

Binary Decision Diagrams

Σαν binary decision diagram ορίζουμε κατευθυντικό ακυκλικό γράφο με μια αρχή (rooted, directed acyclic graph) ο οποίος έχει έναν ή δύο τερματικούς κόμβους που αντιστοιχούν στο λογικό 0 και στο λογικό 1 και ένα σύνολο από μη τερματικούς κόμβους από τους οποίους ξεκινούν δύο ακμές.

Binary Decision Diagrams

Στις δύο αυτές ακμές αντιστοιχούν δυο συναρτήσεις Fx και Fx' από το θεώρημα του Shannon

$$F(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) = x_i F(x_1, x_2, \dots, 1, \dots, x_n) + x_i' F(x_1, x_2, \dots, 0, \dots, x_n)$$

Σε κάθε κόμβο αντιστοιχεί μια μεταβλητή

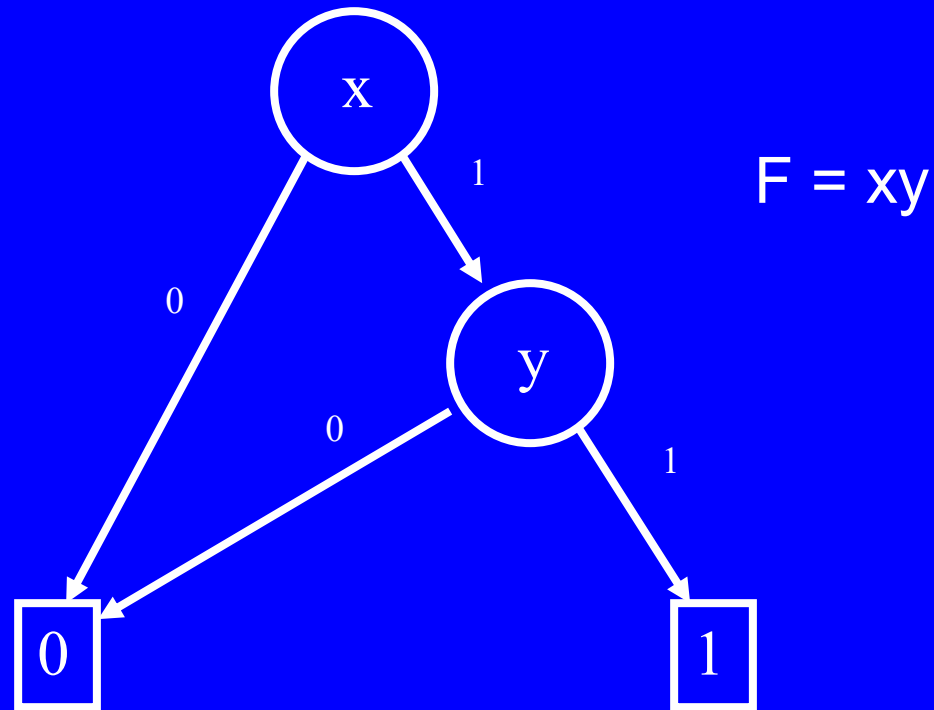
Binary Decision Diagrams

Ένα BDD λέγεται διατεταγμένο αν σε όλες τις διαδρομές μέσα στο γράφο οι μεταβλητές εμφανίζονται πάντα με την ίδια σειρά ($x_1 < x_2 < \dots < x_i < \dots < x_n$)

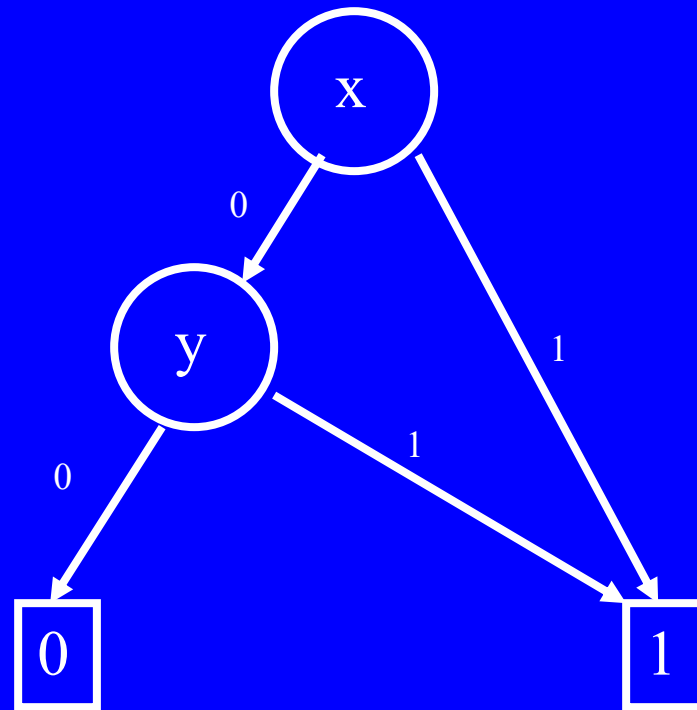
Ένα BDD λέγεται ελαχιστοποιημένο αν:

- δεν υπάρχουν δύο κόμβοι που να αντιστοιχούν στην ίδια μεταβλητή και να έχουν τους ίδιους υπογράφους
- κανένας κόμβος δεν έχει δύο ίδιους υπογράφους

Binary Decision Diagrams



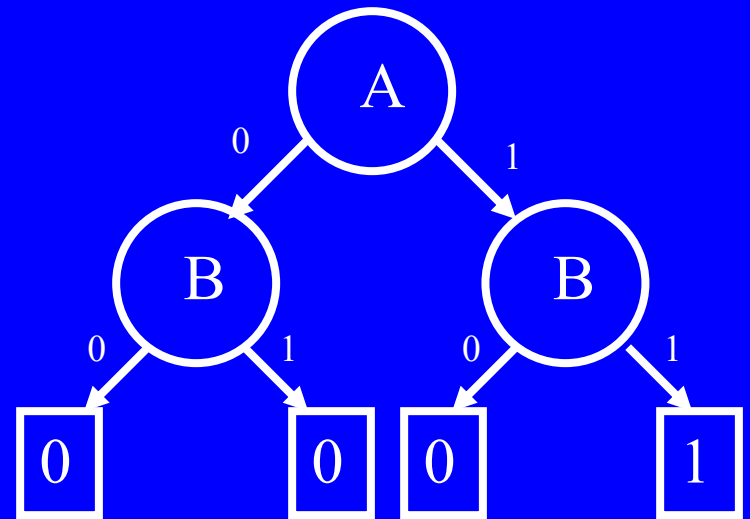
Binary Decision Diagrams



$$F = x + y$$

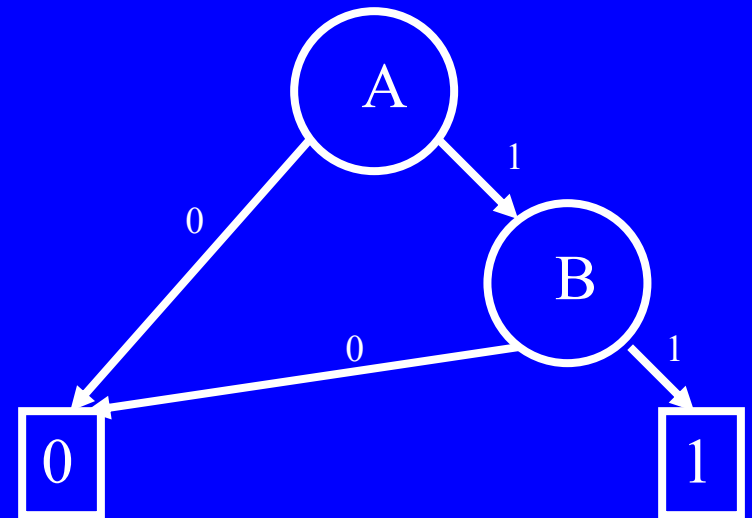
Binary Decision Diagrams

A	0	0	1	1
B	0	1	0	1
F	0	0	0	1



Binary Decision Diagrams

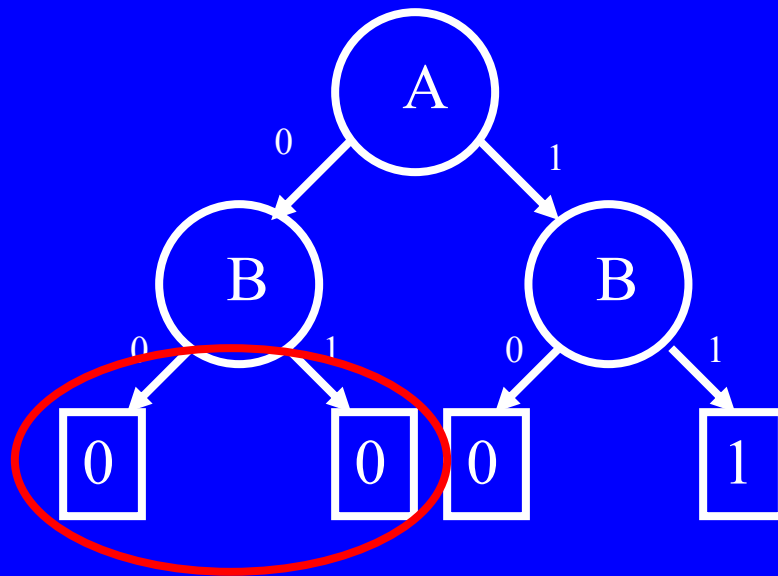
A	0	0	1	1
B	0	1	0	1
F	0	0	0	1



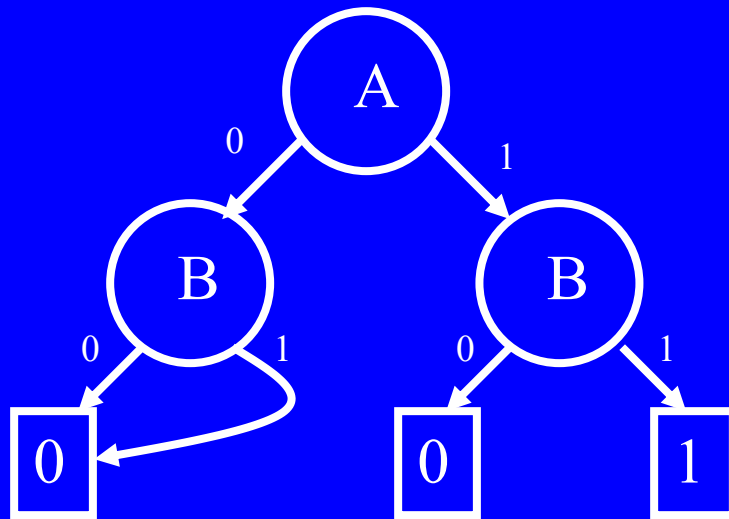
Διαδικασία απλοποίησης

- ❖ Ενώνουμε τους ίδιους κόμβους
- ❖ Αν και οι δύο ακμές που φεύγουν από ένα κόμβο X δείχνουν τον ίδιο κόμβο Y , τότε αφαιρούμε τον κόμβο X και ενώνουμε κατευθείαν τον κόμβο ανώτερης βαθμίδας με τον Y .
- ❖ Επαναλαμβάνουμε μέχρι να μην μπορούμε να ενώσουμε ή να αφαιρέσουμε άλλους κόμβους.

