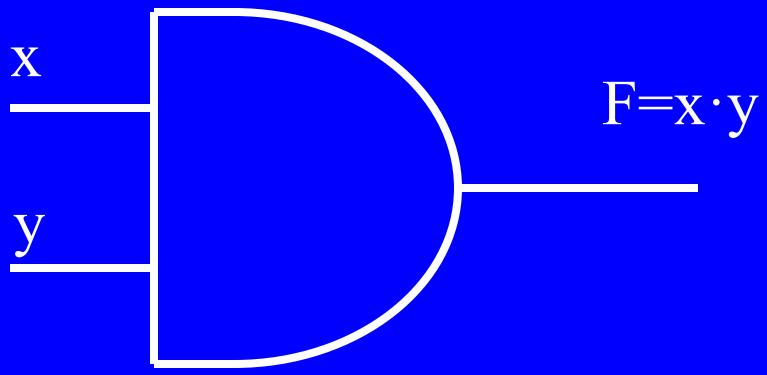
Δυαδική λογική

- ΚΑΙ (AND)
- Η (OR)
- ΟΧΙ (NOT)

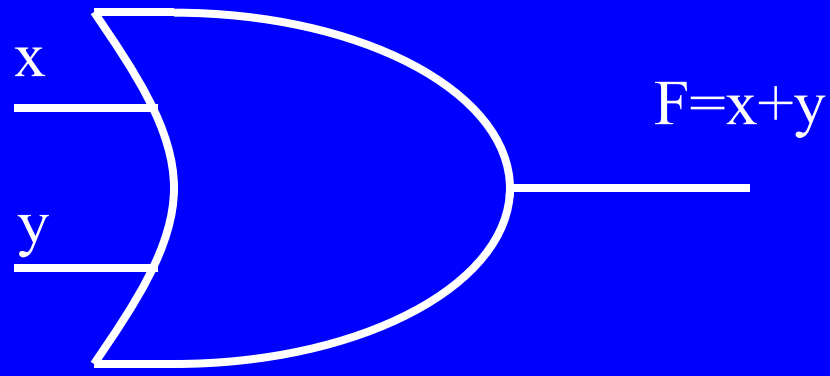
x	y	AND (x·y)	OR (x+y)	NOT (x')
0	0	0	0	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	0
1	1	1	1	0

Πύλη ΚΑΙ (AND)



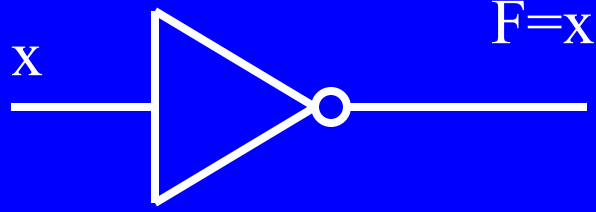
x	y	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Πύλη Ή (OR)



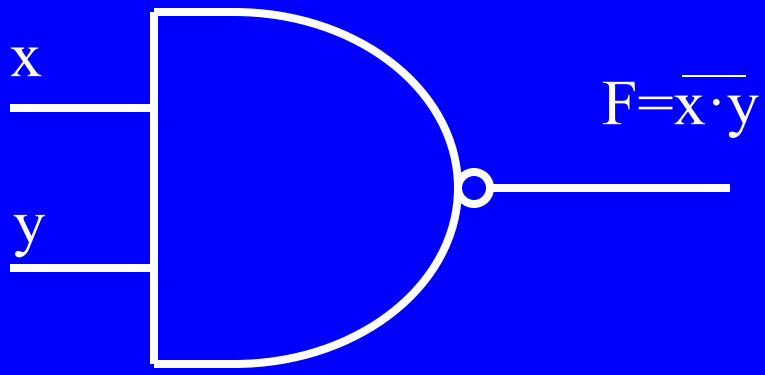
x	y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Πύλη ΟΧΙ (NOT)



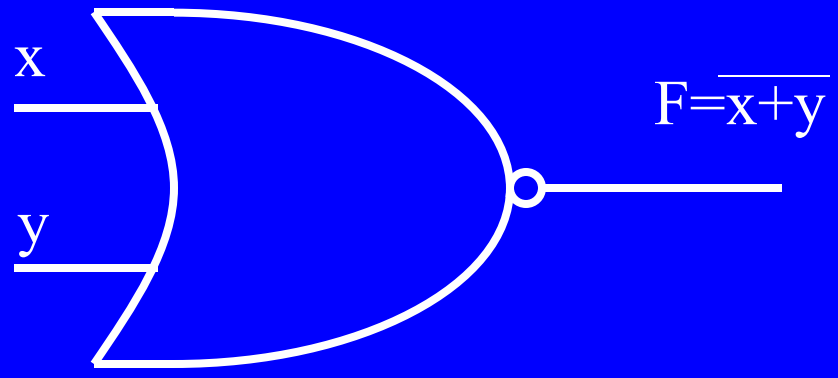
x	F
0	1
1	0

Πύλη ΟΧΙ-ΚΑΙ (NAND)



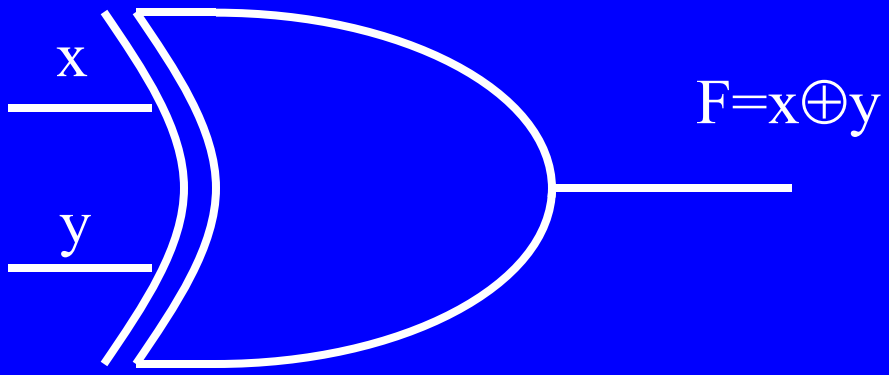
x	y	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Πύλη ΟΥΤΕ (NOR)



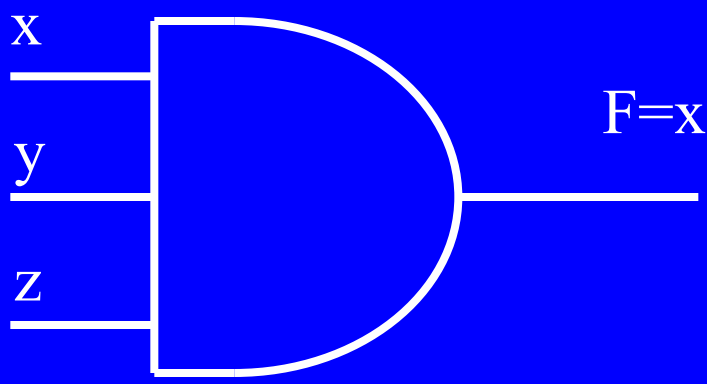
x	y	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Πύλη EXCLUSIVE-OR (XOR)

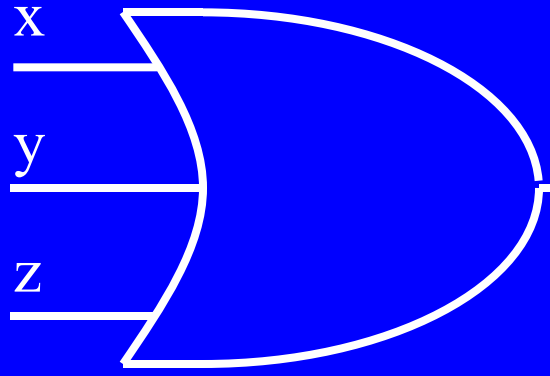


x	y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Άλλες πύλες



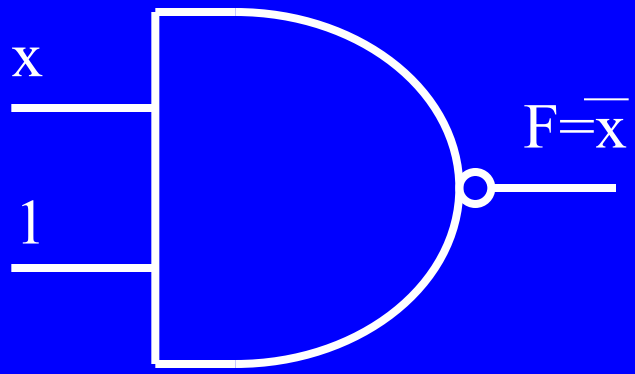
$F=x \cdot y \cdot z$

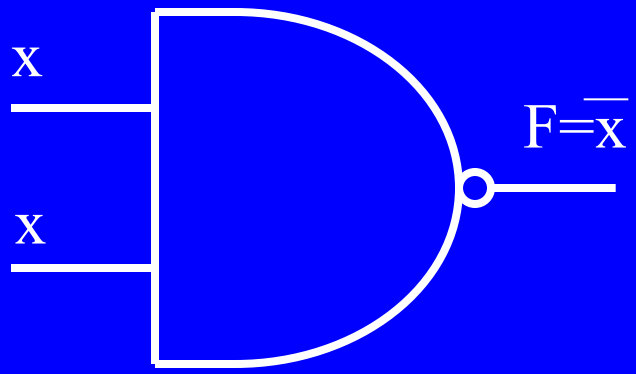


$F=x+y+z$

Universal gate

Με τις πύλες NAND ή NOR δύο εισόδων μπορούμε να υλοποιήσουμε οποιαδήποτε άλλη πύλη





Άλγεβρα Boole

Βασικοί ορισμοί

- Κλειστότητα x*y στο S
- Προσεταιριστικός νόμος (x*y)*z=x*(y*z)
- Αντιμεταθετικός νόμος x*y=y*x
- Ουδέτερο στοιχείο e*x=x*e=x
- Αντίστροφο x*y=e
- Επιμεριστικός νόμος x*(y&z)=(x*y)&(x*z)

Αξιωματικός ορισμός (Huntington)

- Κλειστότητα ως προς +, •
- Ουδέτερο στοιχείο
  - ως προς +: x+0=x
  - ως προς •: x•1=x
- Αντιμεταθετική
  - ως προς +: x+y=y+x
  - ως προς •: x•y=y•x

Αξιωματικός ορισμός (Huntington)

- Επιμεριστική
  - ως προς +: x+(y•z)=(x+y)•(x+z)
  - ως προς •: x•(y+z)=(x•y)+(x•z)
- Συμπλήρωμα
  - ως προς +: x+x'=1
  - ως προς •: x•x'=0
- Υπάρχουν τουλάχιστον δύο στοιχεία x,y στο σύνολο S.

