διδακτικών καταστάσεων είναι επηρεασμένος από την ιστορικοπολιτισμική (cultural-historical) προσέγγιση. Συνεπώς, επιπρόσθετα, αξιολογείται η συνεισφορά της συγκεκριμένης διδακτικής προσέγγισης στην αποτελεσματικότερη ανταπόκριση σε προβλήματα μέτρησης της χωρητικότητας δοχείων.

» Συμμετέχοντες, διαδικασία, υλικά

Στην έρευνα συμμετείχαν είκοσι παιδιά από δύο νηπιαγωγεία αστική περιοχή, με μέσο όρο ηλικίας 5,5 ετών.

Ο σχεδιασμός της έρευνας βασίστηκε σε ένα ημι-πειραματικό (semi-experimental) σχέδιο που περιείχε τρία στάδια: το προ-τεστ, τη διδασκαλία και το μετα-τεστ. Στο προ-τεστ, τα νήπια συμμετείχαν σε ατομικές συνεντεύξεις μέσω των οποίων αξιολογήθηκε η ικανότητά τους στην άμεση και έμμεση σύγκριση της χωρητικότητας δοχεί-

ων. Στη διδακτική παρέμβαση οι εκπαιδευτικοί προτείνουν δραστηριότητες ώστε να δημιουργηθούν κατάλληλα παιδαγωγικά πλαίσια που να καθοδηγούν τους μαθητές και μαθήτριες στη σύγκριση της χωρητικότητας δοχείων (άμεση και έμμεση σύγκριση). Επιπλέον, ο σχεδιασμός των διδακτικών καταστάσεων και το επικοινωνιακό πλαίσιο που δημιουργείται, διευκολύνει τα παιδιά στην επινόηση εργαλείων μέτρησης της χωρητικότητας. Τέλος, στο μετα-τεστ, με τη μέθοδο των ατομικών συνεντεύξεων, αξιολογήθηκε η επίδραση της διδασκαλίας στη βελτίωση της ικανότητας των παιδιών να χειρίζονται θέματα σύγκρισης και μέτρησης της χωρητικότητας.

Πρέπει να σημειώσουμε ότι σε κανένα από τα δύο σχολεία του δείγματος τα παιδιά δεν είχαν ασχοληθεί με δραστηριότητες σύγκρισης και μέτρησης της χωρητικότητας δοχείων. Ως εκ τούτου, η ενασχόλησή τους στα πλαίσια της έρευνας αποτέλεσε την πρώτη επαφή τους με τις εν λόγω έννοιες. Στη συνέχεια παρουσιάζονται στοιχεία της έρευνας, δίνοντας έμφαση στη διδασκαλία.

Προ-τεστ. Στο προ-τεστ τα υποκείμενα της έρευνας αξιολογήθηκαν μέσω ατομικών συνεντεύξεων στις εξής ικανότητες: α) της άμεσης σύγκρισης δύο διαφορετικών δοχείων ως προς τη χωρητικότητά τους (τα δοχεία είχαν διαφορετικές χωρητικότητες), και β) της έμμεσης σύγκρισης δύο ανόμοιων και άνισων, ως προς τη χωρητικότητά τους, δοχείων.

Για τη διασφάλιση της συνεργασίας των παιδιών δημιουργήθηκε ένα παιδαγωγικό πλαίσιο που περιγράφεται στη συνέχεια.

» Άμεση σύγκριση

Σε χώρο του νηπιαγωγείου στήνεται ένα μικρό «περίπτερο», όπου τοποθετούνται τυπικά προϊόντα περιπτέρου με το ερευνητικό υλικό (τσίχλες, σοκολάτες κ.λπ.). Το ερευνητικό υλικό αποτελείται από ένα μεγάλο δοχείο με μικρά σφαιρικά σοκολατάκια (τύπου «smarties»), δύο μικρότερα άδεια διαφανή δοχεία διαφορετικού σχήματος, ύψους και χωρητικότητας (για την άμεση σύγκριση), δύο επιπλέον δοχεία διαφορετικής χωρητικότητας και σχήματος γεμάτα μέχρι πάνω με σοκολατάκια (για την έμμεση σύγκριση), καθώς και πολλές μικρές κούπες.

Κάθε παιδί μπαίνει στο χώρο του «περιπτέρου» όπου ο «περιπτεράς» είναι ένας από τους νηπιαγωγούς. Ο μαθητής με ένα ψεύτικο χαρτονόμισμα αγοράζει σοκολατάκια. Ο μαθητής δίνει στον «περιπτερά» το χαρτονόμισμα και αυτός τοποθετεί μπροστά του το μεγάλο δοχείο με τα σοκολατάκια και τα δύο άδεια δοχεία που προορίζονται για την άμεση σύγκριση. Ο νηπιαγωγός διευκρινίζει στο μαθητή ότι τα δοχεία έχουν διαφορετική χωρητικότητα και τον καλεί να επιλέξει αυτό με την μεγαλύτερη.

Στη συνέχεια καθοδηγεί τα παιδιά στον πειραματισμό με τα διαθέσιμα υλικά και αποτρέπει επιλογές που βασίζονται στην οπτική εκτίμηση.

Για την άντληση πληροφοριών τίθενται ερωτήσεις όπως:

- Γιατί πιστεύεις ότι το δοχείο αυτό (υποδεικνύεται το δοχείο) είναι μεγαλύτερο από αυτό (υποδεικνύεται το άλλο δοχείο);», ή
- Γιατί τελικά διάλεξες αυτό το δοχείο;

» Έμμεση σύγκριση

Στη μορφή της έμμεσης σύγκρισης της χωρητικότητας, ο «περιπτεράς»-νηπιαγωγός δείχνει δύο νέα δοχεία, διαφορετικών σχημάτων και χωρητικότητας, γεμάτα με σοκολατάκια, καθώς και μικρές κούπες. Οι μαθητές, χρησιμοποιώντας τις μικρές κούπες πρέπει να βρουν πιο δοχείο έχει τα περισσότερα σοκολατάκια.

Η διδασκαλία

Η διδακτική παρέμβαση υλοποιήθηκε στην τάξη κάθε νηπιαγωγείου, μία εβδομάδα μετά την ολοκλήρωση του προ-τεστ. Και στην περίπτωση της διδασκαλίας, κύριος στόχος παραμένει η δημιουργία διδακτικών καταστάσεων άμεσης και έμμεσης σύγκρισης της χωρητικότητας. Η δραστηριότητα των νηπίων εκτυλίχθηκε στα πλαίσια μικρών ομάδων των τεσσάρων και πέντε παιδιών, προσδοκώντας στη δημιουργία ενός επικοινωνιακού πλαισίου που θα έχει ευεργετικά αποτελέσματα στις επιδόσεις τους. Εδώ θα περιοριστούμε στις δραστηριότητες έμμεσης μέτρησης της χωρητικότητας.

» Έμμεση σύγκριση-Εισαγωγή στη μέτρηση

Η δραστηριότητα στηρίζεται σε σενάριο σύμφωνα με το οποίο ο ιδιοκτήτης ενός αγροκτήματος μοιράζει τροφή με καλαμπόκι σε ζώα. Σ' αυτό το μέρος της διδασκαλίας ο ιδιοκτήτης του αγροκτήματος χρησιμοποιεί δύο δοχεία διαφορετικής χωρητικότητας και σχήματος γεμάτα καλαμπόκι. Κάθε μέρα, δίνει σε κάθε κότα από ένα κουπάκι καλαμπόκι (ο ερευνητής δείχνει στα παιδιά μια μικρή κούπα).

