ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ 6

Θέμα: Συναρτήσεις

Γενικές απαιτήσεις

Διαβάστε όλη την εκφώνηση προσεκτικά πριν ξεκινήσετε να γράφετε κώδικα. Σχεδιάστε στο χαρτί τι ακριβώς πρέπει να υπολογίζει κάθε συνάρτηση και πώς/πού θα χρησιμοποιηθεί η ποσότητα που επιστρέφει κάθε συνάρτηση.

Όταν το πρόγραμμα χρειάζεται να κάνει έναν υπολογισμό για τον οποίο έχετε ήδη ορίσει μία συνάρτηση, τότε πρέπει να χρησιμοποιεί αυτή τη συνάρτηση.

Τα προγράμματά σας πρέπει να είναι σωστά στοιχισμένα, να περιέχουν κατάλληλα σχόλια (και οι συναρτήσεις!) και να έχουν περιγραφικά ονόματα μεταβλητών, συναρτήσεων και σταθερών.

Η έξοδος πρέπει να συμμορφώνεται πλήρως με τις προδιαγραφές. Σημειώστε πως στα μηνύματα που εκτυπώνονται υπάρχει ακριβώς ένα κενό (space) ανάμεσα σε διαδοχικές λέξεις και πάντα χαρακτήρας αλλαγής γραμμής στο τέλος.

Απαγορεύονται αυστηρά σε όλες τις ασκήσεις του μαθήματος: η χρήση goto, η δήλωση καθολικών (global) ή static μεταβλητών, η χρήση πινάκων μεταβλητού μεγέθους.

Αρχικά αρχεία

Σας δίνουμε τα εξής αρχεία:

- **`lab6.c`**: Εδώ θα γράψετε τον κώδικά σας. Παρατηρήστε πώς περιέχει την επικεφαλίδα μιας συνάρτησης με όνομα `eval` η οποία παίρνει ως παράμετρο ένα `double` αριθμό και επιστρέφει `double`.
- **`eval.c`**: Περιέχει την κύρια υλοποίηση της συνάρτησης `eval` και, μέσα σε σχόλια, παραλλαγές της `eval` για περισσότερους ελέγχους. Δε θα υποβάλετε αυτό το αρχείο.

Μεταγλώττιση

Για να παραχθεί εκτελέσιμο πρέπει μεταγλωττιστούν και τα δύο C αρχεία ταυτόχρονα. Η εντολή είναι:

```
gcc -Wall -g lab6.c eval.c -lm -o lab6
```

Για να κάνετε ελέγχους χρησιμοποιώντας μία από τις συναρτήσεις που δίνονται στο αρχείο **`eval.c`**, βάλτε σε σχόλια τις άλλες δύο και μεταγλωττίστε εκ νέου τα δύο αρχεία.

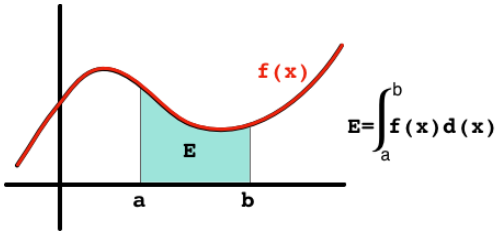
Υποβολή

1. Δημιουργήστε εκ νέου την ομάδα σας.
2. Υποβάλετε το αρχείο **`lab6.c`** στο autolab (όχι zip!)
3. Έχετε όριο 5 υποβολές στο autolab.

Εισαγωγή

Σε αυτή την άσκηση θα γράψετε ένα πρόγραμμα C που υπολογίζει το ολοκλήρωμα μιας συνάρτησης με τη μέθοδο του τραπεζίου.