Αξίωμα 1: Αντιμεταθετικοί νόμοι

α. Αντιμεταθετικότητα ως προς +

$$A + B = B + A$$

β. Αντιμεταθετικότητα ως προς •

$$A \bullet B = B \bullet A$$

Αξίωμα 2: Επιμεριστικοί νόμοι

α. Η πράξη + είναι επιμεριστική ως προς •

$$A + (B \bullet C) = (A + B) \bullet (A + C)$$

β. Η πράξη • είναι επιμεριστική ως προς +

$$A \bullet (B + C) = (A \bullet B) + (A \bullet C)$$

Αξίωμα 3: Ουδέτερο στοιχείο

α. Το 0 είναι το ουδέτερο στοιχείο της +

$A + 0 = 0 + A = A$

β. Το 1 είναι το ουδέτερο στοιχείο της •

$A \bullet 1 = 1 \bullet A = A$

Αξίωμα 4: Συμπληρώματα

α. Ως προς την πράξη +

$$A + A' = A' + A = 1$$

β. Ως προς την πράξη •

$$A \cdot A' = A' \cdot A = 0$$

Θεώρημα 1

$A + 1 = 1$

$A + 1 = 1 \cdot (A + 1)$	Αξίωμα 3
$= (A + A') \cdot (A + 1)$	Αξίωμα 4
$= A + (A' \cdot 1)$	Αξίωμα 2
$= A + A'$	Αξίωμα 3
$= 1$	Αξίωμα 4

Θεώρημα 2

Συμπλήρωμα του 0 είναι το 1
Συμπλήρωμα του 1 είναι το 0

Θεώρημα 3

$A + A = A$

$A + A = (A + A) \cdot 1$	Αξίωμα 3
$= (A + A) \cdot (A + A')$	Αξίωμα 4
$= A + (A \cdot A')$	Αξίωμα 2
$= A + 0$	Αξίωμα 4
$= A$	Αξίωμα 3

Θεώρημα 4

$A'' = A$	
$A'' = A'' + 0$	Αξίωμα 3
$= A'' + (A \bullet A')$	Αξίωμα 4
$= (A'' + A) \bullet (A'' + A')$	Αξίωμα 2
$= (A'' + A) \bullet 1$	Αξίωμα 4
$= (A'' + A) \bullet (A + A')$	Αξίωμα 4
$= (A + A'') \bullet (A + A')$	Αξίωμα 1
$= A \bullet (A'' + A')$	Αξίωμα 2
$= A \bullet 1$	Αξίωμα 4
$= A$	Αξίωμα 3

Θεώρημα 5

$A + (A \cdot B) = A$ (χωρίς $A \cdot B = 0$)

$A + (A \cdot B) = (A \cdot 1) + (A \cdot B)$	Αξίωμα 3
$= A \cdot (1 + B)$	Αξίωμα 2
$= A \cdot (B + 1)$	Αξίωμα 1
$= A \cdot 1$	Θεώρημα 1
$= A$	Αξίωμα 3

Θεώρημα 6

$A + (A' \cdot B) = A + B$

$A + (A' \cdot B) = (A + A') \cdot (A + B)$ Αξίωμα 2

$= 1 \cdot (A + B)$ Αξίωμα 4

$= A + B$ Αξίωμα 3

Θεώρημα 7

$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$

Θέτουμε $X = (A \cdot B) \cdot C$ και $Y = A \cdot (B \cdot C)$

$A + X = A + [(A \cdot B) \cdot C]$

$= [A + (A \cdot B)] \cdot (A + C)$ Αξίωμα 2

$= A \cdot (A + C)$ Θεώρημα 5

$= A$ Θεώρημα 5

$A + Y = A + [A \cdot (B \cdot C)]$

$= (A + A) \cdot [A + (B \cdot C)]$ Αξίωμα 2

$= A \cdot [A + (B \cdot C)]$ Θεώρημα 3

$= A$ Θεώρημα 5

Άρα $A + X = A + Y$

Θεώρημα 7 (συνέχεια)

$A' + X = A' + [(A \cdot B) \cdot C]$

$= [A' + (A \cdot B)] \cdot (A' + C)$ Αξίωμα 2

$= [(A' + A) \cdot (A' + B)] \cdot (A' + C)$ Αξίωμα 2

$= [1 \cdot (A' + B)] \cdot (A' + C)$ Αξίωμα 4

$= (A' + B) \cdot (A' + C)$ Αξίωμα 3

$= A' + (B \cdot C)$ Αξίωμα 2

$A' + Y = A' + [A \cdot (B \cdot C)]$

$= (A' + A) \cdot [A' + (B \cdot C)]$ Αξίωμα 2

$= 1 \cdot [A' + (B \cdot C)]$ Αξίωμα 4

$= A' + (B \cdot C)$ Αξίωμα 3

Άρα $A' + X = A' + Y$

Θεώρημα 7 (συνέχεια)

$(A + X) \cdot (A' + X) = (A + Y) \cdot (A' + Y)$

$[(A + X) \cdot A'] + [(A + X) \cdot X]$

$= [(A + Y) \cdot A'] + [(A + Y) \cdot Y]$ Αξίωμα 2

$(A \cdot A') + (X \cdot A') + [(A + X) \cdot X]$

$= (A \cdot A') + (Y \cdot A') + [(A + Y) \cdot Y]$ Αξίωμα 2

$(A \cdot A') + (X \cdot A') + X$

$= (A \cdot A') + (Y \cdot A') + Y$ Θεώρημα 5

$(X \cdot A') + X = (Y \cdot A') + Y$ Αξίωμα 4+3

$X = Y$ Θεώρημα 5

Θεώρημα 8 (De Morgan)

$(A + B)' = A' \cdot B'$

$(A + B) + A' \cdot B' = [(A + B) + A'] \cdot [(A + B) + B']$	Αξίωμα 2
$= [(B + A) + A'] \cdot [(A + B) + B']$	Αξίωμα 1
$= [B + (A + A')] \cdot [A + (B + B')]$	Θεώρημα 7
$= (B + 1) \cdot (A + 1)$	Αξίωμα 4
$= 1 \cdot 1$	Θεώρημα 1
$= 1$	Αξίωμα 3
$(A + B) \cdot (A' \cdot B') = (A' \cdot B') \cdot (A + B)$	Αξίωμα 1
$= [(A' \cdot B') \cdot A] + [(A' \cdot B') \cdot B]$	Αξίωμα 2
$= [(B' \cdot A') \cdot A] + [(A' \cdot B') \cdot B]$	Αξίωμα 1
$= [B' \cdot (A' \cdot A)] + [A' \cdot (B' \cdot B)]$	Θεώρημα 7
$= (B' \cdot 0) + (A' \cdot 0)$	Αξίωμα 4
$= 0 + 0$	Θεώρημα 1
$= 0$	Θεώρημα 3

Τι κρατάμε

Θεώρημα 1: A+1=1	A•0=0
Θεώρημα 2: Συμπλήρωμα του 0 είναι το 1 και του 1 το 0	
Θεώρημα 3: A+A=A	A•A=A
Θεώρημα 4: A''=A	
Θεώρημα 5: A+(A•B)=A, (A•B)≠0	A•(A+B)=A, (A+B)≠1
Θεώρημα 6: A+(A'•B)=A+B	A•(A'+B) = A•B
Θεώρημα 7: (A•B)•C=A•(B•C)	(A+B)+C=A+(B+C)
Θεώρημα 8: (A+B)'=A'•B'	(A•B)'=A'+B'

Η πράξη XOR

Αντιμεταθετικότητα

$$A \oplus B = B \oplus A$$

Προσεταιριστικότητα

$$(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C) = A \oplus B \oplus C$$

Επιμεριστικότητα

$$(AB) \oplus (AC) = A(B \oplus C)$$

Εκφράσεις

- Διαγράμματα Venn
- Συναρτήσεις Boole
- Πίνακες αληθείας
- Πρότυπες μορφές
  - Ελαχιστόροι (Minterms)
  - Μεγιστόροι (Maxterms)
  - Conjunctive Normal Form (CNF)

Συναρτήσεις Boole

Συνδυασμοί λογικών μεταβλητών δίνουν λογικές συναρτήσεις. Οι συναρτήσεις αυτές έχουν τη μορφή:

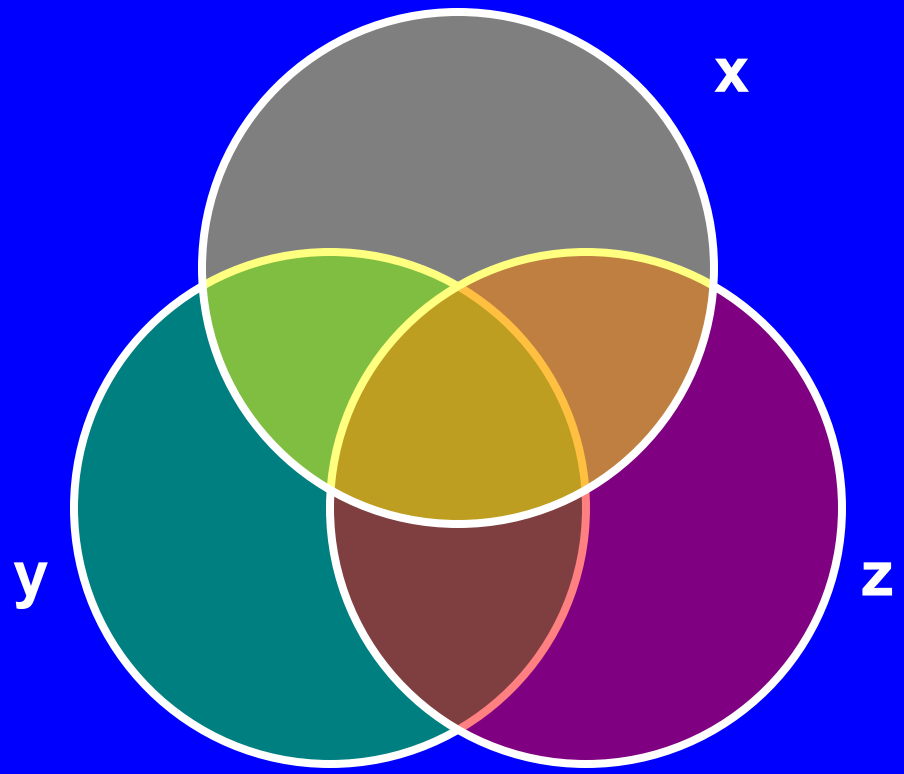
$$F_1 = x + yz$$

$$F_2 = xy + yz + zx$$

$$F_3 = xyz + x'y'z + x'yz' + xy'z'$$

$$F_4 = xy + z'$$

Διαγράμματα Venn



Πίνακες αλήθειας

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Ελαχιστόροι ή πρότυπα γινόμενα (minterms or standard products)

Σαν ελαχιστόρος ή πρότυπο γινόμενο μιας λογικής συνάρτησης $F = F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ ορίζεται μια έκφραση ΚΑΙ (AND) όλων των μεταβλητών x_i είτε στην κανονική είτε στην συμπληρωματική τους μορφή.

Μεγιστόροι ή πρότυπα αθροίσματα (maxterms or standard sums)

Σαν μεγιστόρος ή πρότυπο άθροισμα μιας λογικής συνάρτησης $F = F(x_1, x_2, ..., x_n)$ ορίζεται μια έκφραση Ή (OR) όλων των μεταβλητών x_i είτε στην κανονική είτε στην συμπληρωματική τους μορφή.

Ελαχιστόροι και μεγιστόροι

x	y	z	όρος	όνομα	όρος	όνομα
0	0	0	x'y'z'	m_0	x+y+z	M_0
0	0	1	x'y'z	m_1	x+y+z'	M_1
0	1	0	x'yz'	m_2	x+y'+z	M_2
0	1	1	x'yz	m_3	x+y'+z'	M_3
1	0	0	xy'z'	m_4	x'+y+z	M_4
1	0	1	xy'z	m_5	x'+y+z'	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	x'+y'+z	M_6
1	1	1	xyz	m_7	x'+y'+z'	M_7

Πίνακες αλήθειας

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

$F_1=m_3+m_4+m_5+m_6+m_7$

Ελαχιστόροι και μεγιστόροι

x	y	z	όρος	όνομα	όρος	όνομα
0	0	0	x'y'z'	m_0	x+y+z	M_0
0	0	1	x'y'z	m_1	x+y+z'	M_1
0	1	0	x'yz'	m_2	x+y'+z	M_2
0	1	1	x'yz	m_3	x+y'+z'	M_3
1	0	0	xy'z'	m_4	x'+y+z	M_4
1	0	1	xy'z	m_5	x'+y+z'	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	x'+y'+z	M_6
1	1	1	xyz	m_7	x'+y'+z'	M_7

2-36

Πίνακες αλήθειας

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

$$F_1=m_3+m_4+m_5+m_6+m_7$$

Ελαχιστόροι και μεγιστόροι

x	y	z	όρος	όνομα	όρος	όνομα
0	0	0	x'y'z'	m_0	x+y+z	M_0
0	0	1	x'y'z	m_1	x+y+z'	M_1
0	1	0	x'yz'	m_2	x+y'+z	M_2
0	1	1	x'yz	m_3	x+y'+z'	M_3
1	0	0	xy'z'	m_4	x'+y+z	M_4
1	0	1	xy'z	m_5	x'+y+z'	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	x'+y'+z	M_6
1	1	1	xyz	m_7	x'+y'+z'	M_7

