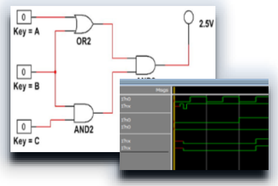
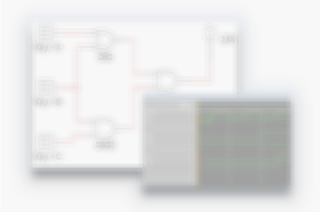


ECE119 – Ψηφιακή Σχεδίαση

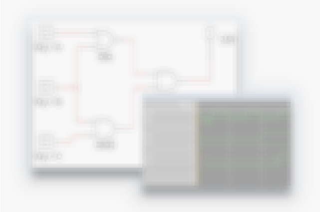
Διδάσκοντες Εργαστηρίου: Δ. Καραμπερόπουλος
Δ. Γαρυφάλλου

- Lab 5: Binary Conversion and Adders



Περιεχόμενα Εργαστηριακού Μαθήματος

Binary Conversion and Adders



In the first lab, you explored truth tables with two inputs and learned how to design their corresponding circuits.

Two binary inputs, namely, 1 and 0 are the simplest of circuits.

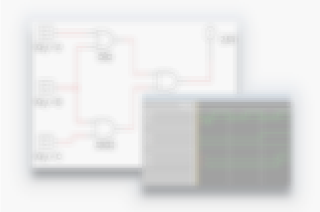
More complex circuits have more combinations of binary numbers.

This makes it impractical to create truth tables for all of the possible combinations and permutations.

Instead of creating truth tables, you will look to a system that converts your binary numbers to a **binary-coded decimal (BCD)**.

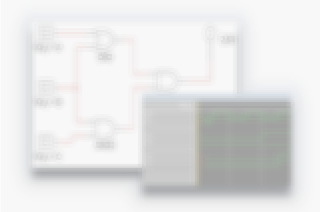
Depending on the sequence and each number’s position in it, they are assigned a value. Adding up these values gives us the BCD.

Learning Objectives



In this lab, students will:

- Construct half and full adders with logic gates and create truth tables from them
- Confirm the truth table for a full adder.



Expected Deliverables

In this lab, you will collect the following deliverables:

- Long answer questions regarding adders
- 3 Truth Tables
- Conclusion questions

Binary-Coded Decimals

- Δυαδικά κωδικοποιημένοι δεκαδικοί - BCD
- Η κάθε ομάδα των 4 bit αντιστοιχεί σε ένα δεκαδικό ψηφίο
- π.χ. Ο δεκαδικός $(396)_{10}$ αναπαρίσταται σε BCD με 12 bit ως $(0011\ 1001\ 0110)_{BCD}$
- Οι δυαδικοί συνδυασμοί 1010 ως 1111 δεν χρησιμοποιούνται στο σύστημα BCD και επομένως, δεν έχουν νόημα στον κώδικα αυτό.

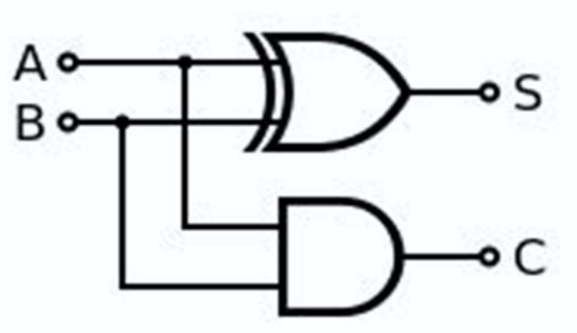
- $(185)_{10} = (0001\ 1000\ 0101)_{BCD} = (10111001)_2$

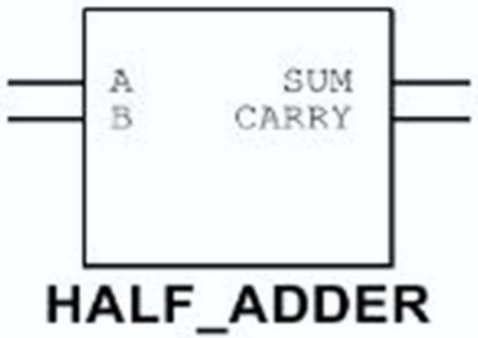
Half-Adder

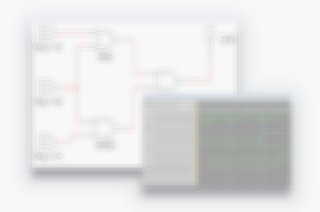
- A half-adder does binary addition on two inputs (A and B).
- The two outputs are labeled sum (S) and carry (C).
- Half adders can be built with:
  - an XOR gate and an AND gate (shown on the left).
  - a component in Multisim (shown on the right).

Half Adder

x	y	C	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0







Half-Adder

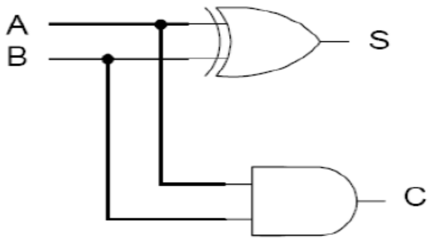
- Το κύκλωμα που πραγματοποιεί την πρόσθεση δυο ψηφίων χωρίς να λαμβάνει υπόψη τυχόν προηγούμενο κρατούμενο ονομάζεται **Ημιαθροιστής**.
- Ο Ημιαθροιστής έχει δυο εισόδους x και y (τα bit που προστίθενται) και δυο εξόδους C (κρατούμενο-carry) και S (άθροισμα-sum).