Οι επόμενες ερωτήσεις εισάγουν τα παιδιά σε πρακτικές μέτρησης

- Πόσες κότες μπορούμε να ταΐσουμε με κάθε δοχείο;
- Μπορούμε με κάποιο από τα δοχεία να ταΐσουμε περισσότερες κότες;

Οι ερευνητές δίνουν σε κάθε ομάδα ικανό αριθμό από όμοιες κούπες, ίδιες με αυτές του προ-τεστ.

Κατασκευή ενός μέτρου μέτρησης της χωρητικότητας. Στο επόμενο μέρος της διδακτικής παρέμβασης σκοπός είναι η κατασκευή ενός εργαλείου μέτρησης της χωρητικότητας.

Δίνεται ένα κυλινδρικό, μακρόστενο δοχείο και ένας μαρκαδόρος και διατυπώνονται ερωτήσεις, όπως:

- *Μέχρι πού θα γεμίσουμε το δοχείο αυτό για να ταΐσουμε δύο, τρεις, τέσσερις, ..., επτά κότες;*

Τα παιδιά καλούνται να κατασκευάσουν ένα μέτρο ώστε να μην υπάρχει η ανάγκη να γεμίζουμε κάθε φορά το δοχείο κούπα-κούπα.

Μετα-τεστ. Για την αξιολόγηση της διδακτικής παρέμβασης, μια εβδομάδα μετά τη διδασκαλία, πραγματοποιείται δραστηριότητες αξιολόγησης (μετα-τεστ). Στην αξιολόγηση προτάθηκαν έργα αντίστοιχα με αυτά του προ-τεστ και υλοποιήθηκαν μέσω ατομικών συνεντεύξεων. Επιπλέον, υπάρχει ένα νέο έργο που αφορά στην αξιολόγηση της ικανότητας των παιδιών να χρησιμοποιούν σωστά το εργαλείο μέτρησης της χωρητικότητας (τον «ογκομετρικό» σωλήνα) που κατασκευάστηκε στη διδασκαλία. Μετά την ολοκλήρωση της άμεσης και της έμμεσης σύγκρισης, δίνεται σε κάθε νήπιο ο «ογκομετρικός» σωλήνας μαζί με ένα σκεύος που περιέχει ικανή ποσότητα καλαμποκιού. Ζητείται από κάθε νήπιο να γεμίσει το σωλήνα με τόσο καλαμπόκι, όσο χρειάζεται για να φάνε τρεις, πέντε και επτά κότες.

Ευρήματα από τη διδασκαλία

► Έμμεση σύγκριση

Οι μαθητές εξοικειώνονται με τις πρακτικές μετάγγισης του περιεχομένου των δοχείων και γεμίζουν τις μικρές κούπες. Η στρατηγική της μέτρησης του περιεχομένου των δοχείων εξελίσσεται επιτυχώς και οδηγεί στην επιλογή του σωστού δοχείου. Το επόμενο απόσπασμα διαλόγου που αντλήσαμε από μια ομάδα νηπίων δείχνει πως εξελίσσεται η δραστηριότητα (απόσπασμα διαλόγου 6.7):

Απόσπασμα διαλόγου 6.7 Μέτρηση της χωρητικότητας

Ε (Ερευνήτης): Να, λοιπόν, τα δύο γεμάτα βάζα του αγρότη! Μήπως μπορούμε να τον βοηθήσουμε να βρει πόσες κοτούλες θα ταΐσει με το ένα και πόσες με το άλλο; Τι λέτε να κάνουμε; Εσύ, Διονυσία, τι λες;

Διονυσία: Δεν ξέρω...

Δημήτρης: Να αδειάσουμε το καλαμπόκι στα κουπάκια και να τα μετρήσουμε!

Ε: Α! Να μια ωραία ιδέα! Τι λέτε; Να το κάνουμε;

Παιδιά: Ναι!

Ένας μαθητής αναλαμβάνει να γεμίζει τα κουπάκια, ενώ ένας άλλος του υποδεικνύει διαρκώς ότι το καλαμπόκι πρέπει να φθάνει «μέχρι πάνω-πάνω». Οι μαθητές απαριθμούν τις κούπες και αποφαίνονται για το μεγαλύτερο δοχείο.

Κατασκευή ενός μέτρου μέτρησης της χωρητικότητας

Σκοπός εδώ ήταν να οδηγηθούν τα παιδιά στην κατασκευή ενός εργαλείου μέτρησης της χωρητικότητας. Η προτεινόμενη διδακτική κατάσταση δημιουργεί το κατάλληλο πλαίσιο ώστε οι κατασκευαστικές επινοήσεις των παιδιών να ανταποκρίνονται στις ανάγκες της ιστορίας. Κάθε ομάδα παιδιών έχει στη διάθεσή της ένα κυλινδρικό σωλήνα, μια κούπα που αντιστοιχεί στο φαγητό μιας κότας, ένα μεγάλο μπολ με καλαμπόκι και ένα μαρκαδόρο. Με κατάλληλες ερωτήσεις τα παιδιά παροτρύνονται στην κατασκευή ενός μέτρου μέτρησης της χωρητικότητας.

Ερωτήσεις προς τα παιδιά:

Πρώτη ερώτηση: *Αν ο γεωργός θέλει να ταΐσει μια κότα μέχρι πού πρέπει να γεμίσει το δοχείο αυτό (τον κυλινδρικό σωλήνα);*

Δεύτερη ερώτηση: *Αν ο γεωργός θέλει να ταΐσει δύο κότες (ο σωλήνας αδειάζει), μέχρι πού θα πρέπει να γεμίσει ο σωλήνας; Μπορούμε να το βρούμε χωρίς να χρησιμοποιούμε κάθε φορά την κούπα;*

Οι ερωτήσεις συνεχίζονται μέχρι τις επτά κούπες.

Τέλος, στις περιπτώσεις που τα παιδιά δεν προχωρούν στην κατασκευή του μέτρου, τίθενται η επόμενη ερώτηση.

Τρίτη ερώτηση: *Θα μας βοηθούσε ναβάλουμε σημάδια εκεί που φτάνει κάθε φορά το καλαμπόκι της κούπας;*

Οι προηγούμενες ερωτήσεις έχουν τη δομή «χωνιού» (funnel) (Scherer & Steinbring 2006) και καθοδηγούν τους μαθητές στην κατεύθυνση που εμείς επιθυμούμε, δηλαδή την κατασκευή του εργαλείου μέτρησης της χωρητικότητας.

Η αλληλεπίδραση μεταξύ των εκπαιδευτικών και των νηπίων, καθώς και η αλληλεπίδραση μεταξύ των νηπίων, συνεισφέρουν ουσιαστικά στην προσέγγιση του διδακτικού μας στόχου. Ας παρακολουθήσουμε ένα ενδεικτικό απόσπασμα που αναδεικνύει τον ρόλο της αλληλεπίδρασης (απόσπασμα διαλόγου 6.8).

Απόσπασμα διαλόγου 6.8 Κατασκευή ενός εργαλείου μέτρησης της χωρητικότητας

Ε (Εκπαιδευτικός): Ποιός μπορεί να μας πει πόσο καλαμπόκι πρέπει ναβάλουμε μέσα σε αυτό το δοχείο για να ταΐσουμε μια κότα;

Μάρθα: Ένα κουπάκι.

Η μαθήτρια γεμίζει την κούπα και αδειάζει στο δοχείο.

Ε: Πόσα κουπάκια καλαμπόκι πρέπει να βάλω μέσα στο βάζο για να ταΐσω δύο κοτούλες;

Εύα: Δύο!