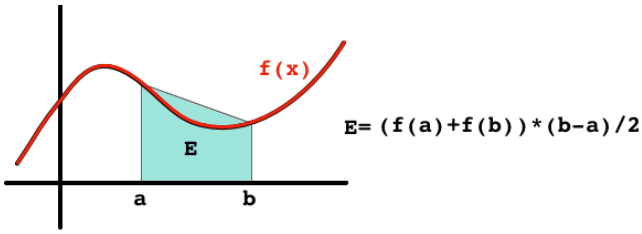
Το ολοκλήρωμα μιας συνάρτησης σε ένα ζητούμενο διάστημα [*a*, *b*] είναι το εμβαδό της περιοχής που ορίζεται από την καμπύλη της συνάρτησης και τον άξονα *x* στο ζητούμενο διάστημα:



Εικόνα 1: Γραφική αναπαράσταση ολοκληρώματος

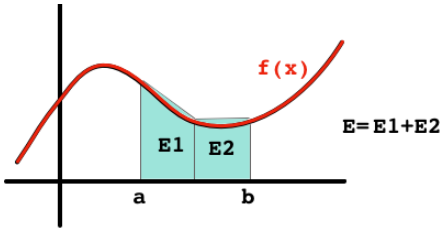
Ο κανόνας του τραπεζίου προσεγγίζει το εμβαδό *E* με το εμβαδό ενός τραπεζίου. Υπενθυμίζεται ότι το εμβαδό ενός τραπεζίου υπολογίζεται από τον τύπο $(β_1+β_2)*υ/2$ όπου $β_1$, $β_2$ τα μήκη των βάσεων και *υ* το ύψος.

Έτσι, μια αρχική προσέγγιση του εμβαδού *E* της παραπάνω εικόνας είναι η $(f(a)+f(b))*(b-a)/2$. Αυτή η ποσότητα υπολογίζει το εμβαδό του τραπεζίου που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



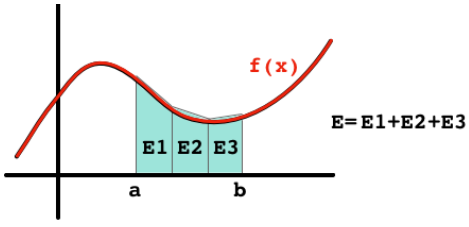
Εικόνα 2: Προσέγγιση ως ένα τραπέζιο

Για να αυξηθεί η ακρίβεια του υπολογισμού μας μπορούμε να χωρίσουμε το διάστημα [*a*, *b*] σε δύο ίσα υποδιαστήματα και να υπολογίσουμε το άθροισμα των εμβαδών των δύο μικρότερων τραπεζίων που σχηματίζονται.



Εικόνα 3: Προσέγγιση ως άθροισμα δύο τραπεζίων

Με την ίδια λογική, μπορούμε να χωρίσουμε το διάστημα [*a*, *b*] σε *N* ίσα υποδιαστήματα και να υπολογίσουμε το άθροισμα των εμβαδών των *N* τραπεζίων που σχηματίζονται.



Εικόνα 4: Προσέγγιση ως άθροισμα τριών τραπεζίων

Με κάθε αύξηση των υποδιαιρέσεων (κατά μία κάθε φορά), η προσεγγιστική τιμή που υπολογίζουμε πλησιάζει πιο κοντά στη σωστή τιμή του ολοκληρώματος. Συνεπώς, η διαφορά ανάμεσα σε διαδοχικές προσεγγιστικές τιμές γίνεται ολοένα μικρότερη. Όταν αυτή η διαφορά γίνει επαρκώς μικρή, το αποτέλεσμα μεταβάλλεται πλέον ελάχιστα από τη μία επανάληψη στην επόμενη, και θεωρούμε ότι είναι αρκετά κοντά στην πραγματική τιμή. Σε αυτό το σημείο η διαδικασία σταματά.

Εκφώνηση

Γράψτε ένα πρόγραμμα C που διαβάζει τα άκρα ενός διαστήματος και υπολογίζει την τιμή του ολοκληρώματος μιας μαθηματικής συνάρτησης (ορισμένης στο αρχείο **`eval.c`**) σε αυτό το διάστημα, χρησιμοποιώντας αριθμητική ολοκλήρωση με τη μέθοδο του τραπεζίου.