A	B	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

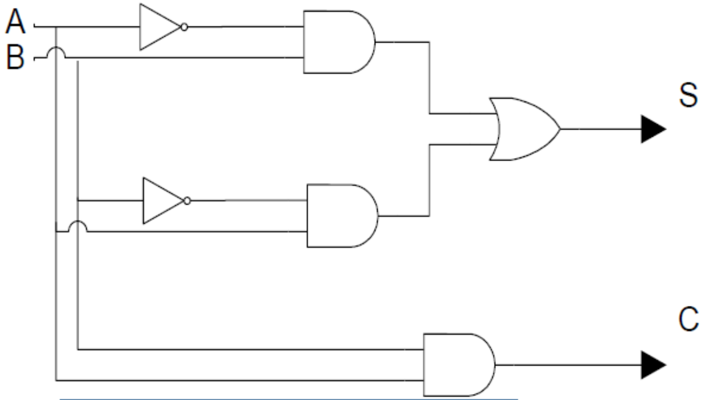
$S = A'B + AB'$

$\rightarrow S = A \oplus B$

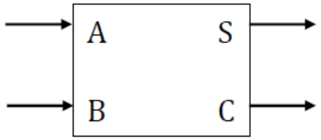
$C = AB$



Ημιαθροιστής χρησιμοποιώντας *XOR* και *AND* πύλες



Συμβολικό κύκλωμα



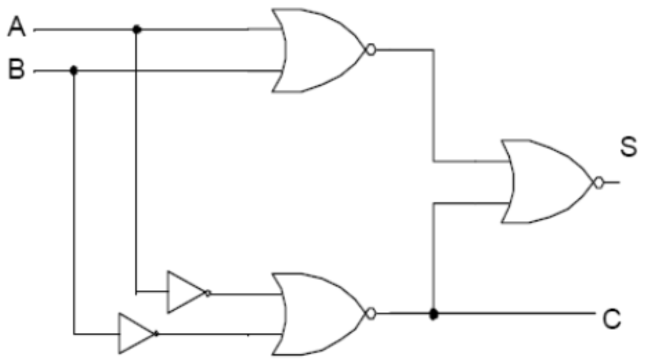
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
χρόνια δημιουργίας

Half-Adder - 2^{η} Υλοποίηση

A	B	S	C
0	0	0	0
0	1	1 $(\bar{A}B)$	0
1	0	1 $(A\bar{B})$	0
1	1	0	1 (AB)

$$S = A\bar{B} + \bar{A}B, \quad \mathrm{C} = \mathrm{A} \cdot \mathrm{B}$$

Ημιαθροιστής με **NOR** πύλες

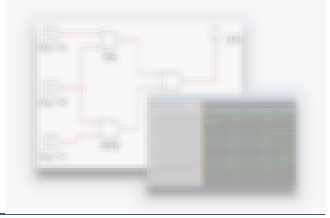


Χρησιμοποιώντας για το ***S*** τη δεύτερη μορφή γινομένου προκύπτει:

$$S = (A+B)(\bar{A}+\bar{B}) = \overline{\overline{A+B} + \overline{\bar{A}+\bar{B}}} \quad (De\ Morgan)$$

επίσης: $C = A \cdot B = \overline{\bar{A}+\bar{B}}$

Συνεπώς η S μπορεί να δημιουργηθεί χρησιμοποιώντας μόνο πύλες NOR, η δε C προκύπτει από μια εξ αυτών των πυλών:

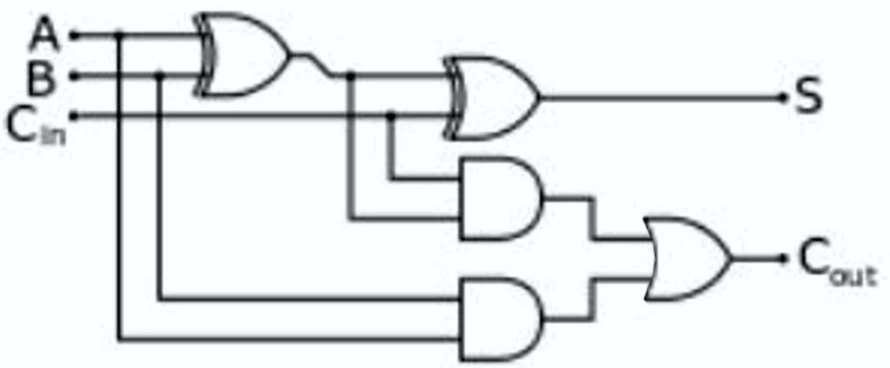


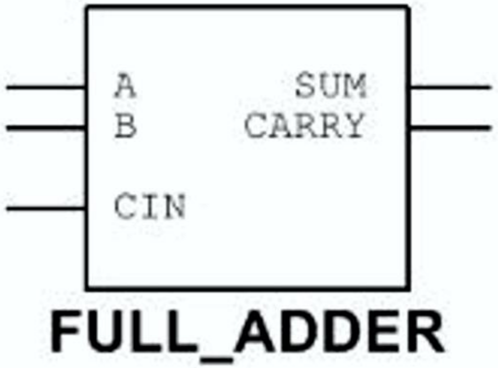
Full-Adder

- A full-adder does binary addition on three inputs: A, B, and Cin.
- Full adders usually work in a cascade fashion where they are used to add binary numbers with an increasing number of bits.
- The two outputs are sum (S) and carry (Cout).
- You will notice that full adders can also use logic gates or a component.

