

# Brigham, Ehrhardt & Fox

## **ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗ**

### **ΑΠΟ ΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΣΤΗΝ ΠΡΑΞΗ**



# Κεφάλαιο 4

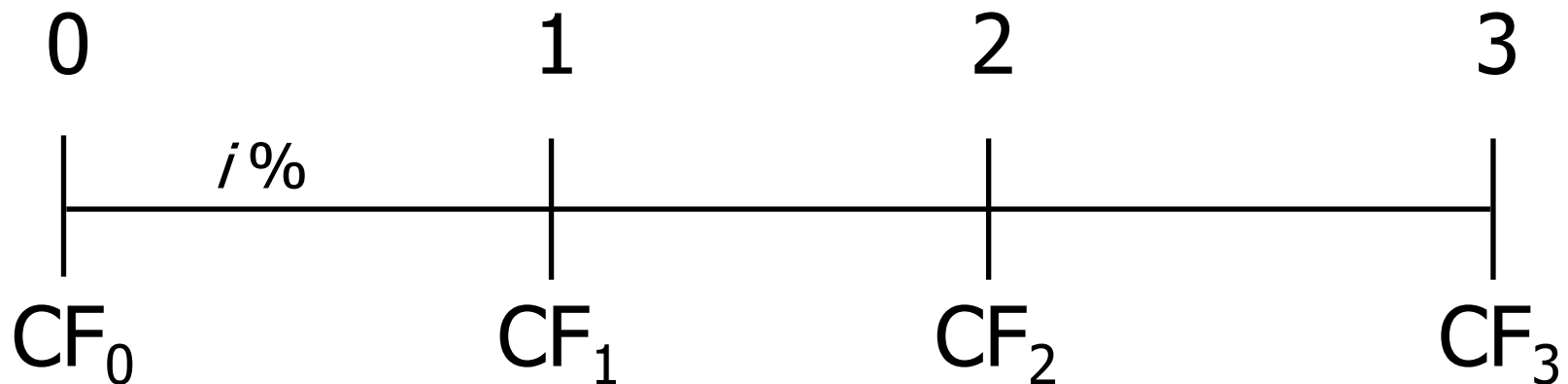
## Η χρονική Αξία του Χρήματος



# Θέματα Χρονικής Αξίας

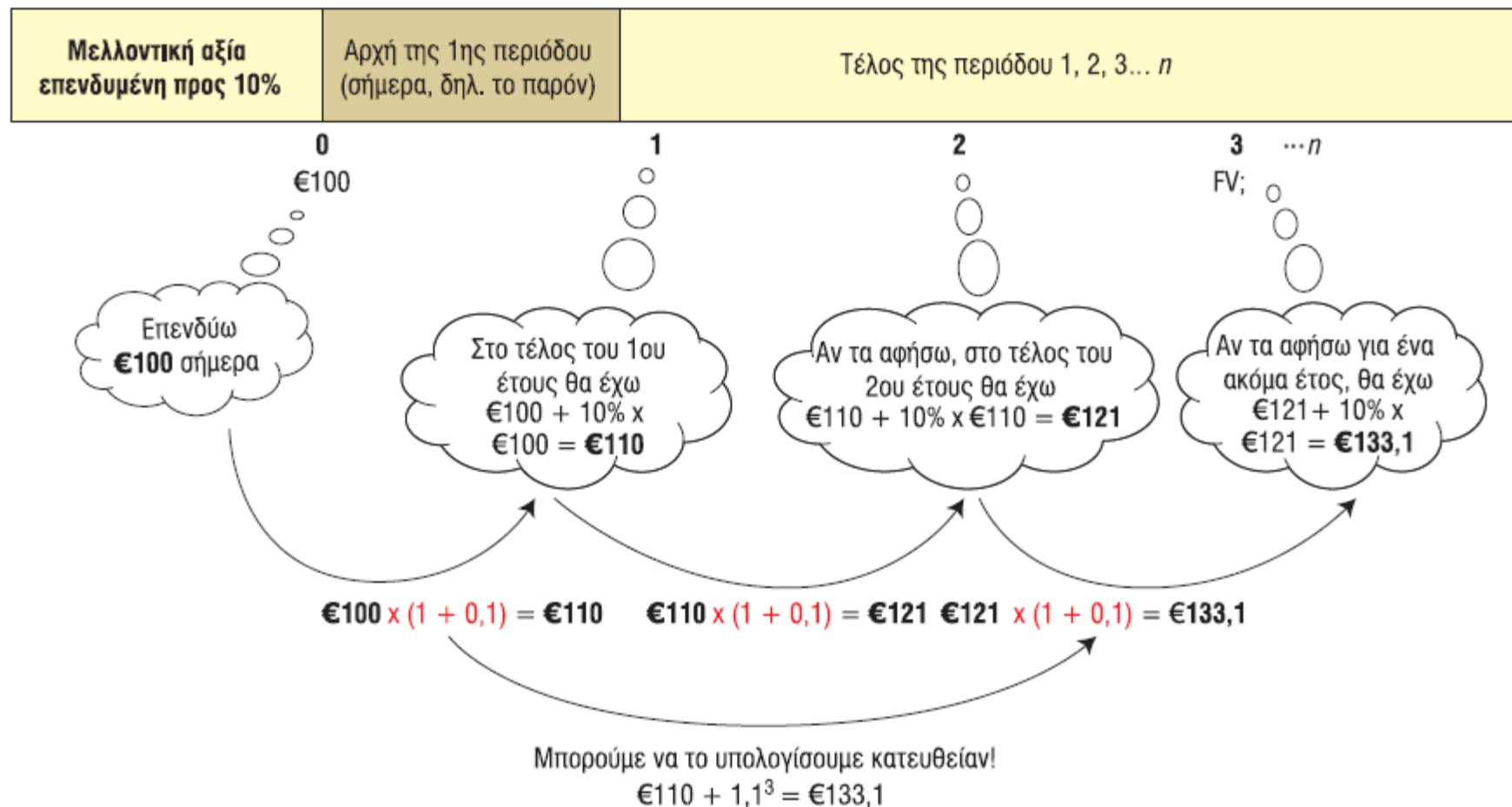
- Μελλοντική αξία
- Παρούσα αξία
- Ράντες
- Ονομαστικά, Τρέχοντα και Προθεσμιακά Επιτόκια

# Τα Διαγράμματα Χρονισμού Δείχνουν τον Επέλευση των Ταμειακών Ροών (CF).



Η αριθμητική σήμανση προσδιορίζει το τέλος τη χρονικής περιόδου, αλλά το  $CF_0$  είναι σήμερα; Το  $CF_1$  το τέλος της περιόδου 1; το  $CF_2$  το τέλος της περιόδου 2 κοκ.