Ε: Δηλαδή, πόσα κουπάκια με καλαμπόκι πρέπει να βάλω ακόμα, αφού μέσα στο βάζο έχω ήδη αδειάσει ένα κουπάκι.

Εύα: ... (σκέφτεται).

Μάρθα: Άλλο ένα!

Ε: Γιατί άλλο ένα, Μάρθα;

Μάρθα: Γιατί ένα κουπάκι και άλλο ένα μας κάνουν δύο!

Ε: Σωστά! Ας ρίξουμε, λοιπόν, μέσα στο δοχείο άλλο ένα κουπάκι με καλαμπόκι.

Ο ερευνητής αδειάζει το σωλήνα και καλεί τους μαθητές να επινοήσουν τρόπους ώστε να γεμίσουν το δοχείο για να ταΐσουν μία, δύο, τρεις, ... κότες, χωρίς να χρησιμοποιείται κάθε φορά το κουπάκι (απόσπασμα διαλόγου 6.9).

Απόσπασμα διαλόγου 6.9 Λειτουργική μεταφορά γνώσης από άλλο πλαίσιο

Ε: Αν δε χρησιμοποιήσουμε το κουπάκι, τι μπορούμε να κάνουμε; Γιατί με το κουπάκι είναι κουραστικό. Μπορούμε να βρούμε έναν τρόπο να γεμίζουμε αμέσως το σωλήνα χωρίς την κούπα.

[...]

Μαρία: Η μαμά μου έχει ένα σωλήνα που βάζει το αλεύρι, που έχει αριθμούς και ξέρει πόσο να βάλει στο γλυκό!

Ε: Μπορούμε να κάνουμε και εμείς ότι και η μαμά της Μαρίας;

Μαρία: Ναι, μπορούμε να βάλουμε αριθμούς στο δοχείο.

[...]

Βάζουμε μια γραμμή και κάνουμε κάτι σαν αγκαθάκια (ενδείξεις) και βάζουμε αριθμούς.

Ε: Πως θα το κάνουμε αυτό;

Μαρία: Βάζουμε μια κούπα στο σωλήνα (αδειάζει το περιεχόμενο της κούπας στο σωλήνα) και μετά βάζουμε τον αριθμό (σημειώνει την ένδειξη ένα).

Στην περίπτωση του προηγούμενου διαλόγου η γνώση χρήσης του εργαλείου μέτρησης της χωρητικότητας που αποκτήθηκε σε ένα άλλο κοινωνικό πλαίσιο (αυτό της οικογένειας) χρησιμοποιείται σε μια διαφορετική κατάσταση, με το ίδιο όμως εννοιολογικό περιεχόμενο.

Αξιολόγηση της διδασκαλίας

Μία εβδομάδα μετά την ολοκλήρωση των διδακτικών παρεμβάσεων οι μαθητές καλούνται να απαντήσουν ατομικά σε έργα αντίστοιχα με αυτά του προ-τεστ, με διαφορετικά όμως δοχεία. Επιπρόσθετα αξιολογείται η ικανότητα των παιδιών να χρησιμοποιούν το εργαλείο μέτρησης της χωρητικότητας που κατασκεύασαν στη διάρκεια της διδασκαλίας.

» Άμεση σύγκριση

Η ανάλυση του εμπειρικού υλικού δείχνει τη νοητική αποδέσμευση της πλειονότητας των νηπίων από τη διάσταση του ύψους και την εσφαλμένη συσχέτιση της χωρητικότητας μόνο με το ύψος και επιπλέον, την ανάπτυξη επεξεργασμένων στρατηγικών σύγκρισης της χωρητικότητας.

» Έμμεση σύγκριση

Από τα είκοσι νήπια, μόνο ένα δεν κατορθώνει να ανταποκριθεί στη διαδικασία της έμμεσης σύγκρισης. Αντίθετα, δεκαεννέα νήπια δίνουν επιτυχείς απαντήσεις και μάλιστα οι απαντήσεις τους είναι, γενικά, επαρκώς αιτιολογημένες.

Οι ατομικές συνεντεύξεις του μετα-τεστ ολοκληρώθηκαν με τη δοκιμασία διερεύνησης της ικανότητας των παιδιών να χρησιμοποιούν σωστά το εργαλείο μέτρησης της χωρητικότητας που κατασκευάστηκε στη διδακτική παρέμβαση. Δίνεται στα νήπια ο «ογκομετρικός» σωλήνας και ζητείται να γεμίσει αρχικά για τέσσερις και στη συνέχεια πέντε κότες.

Η μελέτη των καταγεγραμμένων προσπαθειών ανταπόκρισης στο συγκεκριμένο έργο έδειξε ότι μόνο δύο νήπια αποτυγχάνουν και γεμίζουν το δοχείο μέχρι το στόμιό του.

Συγκρίνοντας τις επιδόσεις των παιδιών στο προ-τεστ και το μετα-τεστ παρατηρούμε ότι η διδασκαλία συμβάλει στη βελτίωση των επιδόσεών τους (πίνακας 6.2) και μάλιστα στο μετα-τεστ οι μαθητές δίνουν απαντήσεις περισσότερο νοητικά επεξεργασμένες.

Συμπερασματικά, η μέτρηση της χωρητικότητας δοχείων μπορεί να αποτελέσει

διδακτικό αντικείμενο στην προσχολική εκπαίδευση, ειδικότερα όταν η διδασκαλία πλαισιωθεί με κατάλληλες δραστηριότητες που νοηματοδοτούν τις διαδικασίες μέτρησης.

Πίνακας 6.2 Επιδόσεις νηπίων στο προ- και στο μετα-τέστ (Υποκείμενα 1-20).

Επιδόσεις παιδιών	Έργο άμεσης σύγκρισης		Έργο έμμεσης σύγκρισης	
	Προ-τέστ		Μετα-τέστ	
	Υποκείμενα	F	Υποκείμενα	F
Επιτυχής	3, 6, 17	3	2, 3, 5, 6, 8, 12	3, 6, 8, 10, 7
Επαρκώς αιτιολογημένη			9, 10, 12, 13, 14, 17, 20	2, 3, 5, 6, 8, 10, 12, 13, 14, 17, 18, 19, 20
Επιτυχής	1, 2, 8, 12, 20	5	1, 16	2
Όχι επαρκώς αιτιολογημένη			1, 2, 5, 7, 9, 11, 12, 13, 15, 16, 18, 19	12
Αποτυχία	4, 5, 7, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 18, 19	12	4, 7, 11, 15, 18, 19	6
			4	1
			4	1

Δεύτερη διδακτική παρέμβαση

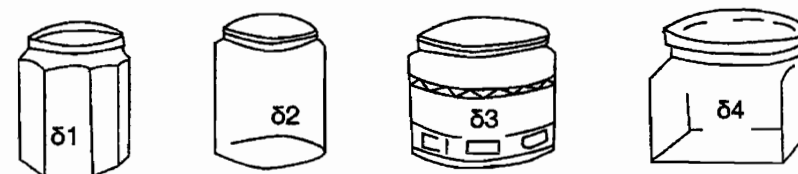
Σε διδακτική μας παρέμβαση που σχετιζόταν με τη σύγκριση της χωρητικότητας δοχείων, καθώς και τη μέτρηση της χωρητικότητάς τους (Zacharos 2001, Ζαχάρος 2007), συμμετείχαν 18 νήπια ενός δημόσιου Νηπιαγωγείου, μέσης ηλικίας πέντε περίπου ετών. Στην ανάπτυξη της δημιουργούνται διδακτικές καταστάσεις άμεσης και έμμεσης σύγκρισης της χωρητικότητας δοχείων, καθώς και καταστάσεις που εισάγουν στη μέτρηση της χωρητικότητας δοχείων. Εδώ θα αναφερθούμε σε διδακτικές καταστάσεις που σχετίζονται με την έμμεση σύγκριση και κάποιες πρώτες απόπειρες μέτρησης.