Το πρόγραμμα πρέπει να χρησιμοποιεί τις παρακάτω συναρτήσεις που θα ορίσετε εσείς.

1. **Συνάρτηση που υπολογίζει το εμβαδό ενός τραπεζίου**: Παίρνει ως παραμέτρους τα μήκη των δύο βάσεων και το ύψος ενός τραπεζίου (`double`) και επιστρέφει το εμβαδό του τραπεζίου.

2. **Συνάρτηση που υπολογίζει ένα ολοκλήρωμα**: Παίρνει ως παραμέτρους τα άκρα ενός διαστήματος (`double`) και το πλήθος υποδιαστημάτων (`int`). Η συνάρτηση προσεγγίζει το ολοκλήρωμα της συνάρτησης `eval` χωρίζοντας το διάστημα σε τόσα υποδιαστήματα όσο ορίζει η τρίτη παράμετρος, και αθροίζοντας τα εμβαδά των επιμέρους τραπεζίων.

   Η συνάρτηση επιστρέφει το άθροισμα (ολοκλήρωμα.)

   Υπόδειξη: Η επανάληψη για τον υπολογισμό του αθροίσματος των εμβαδών πρέπει να χρησιμοποιεί μετρητή του πλήθους υποδιαστημάτων και η συνθήκη να βασίζεται σε αυτόν τον μετρητή (ρωτήστε στο εργαστήριο πώς αλλιώς μπορούσε να γίνει και τι διαφορά θα είχε.)

3. **Συνάρτηση υλοποίησης της επαναληπτικής προσέγγιση του ολοκληρώματος**: Παίρνει ως παραμέτρους τα άκρα ενός διαστήματος (`double`), την αποδεκτή διαφορά (`double`) ανάμεσα σε διαδοχικές προσεγγιστικές τιμές του ολοκληρώματος και το μέγιστο επιτρεπτό αριθμό υποδιαστημάτων (`int`, τουλάχιστον 1). Η συνάρτηση υπολογίζει το ολοκλήρωμα της συνάρτησης `eval` στο δεδομένο διάστημα επαναληπτικά, ξεκινώντας με ένα υποδιάστημα και αυξάνοντας σε κάθε επανάληψη το πλήθος υποδιαστημάτων κατά 1.

   Σε κάθε επανάληψη εκτυπώνει το μήνυμα: `"I: G E\n"` όπου:

   - `I` το πλήθος υποδιαστημάτων που χρησιμοποιήθηκαν σε αυτή την επανάληψη (με πλάτος 2 θέσεις),
   - `G` η τιμή του ολοκληρώματος που υπολογίστηκε σε αυτή την επανάληψη (με πλάτος 6 θέσεις και 2 δεκαδικά ψηφία)
   - `E` η απόλυτη τιμή της διαφοράς ανάμεσα στην τρέχουσα και προηγούμενη προσέγγιση του ολοκληρώματος (με πλάτος 6 θέσεις και 2 δεκαδικά ψηφία). Θεωρήστε πως η τιμή του ολοκληρώματος πριν την πρώτη επανάληψη είναι 0.

   Η επανάληψη τερματίζει (αφού έχει εκτυπωθεί το παραπάνω μήνυμα) όταν η απόλυτη τιμή της διαφοράς που υπολογίστηκε πέσει κάτω από την αποδεκτή διαφορά ή αν το πλήθος υποδιαστημάτων έχει γίνει ίσο με το μέγιστο.

   Η συνάρτηση επιστρέφει το τελικό πλήθος υποδιαστημάτων που χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό του ολοκληρώματος.

4. **Συνάρτηση αξιολόγησης του τελικού πλήθους υποδιαστημάτων**: Παίρνει ως παραμέτρους το τελικό πλήθος υποδιαστημάτων που χρειάστηκαν για τον υπολογισμό του ολοκληρώματος και το μέγιστο επιτρεπτό πλήθος υποδιαστημάτων (ακέραιοι). Υπολογίζει τι ποσοστό του μέγιστου είναι το τελικό πλήθος υποδιαστημάτων και εκτυπώνει το μήνυμα `"Percent: P%\n"` όπου `P` το ποσοστό με 2 δεκαδικά ψηφία. Στη συνέχεια, ανάλογα με την τιμή του `P`, εκτυπώνει `"<25%\n"` ή `"25-75%\n"` ή `">75%\n"`.