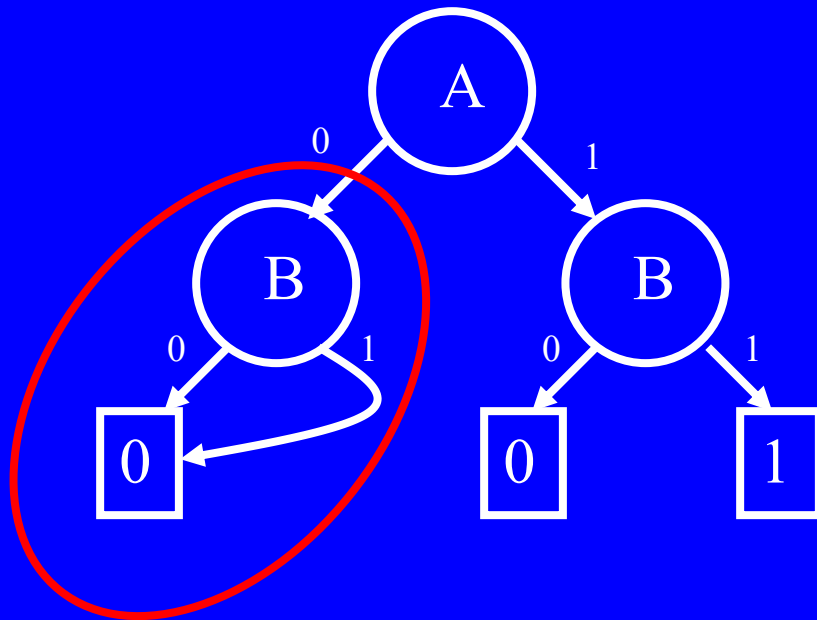
Διαδικασία απλοποίησης



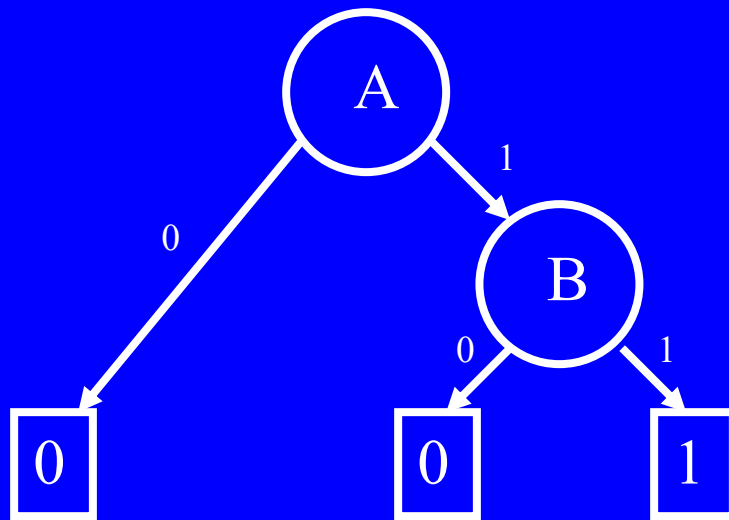
Διαδικασία απλοποίησης



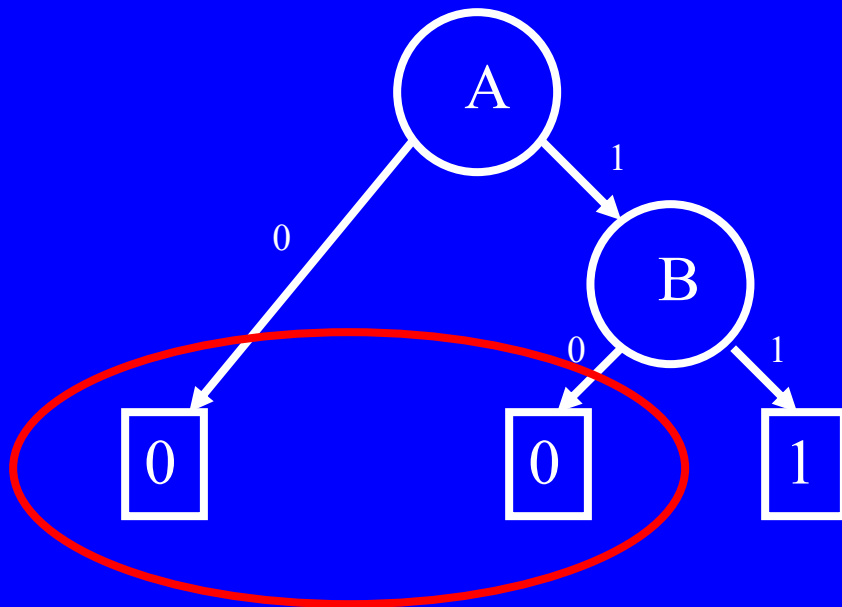
Διαδικασία απλοποίησης



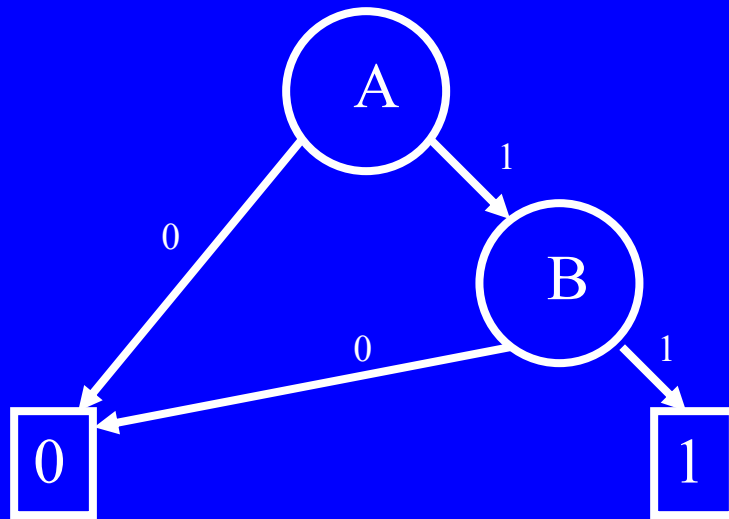
Διαδικασία απλοποίησης



Διαδικασία απλοποίησης



Διαδικασία απλοποίησης

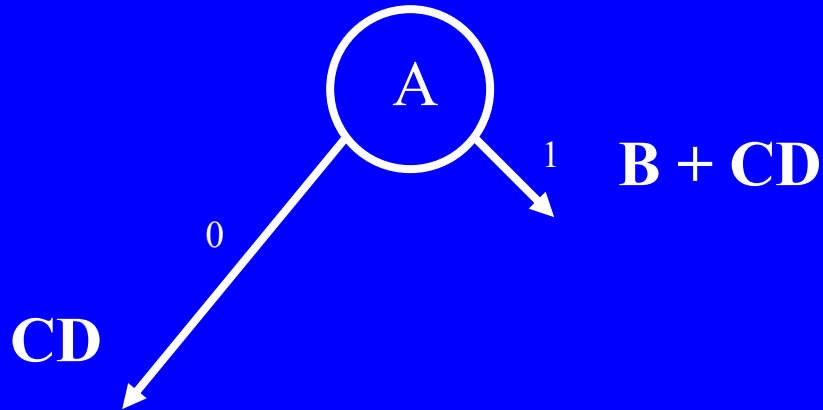


Παράδειγμα



$$F = AB + CD$$
$$A < B < C < D$$

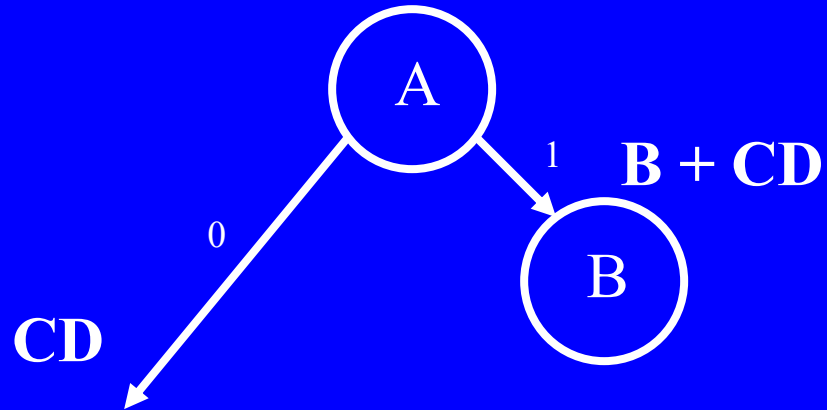
Παράδειγμα



$$F = AB + CD$$

$$A < B < C < D$$

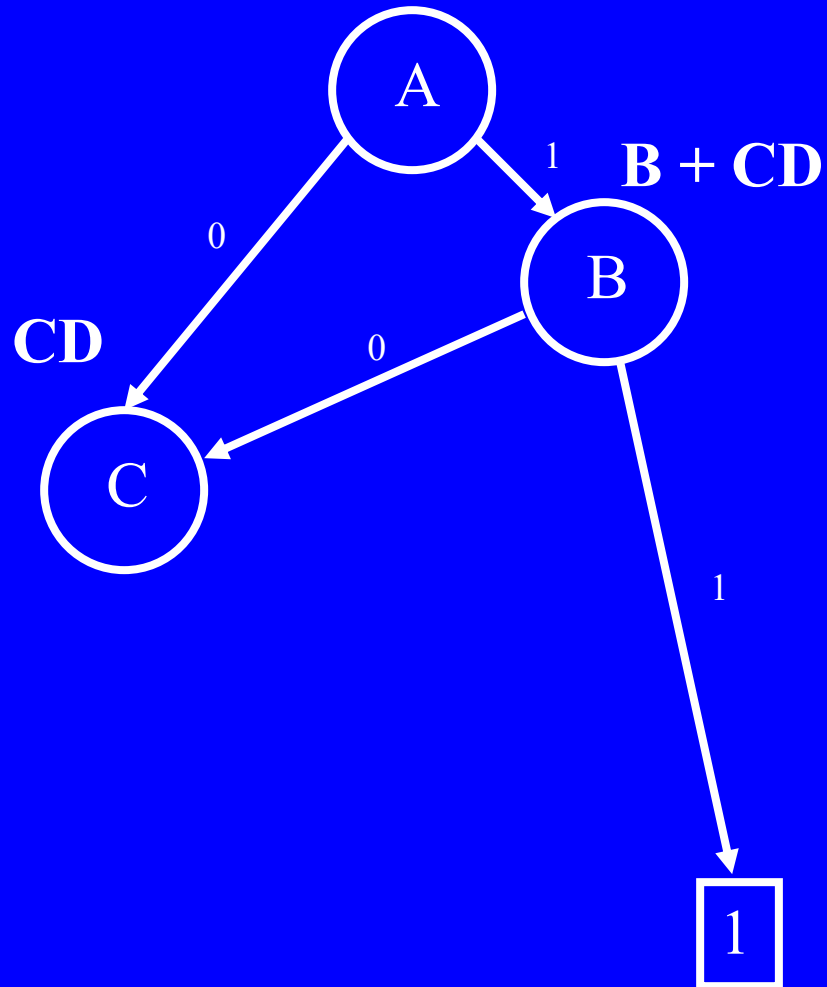
Παράδειγμα



$$F = AB + CD$$

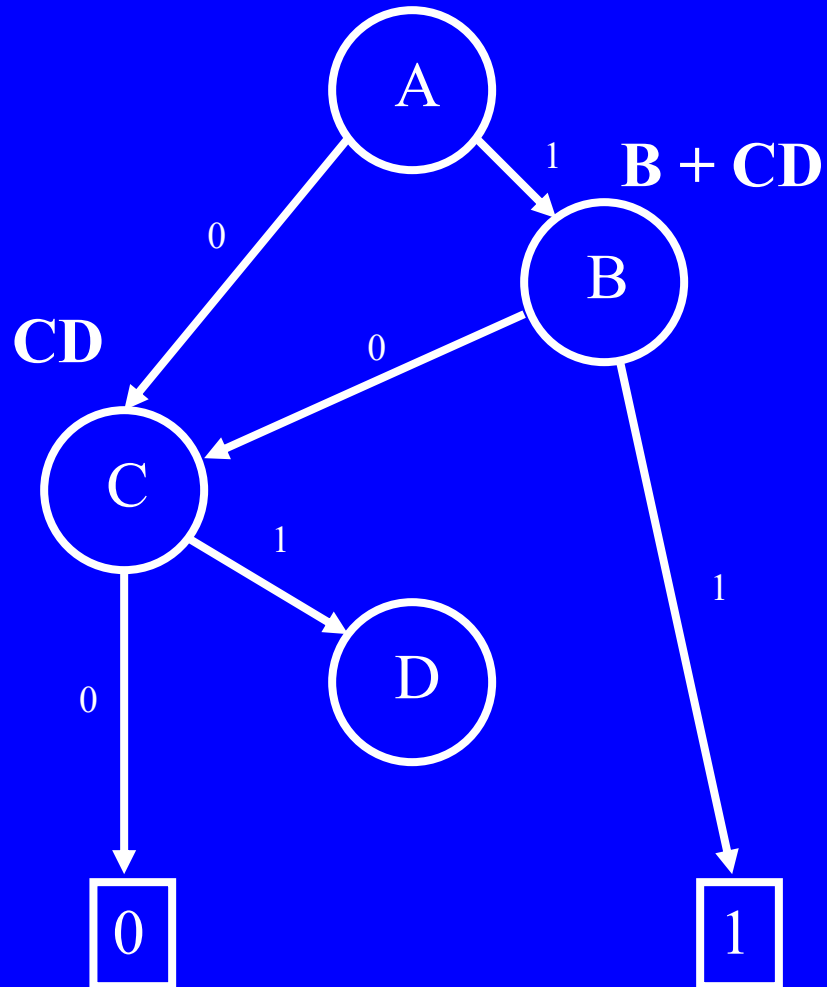