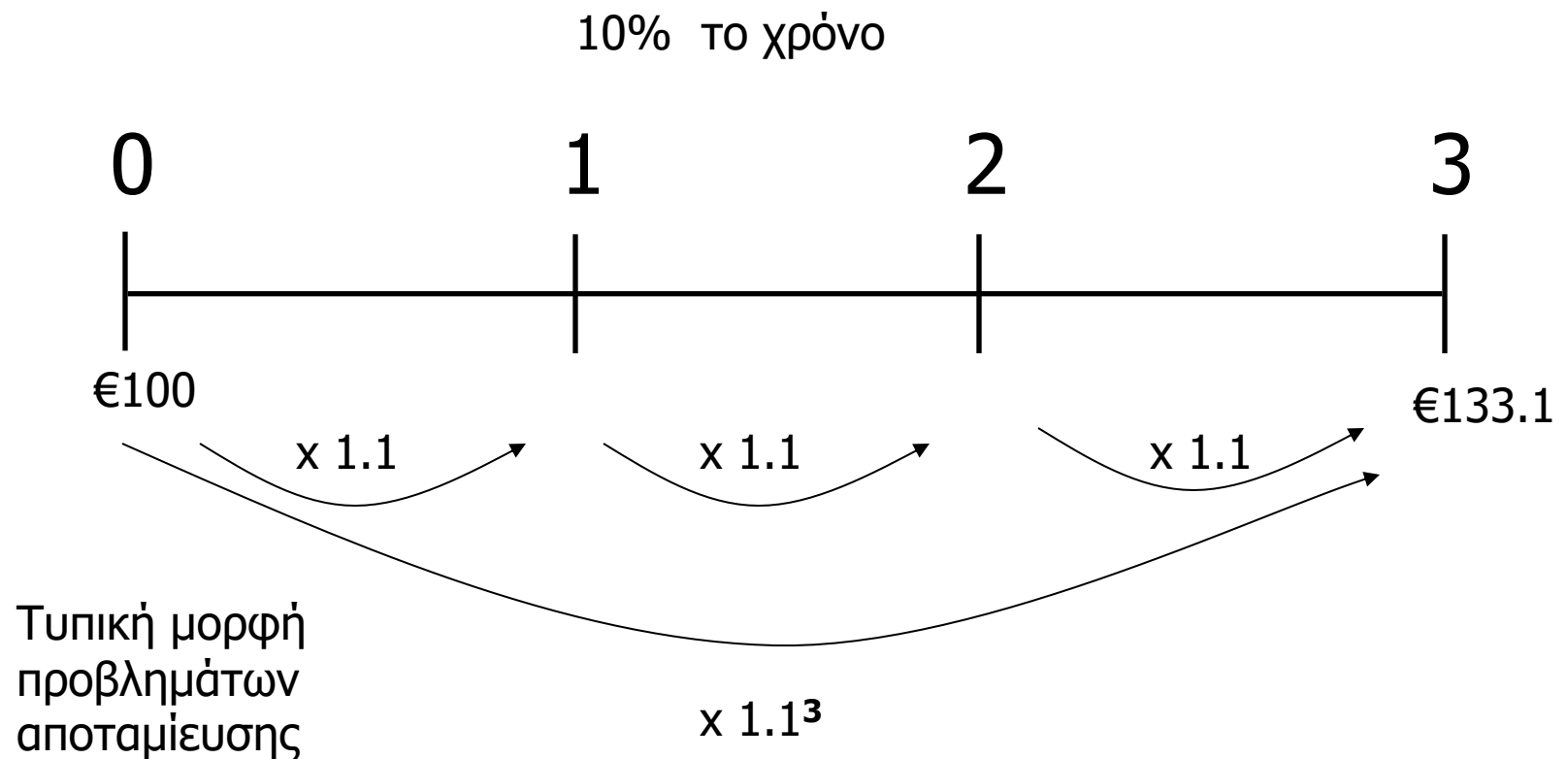
# Υπολογισμός Μελλοντικής Αξίας



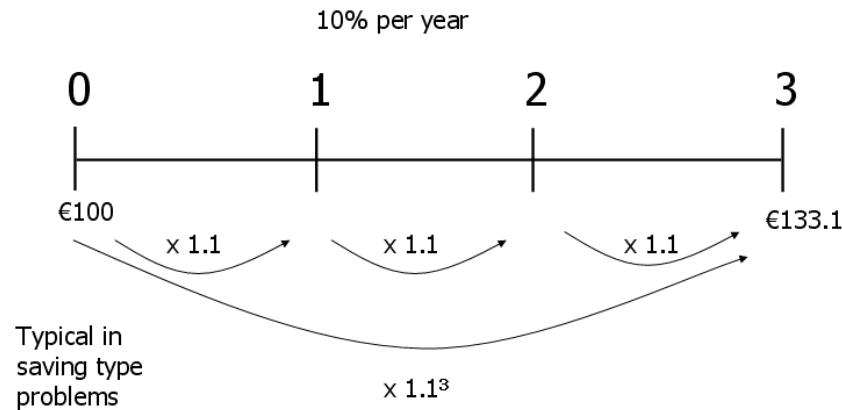
## ΓΡΑΦΗΜΑ 4.2

### Υπολογισμός Μελλοντικής Αξίας

# Μελλοντικές Αξίες



# Μελλοντικές Αξίες – Ο Μαθηματικός Τύπος



$$\begin{aligned}FV_0 \times (1 + i) \times (1 + i) \times (1 + i) &= FV_3 \\FV_0 \times (1 + i)^3 &= FV_3 \\€100 \times (1,1)^3 &= \mathbf{€133,1}\end{aligned}$$

Γενικά, η μελλοντική αξία ενός επενδυόμενου ποσού θα είναι:

$$CF_0 \times (1 + i)^n = FV_n$$

# Παρούσα Αξία

**Πρόβλημα:** Ο Μ θέλει να αντλήσει κεφάλαια για να χρηματοδοτήσει ένα φεστιβάλ τέχνης σε ένα χρόνο από σήμερα. Ποιο ποσό είσαστε διατεθειμένος να του δανείσετε αν σας προσφέρει το 20% των καθαρών κερδών του; Ο Μ εκτιμάει ότι θα κερδίσει €500.000.

Χρονοδιάγραμμα:

Τέλος έτους

0 (σήμερα)

1

Επένδυση

$0,20 \times \$500.000 = \text{€}100.000$

**ΣΚΕΨΕΙΣ:** Το ποσό των €100.000 είναι μόνο μια **αναμενόμενη** αξία. Η δραστηριότητα που προτείνεται έχει μεγάλο κίνδυνο. Θα μπορούσε να αποδώσει πολύ λιγότερα ή θα μπορούσε να έχει μεγάλη επιτυχία και να αποδώσει πολύ περισσότερα.

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ:** Επιζητώ μίαν απόδοση 25% , επομένως



0 (σήμερα)  
Επενδύω;

Τέλος έτους  
1

**€100.000**

$\times (1 + 0,25)$

Επενδύω;  $\times 1,25 = \text{€}100.000$

Επενδύω;  $= \text{€}100.000 / 1,25 = \text{€}80.000$

Επομένως, είμαι διατεθειμένος να δανείσω €80.000 με αναμενόμενη απόδοση ίση με:

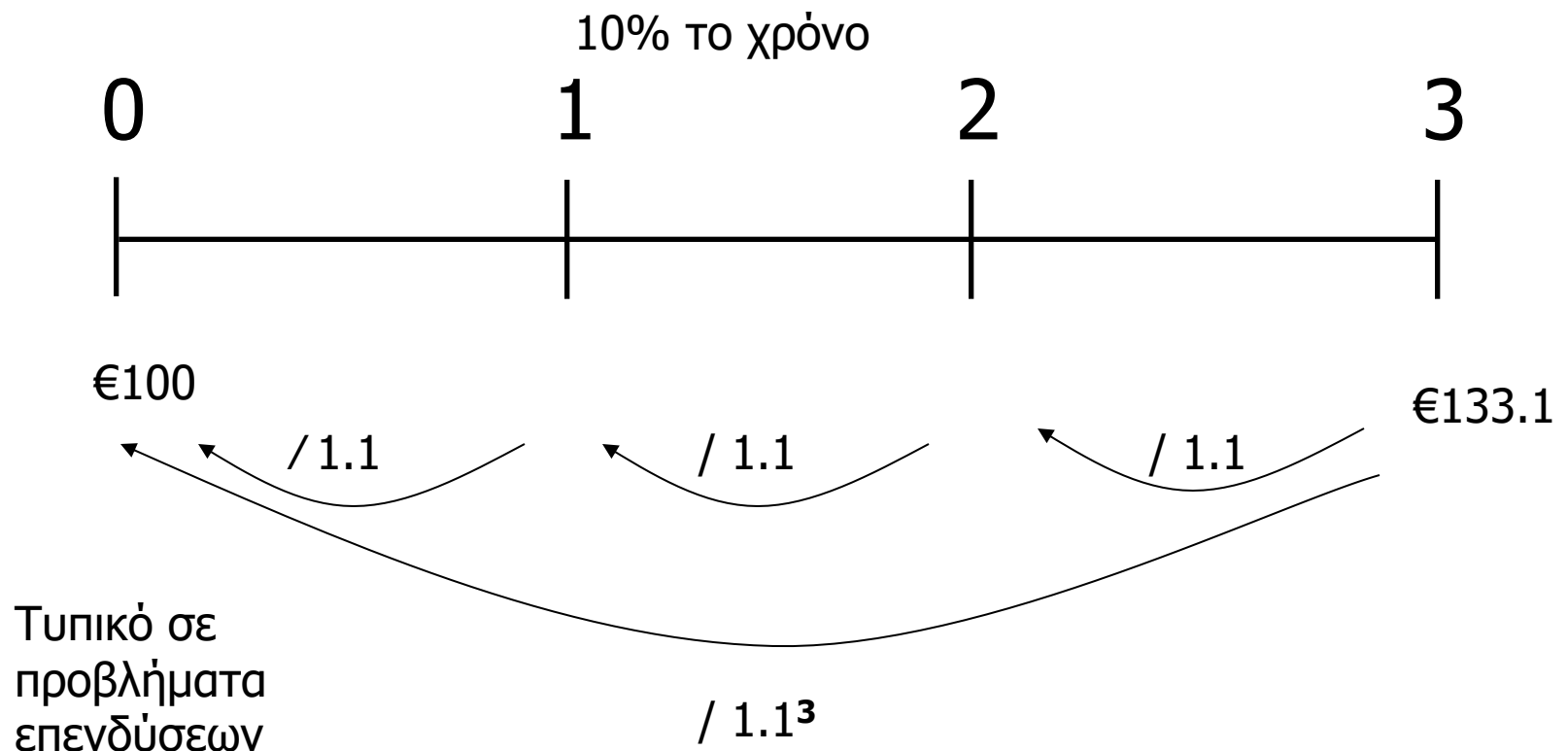
$$\frac{1100.000 - 80.000}{80.000} = 0,25 \text{ ή } 25\%$$

**ΕΝΝΟΙΕΣ:**

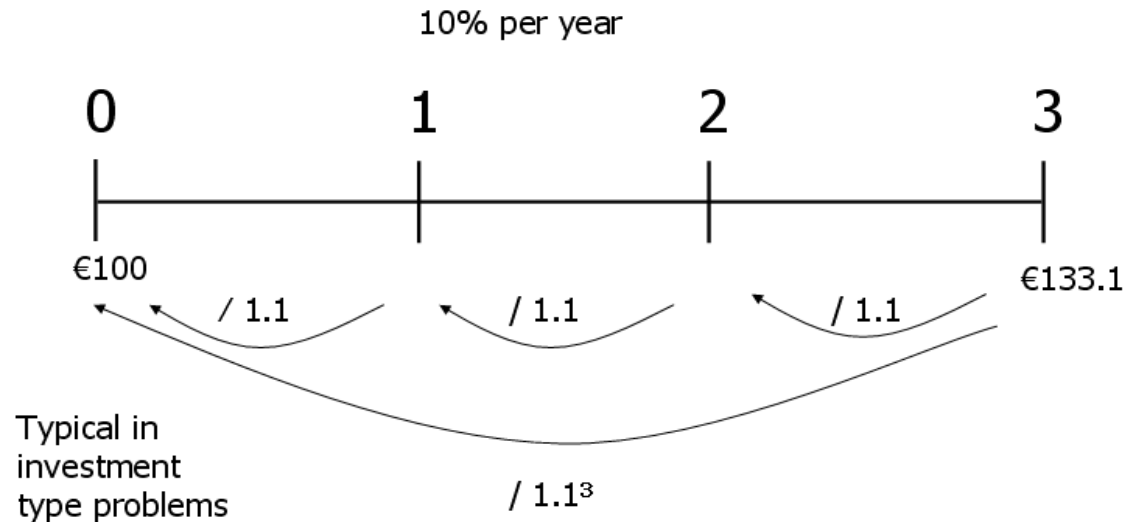
Το «Επενδύω;» είναι η **παρούσα αξία** των €100.000 **προεξοφλημένη** με 25%.