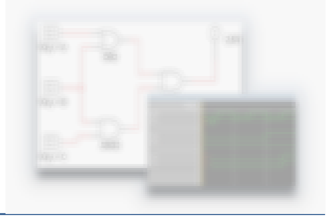
Full Adder

x	*y*	*z*	*C*	*S*
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1



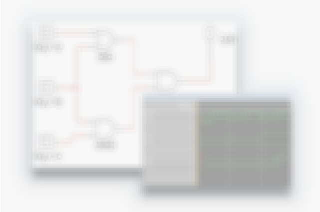


Full-Adder



- Όταν προσθέτουμε δύο bits με τον ημιαθροιστή, παίρνουμε δυο εξόδους: ένα άθροισμα και ένα κρατούμενο
- Αυτό το κρατούμενο πρέπει να προστεθεί στην επόμενη στήλη από τα αριστερά (όταν υλοποιούμε πρόσθεση αριθμών με πολλά δυαδικά ψηφία)
- Συνεπώς χρειαζόμαστε ένα ψηφιακό κύκλωμα που να προσθέτει τρία bits μαζί (δυο ψηφία και τυχόν προηγούμενο κρατούμενο)
- Άρα, **ο πλήρης αθροιστής έχει τρεις εισόδους και δυο εξόδους.**

Full-Adder



- Το κύκλωμα που πραγματοποιεί την πρόσθεση δυο ψηφίων λαμβάνοντας υπόψη τυχόν προηγούμενο κρατούμενο, ονομάζεται **Πλήρης Αθροιστής**. Ο Πλήρης Αθροιστής έχει τρεις εισόδους A, B (τα bit που προστίθενται) και Ci (κρατούμενο εισόδου) και δυο εξόδους C (κρατούμενο εξόδου - carryout) και S (άθροισμα-sum).

A	B	C_i	S	C_0
0	0	0	0	0
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	1

άρα

$$S = \bar{A}B\bar{C}_i + A\bar{B}\bar{C}_i + \bar{A}\bar{B}C_i + ABC_i$$

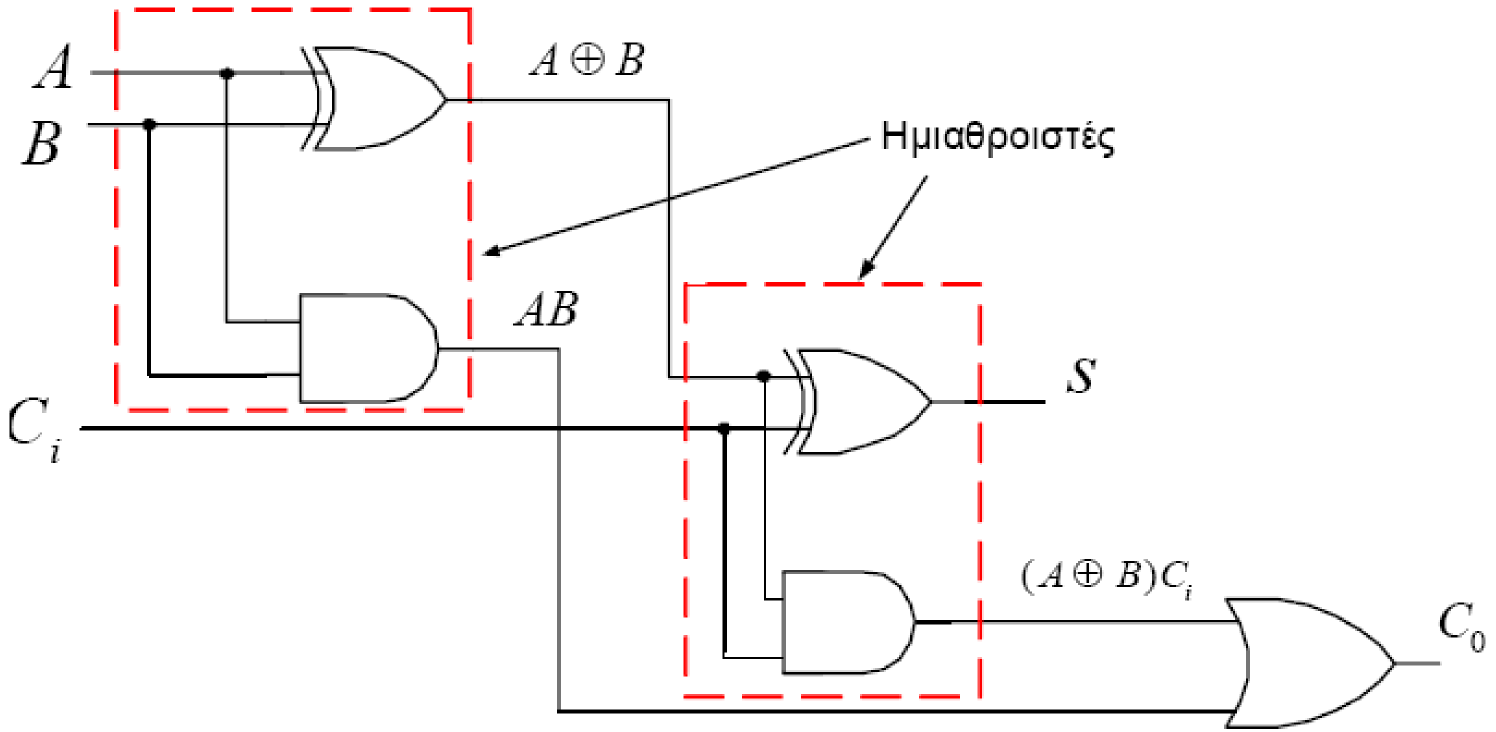
$$S = \overline{C_i}(\bar{A}B + A\bar{B}) + C_i(\bar{A}\bar{B} + AB)$$

$$= \overline{C_i}(A \oplus B) + C_i(\overline{A \oplus B}) = (A \oplus B) \oplus C_i$$