Εικόνα 6.5 Σύγκριση της χωρητικότητας δοχείων

σεις που σχετίζονται με την έμμεση σύγκριση και κάποιες πρώτες απόπειρες μέτρησης.

Διαδικασία ανάπτυξης της δραστηριότητας: Σε ένα τραπέζι του Νηπιαγωγείου τοποθετούνται ένα ανοικτό δοχείο με ρύζι καθώς και δοχεία διαφορετικών σχημάτων και χωρητικότητας. Τα παιδιά ατο-



Σχήμα 6.14 Δοχεία γεμάτα ρύζι (είναι: $\delta 1 < \delta 2 < \delta 3 < \delta 4$)

μικά ή ανά δυάδες, ανάλογα με την μορφή της δραστηριότητας, καλούνται να συμμετέχουν στη δραστηριότητα, ενώ το υπόλοιπο παρακολουθούν έχοντας τη δυνατότητα του σχολιασμού (εικόνα 6.5).

Η ανάπτυξη της διδακτικής κατάστασης βασίζεται σε μια ατμόσφαιρα σύγκρισης που δημιουργείται από την παρουσίαση αντίστοιχου σεναρίου. Σύμφωνα με το σενάριο, η μαριονέτα του κινέζου μεταφέρει τα νέα από την μακρινή Κίνα και αναφέρεται στις διαφωνίες σχετικά με την δίκαιη μοιρασιά του ρυζιού. Δύο γείτονες διαφωνούν για την ποσότητα του ρυζιού που πήρε καθένας τους. Αυτός με την μεγαλύτερη οικογένεια πιστεύει ότι το δοχείο του είχε λιγότερο ρύζι από του γείτονα με τη μικρότερη οικογένεια. Σκοπός της συγκεκριμένης διδακτικής κατάστασης είναι η έμμεση σύγκριση της χωρητικότητας δοχείων. Τα συγκρινόμενα δοχεία (σχ. 6.14) είναι γεμάτα με ρύζι και η σύγκριση γίνεται με την διαμεσολάβηση μικρών όμοιων δοχείων που, σύμφωνα με το σενάριο, είναι κούπες όπου τα κινεζάκια τρώνε το ρύζι τους.

Τα δεδομένα της έρευνας δείχνουν ότι η συγκεκριμένη διδακτική κατάσταση κινητοποιεί το ενδιαφέρον των παιδιών που προσπαθούν να δώσουν λύση στο πρόβλημα της διαφοράς που προέκυψε σχετικά με την ποσότητα του ρυζιού. Κάποια παιδιά προσφεύγουν μόνα τους στη «μέτρηση» και αδειάζουν το περιεχόμενο του δοχείου στις «κούπες του φαγητού». Στην συνέχεια απαριθμούν και συγκρίνουν με επιτυχία. Μια άλλη κατηγορία παιδιών περιορίζεται στην οπτική σύγκριση. Τα παιδιά αυτά προτρέπονται από τη νηπιαγωγό να μετρήσουν πόσα κινεζάκια θα φάνε από το ρύζι που περιέχει κάθε δοχείο. Για παράδειγμα, ένα νήπιο καλείται να συγκρίνει τα δοχεία 1 και 2. Αρχικά το νήπιο πιστεύει πως το δοχείο 1 χωράει περισσότερο. Η νηπιαγωγός καθοδηγεί στην οικειοποίηση της διαδικασίας μέτρησης (απόσπασμα διαλόγου 6.10):

Απόσπασμα διαλόγου 6.10 Η νηπιαγωγός καθοδηγεί

N: Πόσα παιδάκια θα φάνε από αυτό (το δ1);

Νήπιο: Δύο (αφού χύσει το περιεχόμενό του στις κούπες).

N: Από το άλλο δοχείο (το δ2), πόσα θα φάνε;

Nήπιο: Θα φάνε τέσσερα.

N: Ο Κινέζος με την μεγαλύτερη οικογένεια, πιο βαζάκι θα πάρει;

Nήπιο: Αυτό (το δ2).

Συμπερασματικά σχόλια στη μέτρηση γεωμετρικών μεγεθών

Με την παρουσίαση πρακτικών μέτρησης που έγινε σ' αυτό το κεφάλαιο, επιχειρήθηκε να διερευνηθούν οι δυνατότητες ανάπτυξης δραστηριοτήτων μέτρησης γεωμετρικών μεγεθών στην προσχολική ηλικία, καθώς και οι δυνατότητες των μαθητών αυτής της ηλικίας να συγκρίνουν και να μετρούν γεωμετρικά μεγέθη όπως το μήκος, η επιφάνεια και η χωρητικότητα. Επισημάνθηκε ότι, η ανάπτυξη των δραστηριοτήτων πρέπει να προσμετρά την ιδιαιτερότητα που εμφανίζουν οι πρακτικές μέτρησης. Για παράδειγμα, οι έμμεσες συγκρίσεις προϋποθέτουν την ανάπτυξη μορφών διαμεσολάβησης, καθώς και τη χρήση κατάλληλων εργαλείων και βασίζονται στη χρήση μεταβατικών συλλογισμών. Ένα τέτοιο εργαλείο, που διαμεσολαβεί στη σύγκριση και διευκολύνει την ποσοτικοποίηση των μεγεθών είναι η χρήση της μονάδας μέτρησης. Τα παιδιά μπορούν να εισηγούνται τις δικές τους μονάδες μέτρησης, να σχολιάζουν τη λειτουργικότητά τους και τελικά να συναινούν σε κοινά αποδεκτές μονάδες μέτρησης.

Τονίστηκε και εδώ ο κεφαλαιώδης ρόλος της ανάπτυξης κατάλληλων διδακτικών καταστάσεων και στρατηγικών διδασκαλίας ενταγμένων σε κατάλληλα παιδαγωγικά πλαίσια, που θα προσδίδουν νόημα στις πρακτικές μέτρησης και παράλληλα θα κινητοποιούν το ενδιαφέρον των παιδιών.

Οι δραστηριότητες που παρουσιάστηκαν εδώ είναι ενδεικτικές και ενταγμένες στην προοπτική των αναλυτικών προγραμμάτων της προσχολικής και πρώτης σχολικής εκπαίδευσης. Δίνουν τη δυνατότητα ανάπτυξης και χρήσης μιας εξειδικευμένης μαθηματικής ορολογίας σχετικά με τη σύγκριση και μέτρηση των μεγεθών αυτών (π.χ. 'ψηλότερος'-'χαμηλότερος' για το ύψος, 'χωράει περισσότερό' ή 'λιγότερό' για τη χωρητικότητα δοχείων κ.λπ.). Διευκολύνουν στην ανάπτυξη της ικανότητας αντιστοίχισης ποσοτήτων και αριθμών, όπως στην περίπτωση απαρίθμησης των «μονάδων» στη μέτρηση του ύψους των πύργων ή της κατασκευής του ογκομετρικού σωλήνα. Εισάγουν στην έννοια της μέτρησης και στην ανάπτυξη πρακτικών μέτρησης γεωμετρικών μεγεθών. Συνεισφέρουν στην ικανότητα διατύπωσης επεξεργασμένων και αιτιολογημένων απαντήσεων (π.χ. «θα βάλουμε τα σχοινάκια κάτω, το ένα δίπλα στο

άλλο για να δούμε πιο είναι μεγαλύτερο», μας λέει ένα νήπιο στην περίπτωση της έμμεσης σύγκρισης του ύψους των πύργων). Τέλος, οι μετρήσεις γεωμετρικών μεγεθών ενσωματώνουν έννοιες όπως, η ταξινόμηση, η ανισότητα, η ισότητα, η προσέγγιση και ο υπολογισμός, γεγονός που αναδεικνύει την πρόσθετη εκπαιδευτική σημασία της ενασχόλησης στην προσχολική και πρώτη σχολική εκπαίδευση με πρακτικές μέτρησης γεωμετρικών μεγεθών.