2-36

Πίνακες αλήθειας

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

$$F_1=m_3+m_4+m_5+m_6+m_7$$

Ελαχιστόροι και μεγιστόροι

x	y	z	όρος	όνομα	όρος	όνομα
0	0	0	x'y'z'	m_0	x+y+z	M_0
0	0	1	x'y'z	m_1	x+y+z'	M_1
0	1	0	x'yz'	m_2	x+y'+z	M_2
0	1	1	x'yz	m_3	x+y'+z'	M_3
1	0	0	xy'z'	m_4	x'+y+z	M_4
1	0	1	xy'z	m_5	x'+y+z'	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	x'+y'+z	M_6
1	1	1	xyz	m_7	x'+y'+z'	M_7

2-36

Πίνακες αλήθειας

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

$$F_1=m_3+m_4+m_5+m_6+m_7$$

Ελαχιστόροι και μεγιστόροι

x	y	z	όρος	όνομα	όρος	όνομα
0	0	0	x'y'z'	m_0	x+y+z	M_0
0	0	1	x'y'z	m_1	x+y+z'	M_1
0	1	0	x'yz'	m_2	x+y'+z	M_2
0	1	1	x'yz	m_3	x+y'+z'	M_3
1	0	0	xy'z'	m_4	x'+y+z	M_4
1	0	1	xy'z	m_5	x'+y+z'	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	x'+y'+z	M_6
1	1	1	xyz	m_7	x'+y'+z'	M_7

2-36

Πίνακες αλήθειας

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

$$F_1=m_3+m_4+m_5+m_6+m_7$$

Ελαχιστόροι και μεγιστόροι

x	y	z	όρος	όνομα	όρος	όνομα
0	0	0	x'y'z'	m_0	x+y+z	M_0
0	0	1	x'y'z	m_1	x+y+z'	M_1
0	1	0	x'yz'	m_2	x+y'+z	M_2
0	1	1	x'yz	m_3	x+y'+z'	M_3
1	0	0	xy'z'	m_4	x'+y+z	M_4
1	0	1	xy'z	m_5	x'+y+z'	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	x'+y'+z	M_6
1	1	1	xyz	m_7	x'+y'+z'	M_7

2-36

Πίνακες αλήθειας

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

$$F_1=m_3+m_4+m_5+m_6+m_7$$

$$F_1=x'yz+xy'z'+xy'z+xyz'+xyz$$

Ελαχιστόροι και μεγιστόροι

x	y	z	όρος	όνομα	όρος	όνομα
0	0	0	x'y'z'	m_0	x+y+z	M_0
0	0	1	x'y'z	m_1	x+y+z'	M_1
0	1	0	x'yz'	m_2	x+y'+z	M_2
0	1	1	x'yz	m_3	x+y'+z'	M_3
1	0	0	xy'z'	m_4	x'+y+z	M_4
1	0	1	xy'z	m_5	x'+y+z'	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	x'+y'+z	M_6
1	1	1	xyz	m_7	x'+y'+z'	M_7

2-36

Πίνακες αλήθειας

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

$$F_1=m_3+m_4+m_5+m_6+m_7$$

$$F_1=x'yz+xy'z'+xy'z+xyz'+xyz$$

$$F_2=m_3+m_5+m_6+m_7$$

Ελαχιστόροι και μεγιστόροι

x	y	z	όρος	όνομα	όρος	όνομα
0	0	0	x'y'z'	m_0	x+y+z	M_0
0	0	1	x'y'z	m_1	x+y+z'	M_1
0	1	0	x'yz'	m_2	x+y'+z	M_2
0	1	1	x'yz	m_3	x+y'+z'	M_3
1	0	0	xy'z'	m_4	x'+y+z	M_4
1	0	1	xy'z	m_5	x'+y+z'	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	x'+y'+z	M_6
1	1	1	xyz	m_7	x'+y'+z'	M_7

2-36

Πίνακες αλήθειας

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

$F_1=m_3+m_4+m_5+m_6+m_7$

$F_1=x'yz+xy'z'+xy'z+xyz'+xyz$

$F_2=m_3+m_5+m_6+m_7$

Ελαχιστόροι και μεγιστόροι

x	y	z	όρος	όνομα	όρος	όνομα
0	0	0	x'y'z'	m_0	x+y+z	M_0
0	0	1	x'y'z	m_1	x+y+z'	M_1
0	1	0	x'yz'	m_2	x+y'+z	M_2
0	1	1	x'yz	m_3	x+y'+z'	M_3
1	0	0	xy'z'	m_4	x'+y+z	M_4
1	0	1	xy'z	m_5	x'+y+z'	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	x'+y'+z	M_6
1	1	1	xyz	m_7	x'+y'+z'	M_7

2-36

Πίνακες αλήθειας

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

$F_1=m_3+m_4+m_5+m_6+m_7$

$F_1=x'yz+xy'z'+xy'z+xyz'+xyz$

$F_2=m_3+m_5+m_6+m_7$

Ελαχιστόροι και μεγιστόροι

x	y	z	όρος	όνομα	όρος	όνομα
0	0	0	x'y'z'	m_0	x+y+z	M_0
0	0	1	x'y'z	m_1	x+y+z'	M_1
0	1	0	x'yz'	m_2	x+y'+z	M_2
0	1	1	x'yz	m_3	x+y'+z'	M_3
1	0	0	xy'z'	m_4	x'+y+z	M_4
1	0	1	xy'z	m_5	x'+y+z'	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	x'+y'+z	M_6
1	1	1	xyz	m_7	x'+y'+z'	M_7

2-36

Πίνακες αλήθειας

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

$F_1=m_3+m_4+m_5+m_6+m_7$

$F_1=x'yz+xy'z'+xy'z+xyz'+xyz$

$F_2=m_3+m_5+m_6+m_7$

Ελαχιστόροι και μεγιστόροι

x	y	z	όρος	όνομα	όρος	όνομα
0	0	0	x'y'z'	m_0	x+y+z	M_0
0	0	1	x'y'z	m_1	x+y+z'	M_1
0	1	0	x'yz'	m_2	x+y'+z	M_2
0	1	1	x'yz	m_3	x+y'+z'	M_3
1	0	0	xy'z'	m_4	x'+y+z	M_4
1	0	1	xy'z	m_5	x'+y+z'	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	x'+y'+z	M_6
1	1	1	xyz	m_7	x'+y'+z'	M_7

2-36

Πίνακες αλήθειας

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

$F_1=m_3+m_4+m_5+m_6+m_7$

$F_1=x'yz+xy'z'+xy'z+xyz'+xyz$

$F_2=m_3+m_5+m_6+m_7$

$F_2=x'yz+xy'z+xyz'+xyz$

Ελαχιστόροι και μεγιστόροι

x	y	z	όρος	όνομα	όρος	όνομα
0	0	0	x'y'z'	m_0	x+y+z	M_0
0	0	1	x'y'z	m_1	x+y+z'	M_1
0	1	0	x'yz'	m_2	x+y'+z	M_2
0	1	1	x'yz	m_3	x+y'+z'	M_3
1	0	0	xy'z'	m_4	x'+y+z	M_4
1	0	1	xy'z	m_5	x'+y+z'	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	x'+y'+z	M_6
1	1	1	xyz	m_7	x'+y'+z'	M_7

2-36

Πίνακες αλήθειας

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

$F_1=m_3+m_4+m_5+m_6+m_7$

$F_1=x'yz+xy'z'+xy'z+xyz'+xyz$

$F_2=m_3+m_5+m_6+m_7$

$F_2=x'yz+xy'z+xyz'+xyz$

Ελαχιστόροι και μεγιστόροι

x	y	z	όρος	όνομα	όρος	όνομα
0	0	0	x'y'z'	m_0	x+y+z	M_0
0	0	1	x'y'z	m_1	x+y+z'	M_1
0	1	0	x'yz'	m_2	x+y'+z	M_2
0	1	1	x'yz	m_3	x+y'+z'	M_3
1	0	0	xy'z'	m_4	x'+y+z	M_4
1	0	1	xy'z	m_5	x'+y+z'	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	x'+y'+z	M_6
1	1	1	xyz	m_7	x'+y'+z'	M_7

2-36

$F_3=m_1+m_2+m_4+m_7$

Πίνακες αλήθειας

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

$F_1=m_3+m_4+m_5+m_6+m_7$

$F_1=x'yz+xy'z'+xy'z+xyz'+xyz$

$F_2=m_3+m_5+m_6+m_7$

$F_2=x'yz+xy'z+xyz'+xyz$

$F_3=m_1+m_2+m_4+m_7$

Ελαχιστόροι και μεγιστόροι

x	y	z	όρος	όνομα	όρος	όνομα
0	0	0	x'y'z'	m_0	x+y+z	M_0
0	0	1	x'y'z	m_1	x+y+z'	M_1
0	1	0	x'yz'	m_2	x+y'+z	M_2
0	1	1	x'yz	m_3	x+y'+z'	M_3
1	0	0	xy'z'	m_4	x'+y+z	M_4
1	0	1	xy'z	m_5	x'+y+z'	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	x'+y'+z	M_6
1	1	1	xyz	m_7	x'+y'+z'	M_7

2-36

Πίνακες αλήθειας

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

$F_1=m_3+m_4+m_5+m_6+m_7$

$F_1=x'yz+xy'z'+xy'z+xyz'+xyz$

$F_2=m_3+m_5+m_6+m_7$

$F_2=x'yz+xy'z+xyz'+xyz$

$F_3=m_1+m_2+m_4+m_7$

Ελαχιστόροι και μεγιστόροι

x	y	z	όρος	όνομα	όρος	όνομα
0	0	0	x'y'z'	m_0	x+y+z	M_0
0	0	1	x'y'z	m_1	x+y+z'	M_1
0	1	0	x'yz'	m_2	x+y'+z	M_2
0	1	1	x'yz	m_3	x+y'+z'	M_3
1	0	0	xy'z'	m_4	x'+y+z	M_4
1	0	1	xy'z	m_5	x'+y+z'	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	x'+y'+z	M_6
1	1	1	xyz	m_7	x'+y'+z'	M_7

2-36

Πίνακες αλήθειας

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

$F_1=m_3+m_4+m_5+m_6+m_7$

$F_1=x'yz+xy'z'+xy'z+xyz'+xyz$

$F_2=m_3+m_5+m_6+m_7$

$F_2=x'yz+xy'z+xyz'+xyz$

$F_3=m_1+m_2+m_4+m_7$

Ελαχιστόροι και μεγιστόροι

x	y	z	όρος	όνομα	όρος	όνομα
0	0	0	x'y'z'	m_0	x+y+z	M_0
0	0	1	x'y'z	m_1	x+y+z'	M_1
0	1	0	x'yz'	m_2	x+y'+z	M_2
0	1	1	x'yz	m_3	x+y'+z'	M_3
1	0	0	xy'z'	m_4	x'+y+z	M_4
1	0	1	xy'z	m_5	x'+y+z'	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	x'+y'+z	M_6
1	1	1	xyz	m_7	x'+y'+z'	M_7

2-36

Πίνακες αλήθειας

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

$F_1=m_3+m_4+m_5+m_6+m_7$

$F_1=x'yz+xy'z'+xy'z+xyz'+xyz$

$F_2=m_3+m_5+m_6+m_7$

$F_2=x'yz+xy'z+xyz'+xyz$

$F_3=m_1+m_2+m_4+m_7$

Ελαχιστόροι και μεγιστόροι

x	y	z	όρος	όνομα	όρος	όνομα
0	0	0	x'y'z'	m_0	x+y+z	M_0
0	0	1	x'y'z	m_1	x+y+z'	M_1
0	1	0	x'yz'	m_2	x+y'+z	M_2
0	1	1	x'yz	m_3	x+y'+z'	M_3
1	0	0	xy'z'	m_4	x'+y+z	M_4
1	0	1	xy'z	m_5	x'+y+z'	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	x'+y'+z	M_6
1	1	1	xyz	m_7	x'+y'+z'	M_7