$$A < B < C < D$$

Παράδειγμα



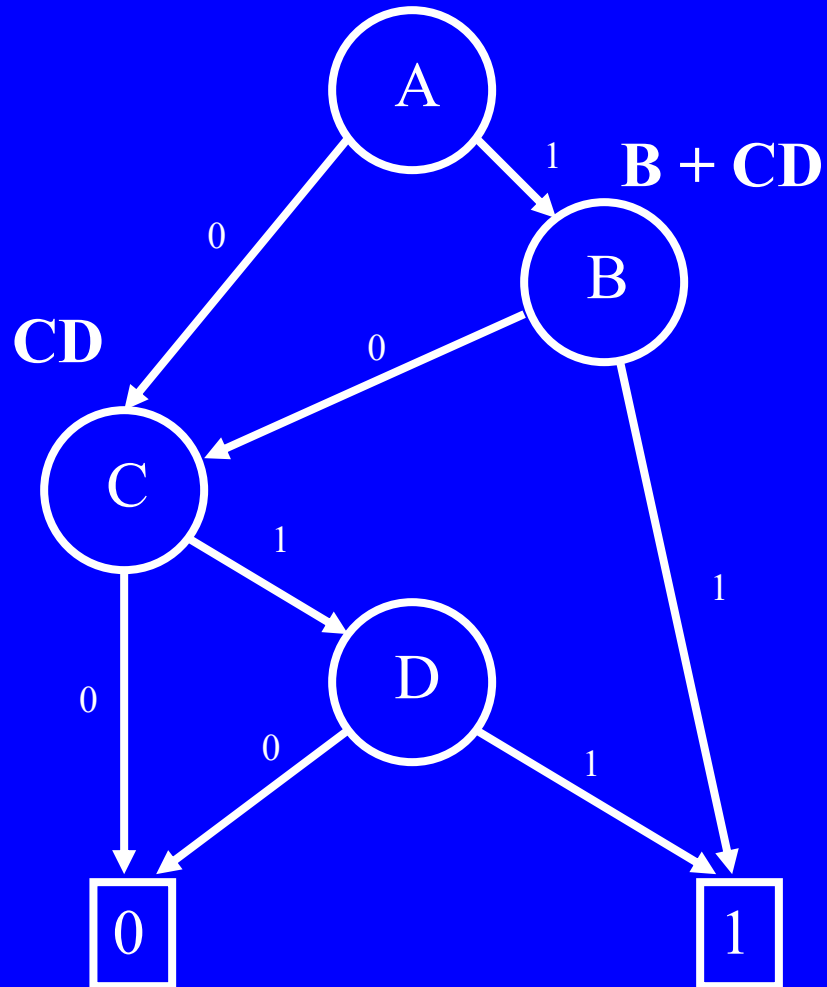
$$F = AB + CD$$
$$A < B < C < D$$

Παράδειγμα



$$F = AB + CD$$
$$A < B < C < D$$

Παράδειγμα



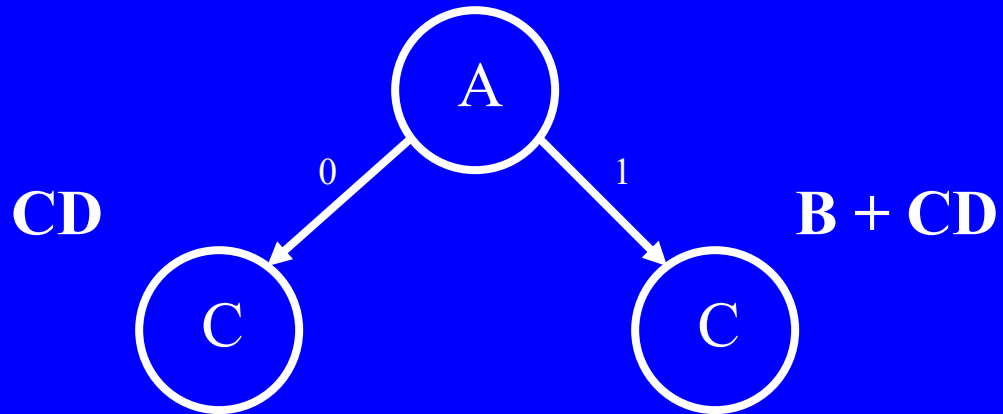
$$F = AB + CD$$
$$A < B < C < D$$

Άλλο ένα παράδειγμα



$$F = AB + CD$$
$$A < C < B < D$$

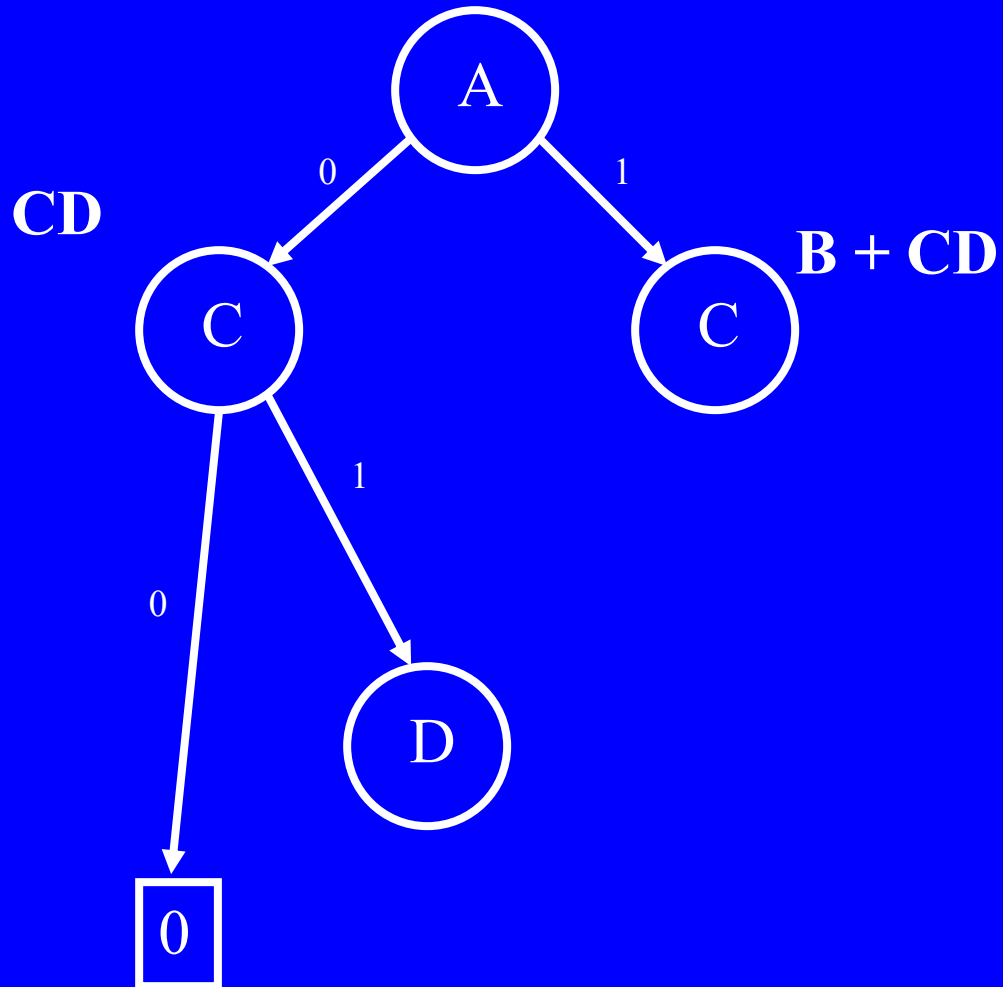
Άλλο ένα παράδειγμα



$$F = AB + CD$$

$$A < C < B < D$$

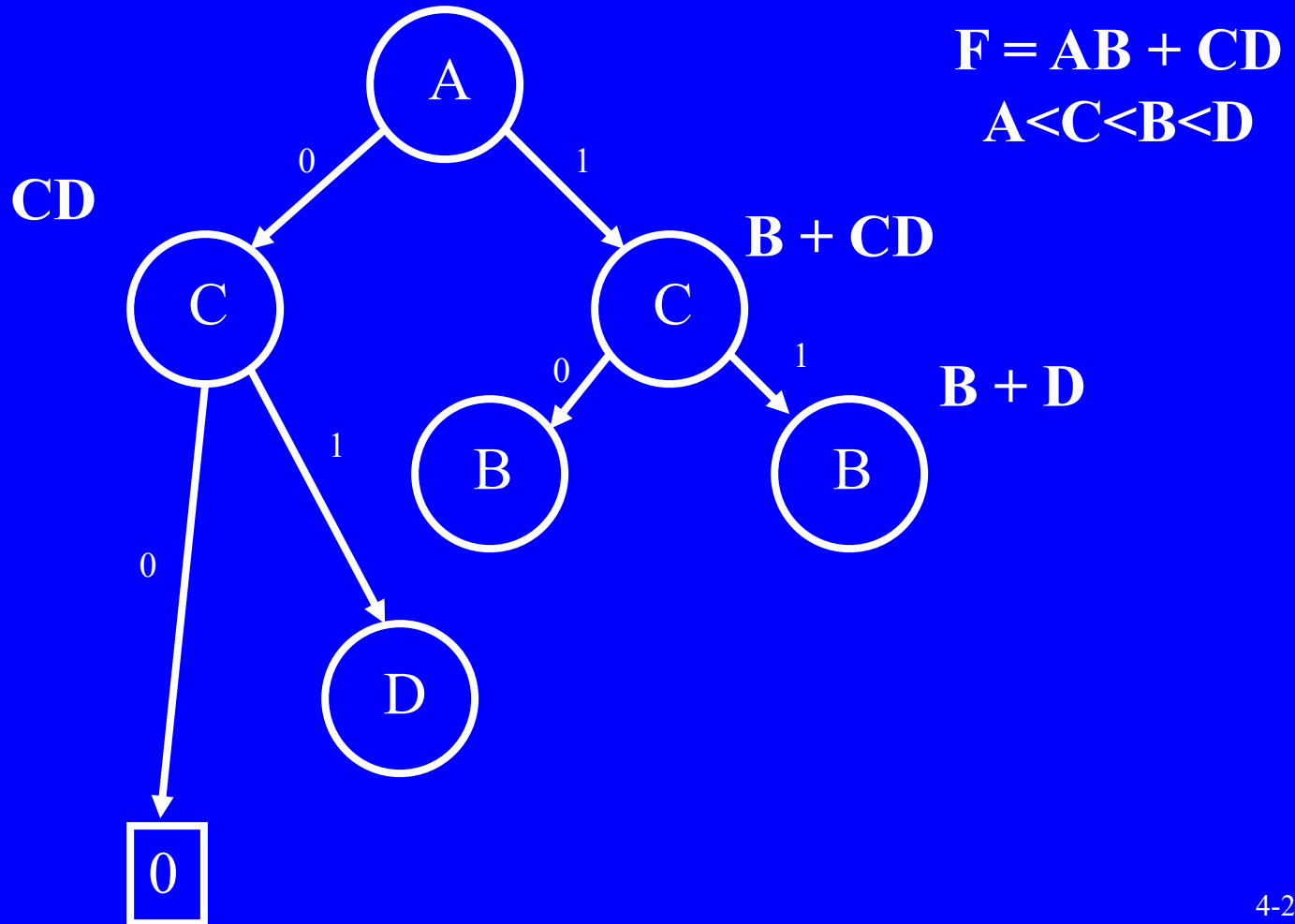
Άλλο ένα παράδειγμα



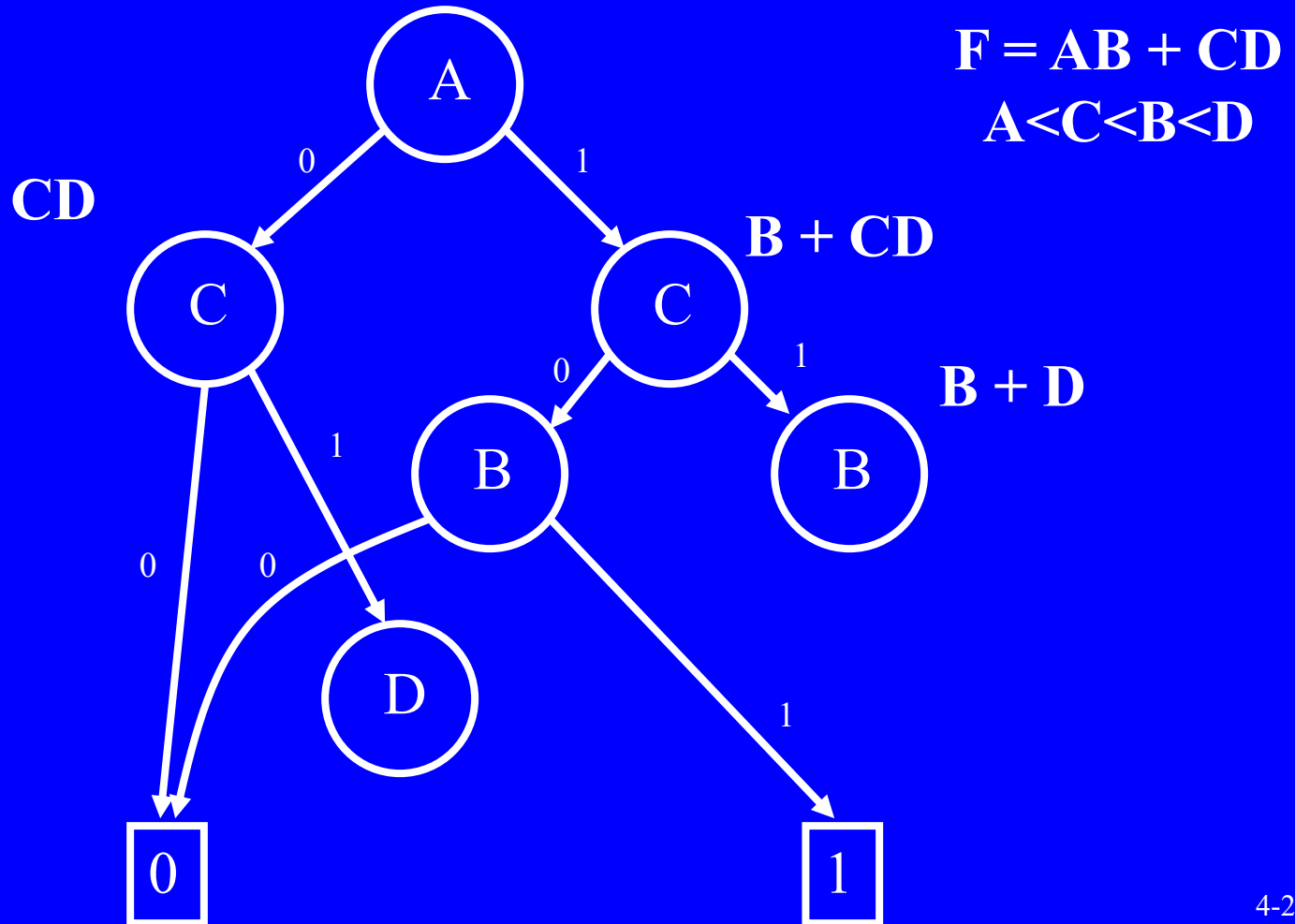
$$F = AB + CD$$

$$A < C < B < D$$

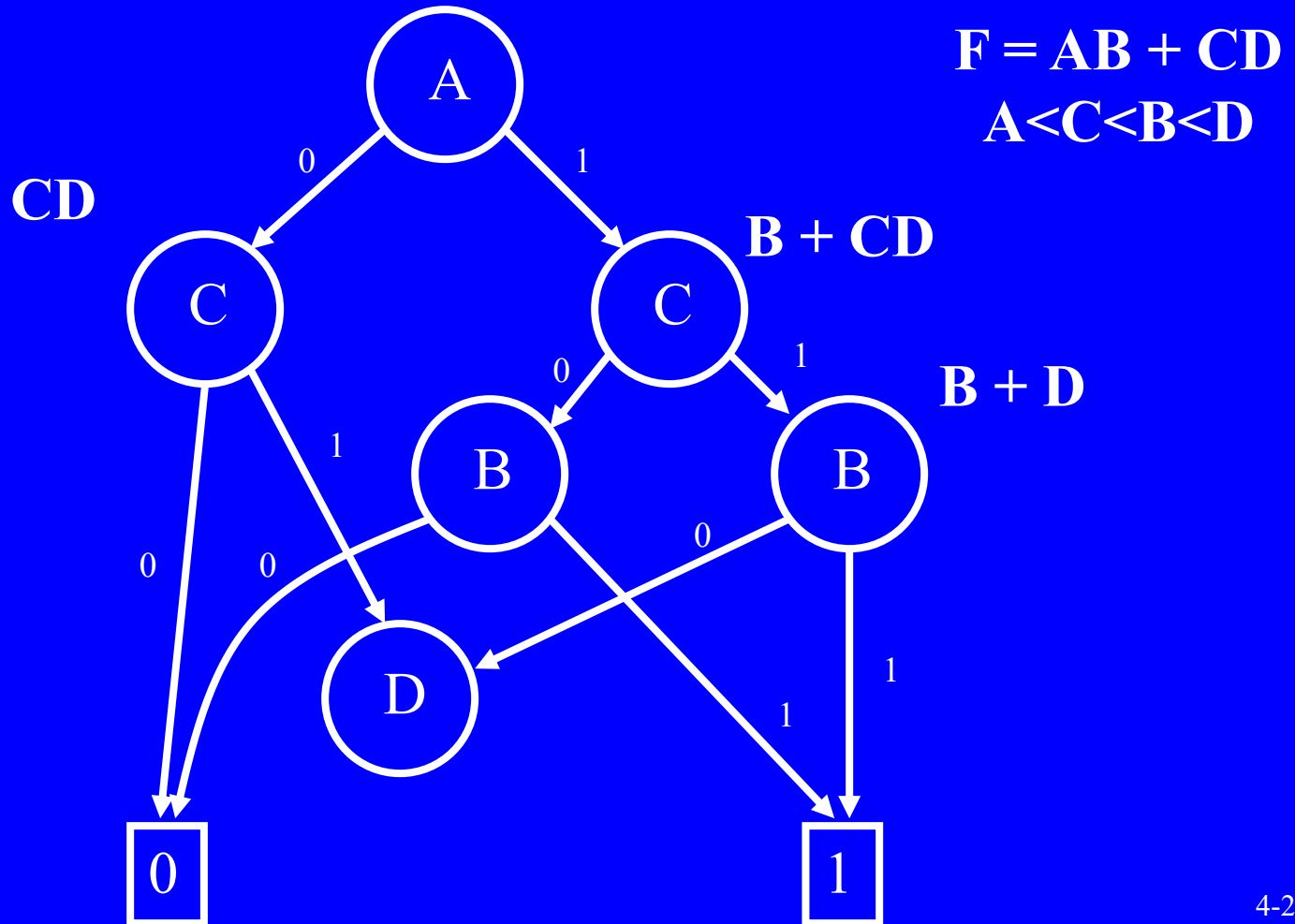
Άλλο ένα παράδειγμα



