

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**  
**ΤΜΗΜΑ: ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ**  
**ΜΑΘΗΜΑ: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ**

**4<sup>η</sup> Εργασία (Χειρόγραφο)**

1. Σε πόσα το πολύ ισομήκη διαστήματα πρέπει να διαμεριστεί ομοιόμορφα το διάστημα  $[0,1]$  έτσι, ώστε να προκύψει προσέγγιση του ολοκληρώματος  $\int_0^1 e^{-x^2} dx$  με τον σύνθετο κανόνα του τραπεζίου και με ακρίβεια 5 δ.ψ. ;

Δίνεται  $E_n^S(f) = -\frac{b-a}{12} \cdot h^2 \cdot f^{(2)}(\xi)$ ,  $\xi \in (a, b)$ ,  $|E_n^S(f)| \leq \frac{b-a}{12} \cdot h^2 \cdot \|f^{(2)}\|_\infty$ , για κάθε  $f \in C^2([a,b])$ .

2. Να υπολογίσετε προσεγγιστικά το ολοκλήρωμα  $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \log \sin x dx$  εφαρμόζοντας τον κανόνα 1/3 του Simpson για  $n=6$ . Να βρεθεί μία εκτίμηση του σφάλματος.
3. Να υπολογίσετε προσεγγιστικά το ολοκλήρωμα  $\int_0^6 \frac{e^x}{1+x} dx$  με τον σύνθετο κανόνα 3/8 του Simpson για  $n=12$ .
4. Σε ένα σώμα το οποίο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση εφαρμόζεται μία δύναμη μεταβλητού μέτρου  $f(x)$ , που εξαρτάται από τη θέση του κινητού, όπως δίνεται στον παρακάτω πίνακα

x(m)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
f(x)(N)	0.0	1.2	3.4	4.2	2.3	3.5	0.5	1.5	2.0	3.1	2.5

Να βρεθεί προσεγγιστικά το έργο της δύναμης κατά τη μετακίνηση του σώματος από τη θέση  $x=0m$  στη θέση  $x=20m$  εφαρμόζοντας τον σύνθετο κανόνα του τραπεζίου και τον κατάλληλο σύνθετο κανόνα Simpson. Τι παρατηρείτε;

5. Να υπολογίσετε προσεγγιστικά το ολοκλήρωμα της συνάρτησης  $f(x)=\sqrt{x}$ ,  $x \in [0, 1]$ , στο διάστημα  $[0, 1]$  με τον σύνθετο κανόνα του τραπεζίου ως προς έναν ομοιόμορφο διαμερισμό με βήμα  $h$ . Να δείξετε ότι η τάξη της μεθόδου είναι 3/2. (Υπόδειξη: Να υπολογίσετε το σφάλμα του τύπου του τραπεζίου σε κάθε υποδιάστημα του ομοιόμορφου διαχωρισμού του διαστήματος  $[0,1]$  και να χρησιμοποιήσετε τη σύγκλιση της σειράς  $\sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{t^{3/2}}$ ).
6. Να λυθεί το πρόβλημα αρχικών τιμών  $y'(x)=y(x)$  με  $y(0)=1$ , του οποίου η αναλυτική λύση είναι  $y(x) = e^x$  με την απλή μέθοδο Euler και την κλασική μέθοδο Runge-Kutta στο διάστημα  $[0,4]$  με βήμα  $h=1$ .

- Να απαντήσετε σε 5 από τα 6 θέματα της εργασίας.

**Ημερομηνία παράδοσης: 1/2/2024 (στην αίθουσα του μαθήματος-ΔΙΑΛ-1)**

-Θα είμαι στη διάθεσή σας για οποιαδήποτε απορία στην εργασία.