2-36

Πίνακες αλήθειας

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

$F_1=m_3+m_4+m_5+m_6+m_7$

$F_1=x'yz+xy'z'+xy'z+xyz'+xyz$

$F_2=m_3+m_5+m_6+m_7$

$F_2=x'yz+xy'z+xyz'+xyz$

$F_3=m_1+m_2+m_4+m_7$

$F_3=x'y'z+x'yz'+xy'z'+xyz$

Ελαχιστόροι και μεγιστόροι

x	y	z	όρος	όνομα	όρος	όνομα
0	0	0	x'y'z'	m_0	x+y+z	M_0
0	0	1	x'y'z	m_1	x+y+z'	M_1
0	1	0	x'yz'	m_2	x+y'+z	M_2
0	1	1	x'yz	m_3	x+y'+z'	M_3
1	0	0	xy'z'	m_4	x'+y+z	M_4
1	0	1	xy'z	m_5	x'+y+z'	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	x'+y'+z	M_6
1	1	1	xyz	m_7	x'+y'+z'	M_7

2-36

Πίνακες αλήθειας

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Ελαχιστόροι και μεγιστόροι

x	y	z	όρος	όνομα	όρος	όνομα
0	0	0	x'y'z'	m_0	x+y+z	M_0
0	0	1	x'y'z	m_1	x+y+z'	M_1
0	1	0	x'yz'	m_2	x+y'+z	M_2
0	1	1	x'yz	m_3	x+y'+z'	M_3
1	0	0	xy'z'	m_4	x'+y+z	M_4
1	0	1	xy'z	m_5	x'+y+z'	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	x'+y'+z	M_6
1	1	1	xyz	m_7	x'+y'+z'	M_7

2-36

$F_1=m_3+m_4+m_5+m_6+m_7$

$F_1=x'yz+xy'z'+xy'z+xyz'+xyz$

$F_2=m_3+m_5+m_6+m_7$

$F_2=x'yz+xy'z+xyz'+xyz$

$F_3=m_1+m_2+m_4+m_7$

$F_3=x'y'z+x'yz'+xy'z'+xyz$

$F_4=m_0+m_2+m_4+m_6+m_7$

Πίνακες αλήθειας

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Ελαχιστόροι και μεγιστόροι

x	y	z	όρος	όνομα	όρος	όνομα
0	0	0	x'y'z'	m_0	x+y+z	M_0
0	0	1	x'y'z	m_1	x+y+z'	M_1
0	1	0	x'yz'	m_2	x+y'+z	M_2
0	1	1	x'yz	m_3	x+y'+z'	M_3
1	0	0	xy'z'	m_4	x'+y+z	M_4
1	0	1	xy'z	m_5	x'+y+z'	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	x'+y'+z	M_6
1	1	1	xyz	m_7	x'+y'+z'	M_7

2-36

$$F_1=m_3+m_4+m_5+m_6+m_7$$

$$F_1=x'yz+xy'z'+xy'z+xyz'+xyz$$

$$F_2=m_3+m_5+m_6+m_7$$

$$F_2=x'yz+xy'z+xyz'+xyz$$

$$F_3=m_1+m_2+m_4+m_7$$

$$F_3=x'y'z+x'yz'+xy'z'+xyz$$

$$F_4=m_0+m_2+m_4+m_6+m_7$$

$$F_4=x'y'z'+x'yz'+xy'z'+xyz'+xyz$$

Πίνακες αλήθειας

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Ελαχιστόροι και μεγιστόροι

x	y	z	όρος	όνομα	όρος	όνομα
0	0	0	x'y'z'	m_0	x+y+z	M_0
0	0	1	x'y'z	m_1	x+y+z'	M_1
0	1	0	x'yz'	m_2	x+y'+z	M_2
0	1	1	x'yz	m_3	x+y'+z'	M_3
1	0	0	xy'z'	m_4	x'+y+z	M_4
1	0	1	xy'z	m_5	x'+y+z'	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	x'+y'+z	M_6
1	1	1	xyz	m_7	x'+y'+z'	M_7

2-36

$$F_1=M_0M_1M_2$$

$$F_1=(x+y+z)(x+y+z')(x+y'+z)$$

$$F_2= M_0M_1M_2M_4$$

$$F_2=(x+y+z)(x+y+z')(x+y'+z)(x'+y+z)$$

$$F_3= M_0M_3M_5M_6$$

$$F_3=(x+y+z)(x+y'+z')(x'+y+z')(x'+y'+z)$$

$$F_4= M_1M_3M_5$$

$$F_4=(x+y+z')(x+y'+z')(x'+y+z')$$

Θεώρημα Shannon

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_1 \bullet F(1, x_2, \ldots, x_n) + x_1' \bullet F(0, x_2, \ldots, x_n)$$

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = [x_1 + F(0, x_2, \ldots, x_n)] \bullet [x_1' + F(1, x_2, \ldots, x_n)]$$

Μετατροπή μιας συνάρτησης σε άθροισμα ελαχιστόρων

- Εφαρμόζουμε το θεώρημα του Shannon μέχρι να έχουμε άθροισμα ελαχιστόρων
- Φέρνουμε τη συνάρτηση σε μορφή αθροίσματος γινομένων
  - Αν ένα γινόμενο είναι ελαχιστόρος το διατηρούμε
  - Για κάθε μεταβλητή x_i που δεν υπάρχει στο γινόμενο το πολλαπλασιάζουμε με $(x_i + x_i')$
  - Εκτελούμε τις πράξεις και απαλείφουμε τους όρους που εμφανίζονται πάνω από μια φορά

Μετατροπή μιας συνάρτησης σε γινόμενο μεγιστόρων

- Εφαρμόζουμε το θεώρημα του Shannon μέχρι να έχουμε γινόμενο μεγιστόρων
- Φέρνουμε τη συνάρτηση σε μόρφη γινομένου αθροισμάτων
  - Αν ένα άθροισμα είναι μεγιστόρος το διατηρούμε
  - Για κάθε μεταβλητή x_i που δεν υπάρχει στο άθροισμα προσθέτουμε το $x_i x_i'$
  - Εκτελούμε τις πράξεις και απαλείφουμε τους όρους που εμφανίζονται πάνω από μια φορά

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_1 \bullet F(1, x_2, \ldots, x_n) + x_1' \bullet F(0, x_2, \ldots, x_n)$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_1 \bullet F(1, x_2, \ldots, x_n) + x_1' \bullet F(0, x_2, \ldots, x_n)$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$= x(1+yz)+x'(0+yz)$

$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_1 \bullet F(1, x_2, \ldots, x_n) + x_1' \bullet F(0, x_2, \ldots, x_n)$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$= x(1+yz)+x'(0+yz)$

$= x+x'yz$

$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_1 \bullet F(1, x_2, \ldots, x_n) + x_1' \bullet F(0, x_2, \ldots, x_n)$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$= x(1+yz)+x'(0+yz)$

$= x+x'yz$

$= y(x+x'1z)+y'(x+x'0z)$

$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_1 \bullet F(1, x_2, \ldots, x_n) + x_1' \bullet F(0, x_2, \ldots, x_n)$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$= x(1+yz)+x'(0+yz)$

$= x+x'yz$

$= y(x+x'1z)+y'(x+x'0z)$

$= xy + x'yz + xy'$

$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_1 \bullet F(1, x_2, \ldots, x_n) + x_1' \bullet F(0, x_2, \ldots, x_n)$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$= x(1+yz)+x'(0+yz)$

$= x+x'yz$

$= y(x+x'1z)+y'(x+x'0z)$

$= xy + x'yz + xy'$

$= z(xy+x'y1+xy') + z'(xy+x'y0+xy')$

$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_1 \bullet F(1, x_2, \ldots, x_n) + x_1' \bullet F(0, x_2, \ldots, x_n)$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$= x(1+yz)+x'(0+yz)$

$= x+x'yz$

$= y(x+x'1z)+y'(x+x'0z)$

$= xy + x'yz + xy'$

$= z(xy+x'y1+xy') + z'(xy+x'y0+xy')$

$= xyz+x'yz+xy'z+xyz'+xy'z'$

$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_1 \bullet F(1, x_2, \ldots, x_n) + x_1' \bullet F(0, x_2, \ldots, x_n)$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$= x(1+yz)+x'(0+yz)$

$= x+x'yz$

$= y(x+x'1z)+y'(x+x'0z)$

$= xy + x'yz + xy'$

$= z(xy+x'y1+xy') + z'(xy+x'y0+xy')$

$= xyz+x'yz+xy'z+xyz'+xy'z'$

$= x'yz+xy'z'+xy'z+xyz'+xyz$

$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_1 \bullet F(1, x_2, \ldots, x_n) + x_1' \bullet F(0, x_2, \ldots, x_n)$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$= x(1+yz)+x'(0+yz)$

$= x+x'yz$

$= y(x+x'1z)+y'(x+x'0z)$

$= xy + x'yz + xy'$

$= z(xy+x'y1+xy') + z'(xy+x'y0+xy')$

$= xyz+x'yz+xy'z+xyz'+xy'z'$

$= x'yz+xy'z'+xy'z+xyz'+xyz$

$= m3+m4+m5+m6+m7$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$= x(y+y')(z+z') + (x+x')yz$

$= xyz+xyz'+xy'z+xy'z'+xyz+x'yz$

$= x'yz+xy'z'+xy'z+xyz'+xyz$

$= m3+m4+m5+m6+m7$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$= x(y+y')(z+z') + (x+x')yz$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$= x(y+y')(z+z') + (x+x')yz$

$= xyz+xyz'+xy'z+xy'z'+xyz+x'yz$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$= x(y+y')(z+z') + (x+x')yz$

$= xyz+xyz'+xy'z+xy'z'+xyz+x'yz$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$= x(y+y')(z+z') + (x+x')yz$

$= xyz+xyz'+xy'z+xy'z'+xyz+x'yz$

$= x'yz+xy'z'+xy'z+xyz'+xyz$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$= x(y+y')(z+z') + (x+x')yz$

$= xyz+xyz'+xy'z+xy'z'+xyz+x'yz$

$= x'yz+xy'z'+xy'z+xyz'+xyz$

$= m3+m4+m5+m6+m7$

Μετατροπή μεταξύ κανονικών μορφών

Σχέση μεταξύ μεγιστόρων και ελαχιστόρων για μια λογική συνάρτηση

$$F(x,y,z) = \Sigma(1,3,5,7) = \Pi(0,2,4,6)$$

Και για το συμπλήρωμα της συνάρτησης

$$F'(x,y,z) = \Pi(1,3,5,7) = \Sigma(0,2,4,6)$$

Συμπλήρωμα μιας συνάρτησης

$F = A + BC$

$F' = (A + BC)' = A' (BC)' = A' (B' + C')$

$F = A(B + CD)$

$F' = A' + (B'(C'+D'))$

Συμπλήρωμα μιας συνάρτησης

$F = A + BC$

$F' = (A + BC)' = A' (BC)' = A' (B' + C')$

$F = A(B + CD)$

$F' = A' + (B'(C'+D'))$

Θεώρημα 8: $(A+B)'=A' \cdot B'$ $(A \cdot B)'=A'+B'$

Μετατροπή σε γινόμενο αθροισμάτων

1. Φέρνουμε τη συνάρτηση σε μορφή αθροίσματος γινομένων
2. Βρίσκουμε το συμπλήρωμα
3. Φέρνουμε το συμπλήρωμα σε μορφή αθροίσματος γινομένων
4. Βρίσκουμε το συμπλήρωμα του συμπληρώματος

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$F_1' = x'(y'+z')$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$F_1' = x'(y'+z')$

$= x'y'+x'z'$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$F_1' = x'(y'+z')$

$= x'y'+x'z'$

$F_1'' = (x+y)(x+z)$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz = (x+y)(x+z)$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz = (x+y)(x+z)$

$= (x+y+zz')(x+yy'+z)$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz = (x+y)(x+z)$

$= (x+y+zz')(x+yy'+z)$

$= (x+y+z)(x+y+z')(x+y+z)(x+y'+z)$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz = (x+y)(x+z)$