# Παρούσες Αξίες



# Παρούσες Αξίες - ο Μαθηματικός Τύπος



$$PV_0 = \frac{FV_n}{(1 + i)^n}$$

# Τρεις Τρόποι Εξεύρεσης Τελικής Αξίας (FV)

- Βαθμιαία προσέγγιση με τη χρήση ενός διαγράμματος χρονισμού
- Επίλυση της εξίσωσης με ένα απλό υπολογιστή τσέπης (μαθηματική προσέγγιση).
- Με την βοήθεια ενός φύλλου εργασίας.

Λύση Εξίσωσης  $FV_n = PV(1 + i)^n$   
ως προς PV

$$PV = \frac{FV_n}{(1+i)^n} \text{ επομένως } FV_n = PV(1+i)^n$$

Μελλοντική αξία €100 επενδυμένων προς 10% το χρόνο =  $100 \times 1.10^3 =$   
€133.1

Παρούσα αξία €133.1 προεξοφλημένη με 10% το χρόνο =  $133.1 / 1.10^3 =$   
€100

# Παρούσα Αξία Ανόμοιων Ταμειακώς Ροών

- Η παρούσα αξία είναι προσθετική, μπορούμε να προσθέσουμε την παρούσα αξία των αναμενόμενων ταμειακών ροών να ληφθούν από διαφορετικές μελλοντικές χρονικές περιόδους.
- Για παράδειγμα, αν μια επένδυση προσφέρει *ετήσιες ταμειακές ροές* ύψους €100, 150, 200, 250 και 250 ποια θα είναι η παρούσα αξία με επιτόκιο 25%?

$$463 = \frac{100}{(1.25)^1} + \frac{150}{(1.25)^2} + \frac{200}{(1.25)^3} + \frac{250}{(1.25)^4} + \frac{250}{(1.25)^5}$$

- Μια επένδυση €463 έχει αποδόση 25%

# Ράντες

- Στις χρηματοδοτήσεις συνηθίζεται η πληρωμή ή η αποπληρωμή με τακτικές ίσες καταβολές, π.χ. πληρωμή €100 τον μήνα για 5 χρόνια για την εξόφληση δανείου προς 1% τον μήνα.

Παρούσα αξία	1 <sup>ος</sup> μήνας	2 <sup>ος</sup> μήνας	3 <sup>ος</sup> μήνας	10 <sup>ος</sup> μήνας	60 <sup>ος</sup> μήνας
	100	100	100	100	100
4495.5	$100/1.01 = 99$	$100/1.01^2 = 98$	$100/1.01^2 = 97$	$100/1.01^2 = 96$	$100/1.01^{60} = 55$