$$\boldsymbol{Co = AB + (A \oplus B)Ci}$$

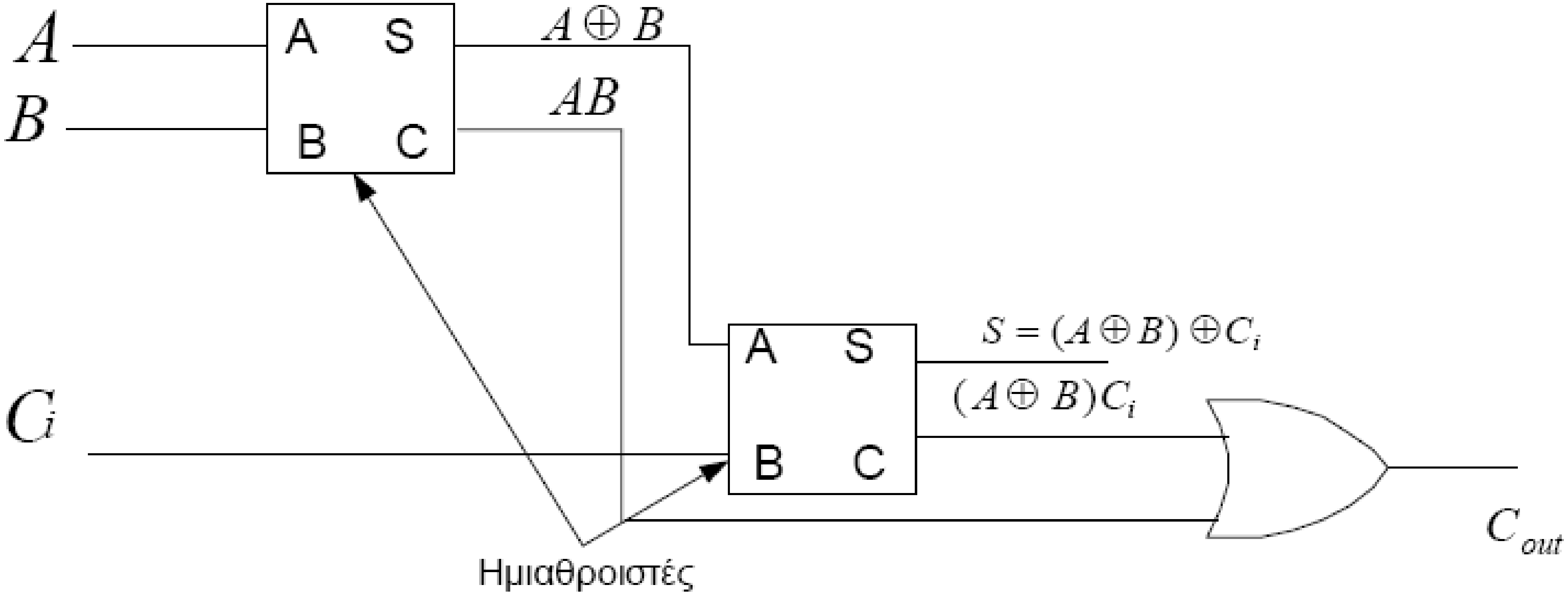
Full-Adder

S = (A ⊕ B) ⊕ Ci
C = AB + (A ⊕ B) Ci



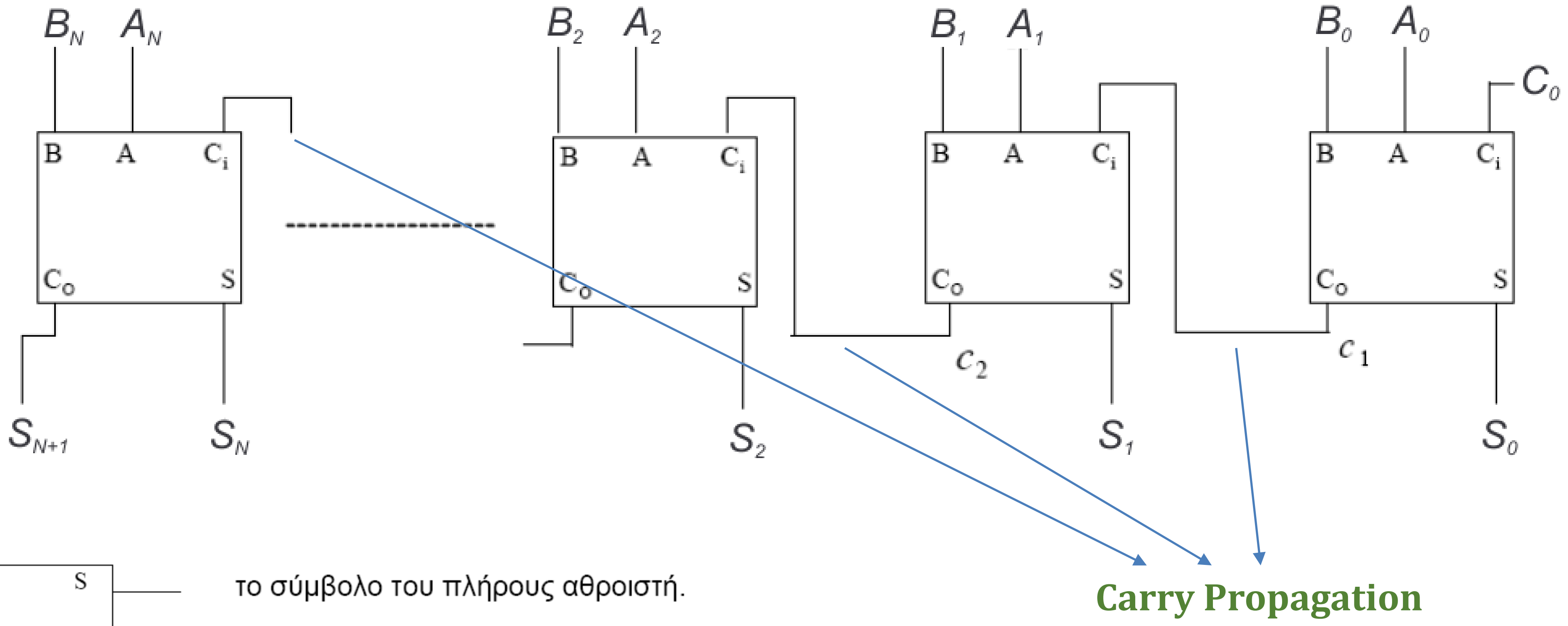
Full-Adder

- Χρησιμοποιώντας το συμβολικό κύκλωμα του ημιαθροιστή:

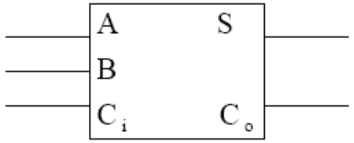


Full-Adder

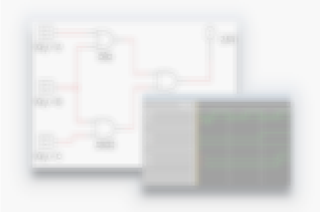
- Η άθροιση αριθμών με περισσότερα του ενός δυαδικά ψηφία γίνεται με το κύκλωμα του **παράλληλου αθροιστή** ως εξής:



όπου



το σύμβολο του πλήρους αθροιστή.

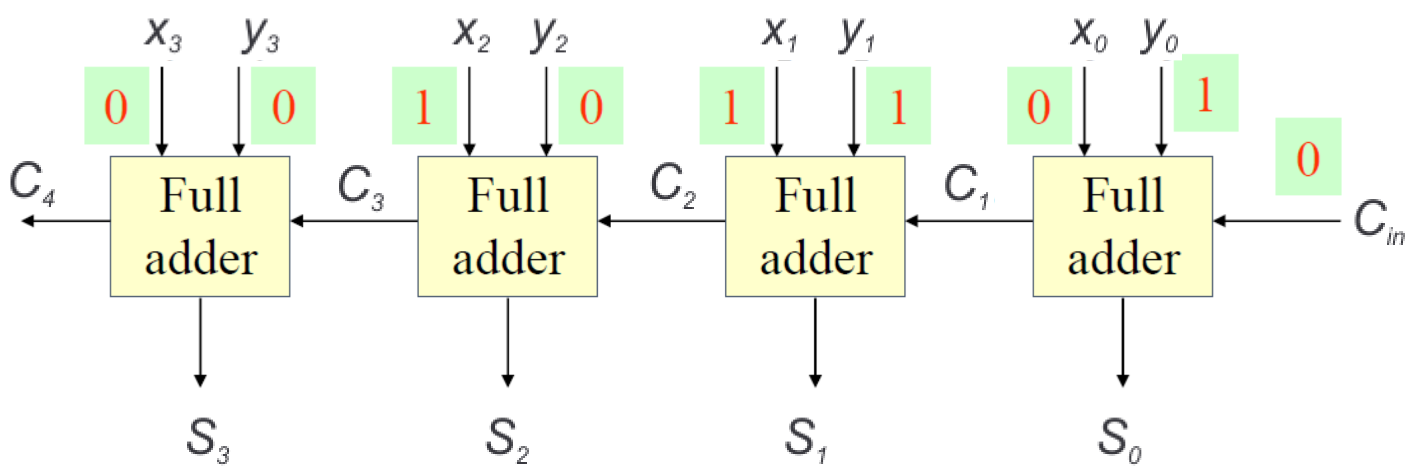


Full-Adder, Παράδειγμα πρόσθεσης 4 bit

- Ο **παράλληλος δυαδικός αθροιστής** παράγει το αριθμητικό άθροισμα δυο δυαδικών αριθμών παράλληλα.
- Αποτελείται από πλήρεις αθροιστές που συνδέονται σε σειρά και όπου το κρατούμενο εξόδου του ενός τροφοδοτεί το κρατούμενο εισόδου του επόμενου.
- **Παράδειγμα πρόσθεσης**
- Προσθέτουμε 6 + 3 σε υπολογιστή με μήκος λέξης 4 bit:
  - input x = 6 = 0110
  - input y = 3 = 0011
  - (αρχικό) κρατούμενο cin = 0