$= (x+y+zz')(x+yy'+z)$

$= (x+y+z)(x+y+z')(x+y+z)(x+y'+z)$

$= (x+y+z)(x+y+z')(x+y'+z)$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz = (x+y)(x+z)$

$= (x+y+zz')(x+yy'+z)$

$= (x+y+z)(x+y+z')(x+y+z)(x+y'+z)$

$= (x+y+z)(x+y+z')(x+y'+z)$

$= M_0M_1M_2$

$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = [x_1 + F(0, x_2, \ldots, x_n)] \cdot [x_1' + F(1, x_2, \ldots, x_n)]$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = [x_1 + F(0, x_2, \ldots, x_n)] \cdot [x_1' + F(1, x_2, \ldots, x_n)]$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$= [x+(0+yz)][x'+(1+yz)]$

$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = [x_1 + F(0, x_2, \ldots, x_n)] \cdot [x_1' + F(1, x_2, \ldots, x_n)]$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$= [x+(0+yz)][x'+(1+yz)]$

$= x+yz$

$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = [x_1 + F(0, x_2, \ldots, x_n)] \cdot [x_1' + F(1, x_2, \ldots, x_n)]$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$= [x+(0+yz)][x'+(1+yz)]$

$= x+yz$

$= [y+(x+0z)][y'+(x+1z)]$

$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = [x_1 + F(0, x_2, \ldots, x_n)] \cdot [x_1' + F(1, x_2, \ldots, x_n)]$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$= [x+(0+yz)][x'+(1+yz)]$

$= x+yz$

$= [y+(x+0z)][y'+(x+1z)]$

$= (x+y)(x+y'+z)$

$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = [x_1 + F(0, x_2, \ldots, x_n)] \cdot [x_1' + F(1, x_2, \ldots, x_n)]$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$= [x+(0+yz)][x'+(1+yz)]$

$= x+yz$

$= [y+(x+0z)][y'+(x+1z)]$

$= (x+y)(x+y'+z)$

$= [z+(x+y)(x+y'+0)][z'+(x+y)(x+y'+1)]$

$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = [x_1 + F(0, x_2, \ldots, x_n)] \cdot [x_1' + F(1, x_2, \ldots, x_n)]$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$= [x+(0+yz)][x'+(1+yz)]$

$= x+yz$

$= [y+(x+0z)][y'+(x+1z)]$

$= (x+y)(x+y'+z)$

$= [z+(x+y)(x+y'+0)][z'+(x+y)(x+y'+1)]$

$= (x+y+z)(x+y+z')(x+y'+z)$

$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = [x_1 + F(0, x_2, \ldots, x_n)] \cdot [x_1' + F(1, x_2, \ldots, x_n)]$