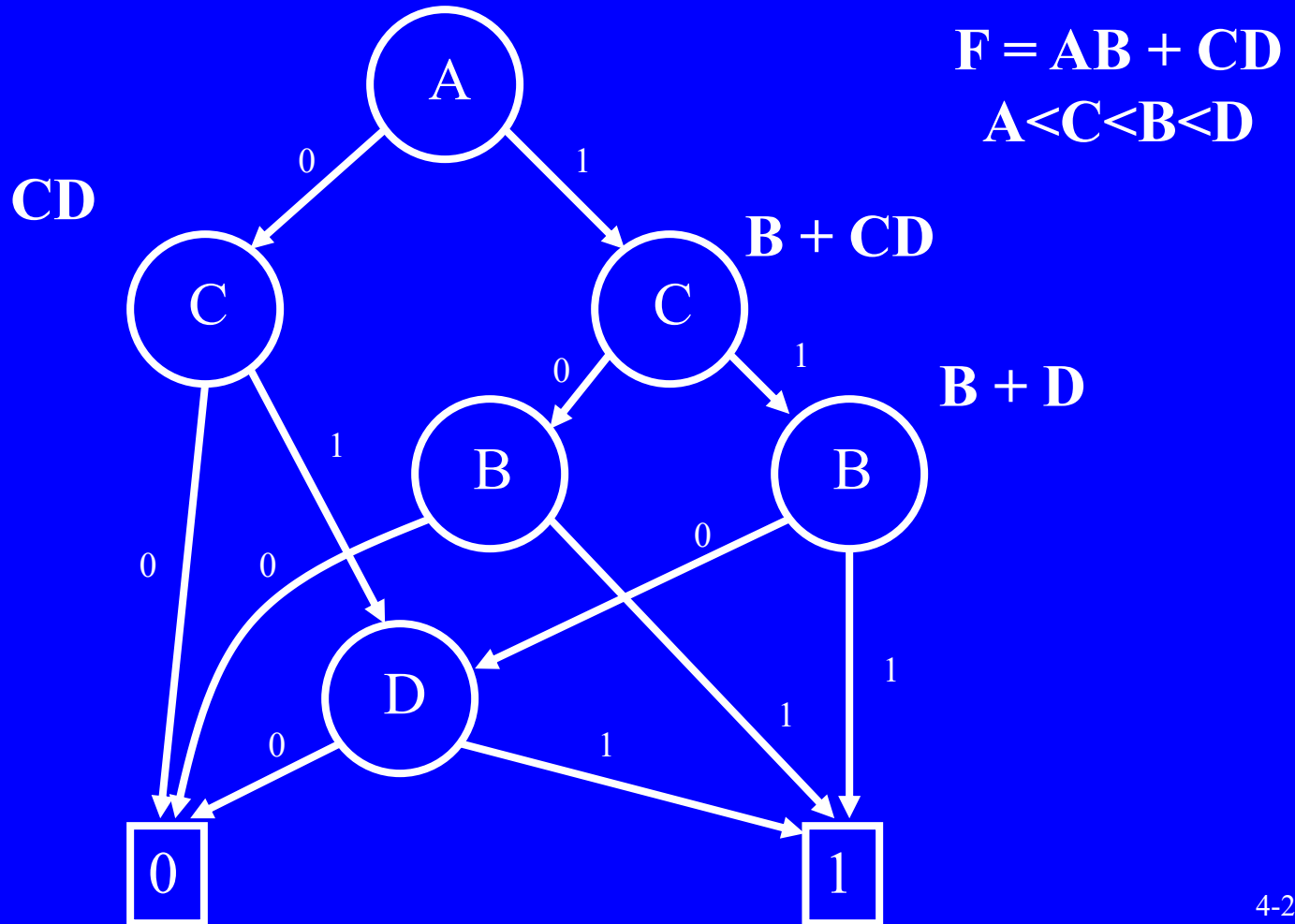
Άλλο ένα παράδειγμα



Άλλο ένα παράδειγμα



Άλλο ένα παράδειγμα

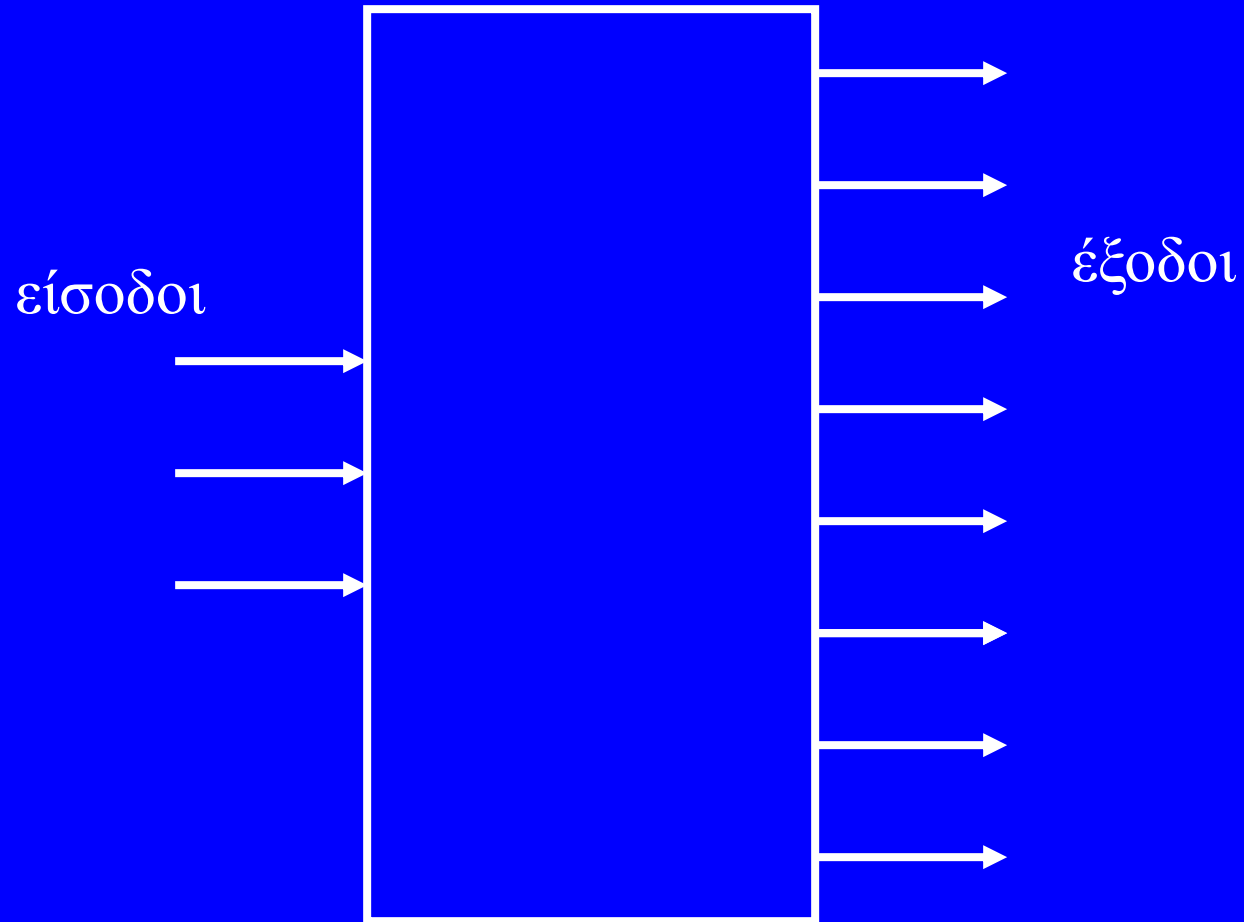


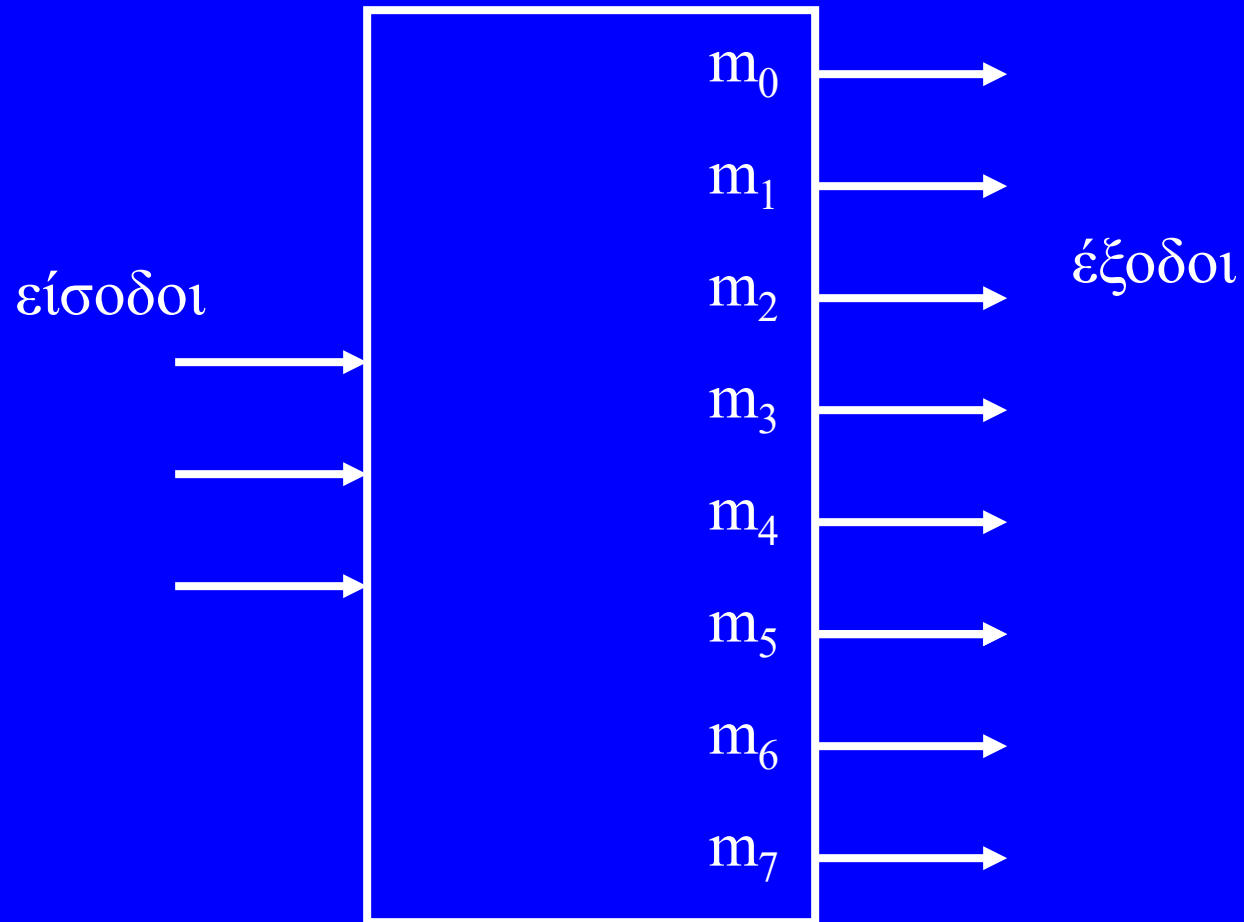
Ελαχιστόροι και μεγιστόροι

x	y	z	όρος	όνομα	όρος	όνομα
0	0	0	$x'y'z'$	m_0	$x+y+z$	M_0
0	0	1	$x'y'z$	m_1	$x+y+z'$	M_1
0	1	0	$x'yz'$	m_2	$x+y'+z$	M_2
0	1	1	$x'yz$	m_3	$x+y'+z'$	M_3
1	0	0	$xy'z'$	m_4	$x'+y+z$	M_4
1	0	1	$xy'z$	m_5	$x'+y+z'$	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	$x'+y'+z$	M_6
1	1	1	xyz	m_7	$x'+y'+z'$	M_7

Αποκωδικοποιητές

είσοδοι			έξοδοι							
x	y	z	e0	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1