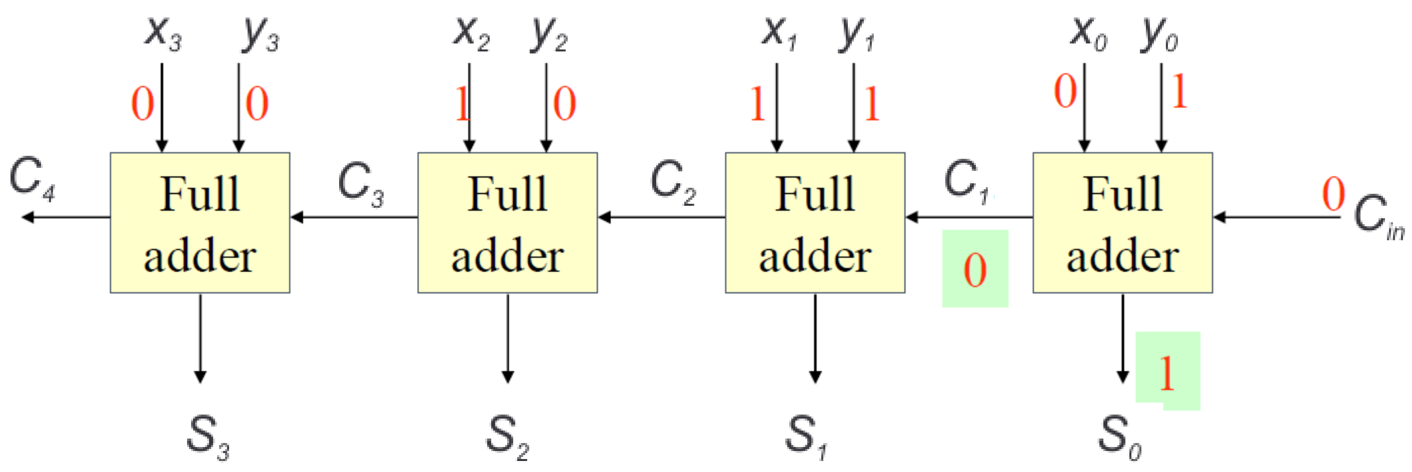
Full-Adder, Παράδειγμα πρόσθεσης 4 bit

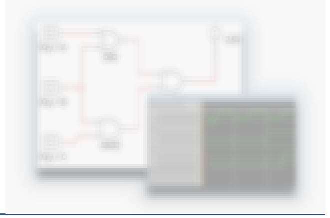
x=0110 και y=0011



Full-Adder, Παράδειγμα πρόσθεσης 4 bit

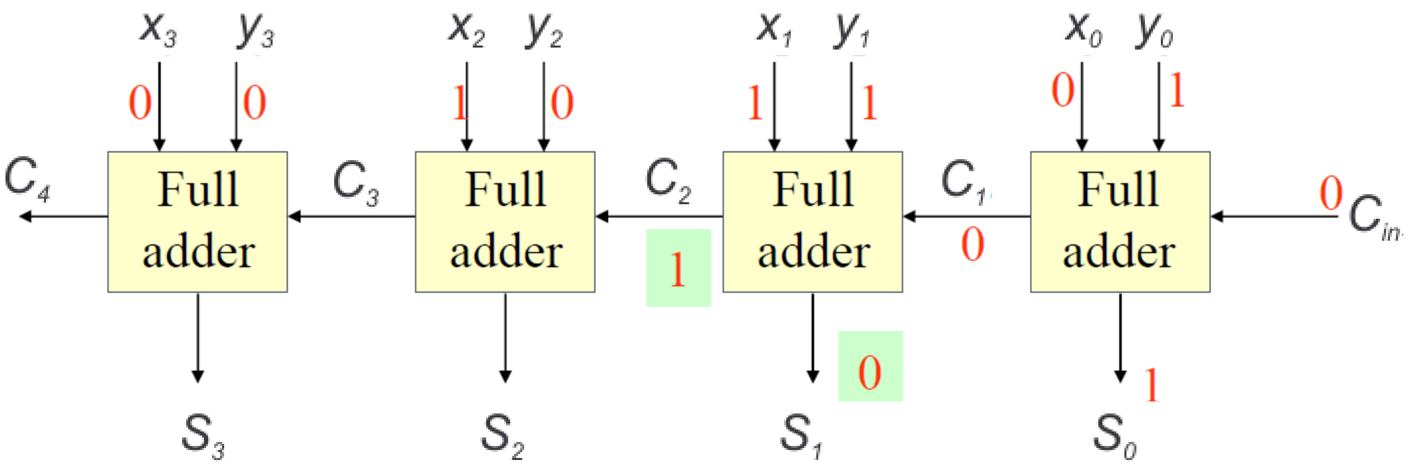
Από τον πίνακα αληθείας βλέπουμε ότι **S_0=1** και **C_1=0**





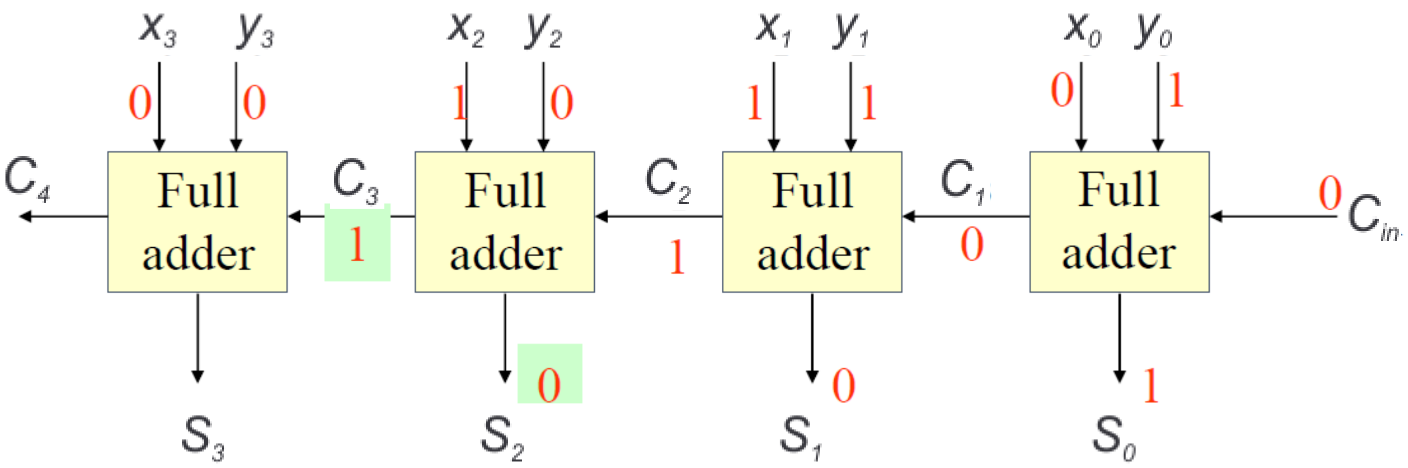
Full-Adder, Παράδειγμα πρόσθεσης 4 bit

Από τον πίνακα αληθείας βλέπουμε ότι $\mathbf{S_1=0}$ και $\mathbf{C_2=1}$.



Full-Adder, Παράδειγμα πρόσθεσης 4 bit

Από τον πίνακα αληθείας βλέπουμε ότι **S_2=0** και **C_3=1** .

