

Λάρισα 10/11/2023

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**  
**ΤΜΗΜΑ: ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ**  
**ΜΑΘΗΜΑ: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ**

**1<sup>η</sup> Εργασία (Χειρόγραφο)**

1. Να βρεθεί το υπολογιστικό έργο (πλήθος απαιτούμενων πράξεων) που απαιτείται για την επίλυση ενός γραμμικού συστήματος  $n \times n$  με τη μέθοδο απαλοιφής Gauss χωρίς οδήγηση (να γίνει αναλυτική περιγραφή των πράξεων).
2. Να περιγράψετε τον αλγόριθμο απαλοιφής Gauss (χωρίς οδήγηση) για την επίλυση ενός γραμμικού συστήματος  $m \times n$  με  $m \neq n$ .
3. Να εξετάσετε αν η μέθοδος Gauss-Seidel συγκλίνει για γραμμικά συστήματα  $3 \times 3$  με πίνακες

$$(i) \begin{bmatrix} 8 & 2 & 1 \\ 10 & 4 & 1 \\ 50 & 25 & 2 \end{bmatrix} \quad (ii) \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 6 \end{bmatrix}.$$

4. Μία εταιρεία ηλεκτρονικών παράγει τρανζίστορ, αντιστάσεις και μικροεπεξεργαστές χρησιμοποιώντας χαλκό, ψευδάργυρο και γυαλί ως εξής:

<u>Εξάρτημα</u>	<u>Χαλκός</u>	<u>Ψευδάργυρος</u>	<u>Γυαλί</u>
Τρανζίστορ	4	1	2
Αντιστάσεις	3	3	1
Μικροεπεξεργαστές	2	1	3

Οι προμήθειες αυτών των υλικών αλλάζουν σε εβδομαδιαία βάση με αποτέλεσμα η εταιρεία να εμφανίζει διαφορετική παραγωγή κάθε εβδομάδα. Λαμβάνοντας υπόψη ότι κάποια εβδομάδα απαιτούνται συνολικές προμήθειες 960 μονάδων χαλκού, 510 μονάδων ψευδαργύρου και 610 μονάδων γυαλιού να κατασκευάσετε το σύστημα των εξισώσεων που περιγράφει την παραγωγή αυτής της εβδομάδας (ακέραιο μέρος) και να επιλύσετε το σύστημα χρησιμοποιώντας τη μέθοδο

- (i) απαλοιφής Gauss με μερική οδήγηση,
  - (ii) τη μέθοδο Gauss-Jordan χωρίς οδήγηση.
- ελέγχοντας αρχικά αν το σύστημα είναι συμβιβαστό.

5. Να λυθεί το σύστημα

$$\begin{bmatrix} a & -1 & -2 \\ b & 7 & -3 \\ c & -2 & 10 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -20 \\ 70 \end{bmatrix}$$

εφαρμόζοντας τις μεθόδους Jacobi, Gauss-Seidel ( $\tilde{x}^{(0)} = (0, 0, 0)$ ) (3 επαναλήψεις).

Να εκτιμήσετε το σχετικό ποσοστιαίο σφάλμα της μεθόδου σε κάθε επανάληψη των μεθόδων λαμβάνοντας υπόψη ότι η ακρίβεια κάθε μεθόδου είναι  $t = 5$  δ.ψ. Να ελέγξετε αρχικά αν οι μέθοδοι για το παραπάνω σύστημα συγκλίνουν. (Να αντικαταστήσετε τα τρία στοιχεία της πρώτης στήλης του πίνακα του συστήματος με τα τρία τελευταία ψηφία του αριθμού μητρώου σας)

6. Να υπολογίσετε την ορίζουσα του πίνακα του παρακάτω συστήματος και να επιλύσετε το σύστημα

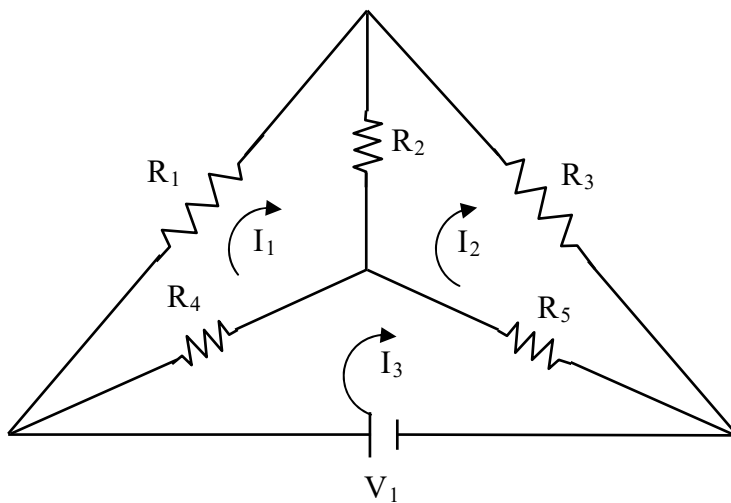
$$ax_1 - x_2 + 2x_3 = 10$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1$$

$$bx_1 - 2x_2 - x_3 = 3$$

εφαρμόζοντας τη μέθοδο της LU παραγοντοποίησης. Να ελέγξετε αρχικά αν το σύστημα είναι συμβιβαστό. (Να αντικαταστήσετε τα στοιχεία a, b της πρώτης στήλης του πίνακα του συστήματος με τα δύο τελευταία ψηφία του αριθμού μητρώου σας).

7.



Να κατασκευάσετε το σύστημα γραμμικών εξισώσεων που περιγράφει με βάση τον νόμο του Kirchhoff τα ρεύματα που διαπερνούν τους τρεις κλειστούς βρόγχους του παραπάνω ηλεκτρικού κυκλώματος. Στη συνέχεια να λύσετε το σύστημα (ελέγχοντας αρχικά αν είναι συμβιβαστό) χρησιμοποιώντας μία μέθοδο επίλυσης δικής σας επιλογής θέτοντας  $R_1=1\Omega$ ,  $R_2=R_3=R_4=2\Omega$ ,  $R_5=3\Omega$ ,  $V_1=1.5V$ .

**Ημερομηνία παράδοσης: 23/11/2023 (στην αίθουσα του μαθήματος-ΔΙΑΛ-1)**

-Θα είμαι στη διάθεσή σας για οποιαδήποτε απορία στην εργασία.