

Ασκήσεις επανάληψης

Συστήματα Γραμμικών Εξισώσεων και Κλιμακωτές Μορφές

Ερωτήσεις Σωστού / Λάθους

1. (Σ/Λ) Κάθε στοιχειώδης μετασχηματισμός γραμμής είναι αντιστρέψιμος
2. (Σ/Λ) Οι στοιχειώδεις μετασχηματισμοί γραμμών σε έναν επαυξημένο πίνακα δεν αλλάζουν ποτέ το σύνολο λύσεων του σχετικού γραμμικού συστήματος.
3. (Σ/Λ) Ένας 5×5 πίνακας έχει 6 γραμμές.
4. (Σ/Λ) Δύο πίνακες είναι γραμμοϊσοδύναμοι εάν έχουν τον ίδιο αριθμό γραμμών.
5. (Σ/Λ) Ένα ασυνεπές σύστημα έχει περισσότερες από μια λύσεις.
6. (Σ/Λ) Σε ορισμένες περιπτώσεις, ένας πίνακας μπορεί να μετασχηματιστεί σε περισσότερους από έναν πίνακες σε ανηγμένη κλιμακωτή μορφή, χρησιμοποιώντας διαφορετικές ακολουθίες στοιχειωδών μετασχηματισμών γραμμής.
7. (Σ/Λ) Οι θέσεις οδηγών σε έναν πίνακα εξαρτώνται από το εάν χρησιμοποιούνται εναλλαγές γραμμών στη διαδικασία απαλοιφής.
8. (Σ/Λ) Εάν μια γραμμή ενός επαυξημένου πίνακα σε κλιμακωτή μορφή είναι $[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 5]$ τότε το σχετικό γραμμικό σύστημα είναι ασυνεπές.

Ασκήσεις

1. Δίνεται το παρακάτω γραμμικό σύστημα:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &= 4 \\x_1 - x_2 &= 2\end{aligned}$$

- Σχεδιάστε ένα σύστημα αξόνων με οριζόντιο άξονα x_1 και κατακόρυφο άξονα x_2 . Για κάθε εξίσωση, βρείτε δύο λύσεις (x_1, x_2) και σχεδιάστε την αντίστοιχη ευθεία.
- Παρατηρήστε τις δύο ευθείες και αποφασίστε αν το γραμμικό σύστημα έχει **μοναδική λύση, καμία λύση ή άπειρες λύσεις**.
- Λύστε το γραμμικό σύστημα με τον **αλγόριθμο επίλυσης γραμμικών συστημάτων**.
- Πώς σχετίζεται ο αριθμός των λύσεων του συστήματος με το πλήθος των κοινών σημείων των δύο ευθειών;

2. Δίνεται το παρακάτω γραμμικό σύστημα:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &= 4 \\x_1 + x_2 &= 2\end{aligned}$$

Επαναλάβετε τη διαδικασία της Άσκησης 1.

3. Δίνεται το παρακάτω γραμμικό σύστημα:

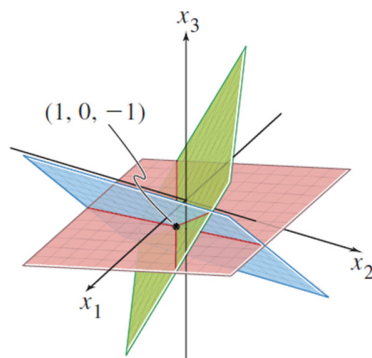
$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &= 4 \\2x_1 + 2x_2 &= 8\end{aligned}$$

Επαναλάβετε τη διαδικασία της Άσκησης 1.

4. Δίνεται το παρακάτω γραμμικό σύστημα:

$$\begin{aligned}x_1 - 2x_2 + x_3 &= 0 \\2x_2 - 8x_3 &= 8 \\5x_1 - 5x_3 &= 10\end{aligned}$$

Δίνεται επίσης η γεωμετρική αναπαράσταση των τριών εξισώσεων ως επιπέδων στον χώρο.

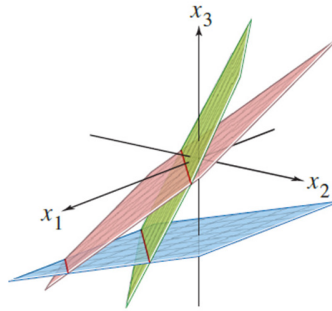


- Παρατηρήστε το σχήμα και αποφασίστε αν το γραμμικό σύστημα έχει **μοναδική λύση, καμία λύση ή άπειρες λύσεις**.
- Λύστε το γραμμικό σύστημα με τον **αλγόριθμο επίλυσης γραμμικών συστημάτων**.
- Πώς σχετίζεται ο αριθμός των λύσεων του συστήματος με το πλήθος των κοινών σημείων των τριών επιπέδων;

5. Δίνεται το παρακάτω γραμμικό σύστημα:

$$\begin{aligned}x_2 - 4x_3 &= 8 \\2x_1 - 3x_2 + 2x_3 &= 1 \\4x_1 - 8x_2 + 12x_3 &= 1\end{aligned}$$

Δίνεται επίσης η γεωμετρική αναπαράσταση των τριών εξισώσεων ως επιπέδων στον χώρο.

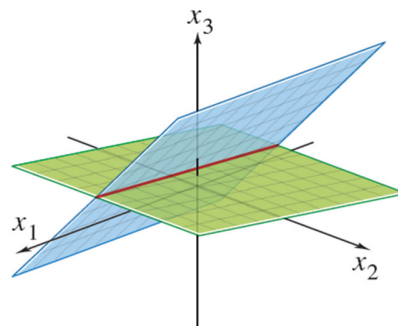


Επαναλάβετε τη διαδικασία της Άσκησης 4.

6. Δίνεται το παρακάτω γραμμικό σύστημα:

$$\begin{aligned}x_1 - 3x_2 - 5x_3 &= 0 \\x_2 - x_3 &= -1 \\2x_2 - 2x_3 &= -2\end{aligned}$$

Δίνεται επίσης η γεωμετρική αναπαράσταση των τριών εξισώσεων ως επιπέδων στον χώρο.



Επαναλάβετε τη διαδικασία της Άσκησης 4.

7. Δώστε ένα γραμμικό σύστημα τριών μεταβλητών του οποίου η λύση να έχει δύο ελεύθερες μεταβλητές.

8. Για ποιες τιμές των h και k είναι το ακόλουθο σύστημα συνεπές

$$\begin{aligned}2x_1 - x_2 &= h \\ -6x_1 + 3x_2 &= k\end{aligned}$$

9. Ας υποθέσουμε ότι ο επαυξημένος πίνακας ενός γραμμικού συστήματος 4 εξισώσεων με 7 μεταβλητές έχει 4 στοιχεία οδηγούς. Είναι το σύστημα συνεπές; Εάν το σύστημα είναι συνεπές, πόσες λύσεις υπάρχουν.