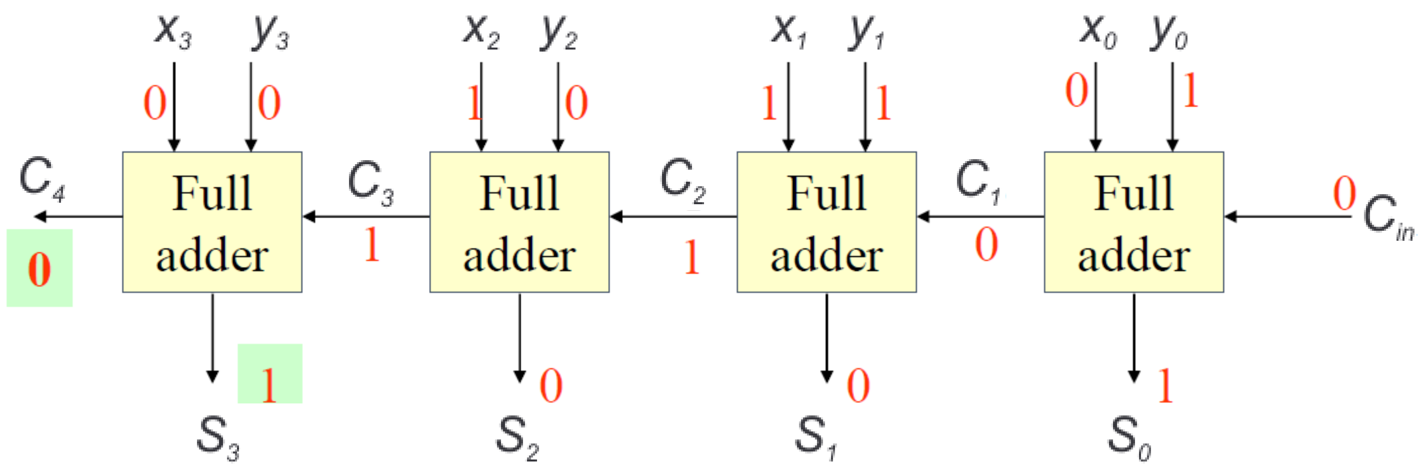


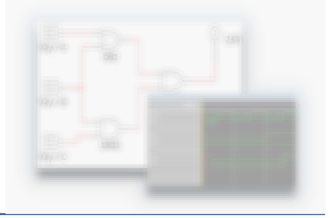
Full-Adder, Παράδειγμα πρόσθεσης 4 bit

Από τον πίνακα αληθείας βλέπουμε ότι **S_3=1** και **C_4=0**

Το αποτέλεσμα είναι: **Άθροισμα = [1,0,0,1] = 9**

Κρατούμενο C_4 = 0





4-bit adder

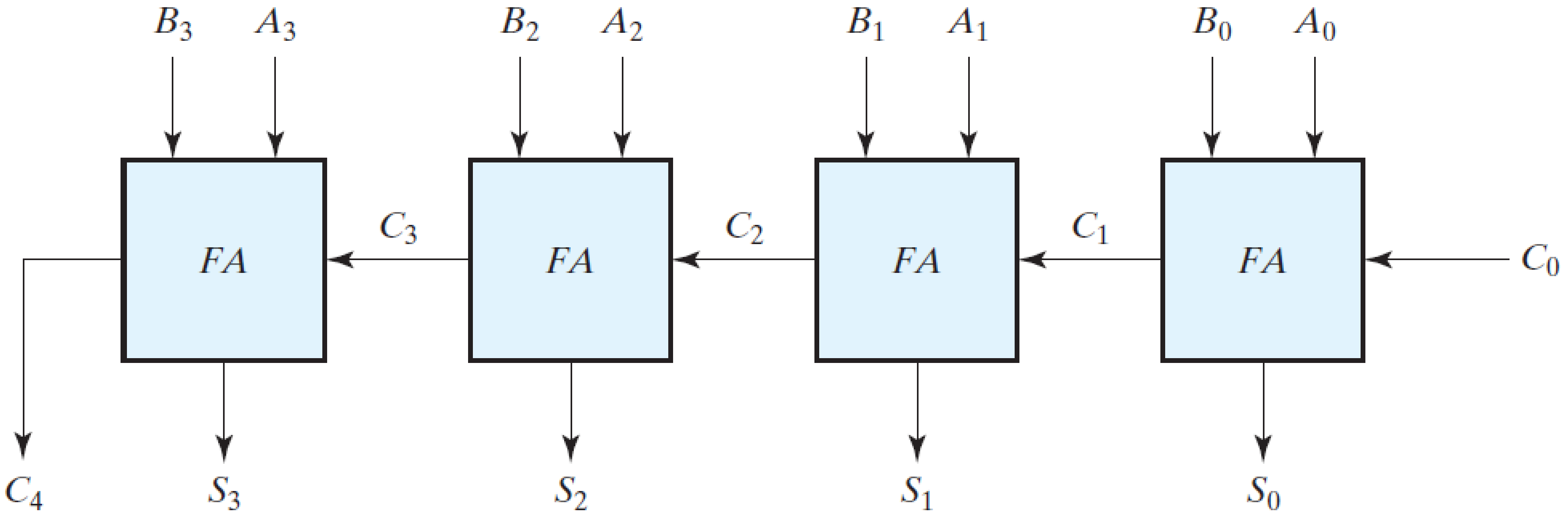
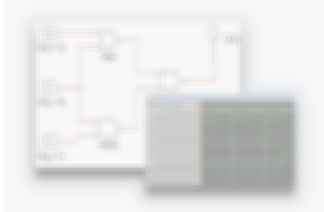


FIGURE 4.9
Four-bit adder



4-bit adder-subtractor - Δυαδικός αθροιστής και αφαιρέτης

- Η αφαίρεση δυαδικών αριθμών μπορεί να γίνει εύκολα με τη χρήση των συμπληρωμάτων. Σε αναπαράσταση αριθμών συμπληρώματος ως προς 2 η αφαίρεση A-B γίνεται προσθέτοντας στο A το συμπλήρωμα του B ως προς 1, συν 1.

- Οι πράξεις της πρόσθεσης και της αφαίρεσης μπορούν να συνδυαστούν σε ένα κοινό κύκλωμα

- Εάν A, B **μη προσημασμένοι**, τότε το bit C δείχνει την ύπαρξη κρατούμενου.