Βιβλιογραφία

- Antonopoulos, K., Zacharos, K., & Ravanis, K. (2009). Measurement Activities and Teaching Interaction in Early Childhood Education. Paper presented in the European Regional Meeting and Conference 2009, *Current Issues in Preschool Education in Europe: Shaping the Future*, O.M.E.P. (Organisation Mondiale pour l'Éducation Préscolaire), 28 - 30 April 2009, Syros Island, Greece.
- Barrett, Jeffrey E., Jones Gr. Thornton C. Dickson S. (2003). Understanding Children's Developing Strategies and Concepts for Length. In *the Learning and Teaching Measurement*, 2003 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), edit by Clements, Douglas H., Bright, G. pp. 16-30.
- Boulton-Lewis, Gillian M., Wilss Lynn A., Mutch Sue L. (1996). An analysis of young Children's Strategies and Use of Devices for Length Measurement. *Journal of Mathematical Behavior*, vol. 15, pp. 329-347.
- Clements, D.H., & Barret, J. (1996). Representing, Connecting and Restructuring Knowledge: A micro-genetic Analysis of a Child's Learning in an Open-ended Task Involving Perimeter, Paths and Polygons. In E. Jakubowski, D. Watkins, & H. Biske (Eds.) *Proceeding of the eighteenth annual meeting of the North America Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 211-216). Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.
- Clements, D.H., & Samara, J. (2009). *Learning and Teaching Early Math. The Learning Trajectories Approach*. London-New York: Routledge.
- Clements, D.H., & Stephan, M. (2004). Measurement in Pre-K to Grade 2 Mathematics. In D.H. Clements & J. Sarama (Eds.), *Engaging, Young Children in Mathematics. Standards for Early Childhood Mathematics Education* (pp. 299-317). Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, Mahwah, New Jersey, London.
- Dickson, L., Brown, M., & Gibson, O. (1984). *Children Learning Mathematics. A Teacher's Guide to Recent Research*. Cassell Educational Ltd.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Boston, Lancaster.

Haylock, D., & Cockburn, A. (1989). *Understanding early years mathematics*. London: Paul Chapman.

Hiebert, J. (1981). Cognitive development and learning linear measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 12, no. 3, pp. 197-211.

Inhelder, B., Bovet, M. & Singlair, H. (1974). *Learning and the Development of Cognition*. London Routledge & Kegan Paul.

Jaslow, L. & Vik, T. (2006). Using Children's Understandings of Linear Measurement of Linear Measurement to Inform Instruction. In S. Z. Smith & M. E. Smith (Eds.), *Teachers Engaged in Research. Inquiry into Mathematics Classrooms, Prekindergarten-Grade 2* (pp. 109-133), National Council of Teachers of Mathematics.

Kamii, C & Clark, F.B. (1997). Measurement of length: The need for a better approach to teaching. *School Science and Mathematics*, vol. 97, no. 3, pp. 116-121.

Kidman, G., & Cooper, T., J. (1997). Area Integration Rules for Grades 4, 6 and 8 Students. In E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21st International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 136-143). Lahti, Finland.

Lehner, R. (2003). Developing understanding of measurement. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. E. Schifter (eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, pp. 179-192.

Newman, R.S. & Berger, C.F. (1984). "Children's numerical estimation: flexibility in the use of counting". *Journal of Educational Psychology*, vol. 76, no. 1, pp. 55-64.

Nitabach, E., & Lehrer, R. (1996). Developing Spatial Sense through Area Measurement. *Teaching Children Mathematics*, 2(8), 473-476.

Nunes, T., Light, P., & Mason, J. (1993). Tools for thought: the measurement of length and area. *Learning and Instruction*, 3, pp. 39-54.

Outhred, L., & Mitchelmore, M. (1996). Children's Intuitive Understanding of Area Measurement. *Proceedings of the 20th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Valencia, Spain, 91-98.

Piaget, J., Inhelder, B., & Szeminska, A. (1960). *The child's conception of geometry*. Routledge and Kegan Paul, London.

Reynolds, A., & Wheatley, G. (1996). Elementary Students' Construction and Coordination of Units in an Area Setting, *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(5), 564-581.

Scherer, P. & Steinbring, H. (2006). Noticing children's learning processes-teachers jointly reflect on their own classroom interaction for improving mathematics teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education* 9:157-185.

Stephan, M. Cobb, P., Gravemeijer, K. & Estes, B. (2001). The role of tools in supporting student's development of measuring conceptions. In A. A. Cuoco & F. R. Curcio (Eds.) *The roles of representation in school mathematics* (pp. 63-76), National Council of Teachers of Mathematics, 2001 Yearbook, Reston, Virginia.

Van de Walle, J. & Lovin, L. H. (2006). *Teaching Student-Centered Mathematics, Grades K-3*. Pearson Education, Allyn and Bacon.

Zacharos, K. (2001). Mathematical Concepts in Preschool Education. An Attempt to Teach the Concept of "Measuring" the Volume of Containers, *Themes in Education*, 2(1), 47-57.

Zacharos, K. (2005). Students' Measurement Strategies of Area. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 4(2), pp. 111-127.

Zacharos, K. (2006). Prevailing Educational Practices of Area Measurement and Students' Failure, *Journal of Mathematical Behavior*, 25(3), 224-239.

Zacharos, K. and Chassapis D. (2012). Teaching suggestions for the measurement of area in Elementary School. Measurement tools and measurement strategies. *Review of Science, Mathematics and ICT Education*, 6(20), pp. 41-62.

Zacharos, K., Ravanis, K. (2000). The Transformation of Natural to Geometrical Concepts, Concerning Children 5-7 Years Old. The Case of Measuring Surfaces, *European Early Childhood Education Research Association*, 8(2), pp. 63-72.

Zacharos, K., Antonopoulos, K., and Ravanis, K. (2011). Activities in mathematics education and teaching interactions. The construction of the measurement of capacity in preschoolers. *European Early Childhood Education Research Journal*, 19(4), pp. 451-468.

Zacharos, K. & Kassara, G. (2012). The development of practices for measuring length in preschool education. *Skholé*, no. 17, pp. 97-103.

Ζαχάρος, Κ., Χασάπης, Δ., Ισχυρίδου, Ν. (2003α). Η μάθηση ως διαδικασία οικειοποίησης των πολιτισμικών εργαλείων. Η περίπτωση μέτρησης του μήκους από μαθητές και μαθήτριες της Α' Δημοτικού. Στο Τ. Τριανταφυλλίδη, Π. Πολίτη, Κ. Χατζηκυριάκου και Α. Χρονάκη (επιμ.), *Διδακτική των Μαθηματικών και Πληροφορική στην Εκπαίδευση*, Βόλος, 10-13 Οκτωβρίου, σελ. 183-190

Ζαχάρος, Κ., Χασάπης, Δ., Ισχυρίδου, Ν. & Παπαδημητρίου, Ι. (2003β). Μαθητές και μαθήτριες του Νηπιαγωγείου και της πρώτης τάξης του Δημοτικού επινοούν «εργαλεία» μέτρησης του μήκους. Στο Μ. Κούρκουλος & Κ. Τζανάκης (Επιμ.), *Τρίτη Διημερίδα Διδακτικής Μαθηματικών* (σ. 180-188). Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης Πανεπιστημίου Κρήτης.