Παράδειγμα

$F_1 = x+yz$

$= [x+(0+yz)][x'+(1+yz)]$

$= x+yz$

$= [y+(x+0z)][y'+(x+1z)]$

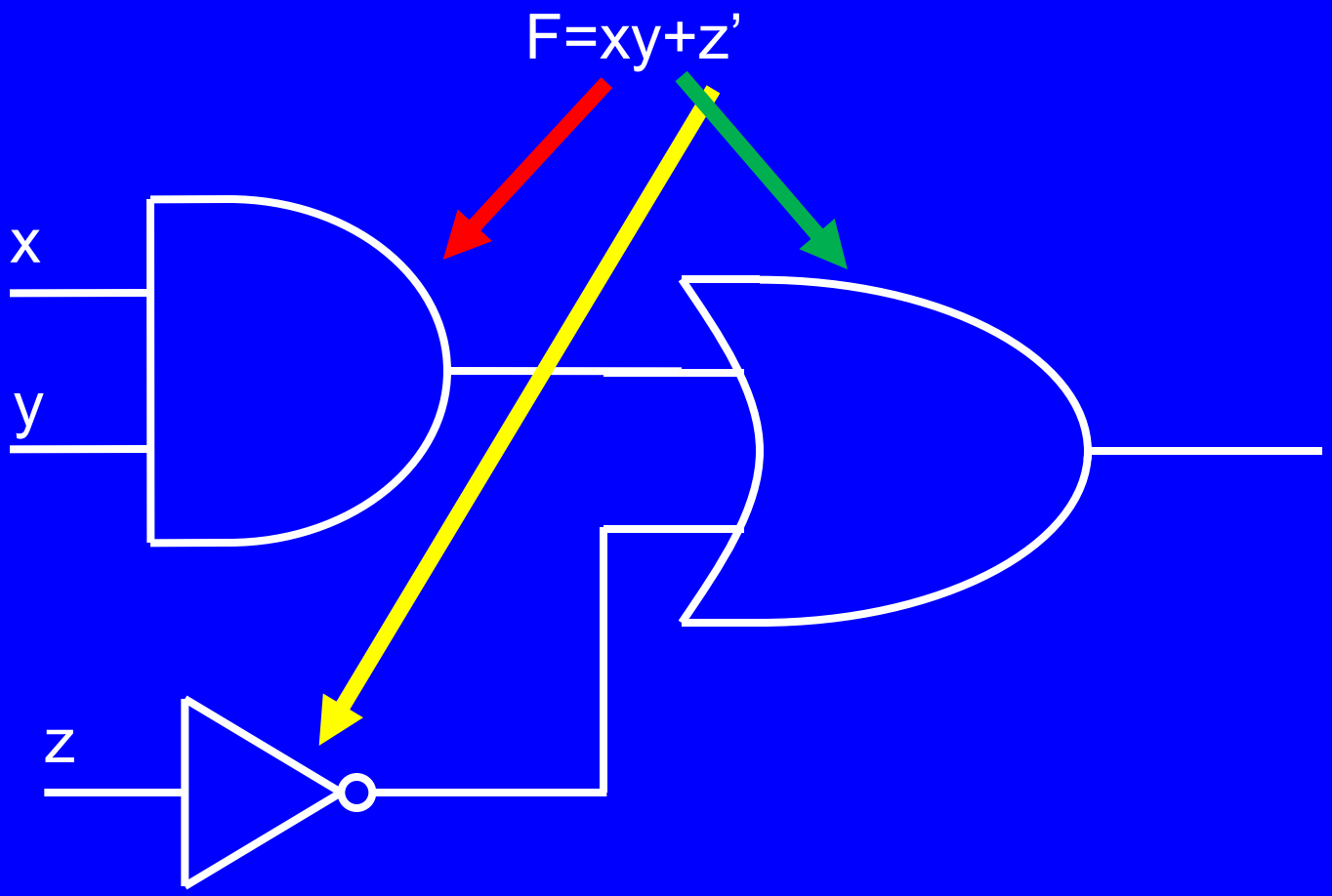
$= (x+y)(x+y'+z)$

$= [z+(x+y)(x+y'+0)][z'+(x+y)(x+y'+1)]$

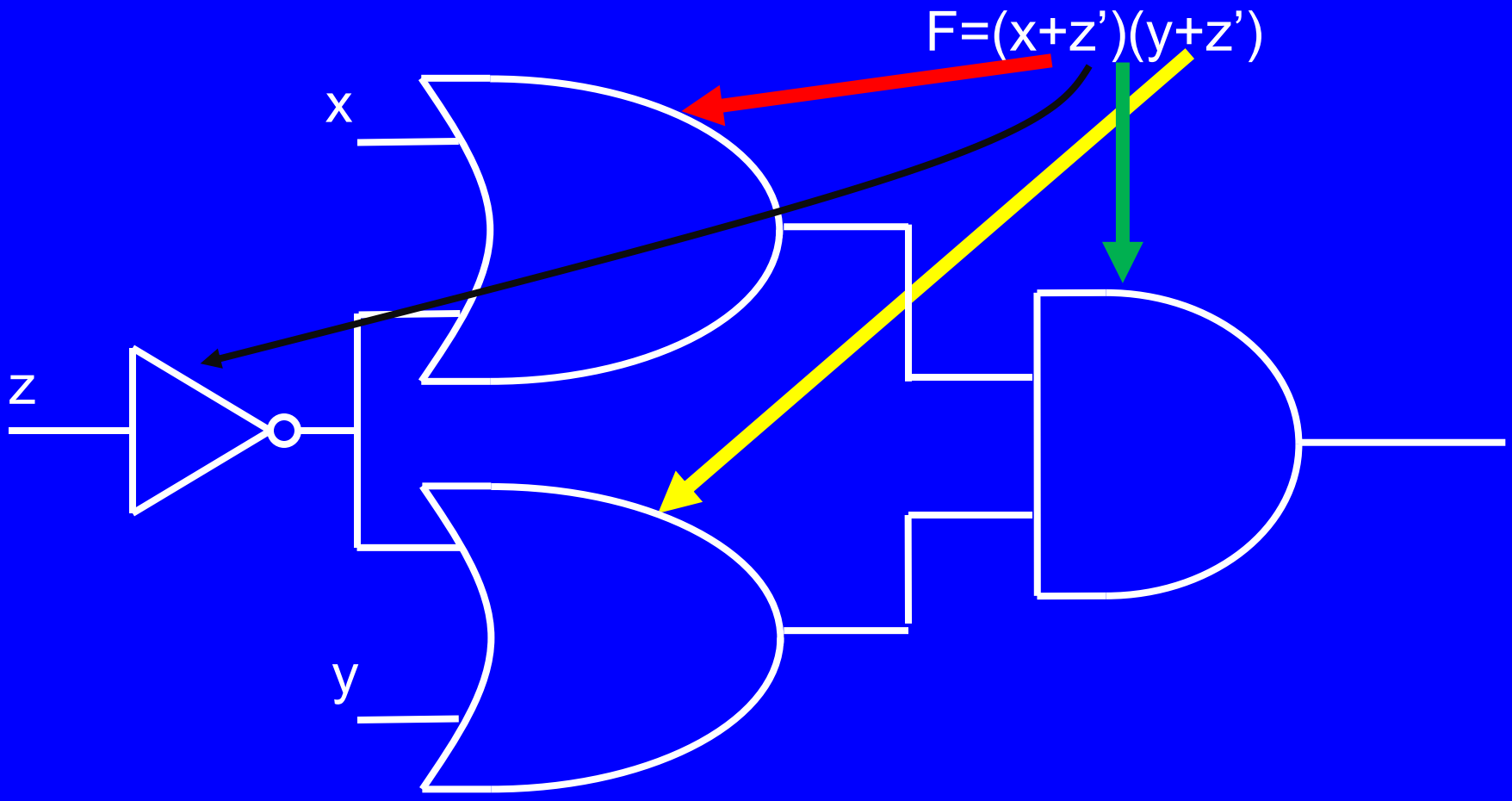
$= (x+y+z)(x+y+z')(x+y'+z)$

$= M_0M_1M_2$

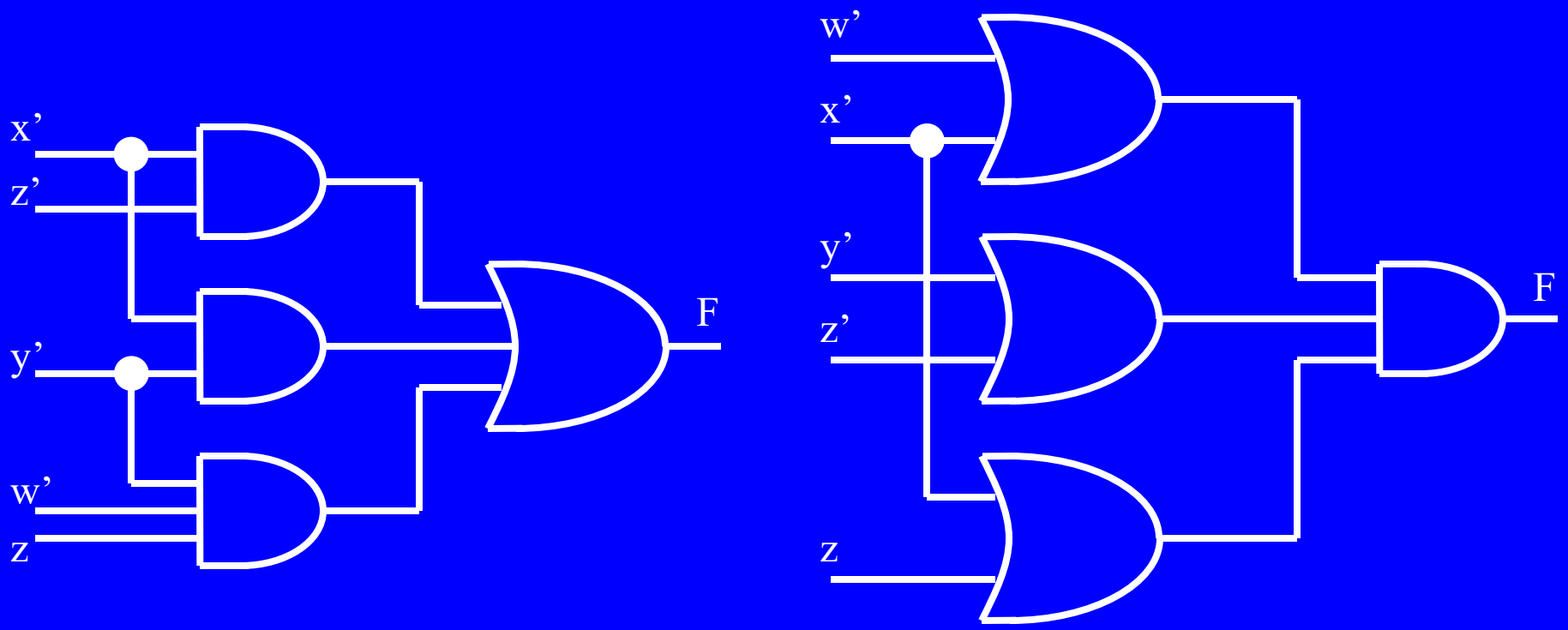
Υλοποιήσεις λογικών συναρτήσεων



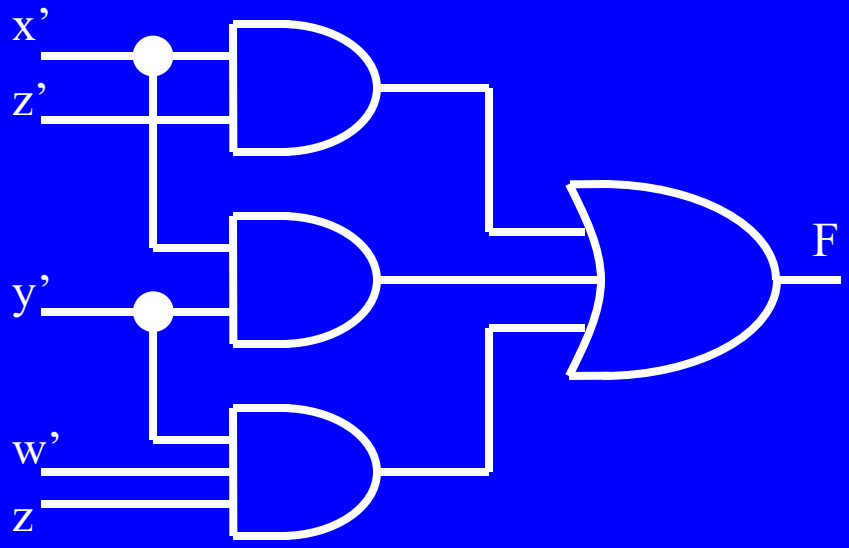
Υλοποιήσεις λογικών συναρτήσεων