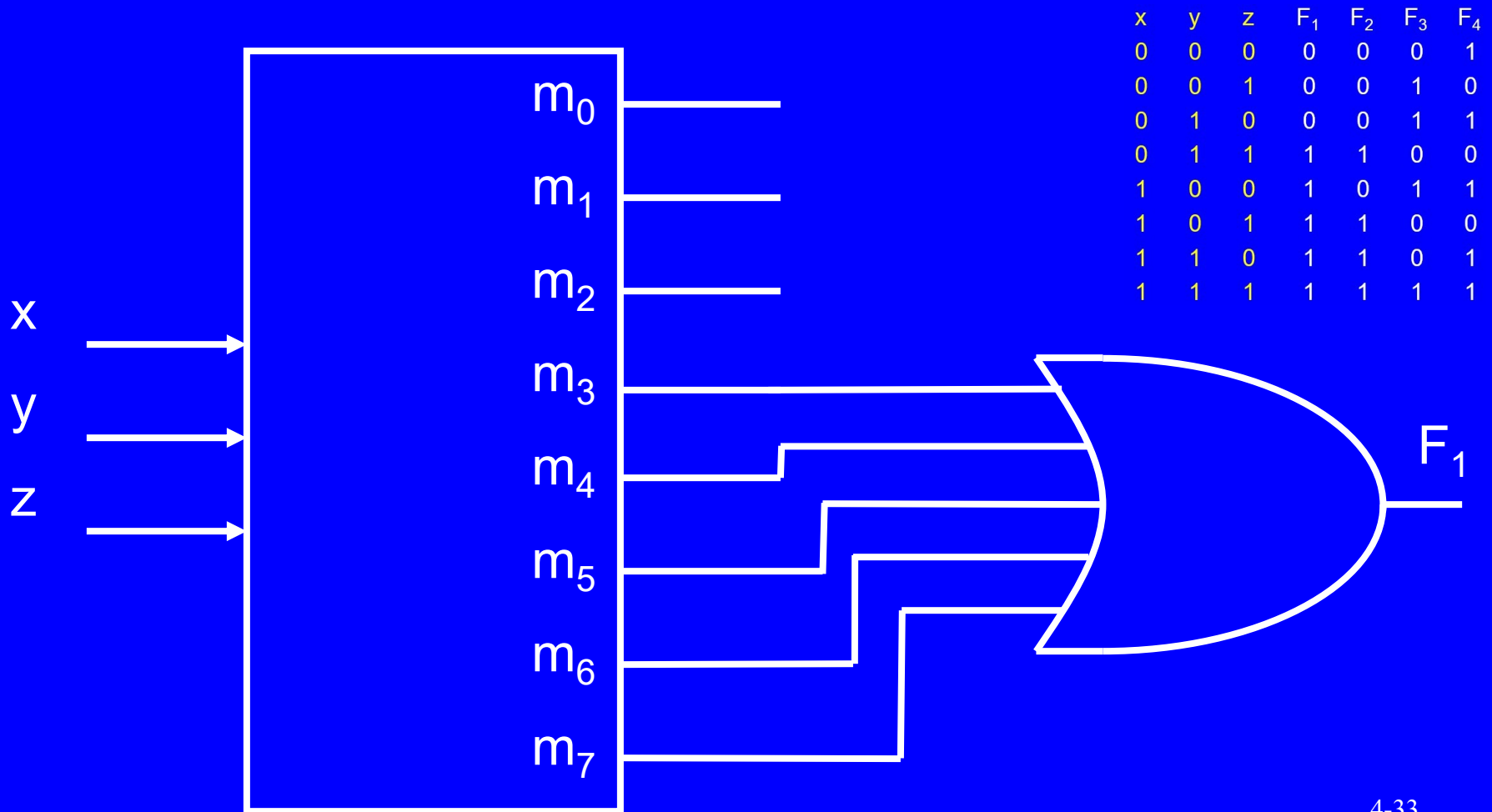




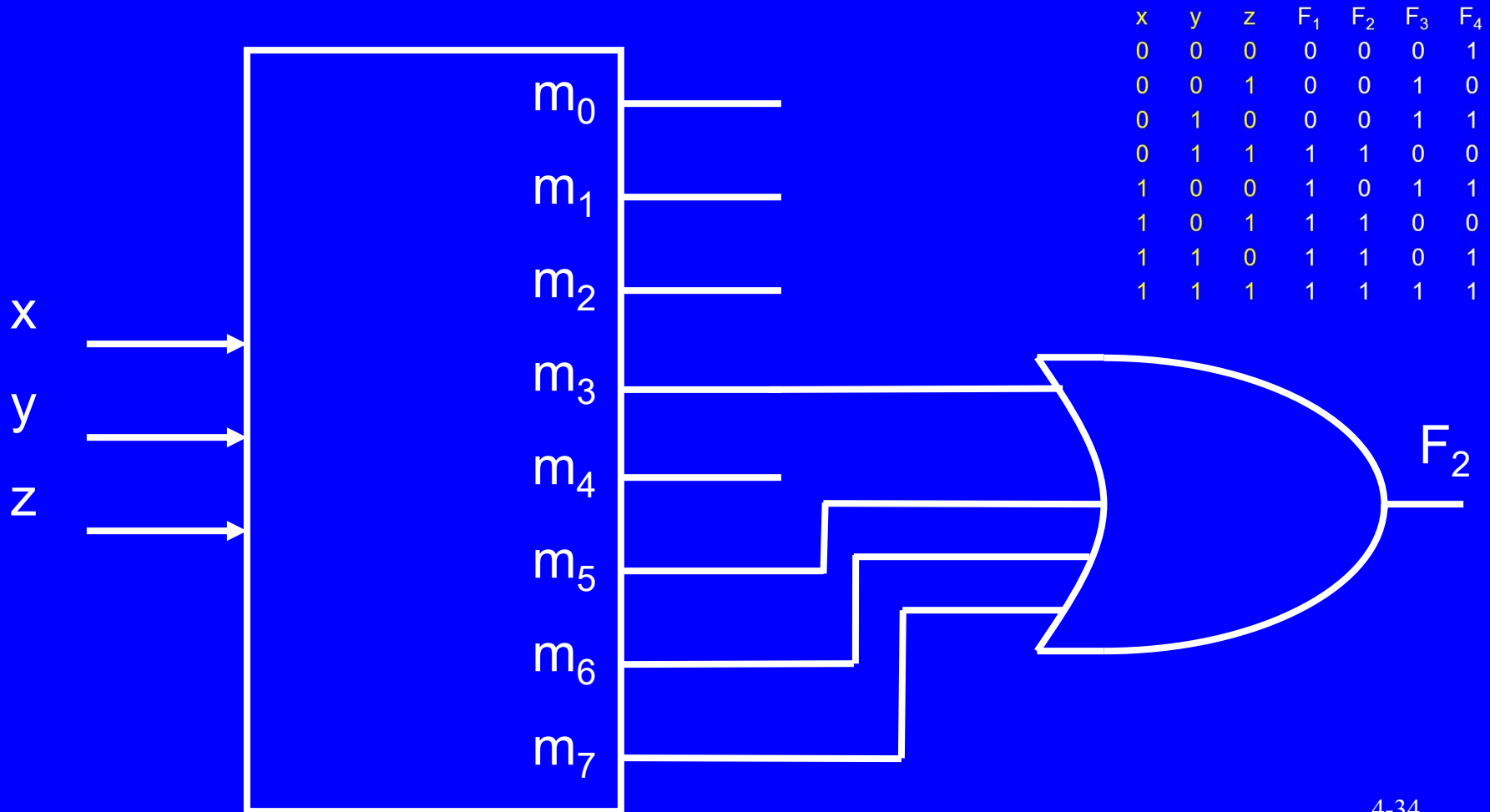
Πίνακες αλήθειας

x	y	z	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με αποκωδικοποιητές

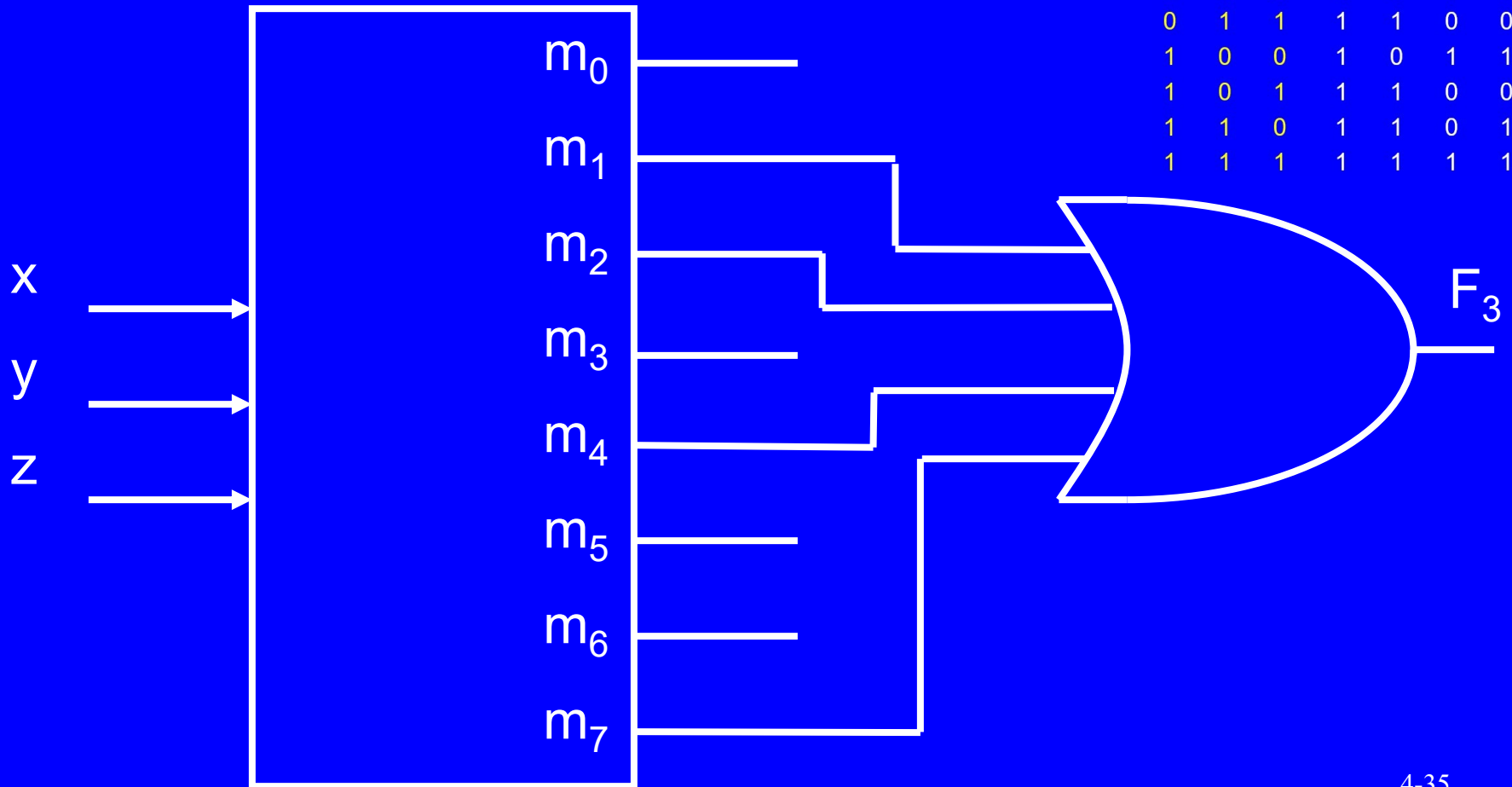


Υλοποίηση συναρτήσεων με αποκωδικοποιητές



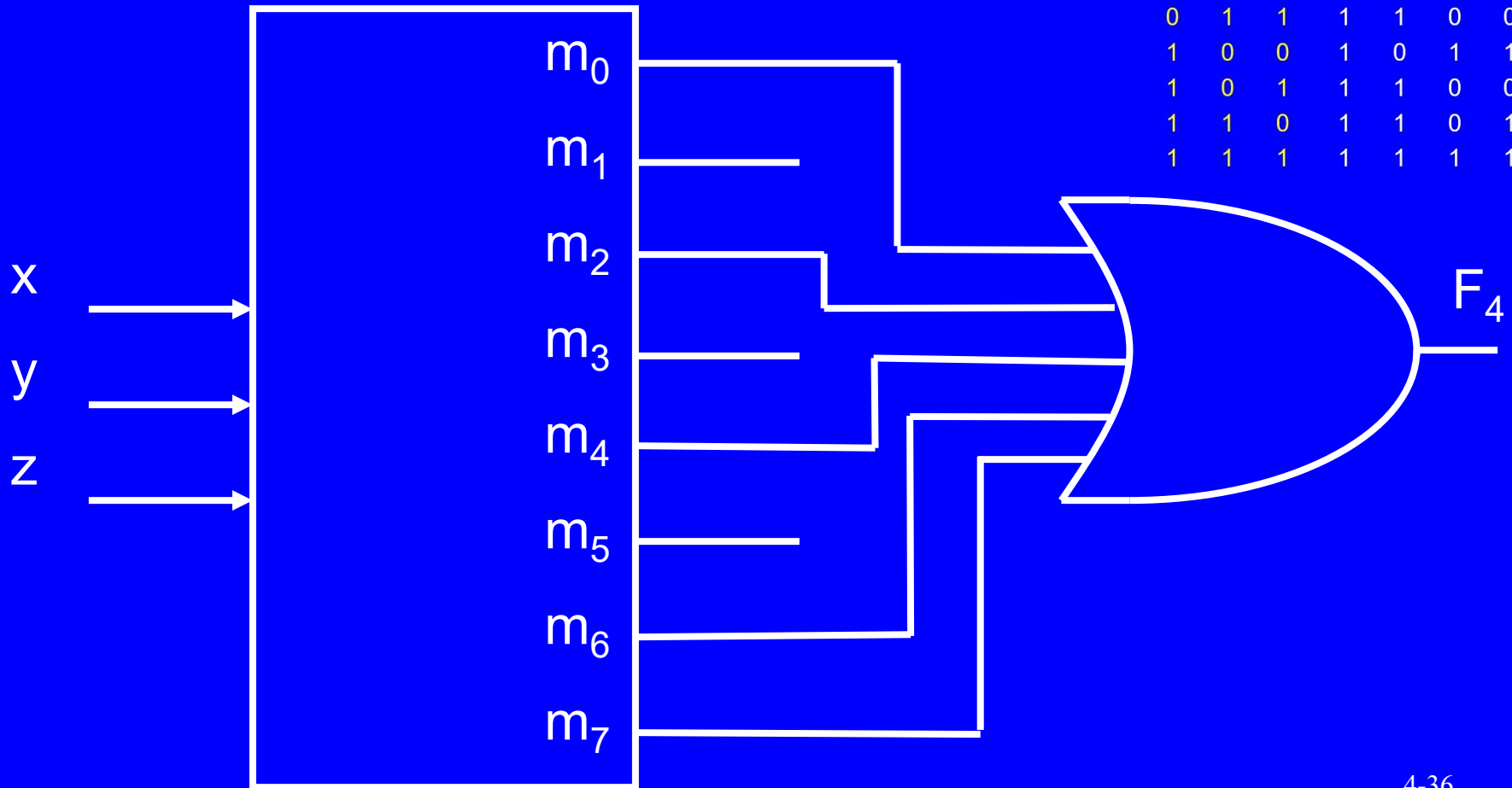
Υλοποίηση συναρτήσεων με αποκωδικοποιητές

x	y	z	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1



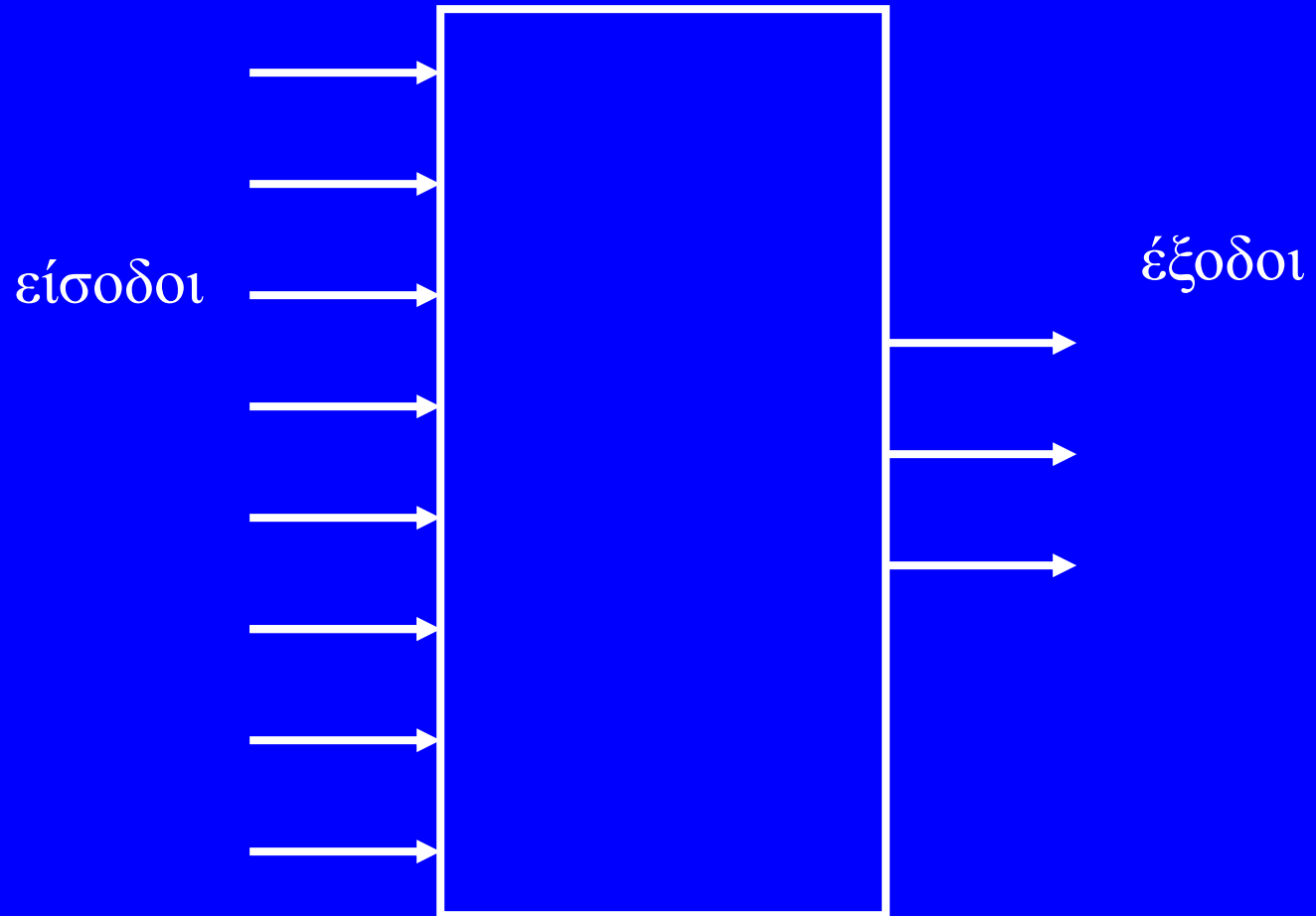
Υλοποίηση συναρτήσεων με αποκωδικοποιητές

x	y	z	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

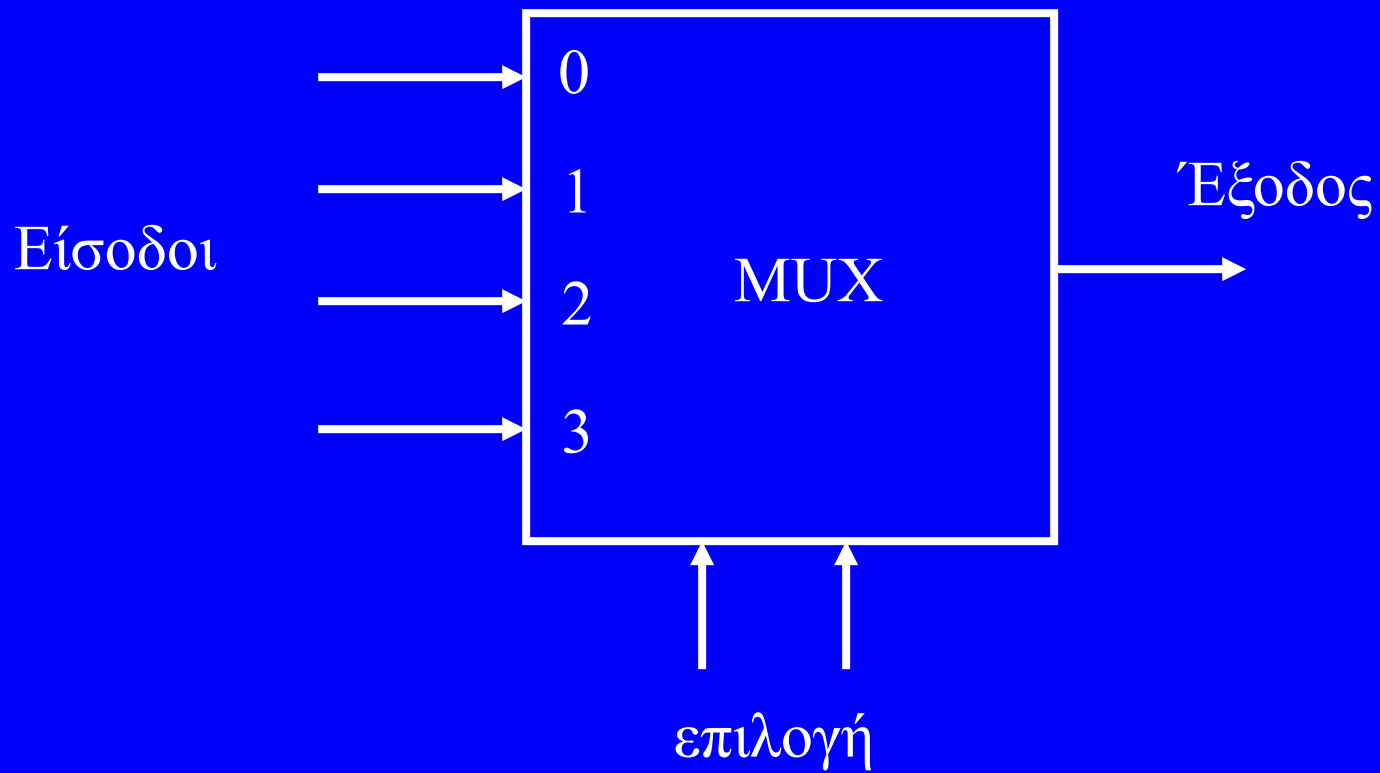


Κωδικοποιητές

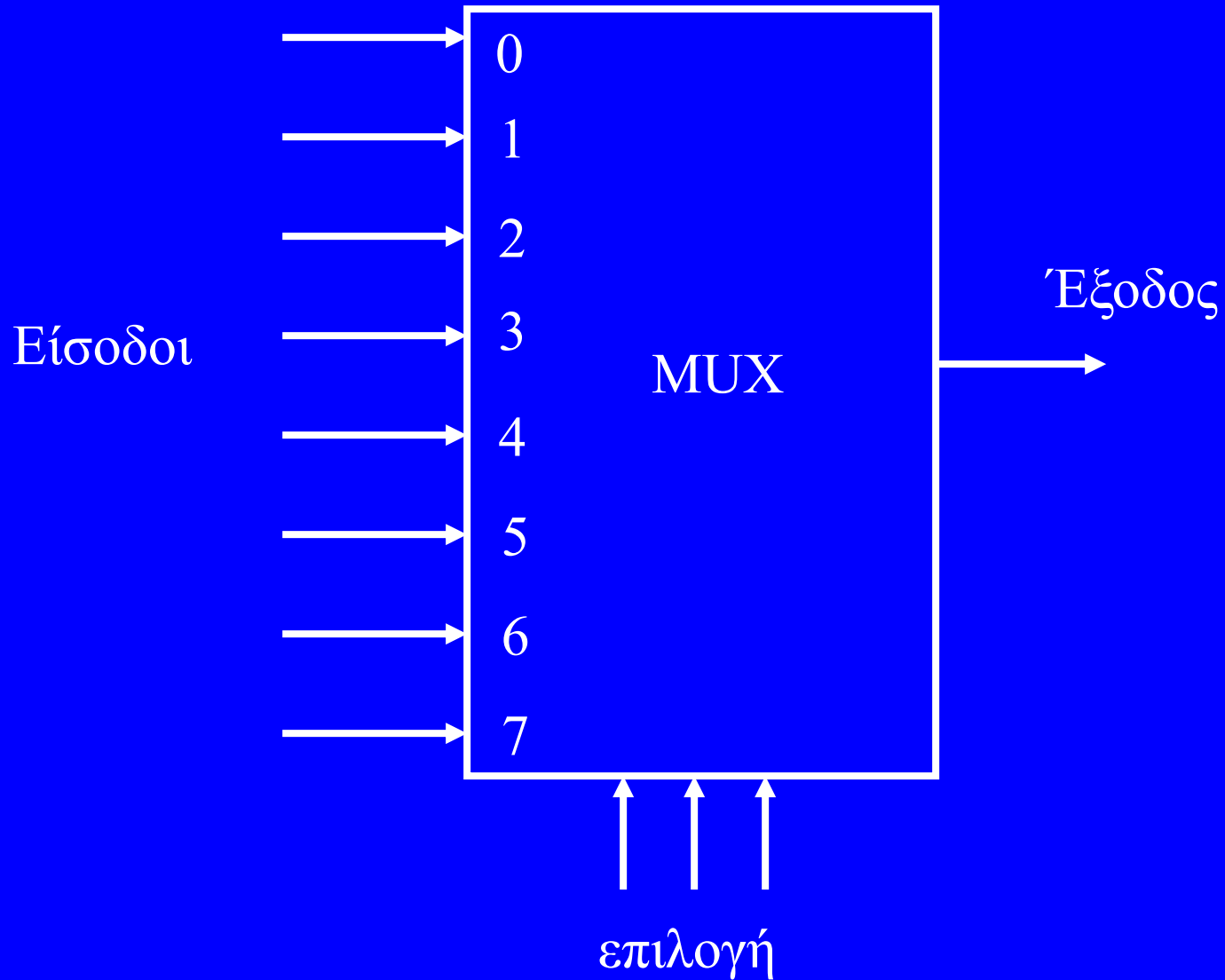
έξοδοι			είσοδοι							
x	y	z	e0	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1