Ζαχάρος, Κ. (2007). *Οι μαθηματικές έννοιες στην προσχολική ηλικία και η διδασκαλία τους*. Μεταίχμιο, Αθήνα.

Κεφάλαιο Όγδοο

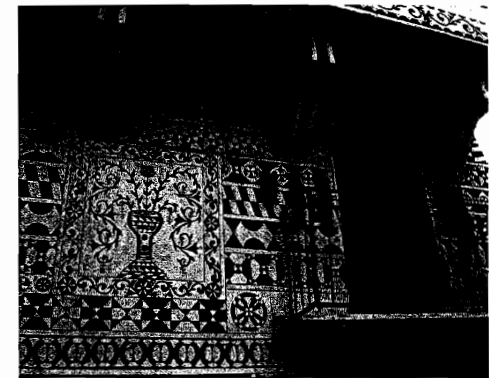
Μοτίβα

Τα μοτίβα, ή διαφορετικά πρότυπα (pat-terns)²⁴ στη μαθηματική εκπαίδευση, αναφέρονται σε επαναλαμβανόμενα περιοδικά φαινόμενα, που είτε αναπτύσσονται γραμμικά με την επανάληψη ενός βασικού μοτίβου (στα μαθηματικά ονομάζεται περίοδος), είτε σε ποιο σύνθετες περιπτώσεις, η βασική τους δομή αναπτύσσεται (σχ. 8.1).

Τα περιοδικά φαινόμενα είναι μέρος της καθημερινής εμπειρίας μας. Εμφανίζονται γύρο μας στα φυσικά φαινόμενα. Στις εποχές του έτους, στην κυκλική και επαναλαμβανόμενη αλλαγή στις μέρες της εβδομάδας, σε κοινωνικές εκδηλώσεις, όπως είναι οι γιορτές κ.ά. Συχνή είναι η χρήση τους σε αρχιτεκτονικά διακοσμητικά σχέδια (εικόνα 8.1) και σε μορφές της τέχνης.

Οι περιοδικές σειρές χρησιμοποιούνται στα μαθηματικά για να περιγράψουν φαινόμενα των φυσικών επιστημών και αποτελούν τη βάση πολλών μαθηματικών και επιστημονικών εννοιών, όπως είναι οι συναρτήσεις, τα κύματα κ.λπ.

Η κατασκευή περιοδικών μοντέλων ή διαφορετικά μοτίβων εισάγει σε διαδικασίες επίλυσης προβλήματος (problem-solving) και απαιτεί σύνθετες νοητικές λειτουργίες. Αρχικά αναλύεται το μοντέλο στα επιμέρους στοιχεία που το συνθέτουν. Στη συνέχεια διακρίνεται το επαναλαμβανόμενο μέρος της σύνθεσης ή διαφορετικά η «μονάδα»



Εικόνα 8.1 «Ξυστά» σε παραδοσιακό σπίτι στο Πυργί της Χίου

²⁴ Πρόκειται για τη μεταφορά του αγγλικού όρου patterns. Στην ελληνική βιβλιογραφία που ασχολείται με θέματα εκπαίδευσης έχει μεταφερθεί ως *μοτίβα*. Για όλους ομοιομορφίας στην ορολογία θα υιοθετήσουμε αυτή τη γλωσσική μεταφορά.

Παραδείγματα διδασκαλίας²⁶

Οι έννοιες που αναφέρονται στο Πρόγραμμα Σπουδών του Νηπιαγωγού (2011) σχετικά με τα μοτίβα περιγράφονται στον πίνακα 8.1.

Πίνακας 8.1 Οι διδακτικοί στόχοι για τη διδασκαλία των μοτίβων

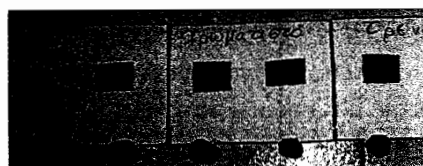
Περιεχόμενα	Στόχοι
Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου 2011, σ. 173-174	
Κανονικότητες: Αναγνώριση, συμπλήρωση, περιγραφή/εξήγηση, κανονικότητα	Τα παιδιά: Αναγνωρίζουν, περιγράφουν και συμπληρώνουν κανονικότητες με χειραπτικό ή εικονιστικό υλικό
Κατασκευή κανονικότητας	Κατασκευάζουν δικές τους κανονικότητες με υλικό.
Συναρτήσεις: εξερεύνηση σχέσεων μεταξύ μεταβαλλόμενων μεγεθών	Εξερευνούν σχέσεις ανάμεσα σε συμμεταβαλλόμενα ή αντίστροφα μεταβαλλόμενα μεγέθη σε απλές καταστάσεις.

Δραστηριότητες με μοτίβα δύο χρωμάτων.

Το μοτίβο βασίζεται στην αναπαραγωγή ακολουθίας δύο διαφορετικών χρωμάτων και έχει τη δομή Α-Β, όπου Α και Β διαφορετικά χρώματα.

» Ανάπτυξη δραστηριοτήτων

Τα παιδιά καλούνται να αναπαράγουν τα βαγόνια ενός τραίνου και να κατασκευάσουν έναν πύργο με τουβλάκια. Και στις δύο περιπτώσεις χρησιμοποιούνται δύο διαφορετικά χρώματα (εικόνες 8.2).



Εικόνες 8.2 Μοτίβα με δύο χρώματα

²⁶ Οι δραστηριότητες που παρουσιάζονται εδώ αντλήθηκαν από τις ανέκδοτες πτυχιακές εργασίες:

Παλαιστίδου Ν. & Παύλου Ι. (2007). *Η κατανόηση της περιοδικότητας στην προσχολική ηλικία*. Ανέκδοτη πτυχιακή εργασία, Τ.Ε.Ε.Α.Π.Η., Πανεπιστήμιο Πατρών.

Παπιάς, Ν. (2007). *Η έννοια των προτύπων και της περιοδικότητας στην προσχολική ηλικία*. Ανέκδοτη πτυχιακή εργασία, ΤΕΕΑΠΗ, Πανεπιστήμιο Πατρών.



Εικόνες 8.3 Μοτίβα με τρία διαφορετικά χρώματα

Δραστηριότητες με μοτίβα τριών διαφορετικών χρωμάτων

Τα μοτίβα βασίζονται στην αναπαραγωγή τριών διαφορετικών χρωμάτων και έχουν τη δομή Α-Β-Γ, όπου Α, Β και Γ είναι διαφορετικά χρώματα (εικόνες 8.3).

» Ανάπτυξη δραστηριοτήτων

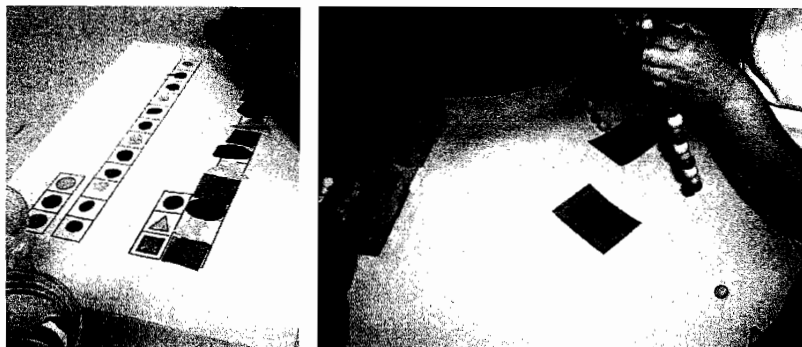
Στην περίπτωση του «σκουληκιού» της εικόνας 8.3.Ι για την αναπαραγωγή του μοτίβου χρησιμοποιούνται χρωματιστές πλαστελίνες, στην περίπτωση της εικόνας 8.3.ΙΙ τουβλάκια τριών διαφορετικών χρωμάτων, ενώ στο «φιδάκι» της εικόνας 8.3.ΙΙΙ τα παιδιά αναπαράγουν τα τρία χρώματα του μοτίβου.