   Η συνάρτηση δεν επιστρέφει τιμή.

5. **Η συνάρτηση main:**

   - Εκτυπώνει το μήνυμα `"Interval:\n"` και διαβάζει τα άκρα ενός διαστήματος (`double`) με μια παύλα ανάμεσα. Αυτό το βήμα επαναλαμβάνεται εφόσον το δεύτερο άκρο δεν είναι μεγαλύτερο του πρώτου.
   - Εκτυπώνει το μήνυμα `"Max slices:\n"` και διαβάζει το μέγιστο επιτρεπτό πλήθος υποδιαστημάτων (`int`).

- Καλεί την 3η συνάρτηση με κατάλληλες παραμέτρους ώστε να υπολογίσει το ολοκλήρωμα της συνάρτησης `eval` στο δεδομένο διάστημα. Θέστε την αποδεκτή διαφορά διαδοχικών προσεγγίσεων ίση με **0.01**.
- Εκτυπώνει το μήνυμα `"Slices:  X\n"` όπου `X` το πλήθος υποδιαστημάτων που επέστρεψε η παραπάνω συνάρτηση. Υπάρχει ένα κενό μετά το `:`
- Καλεί την 4η συνάρτηση με κατάλληλες παραμέτρους για να εκτυπώσει το ποσοστό.

Ενδεικτικές έξοδοι

Η είσοδος από το πληκτρολόγιο είναι με κόκκινο.

Για την eval που υπολογίζει πολυώνυμο:

```
Interval:
5-6.2
Max slices:
17
 1: 294.12 294.12
 2: 290.06   4.06
 3: 289.31   0.75
 4: 289.05   0.26
 5: 288.93   0.12
 6: 288.86   0.07
 7: 288.82   0.04
 8: 288.80   0.03
 9: 288.78   0.02
10: 288.76   0.01
11: 288.76   0.01
Slices: 11
Percent: 64.71%
25-75%
```

Για την eval που υπολογίζει συνημίτονο:

```
Interval:
-30--10
Max slices:
10
 1:  -6.85   6.85
 2:   0.66   7.50
 3:  -7.62   8.28
 4:   1.49   9.11
 5:   0.41   1.08
 6:   0.07   0.34
 7:  -0.09   0.16
 8:  -0.18   0.09
 9:  -0.24   0.06
10:  -0.29   0.04
Slices: 10
Percent: 100.00%
>75%
```

Για την eval που υπολογίζει εκθετική συνάρτηση:

```
Interval:
0-2
Max slices:
10
 1:   1.14   1.14
 2:   0.94   0.20
 3:   0.90   0.04
 4:   0.88   0.01
 5:   0.88   0.01
Slices: 5
Percent: 50.00%
25-75%
```

Για την eval που υπολογίζει πολυώνυμο:

```
Interval:
-1-1
Max slices:
8
 1:   4.00   4.00
 2:   2.00   2.00
 3:   1.63   0.37
 4:   1.50   0.13
 5:   1.44   0.06
 6:   1.41   0.03
 7:   1.39   0.02
 8:   1.38   0.01
Slices: 8
Percent: 100.00%
>75%
```

Για την eval που υπολογίζει συνημίτονο:

```
Interval:
1.22-3.14
Max slices:
21
 1:  -0.63   0.63
 2:  -0.86   0.23
 3:  -0.91   0.04
 4:  -0.92   0.01
 5:  -0.93   0.01
Slices: 5
Percent: 23.81%
<25%
```

Για την eval που υπολογίζει εκθετική συνάρτηση:

```
Interval:
5-7.5
Max slices:
15
 1:   0.01   0.01
Slices: 1
Percent: 6.67%
<25%
```