- Εάν A, B **προσημασμένοι**, τότε το bit V δείχνει εάν έχει γίνει υπερχείλιση (V=1), ή εάν όχι και το αποτέλεσμα της πράξης είναι σωστό (V=0).

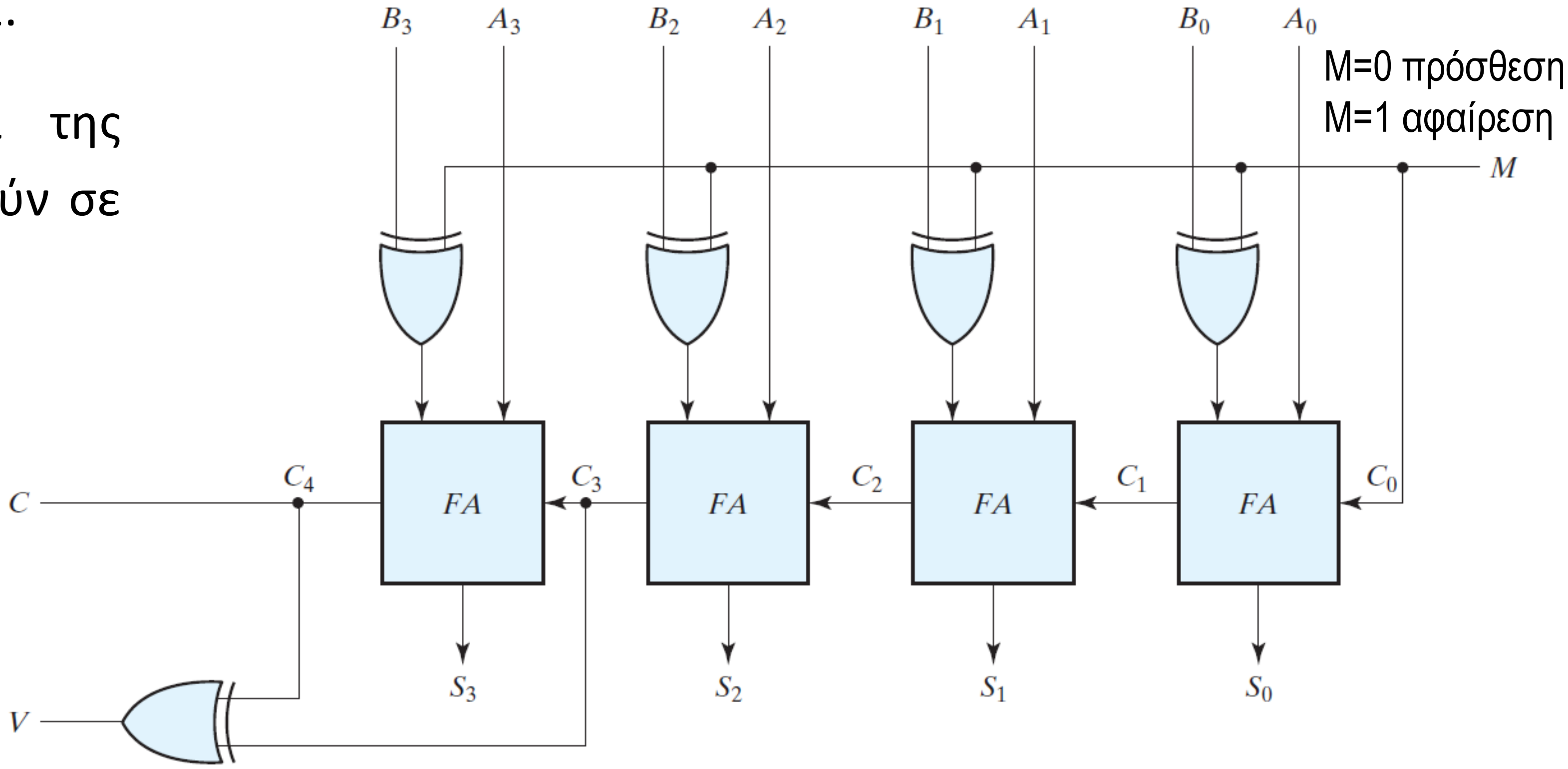
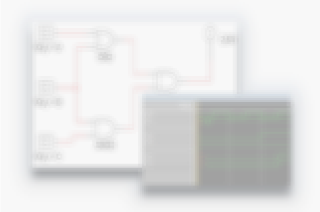
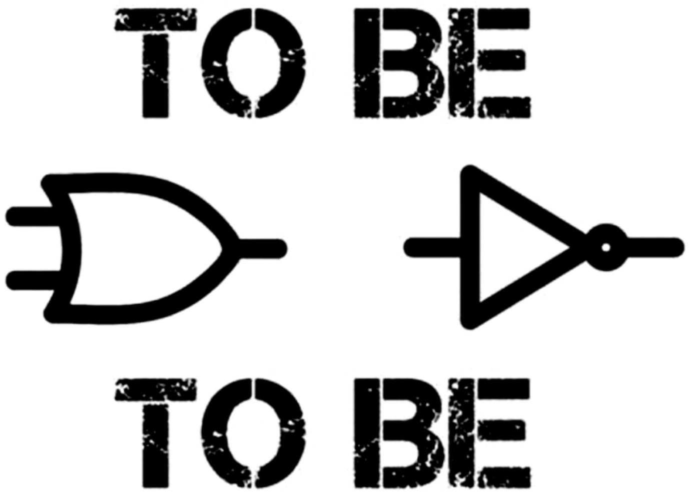


FIGURE 4.13
Four-bit adder–subtractor (with overflow detection)



Ευχαριστώ για την προσοχή σας!

- **Ερωτήσεις / Απορίες ;**



Επικοινωνία: ece119.uth@gmail.com