Δραστηριότητες με μοτίβα που εισάγουν δύο παραμέτρους

Εδώ το μοτίβο έχει τη δομή Α-Β-Γ, όπου τα Α, Β και Γ διαφέρουν σε δύο παραμέτρους. Η μια είναι το διαφορετικό χρώμα και η άλλη το διαφορετικό σχήμα (εικόνες 8.4).

Στην περίπτωση της εικόνας 8.4.Ι έχουμε τρία διαφορετικά χρώματα που αντιστοιχούν σε τρία διαφορετικά επίπεδα σχήματα.

Στην περίπτωση της εικόνας 8.4.ΙΙ τα παιδιά κατασκευάζουν βραχιόλια με χάντρες που διαφέρουν στο χρώμα και το μέγεθος.



Εικόνες 8.4 Μοτίβα με δύο διαφορετικές παραμέτρους

Ανάπτυξη των δραστηριοτήτων

Στην πρώτη περίπτωση δίνονται (ή κόβονται από τους μαθητές) τρία διαφορετικά σχήματα (τετράγωνο, τρίγωνο και κύκλος) σε επαρκή ποσότητα και σε διαφορετικά χρώματα (μπλε, κίτρινο και κόκκινο, αντίστοιχα) και τα παιδιά πρέπει να τα αναπαράγουν ακολουθώντας ένα πρότυπο που τους δίνεται.

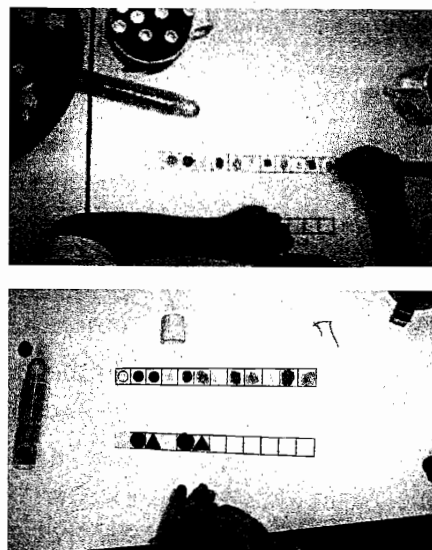
Στη δεύτερη, τα παιδιά καλούνται να επιλέξουν από ένα κουτί χάντρες, σύμφωνα με πρότυπο που τους δίνεται.

Δραστηριότητες αξιολόγησης

Για την αξιολόγηση των γνώσεων των μαθητών μπορούμε να εισηγηθούμε τη συμπλήρωση ατομικών φύλλων εργασίας που απαιτούν από τα παιδιά την αναπαραγωγή μοτίβων όπως αυτά των σχημάτων 8.5 και των εικόνων 8.5, όπου στην πρώτη περίπτωση εισάγεται μια παράμετρος, που είναι τα τρία διαφορετικά χρώματα, ενώ στην άλλη έχουμε και διαφορετικά σχήματα.

Προτάσεις για δραστηριότητες στα εξελισσόμενα μοτίβα

Η παρακολούθηση της ανάπτυξης των



Εικόνες 8.5 Αναπαραγωγή μοτίβων



(I) Μοτίβο με μια παράμετρο (χρώμα)



(II) Μοτίβο με δύο παραμέτρους (χρώμα και σχήμα)

Σχήματα 8.5 Μοτίβα για αξιολόγηση των γνώσεων των μαθητών

εξελισσόμενων μοτίβων από παιδιά προσχολικής ηλικίας είναι ένας δύσκολος διδακτικός στόχος. Γι αυτό, στις περιπτώσεις που επιλεγεί να παρουσιαστούν τέτοια μοτίβα βασιζόμαστε στη χρήση εκπαιδευτικού υλικού, όπως σπέρτα, ομοιόμορφα ξυλάκια, τετράγωνα κ.ά. και η διδακτική προσπάθεια πρέπει να ολοκληρώνεται στην προσπάθεια αναπαραγωγής κάποιων αρχικών αντιπροσώπων του μοτίβου.

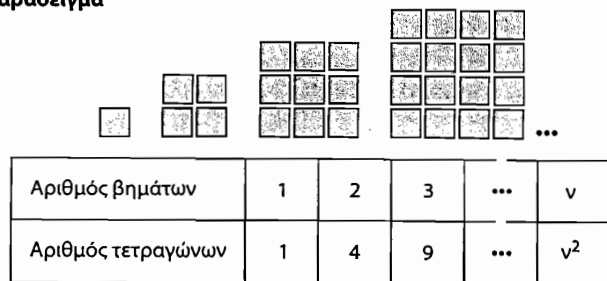
Σε μια επόμενη εκπαιδευτική βαθμίδα, όπως στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση, μπορούμε να ζητάμε από τους μαθητές προβλέψεις για τον αριθμό του χρησιμοποιούμενου υλικού σε κάθε βήμα ανάπτυξης του μοτίβου. Τέλος, οι μαθητές της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης, μπορούν να αναζητούν το μοντέλο (τον τύπο) που περιγράφει το αναπτυσσόμενο μοντέλο.

Προεκτάσεις. Από τα μοτίβα στην Άλγεβρα

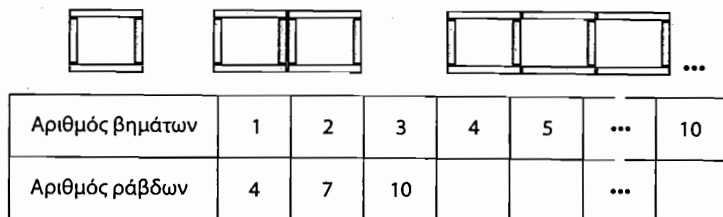
Στη βιβλιογραφία της διδακτικής των μαθηματικών η διδασκαλία των μοτίβων συχνά συσχετίζεται με την ανάπτυξη της αλγεβρικής σκέψης και ειδικότερα με τις συναρτήσεις. Πράγματι, τα εξελισσόμενα μοτίβα μπορεί σε μεγαλύτερες σχολικές βαθμίδες να οδηγήσουν στην έννοια της συνάρτησης και σε ένα επόμενο στάδιο στην αναζήτηση μαθηματικών μοντέλων που περιγράφουν τα συγκεκριμένα μοτίβα.

Για παράδειγμα, στα εξελισσόμενα μοτίβα των σχημάτων 8.6 ζητείται να περιγραφεί ο τρόπος που αναπτύσσονται και να γίνει πρόβλεψη για τον αριθμό των ράβδων που θα υπάρχουν στο 10ο βήμα. Ουσιαστικά ζητείται από τα παιδιά να δημιουργήσουν ένα μαθηματικό μοντέλο (έναν τύπο) που να περιγράφει τον τρόπο μεταβολής των ράβδων (Billstein, et al. 2010, Van de Walle 2007). Να σημειώσουμε ότι τα προηγούμενα αναπτυσσόμενα μοτίβα απευθύνονται σε μαθητές των τελευταίων τάξεων του Δημοτικού και του Γυμνασίου.