ΠΟΛΥΠΛΕΚΤΕΣ



Πολυπλέκτες



Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

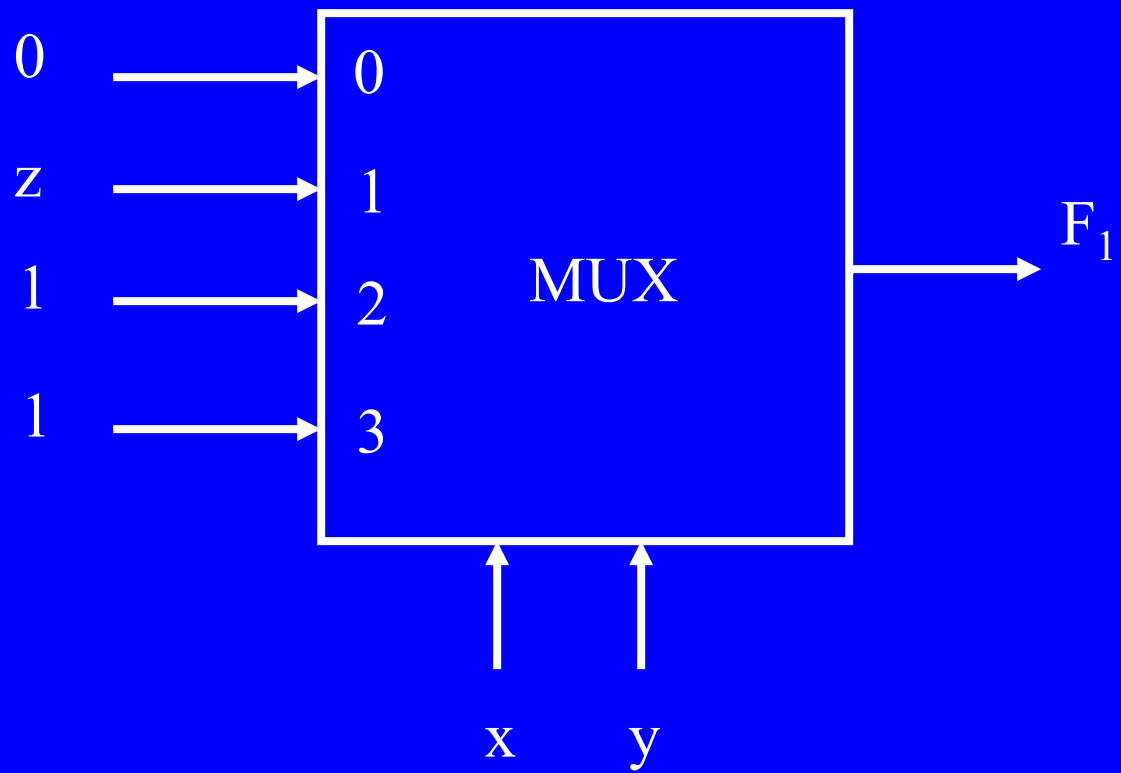
x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

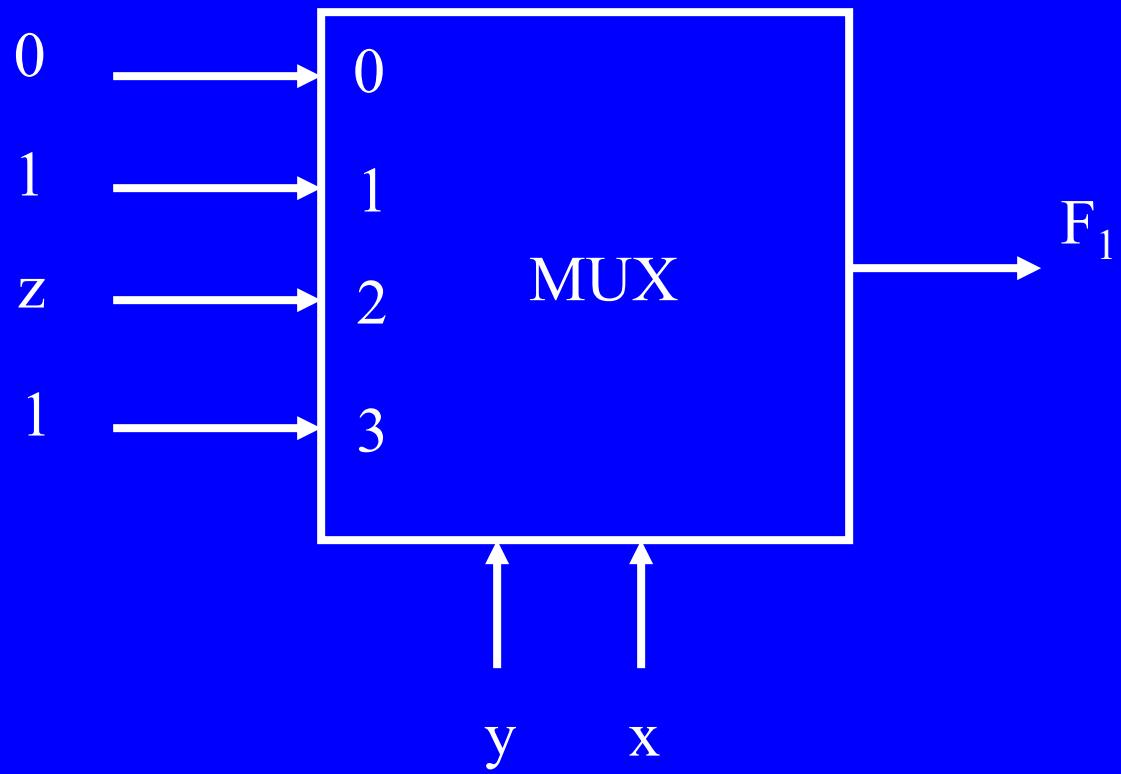
Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

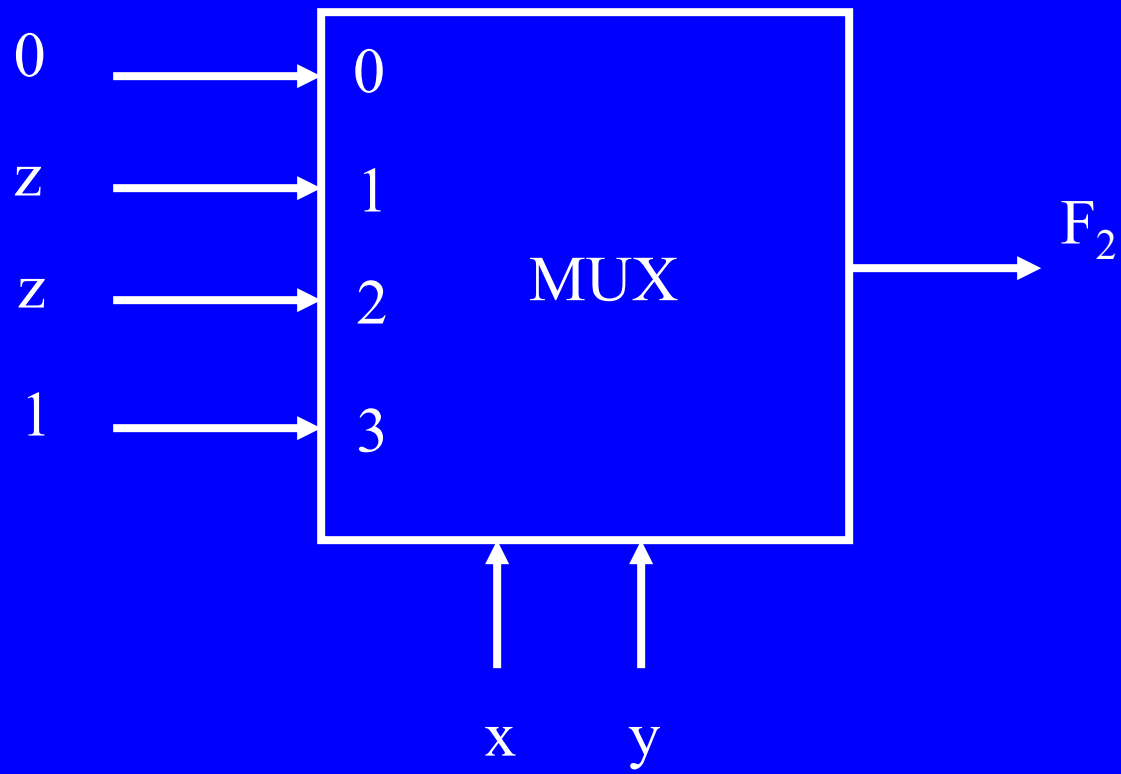
x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

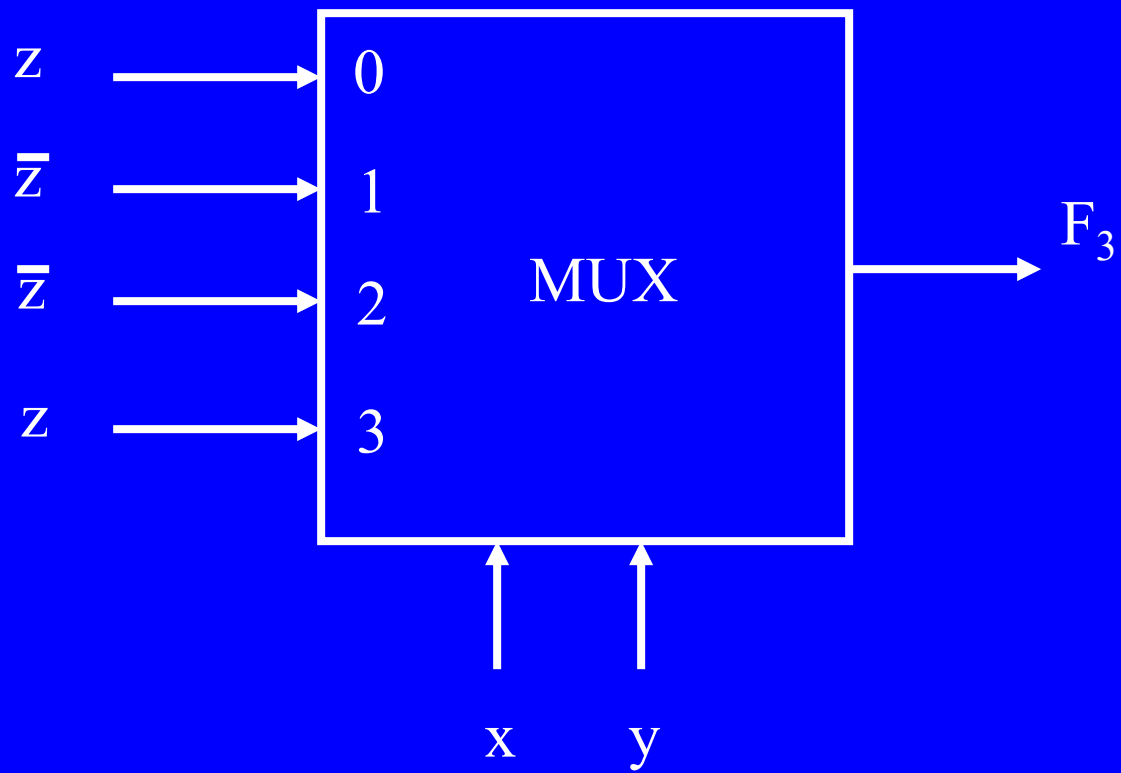
Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

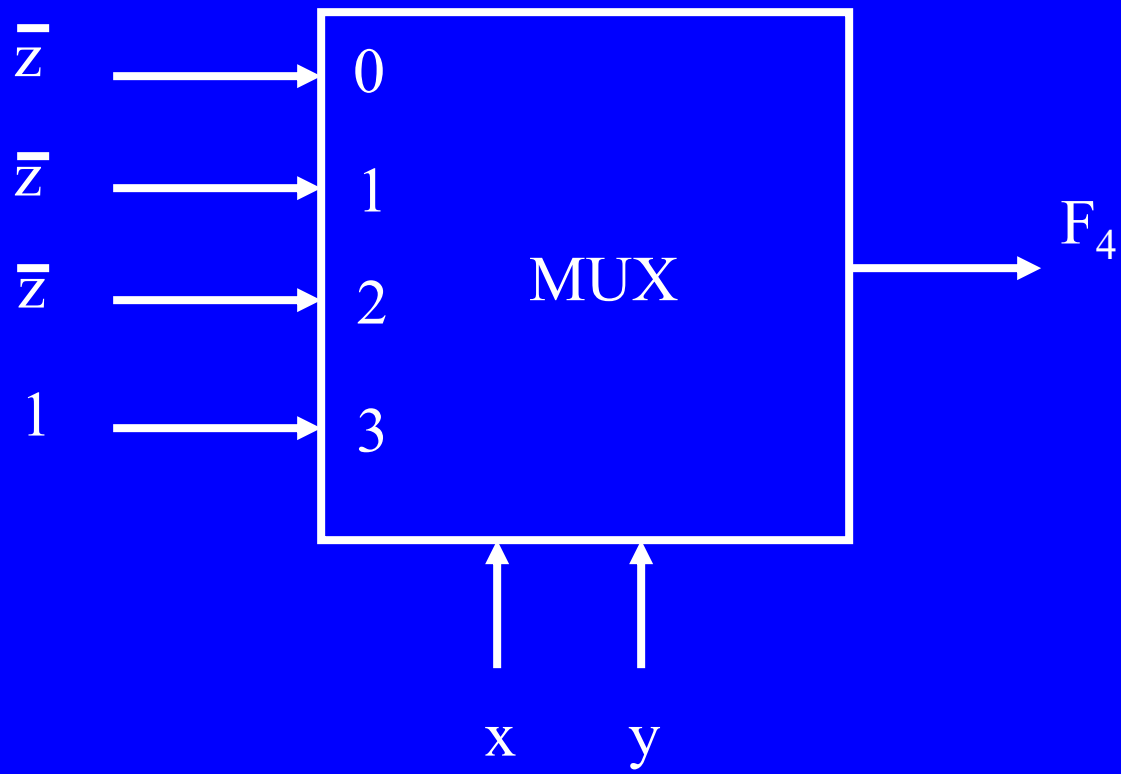
x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1











Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

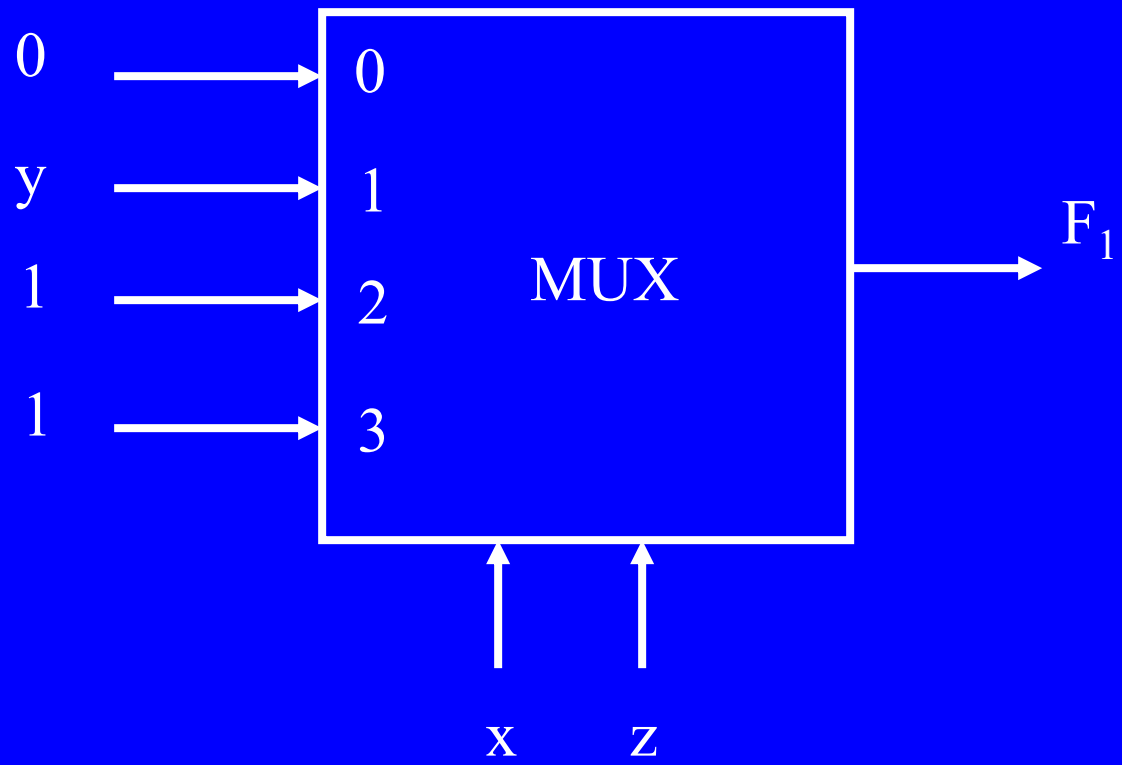
x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1



Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

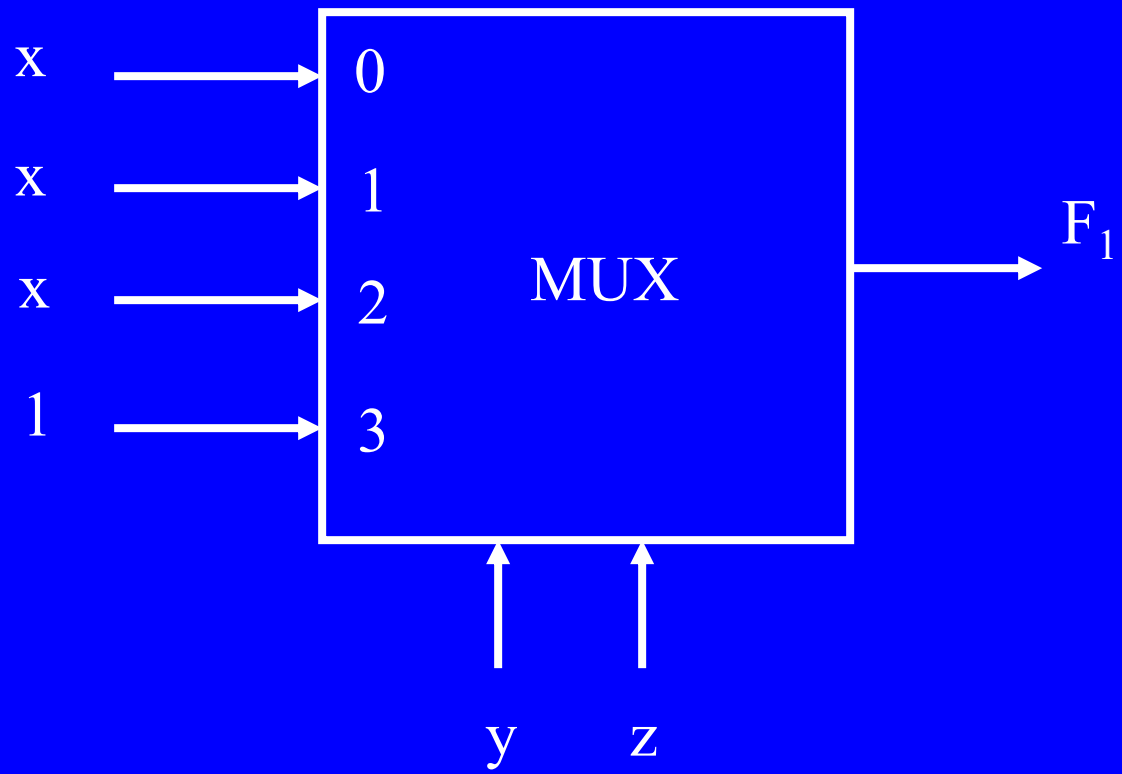
x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

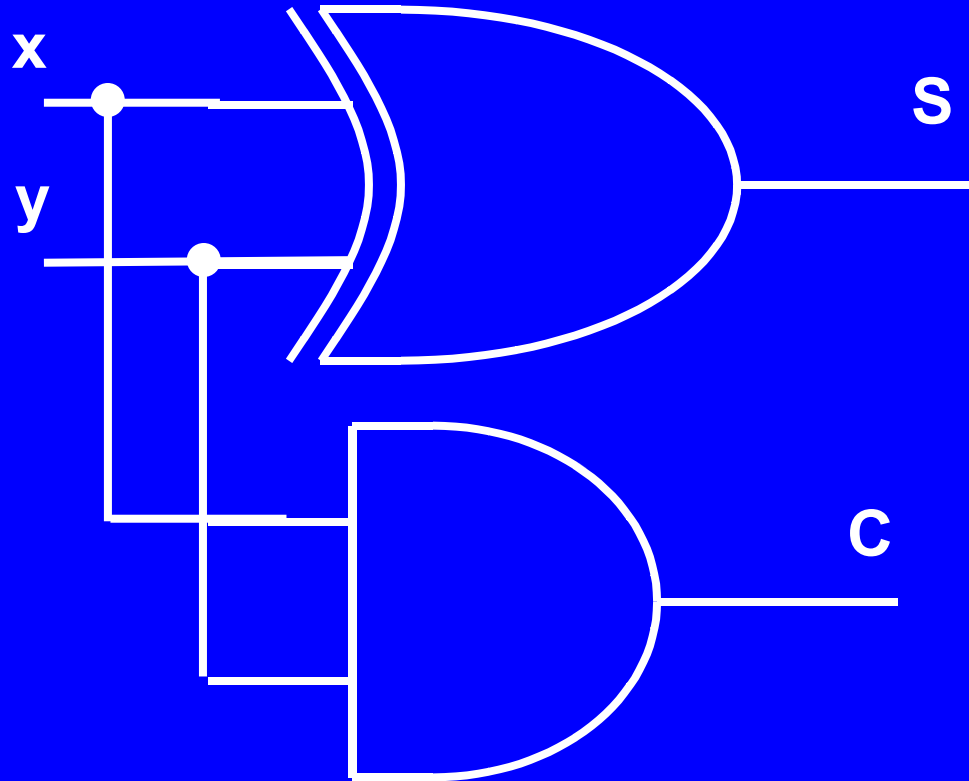
x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1



Ημιαθροιστής



<u>x</u>	<u>y</u>	<u>C</u>	<u>S</u>
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

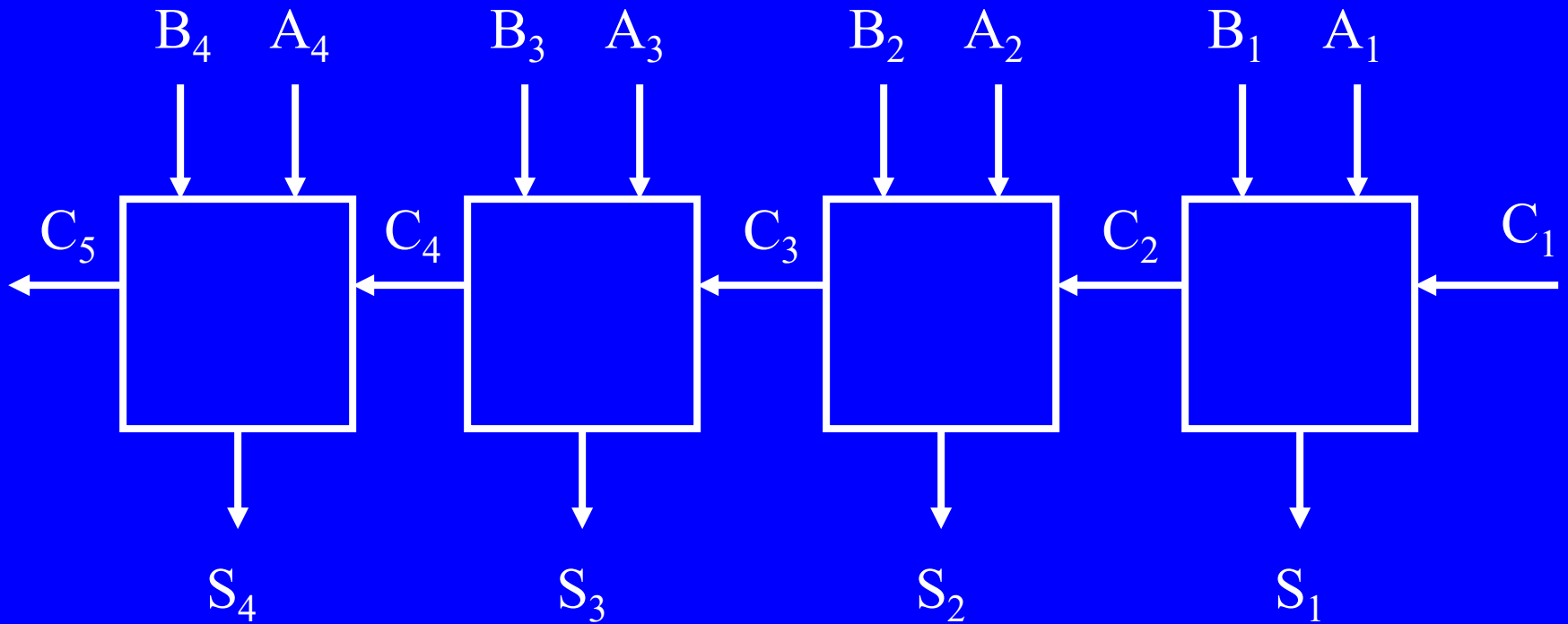
Πλήρης αθροιστής

$x \backslash y C_{in}$	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0

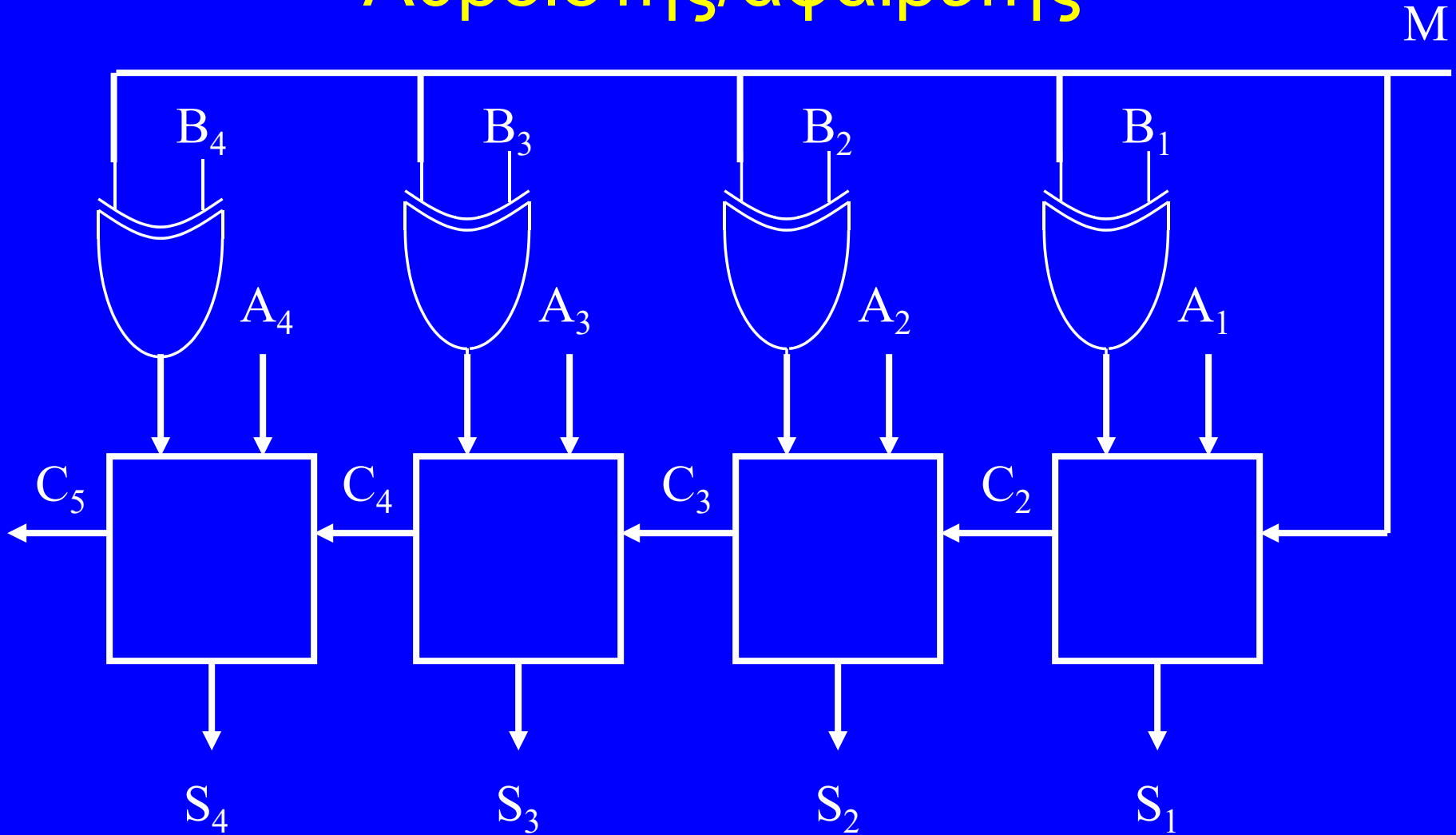
$x \backslash y C_{in}$	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

x	y	C_{in}	C	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Παράλληλος αθροιστής