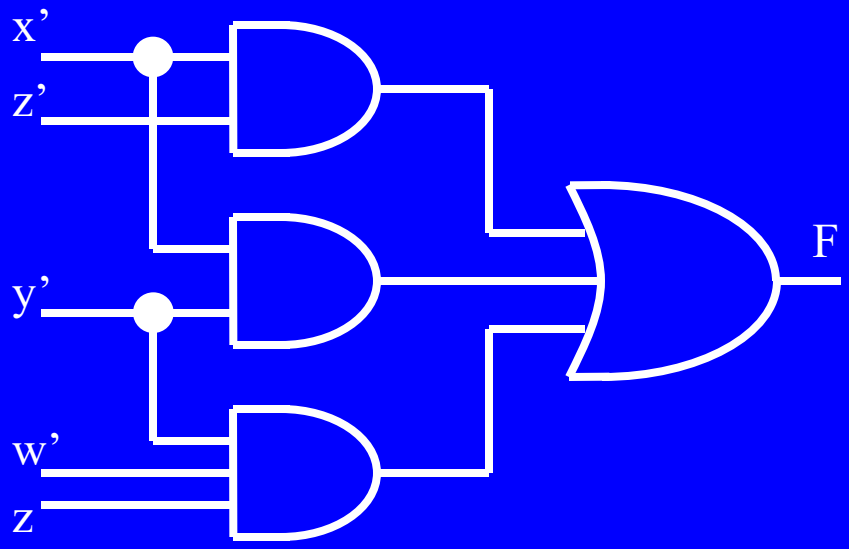
Υλοποίηση με πύλες AND και OR

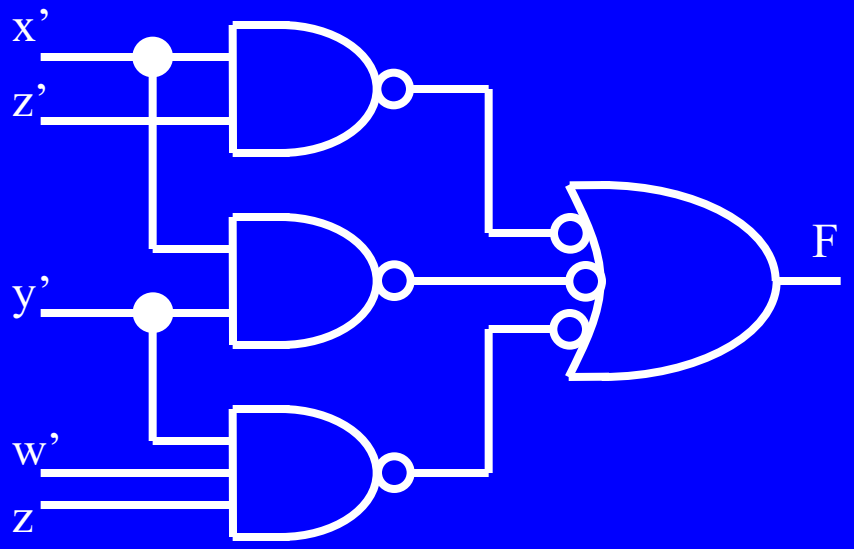


Υλοποίηση με πύλες NAND

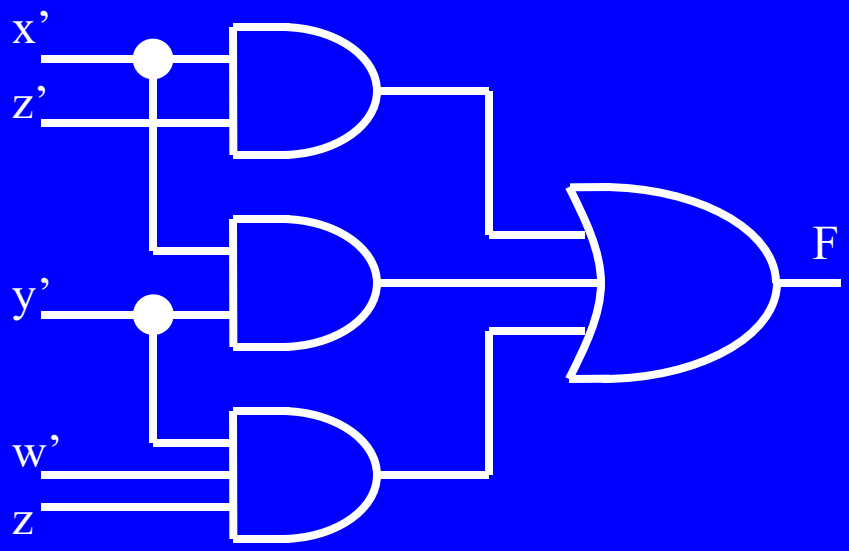


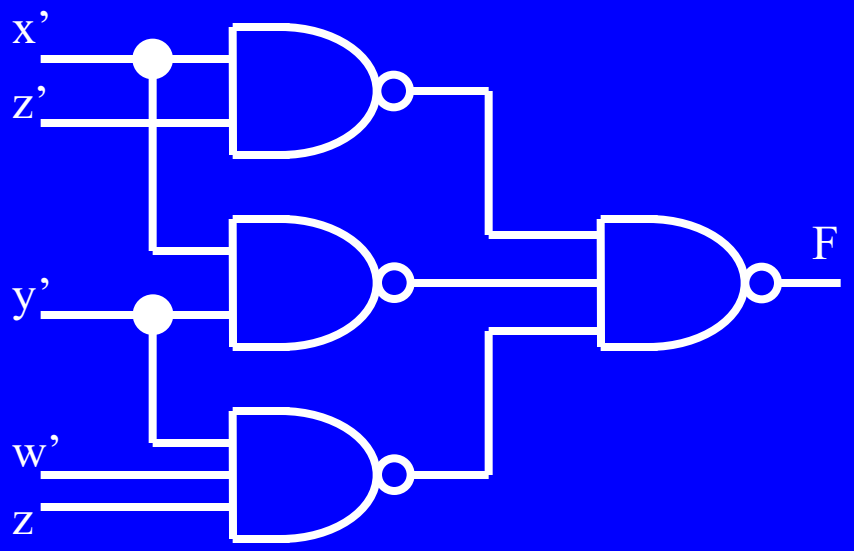
Υλοποίηση με πύλες NAND



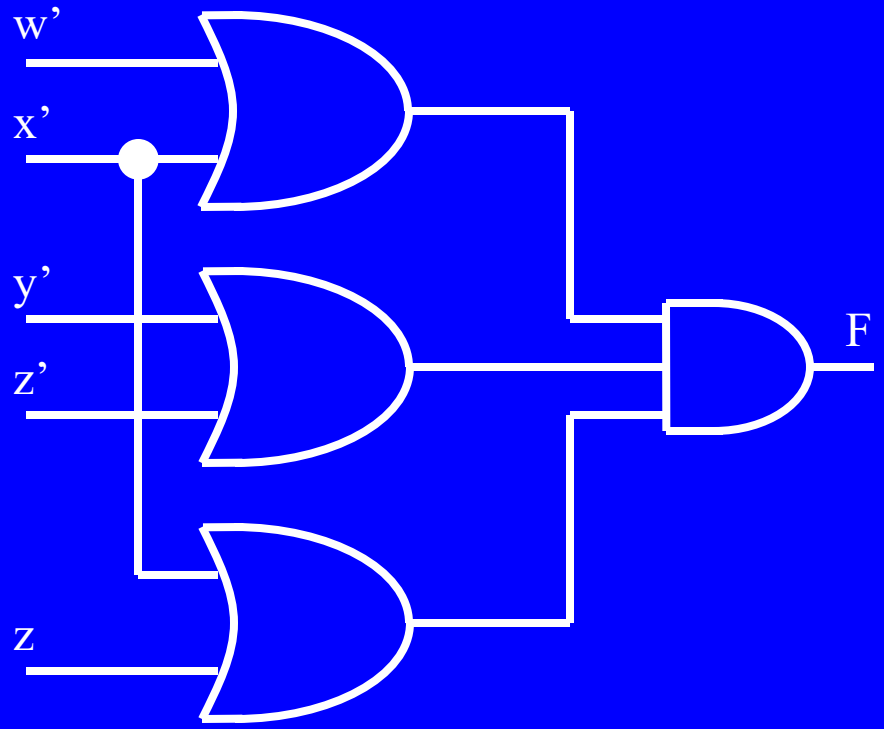


Υλοποίηση με πύλες NAND

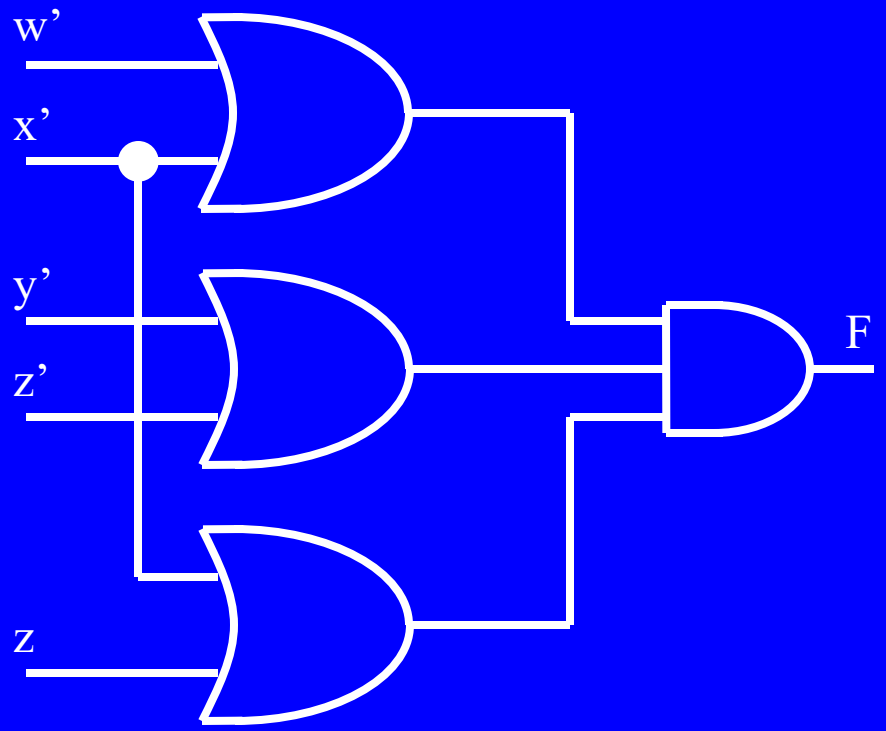


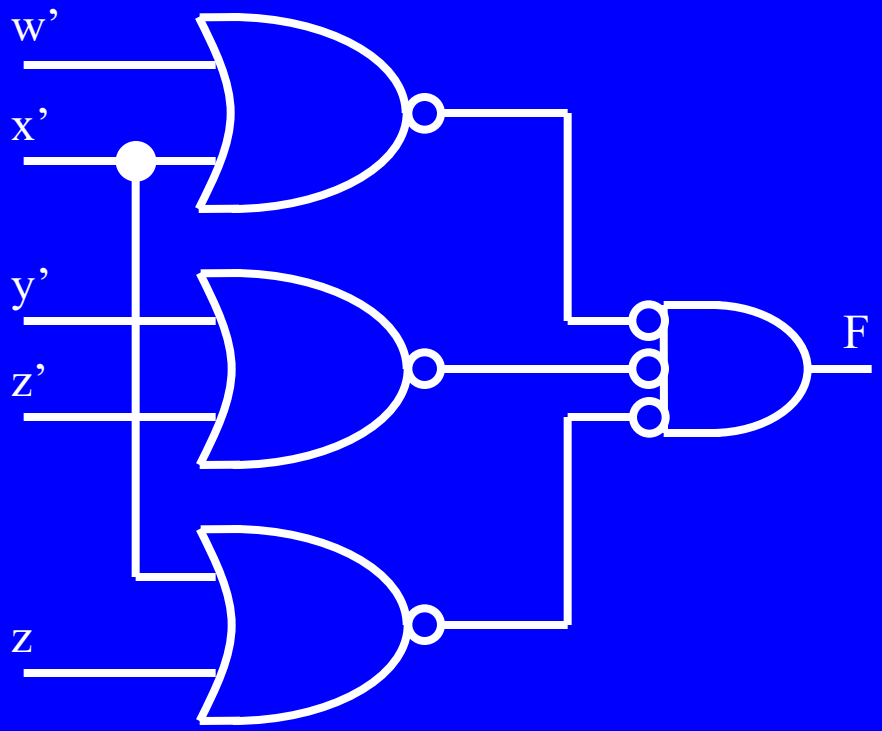


Υλοποίηση με πύλες NOR