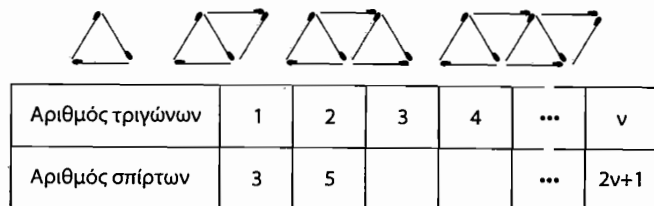
1ο Παράδειγμα



2ο Παράδειγμα



3ο Παράδειγμα



Σχήματα 8.6 Εξελισσόμενα μοτίβα σε μορφή συνάρτησης

Σχόλιο

Συχνά, στη μαθηματική εκπαίδευση συναντάμε την αντίληψη ότι η οπτική παρουσίαση μαθηματικών θεμάτων μέσω εκπαιδευτικού υλικού, όπως τα προηγούμενα μοτίβα, ενισχύει την δυνατότητα των μαθητών να επιλύουν προβλήματα.

Όμως, οι μαθητές επιδεικνύουν συχνά μια απροθυμία να εκμεταλλευτούν τα οπτικά στηρίγματα της μαθηματικής σκέψης (π.χ. Dreyfus 1990, Eisenberg and Dreyfus 1991). Ακόμα και στην περίπτωση που υπερνικηθεί η απροθυμία των μαθητών, η ενσωμάτωση των αναπαραστάσεων στη μαθηματική δραστηριότητα εμπεριέχει ένα σύνολο γνωστικών απαιτήσεων, όπως η ικανότητα «ανάγνωσης» μοτίβων και η ανα-

γνώριση των μετασχηματισμών που υπονοούνται σ' αυτά. Μάλιστα, διατυπώνεται ο ισχυρισμός (Noss, et al. 1997) ότι, όταν οι οπτικές αναπαραστάσεις είναι ισχυρές, οι μαθητές προτιμούν να επιλύουν τα προβλήματα μάλλον από διαίσθηση παρά προσφεύγοντας στην κινητοποίηση της μαθηματικής τους γνώσης. Για να τεκμηριωθεί ο προηγούμενος ισχυρισμός χρησιμοποιείται ένα μοτίβο που είναι παρόμοιο με το δεύτερο μοτίβο των σχημάτων 8.6 και ζητείται από τους μαθητές να συνεχίσουν την ανάπτυξή του (Noss, et al. 1997). Το συμπέρασμα που προέκυψε από τη συγκεκριμένη έρευνα είναι ότι οι δυσκολίες στη συσχέτιση του εκπαιδευτικού υλικού και της μαθηματικής γνώσης μπορούν να υπερνικηθούν μέσω της συστηματικής διδακτικής προσπάθειας (Noss, et al. 1997).

Βιβλιογραφία

- Billstein, R., Libeskind, S. & Lott, J. W. (2010). *A problem solving approach to mathematics for elementary school teachers*. Pearson Education International.
- Clements, D. H. & Sarama, J. (2009). *Learning and Teaching Early Math. The Learning Trajectories Approach*. Routledge, New York and London.
- Dreyfus, T.: 1990, 'Advanced mathematical thinking', Neshet, P., & Kilpatrick, J. (Eds.), *Mathematics and Cognition*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Eisenberg, T. and Dreyfus, T.: 1991, 'On the reluctance to visualize in mathematics', Zimmermann, W., & Cunningham, S. (Eds.), *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*, Mathematical Association of America, Providence, RI, pp. 25-38.
- Eisenberg, T. & Dreyfus, T. (1991), On the Reluctance to Visualize in Mathematics. *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*, 25-37.
- Hershkowitz, R., Parzysz, B., & Van Dormolen, J. (1996). Space and Shape. In A.J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, C. Laborde (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 161-204). Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London.
- Shama, G. (1998). Understanding Periodicity as a Process With a Gestalt Structure. *Educational Studies in Mathematics*, 35, 255-281.
- Ziemba, E. J. & Hoffman, J. (2005-2006). Sorting and Patterning in Kindergarten: From Activities to Assessment. *Teaching Children Mathematics*, 12(5), 236-241.
- Noss, R., Healy, L., & Hoyle, C. (1997). The construction of mathematical meaning: connecting the visual with the symbolic. *Educational Studies in Mathematics* 33: 203-233.

Van de Walle, J. A. and Lovin, L. H. (2006). *Teaching Student-Centered Mathematics*, K-3. Boston, MA: Pearson, 2006.

Van de Walle, J. A. (2007). *Elementary and Middle School Mathematics. Teaching Development*. Boston: Pearson.

Κεφάλαιο Ένατο

Αμφιβολίες και βεβαιότητες. Η πιθανολογική σκέψη των νηπίων

Τα σύγχρονα αναλυτικά προγράμματα προσχολικής και πρώτης σχολικής εκπαίδευσης εντάσσουν ως μέρος της μαθηματικής εκπαίδευσης των παιδιών την διερεύνηση και ανάπτυξη της πιθανολογικής τους σκέψης (ένθετο 9.1).

Η ενασχόληση των παιδιών με το συγκεκριμένο αντικείμενο προσφέρει στα παιδιά τη δυνατότητα να εμπλακούν σε ενδιαφέρουσες εκπαιδευτικές δραστηριότητες, ενώ παράλληλα συμβάλλει σημαντικά στην ανάπτυξη της μαθηματικής τους σκέψης (Skoumpourdi 2004, Skoubourdi et al. 2009, Skoumpourdi and Kalavassiss 2003, Αντωνόπουλος και Ζαχάρος 2011, Antonopoulos & Zacharos 2013).

Τα παιδιά, αλλά συχνά και οι ενήλικοι, επηρεάζονται στις κρίσεις τους για τις πιθανολογικές καταστάσεις και τις ευκαιρίες που έχει να συμβεί μια κατάσταση σε ένα πείραμα τύχης, από προσωπικές προτιμήσεις, ακόμη και από θρησκευτικές ή άλλες πεποιθήσεις (Amir & Williams 1999, Tarr 2002), καθώς και γνωστικούς περιορισμούς, που δυσκολεύουν την ορθή κρίση τους και οδηγούν σε λανθασμένες επιλογές. Αν για παράδειγμα το αγαπημένο χρώμα ενός παιδιού είναι το κόκκινο και ζητηθεί να προβλέψει το χρώμα του βόλου που θα τραβήξει με κλειστά μάτια από ένα δοχείο που περιέχει 2 κόκκινους και 3 πράσινους βόλους, είναι πιθανό στην απάντησή του να υπερισχύσει η προτίμηση στο χρώμα, παραβλέποντας την αναλογία στους χρωματιστούς βόλους.

Η συστηματική μελέτη στην ανάπτυξη της πιθανολογικής σκέψης του παιδιού αρχίζει με την πειραματική διερεύνηση των Piaget και Inhelder (1975). Στη διδακτική των μαθηματικών οι σχετικές έρευνες επιδίωξαν να εντοπίσουν τις πρώτες δαισθη-

Ένθετο 9.1 Πιθανότητες - Μαθησιακοί στόχοι

Τα παιδιά να μάθουν να

- περιγράφουν ένα γεγονός ως βέβαιο, πιθανό, αδύνατο
- πραγματοποιούν απλά πειράματα τύχης ενός σταδίου και περιγράφουν το δειγματικό χώρο
- χαρακτηρίζουν ένα πείραμα τύχης ως δίκαιο-άδικο

Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου 2011

