

Άσκηση 1

(1)

Υπολογίστε το μέγιστο σχετικό σφάλμα στρογγυλοποίησης για ένα αριθμό που αποθηκεύεται στη μνήμη με $10 \cdot A \cdot B$ δυαδικά ψηφία.

Μέγιστο σφάλμα στρογγυλοποίησης

$$3.73 \cdot 10^{-9}$$

The value must be a number

$$|\epsilon| \leq \frac{1}{2} b^{1-t}$$

$$t = 10 + 9 + 9 = 28$$

$$b = 2$$

$$\epsilon_{\max} = \frac{1}{2} 2^{1-28} = \underline{\underline{3.73 \cdot 10^{-9}}}$$

Άσκηση 2

(12)

Ένας υπολογιστής χρειάστηκε 0.05 ms για την επίλυση ενός γραμμικού συστήματος 1000 αγνώστων με την μέθοδο Gauss. Πόσο χρόνο (ms) θα χρειαστεί για την επίλυση ενός συστήματος $2000 + 100 \cdot A + 10 \cdot B$ αγνώστων με την ίδια μέθοδο. Θεωρήστε ότι ο χρόνος υπολογισμού αυξάνει γραμμικά με το πλήθος των πράξεων.

→ $t \sim N$

Χρόνος υπολογισμού [ms]

1.34

The value must be a number

$$t_1 = 0.05 \text{ ms}$$

$$t_2 = ?$$

Αγνωστων $\leftarrow n_1 = 1000$

$$n_2 = 2000 + 900 + 90$$

Πράξεις $\leftarrow N_1$

$$= 2990$$

Από υπολογιστική πράξη μεθόδου Gauss

$$N \sim n^3$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{N_2}{N_1} = \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^3 \Rightarrow t_2 = t_1 \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^3 = 0.05 \left(\frac{2990}{1000} \right)^3 = \underline{1.34 \text{ ms}}$$

Άσκηση 3 (11')

T [°C]	k [W/mK]
10	0.579
20	0.598
30	0.615
40	0.629
50	0.641
60	0.651
70	0.660
80	0.667
90	0.673

Στον διπλανό πίνακα δίνεται η θερμική αγωγιμότητα του νερού (k στον πίνακα) σε συνάρτηση της θερμοκρασίας (T). Εκτιμήστε με γραμμική παρεμβολή την θερμική αγωγιμότητα στους $(32+A+0.3*B)$ °C.

Θερμική αγωγιμότητα

0.633

The value must be a number

$$T = x = 32 + 9 + 0.3 \cdot 9 = 43.7$$

$$k = y = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) =$$
$$= 0.629 + \frac{0.641 - 0.629}{50 - 40} (43.7 - 40) = \underline{0.633}$$

Άσκηση 4 (2)

1.9 6.25

Ελέγξτε αν η παρακάτω εξίσωση έχει ρίζα στο διάστημα $[1.9, 6.25]$ και αν ναι εκτιμήστε την με την μέθοδο της διχοτόμησης (2 βήματα).

$$f(x) = 2^x - 3x$$

x f(x)

x0

x1

x2

Αν υπάρχει ρίζα, η απάντηση είναι το x2, αλλιώς το 0.

8

Ρίζα της εξίσωσης (x2)

3.53

The value must be a number

x_A	x_B	$f(x_A)$	$f(x_B)$	x	$f(x)$	
1.9	6.25	-1.97	57.4	$[4.075, 4.63]$		→ B
1.9	4.075	-1.97	4.63	$[2.9875, -1.032]$		→ A
2.9875	4.075	-1.032	4.63	3.53		

Αντιμεθετική
20

Άσκηση 5

2

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας:

x	f(x)
0.0	1.0 + A/10
0.1	2.0 + B/10
0.2	3.5 + A/10
0.3	4.5 + B/10
0.5	5.1 + A/10

Υπολογίστε το ολοκλήρωμα της f(x) από το 0.1 έως το 0.3 με

- την μέθοδο του τραπεζίου
- τον κανόνα 1/3 του Simpson

Ολοκλήρωμα με την μέθοδο του τραπεζίου

0.855

Ολοκλήρωμα με τον κανόνα 1/3 του Simpson

0.863

The value must be a number

$$\Delta x = 0.1$$

$$I_1 = 0.1 \frac{2.0 + 2 \cdot 4.4 + 5.4}{2} = 0.855$$

$$I_2 = 0.1 \cdot 2 \frac{2.0 + 4 \cdot 4.4 + 5.4}{6} = 0.863$$

Άσκηση 6

2

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας:

x	f(x)
0.0	2.0 + B/10
0.1	3.0 + B/10
0.2	3.5 + A/10
0.3	4.5 + B/10
0.4	5.1 + A/10
0.5	6.0 + A/10
0.6	7.2
0.7	8.0 + B/10
0.8	8.3 + B/10
0.9	8.5
1.0	9.2
1.1	12.0

Εκτιμήστε την πρώτη παράγωγο στο $0.1 + B/10$ με

- κεντρικές διαφορές
- εμπρός διαφορές

και την δεύτερη παράγωγο στο ίδιο σημείο

- με κεντρικές διαφορές

$$0.1 + \frac{9}{10} = 1.0$$

11
Πρώτη παράγωγος με κεντρικές διαφορές

$$f'(x) \approx \frac{12 - 8.5}{1.1 - 0.9} = 17.5$$

17.5

12
Πρώτη παράγωγος με εμπρός διαφορές

$$f'(x) \approx \frac{12 - 9.2}{1.1 - 1.0} = 28$$

28

13
Δεύτερη παράγωγος με κεντρικές διαφορές

$$f''(x) \approx \frac{12 - 2 \cdot 9.2 + 8.5}{0.12} = 210$$

210

The value must be a number