Αθροιστής/αφαιρέτης



Διάδοση κρατουμένου

$$P_i = A_i \oplus B_i$$

$$G_i = A_i B_i$$

$$S_i = P_i \oplus C_i$$

$$C_{i+1} = G_i + P_i C_i$$

Διάδοση κρατουμένου

$$P_1 = A_1 \oplus B_1$$

$$G_1 = A_1 B_1$$

$$S_1 = P_1 \oplus C_1$$

$$C_2 = G_1 + P_1 C_1$$

Διάδοση κρατουμένου

$$P_2 = A_2 \oplus B_2$$

$$G_2 = A_2 B_2$$

$$S_2 = P_2 \oplus C_2$$

$$C_2 = G_1 + P_1 C_1$$

$$C_3 = G_2 + P_2 C_2$$

Διάδοση κρατουμένου

$$P_2 = A_2 \oplus B_2$$

$$G_2 = A_2 B_2$$

$$S_2 = P_2 \oplus C_2$$

$$C_2 = G_1 + P_1 C_1$$

$$C_3 = G_2 + P_2 G_1 + P_2 P_1 C_1$$

Διάδοση κρατουμένου

$$P_3 = A_3 \oplus B_3$$

$$G_3 = A_3 B_3$$

$$S_3 = P_3 \oplus C_3$$

$$C_2 = G_1 + P_1 C_1$$

$$C_3 = G_2 + P_2 G_1 + P_2 P_1 C_1$$

$$C_4 = G_3 + P_3 C_3$$

Διάδοση κρατουμένου

$$P_3 = A_3 \oplus B_3$$

$$G_3 = A_3 B_3$$

$$S_3 = P_3 \oplus C_3$$

$$C_2 = G_1 + P_1 C_1$$

$$C_3 = G_2 + P_2 G_1 + P_2 P_1 C_1$$

$$C_4 = G_3 + P_3 G_2 + P_3 P_2 G_1 + P_3 P_2 P_1 C_1$$

Διάδοση κρατουμένου

$$P_4 = A_4 \oplus B_4$$

$$G_4 = A_4 B_4$$

$$S_4 = P_4 \oplus C_4$$

$$C_2 = G_1 + P_1 C_1$$

$$C_3 = G_2 + P_2 G_1 + P_2 P_1 C_1$$

$$C_4 = G_3 + P_3 G_2 + P_3 P_2 G_1 + P_3 P_2 P_1 C_1$$

$$C_5 = G_4 + P_4 C_4$$

Διάδοση κρατουμένου

$$P_4 = A_4 \oplus B_4$$

$$G_4 = A_4 B_4$$

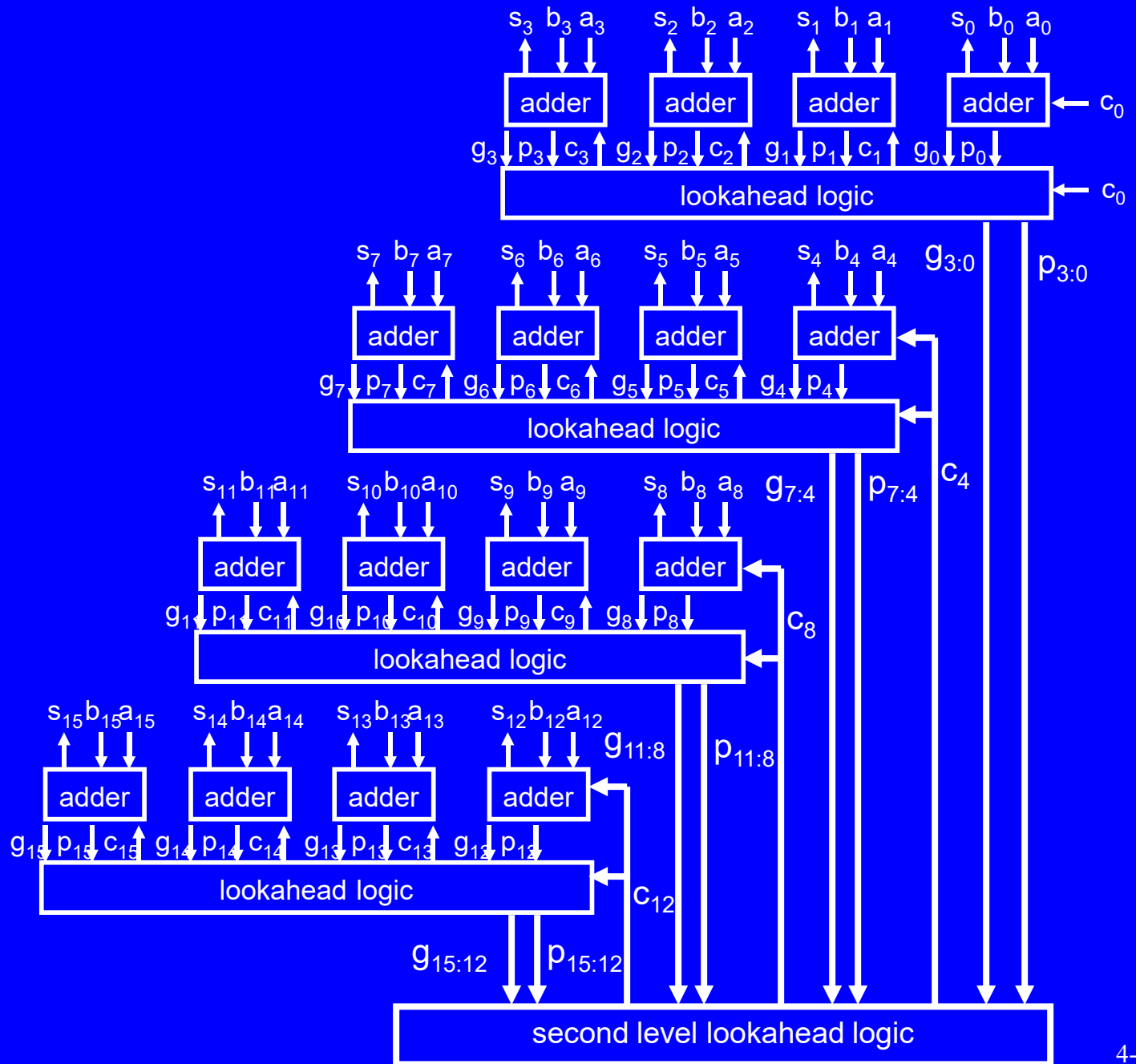
$$S_4 = P_4 \oplus C_4$$

$$C_2 = G_1 + P_1 C_1$$

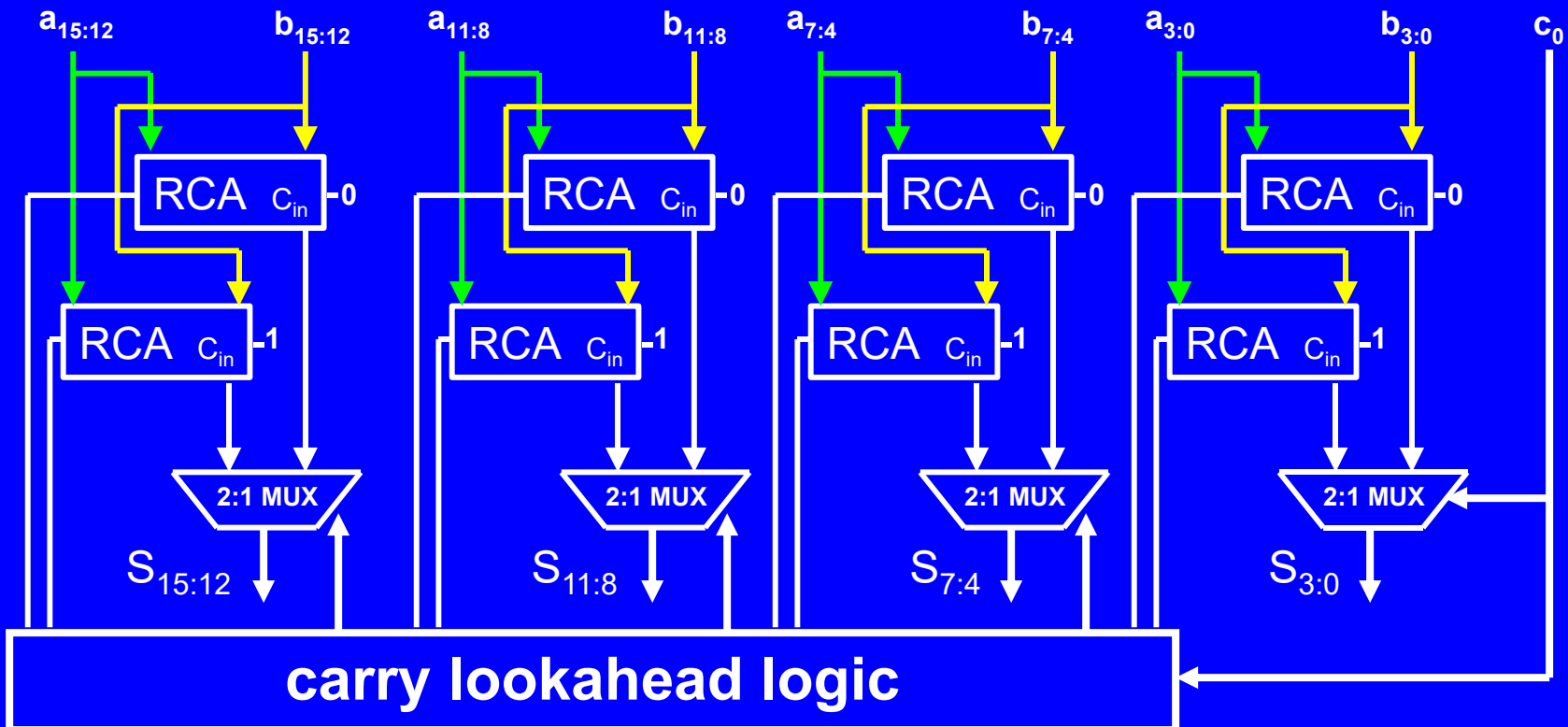
$$C_3 = G_2 + P_2 G_1 + P_2 P_1 C_1$$

$$C_4 = G_3 + P_3 G_2 + P_3 P_2 G_1 + P_3 P_2 P_1 C_1$$

$$C_5 = G_4 + P_4 G_3 + P_4 P_3 G_2 + P_4 P_3 P_2 G_1 + P_4 P_3 P_2 P_1 C_1$$



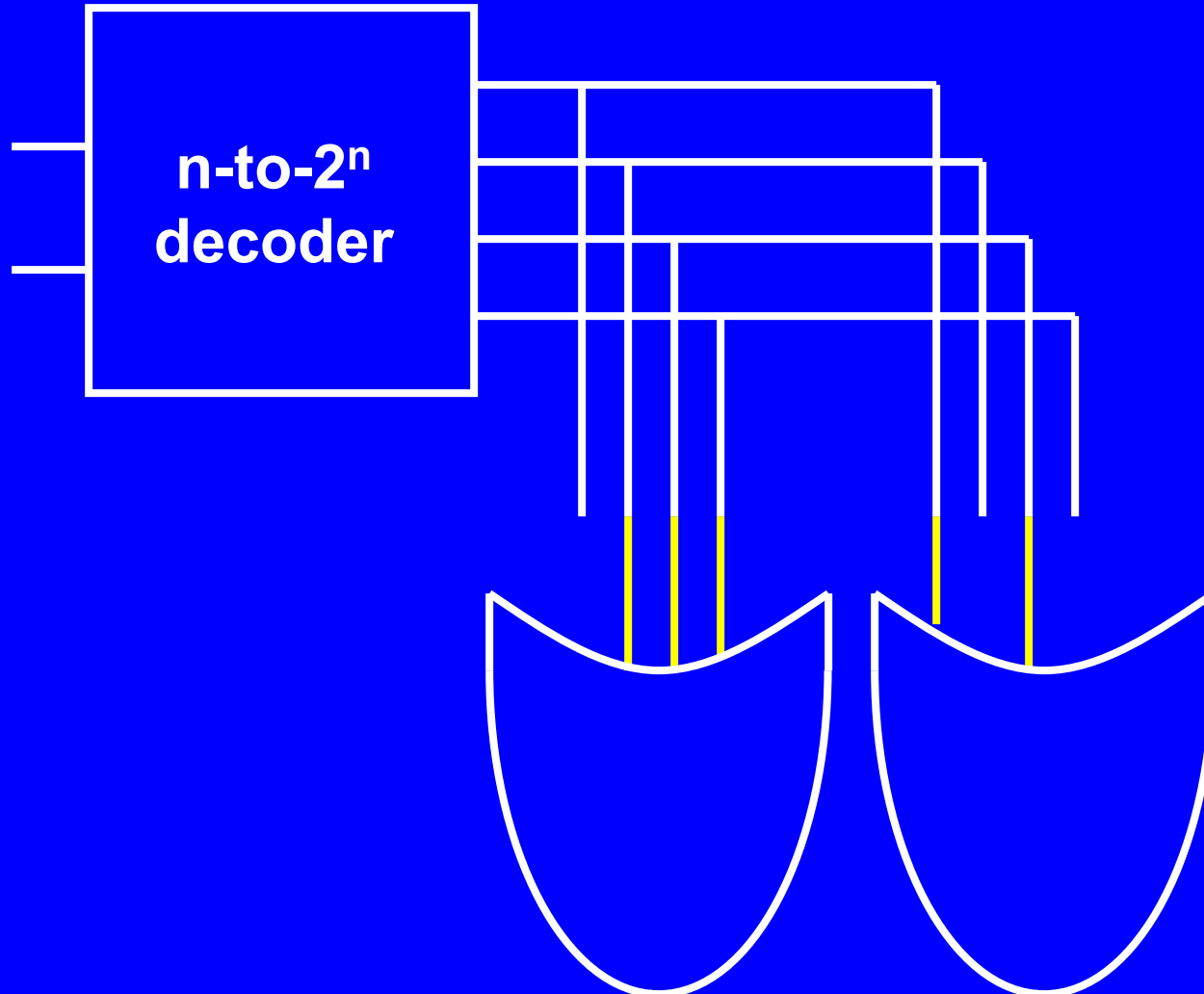
Carry select adder



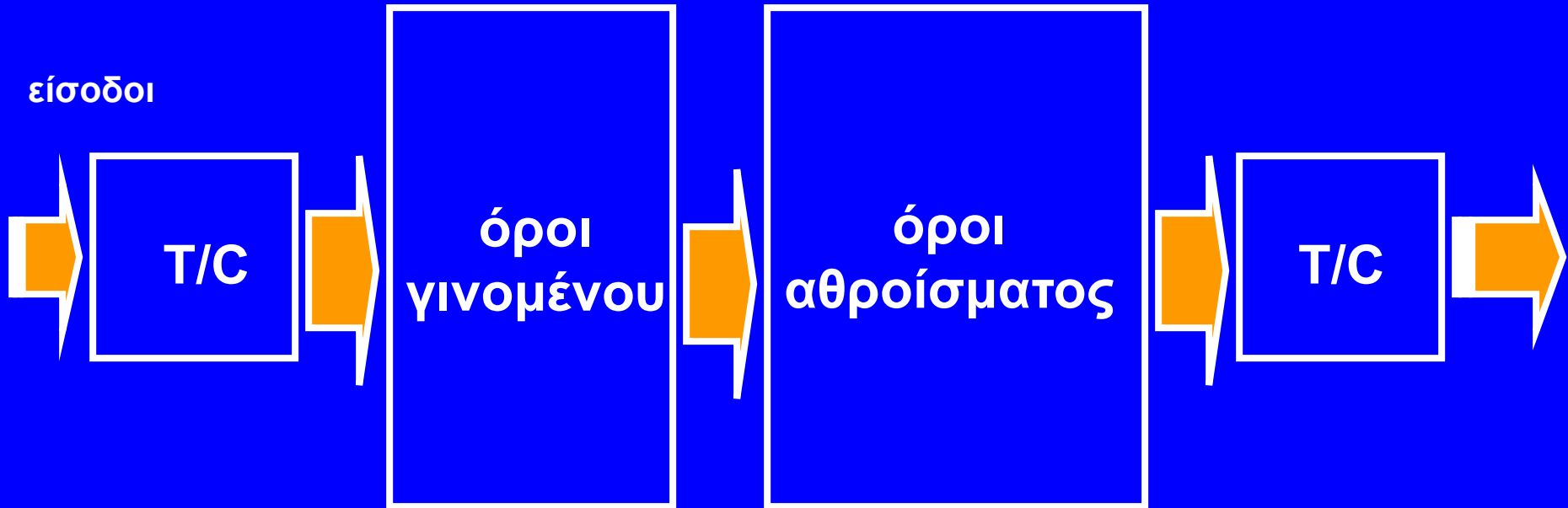
Κωδικοποιητής προτεραιότητας

Είσοδοι				Έξοδοι		
D0	D1	D2	D3	A	B	V
0	0	0	0	X	X	0
1	0	0	0	0	0	1
X	1	0	0	0	1	1
X	X	1	0	1	0	1
X	X	X	1	1	1	1

Read-Only Memory (ROM)



Programmable Logic Arrays



Πίνακας προγραμματισμού PLA

Όρος Γινομένου	Είσοδοι			Έξοδοι	
	A	B	C	F1	F2
AB' 1	1	0	-	1	-
AC 2	1	-	1	1	1
BC 3	-	1	1	-	1

$$F1 = AB' + AC$$

$$F2 = AC + BC$$