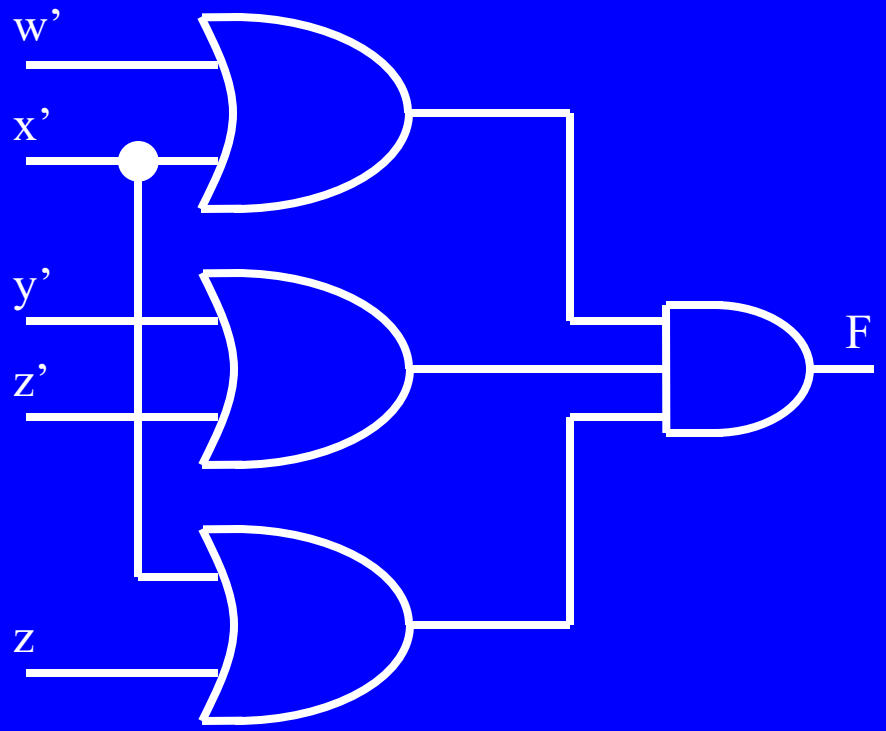


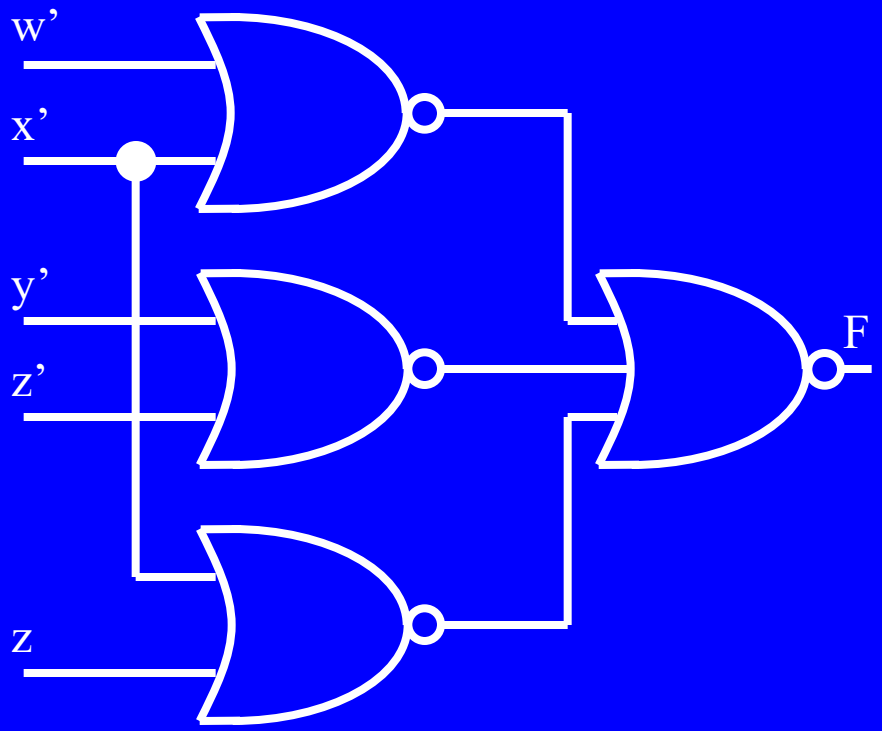
Υλοποίηση με πύλες NOR



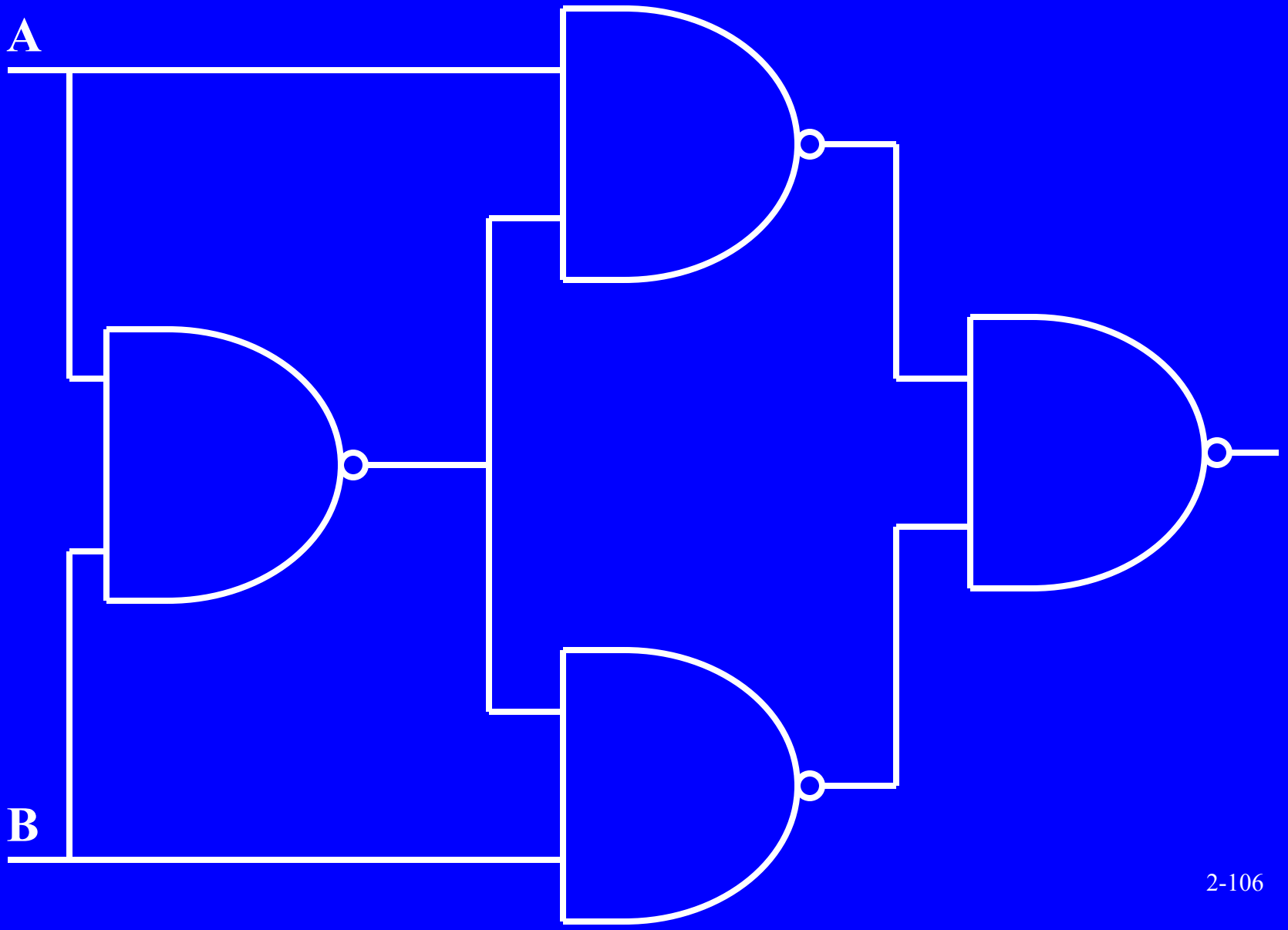


Υλοποίηση με πύλες NOR

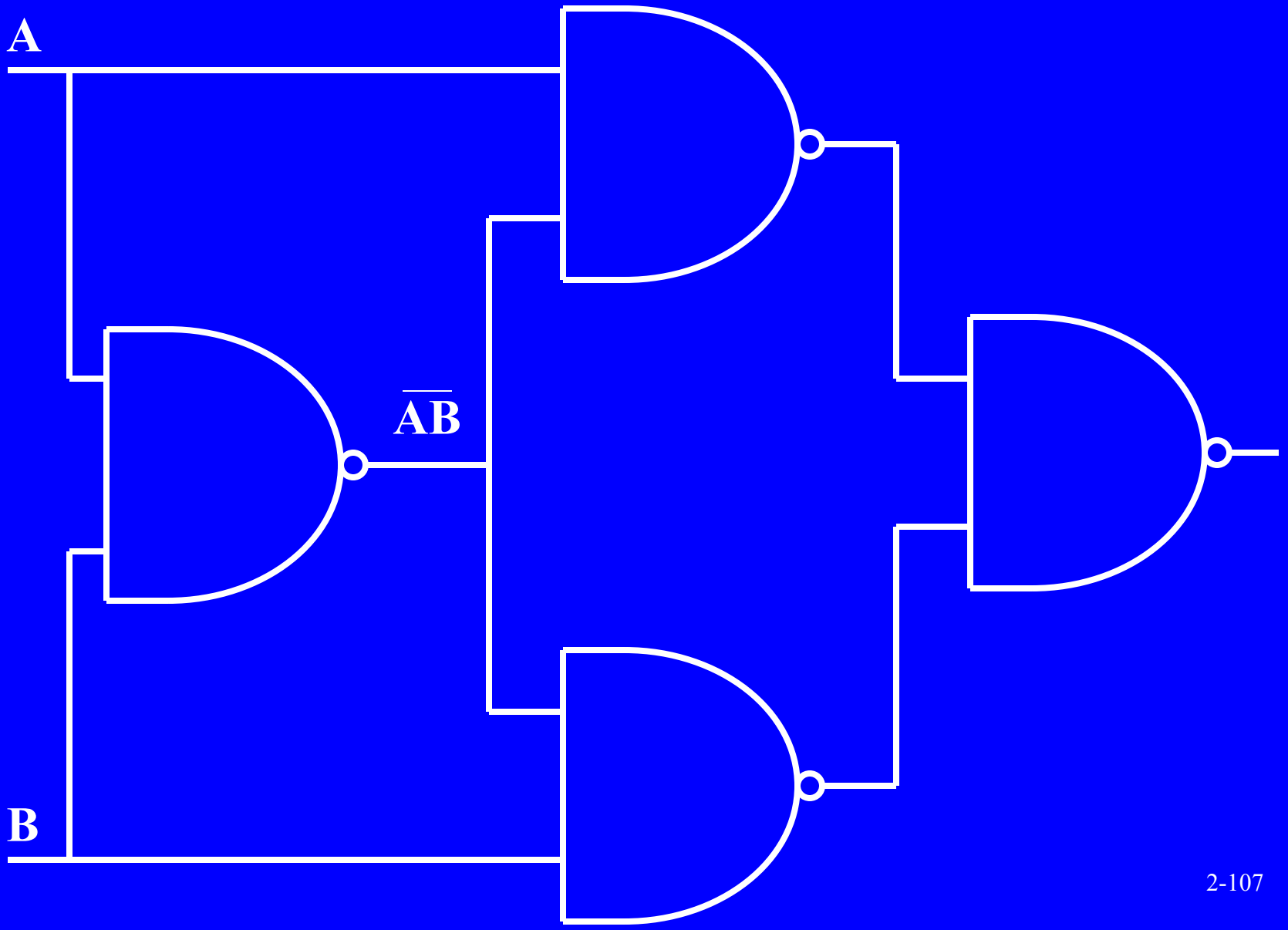




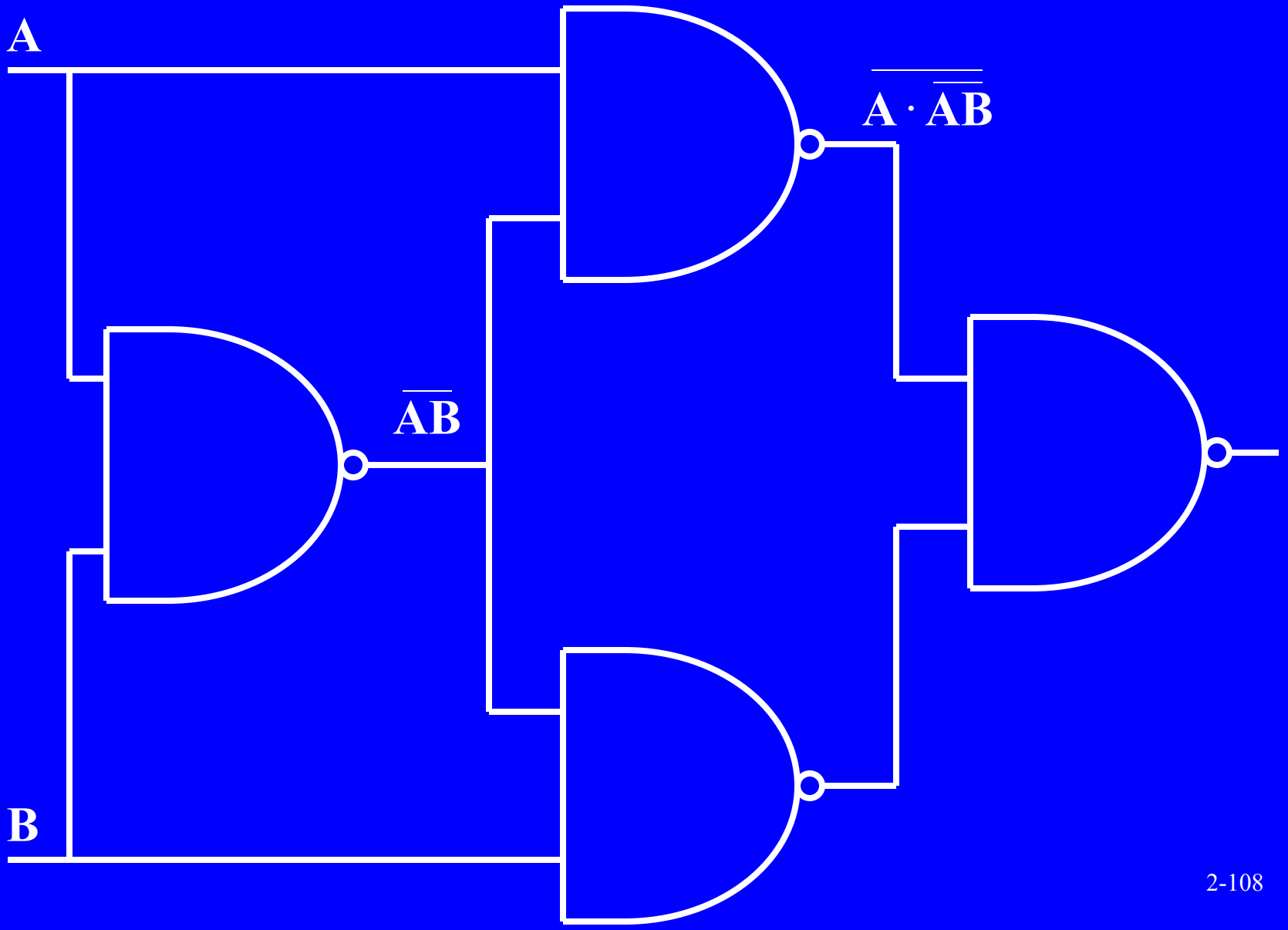
Εύρεση λογικής συνάρτησης



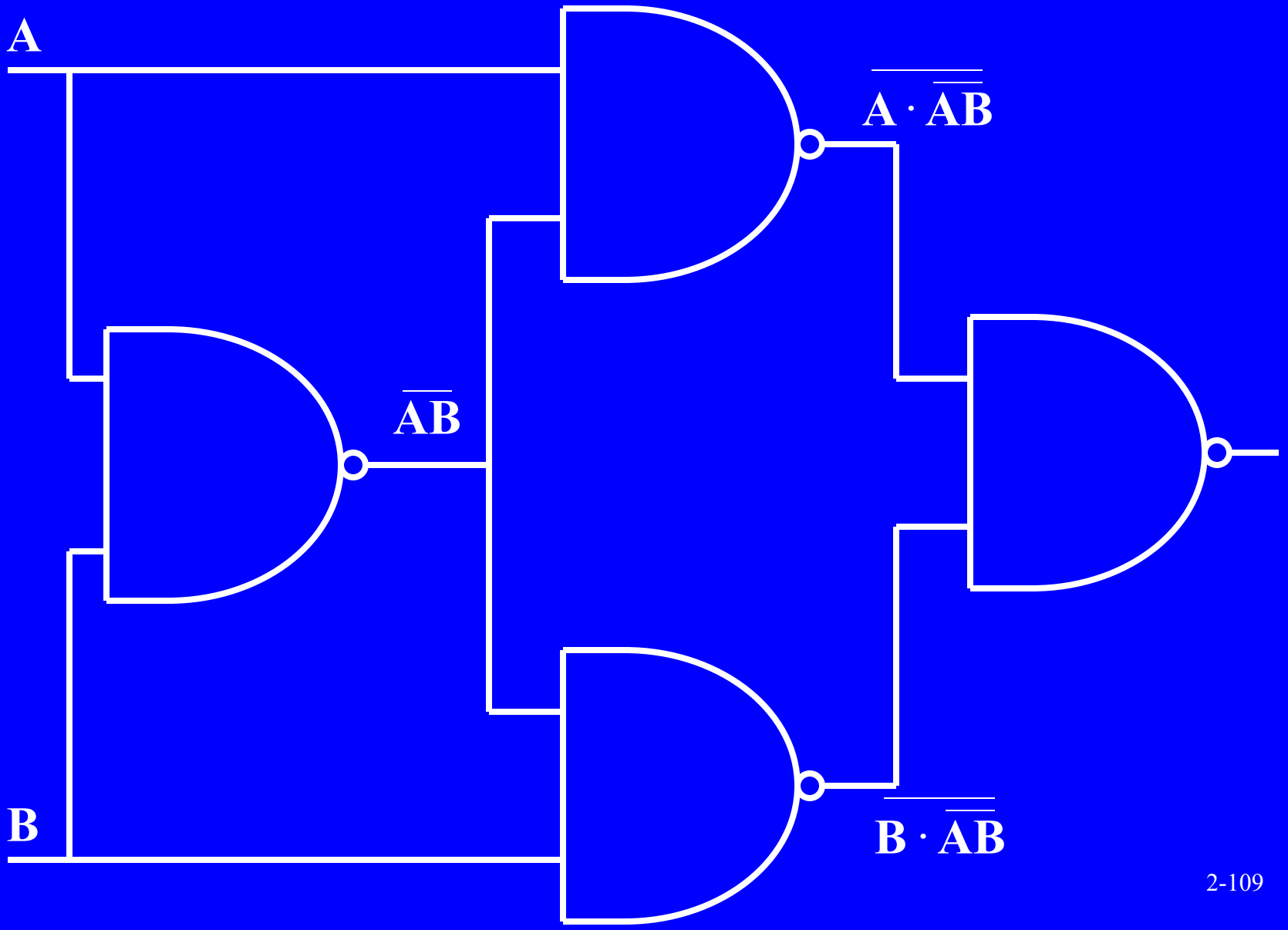
Εύρεση λογικής συνάρτησης



Εύρεση λογικής συνάρτησης



Εύρεση λογικής συνάρτησης



Εύρεση λογικής συνάρτησης