# Μαθηματικός Τύπος Ράντας

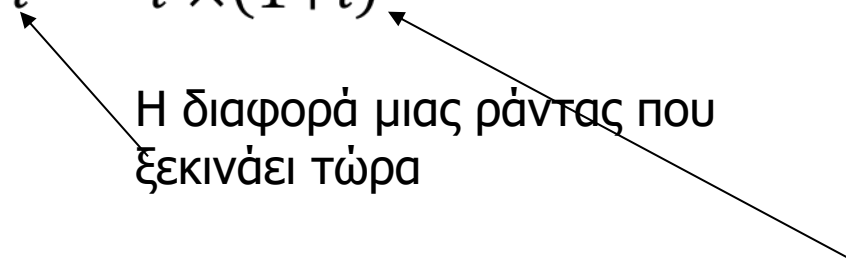
- Παρούσα αξία ράντας €P για n περιόδους  $€P = P \times \left( \frac{1}{i} - \frac{1}{i \times (1+i)^n} \right)$
- $A_{i,n}$  = Ράντα £1 για n περιόδους με επιτόκιο  $i$
- $i = 0.01$  και  $n = 60$   $A_{0.01,60} = (100 - 55,045) = 44,955$ .
- Η Ράντα των €100 έχει παρούσα αξία of  $100 \times 44.955 = €4.495,5$

# Annuities the formula

- Παρούσα αξία ράντας €P για n περιόδους

- $$€P = P \times \left( \frac{1}{i} - \frac{1}{i \times (1+i)^n} \right)$$

Η διαφορά μιας ράντας που  
ξεκινάει τώρα



Και μια ράντα που  
ξεκινάει σε n περιόδους  
από σήμερα



# Ποια είναι η τελική Αξία μιας 5- ετούς Μηνιαίας Ράντας \$100 με επιτόκιο 1%/

Προηγουμένως υπολογίσαμε ότι η παρούσα αξία της ράντας είναι €4,495.5

$$\text{Επομένως... } €4,495.5 \times 1.01^{60} = €8,166.96$$

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουν τους μαθηματικούς τύπους για ταμειακές ροές σε οποιοδήποτε χρονικό διάστημα.

# Ονομαστικό Επιτόκιο

- Δηλώνεται στις δανειακές συμβάσεις και αναφέρεται από τράπεζες και χρηματιστές.
- Το επιτόκιο είναι ετήσιο εκτός και αν ορίζεται διαφορετικά
- Παραδείγματα:
  - 8% ανά τρίμηνο =  $1.08^4 - 1 = 1.36 - 1 = 36\%$  ετήσιο (ΙΕΕ)
  - ΙΕΕ = Ισοδύναμο Ετήσιο Επιτόκιο ή Πραγματικό Ετήσιο Επιτόκιο
  - Ημερήσιοι τόκοι (365 ημέρες)
    - Απλό  $36\% / 365 = 0.09863\%$
    - Αναλογιστικό  $(1+x)^{365} = 36\%$  άρα  $1.36^{1/365} - 1 = x = 0.0843\%$

# Επίλυση Αναλογιστικών Προβλημάτων

- Βρείτε τον κατάλληλο μαθηματικό τύπο και επιλύστε ως προς την άγνωστη αξία . Επιλύστε για αξίες (πόσο) ανάλογα με τον τύπο και ως προς  $n$  και  $i$  με την βοήθεια ενός φύλλου (με διαδοχικές προσεγγίσεις)
  - Ο Υ προσφέρει το 50% ενός πίνακα που θα πουληθεί μετά από 2 χρόνια στην εκτιμώμενη τιμή των €500,000. Αν ζητάτε μίαν απόδοση του 25% ποιο ποσό θα προσφέρατε σήμερα για το 50% του πίνακα; $r$
  - $250,000/1.25^2 = \mathbf{x}$ , επομένως therefore  $\mathbf{x} = €160,000$

# Επίλυση Πραγματικών Προβλημάτων (συν.)

- Θέλετε να αποταμιεύσετε €150 το μήνα για να αγοράσετε ένα αυτοκίνητο αξίας €5,000. Πόσος καιρός θα χρειαστεί για να συγκεντρώσετε το ποσό αν το μηνιαίο επιτόκιο είναι 0.5%

Παρούσα αξία  
ράντας...

$$\left( \frac{1}{i} - \frac{1}{i \times (1+i)^n} \right)$$

μετακίνηση σε ένα μελλοντικό  
χρονικό σημείο ( $n$ )

$$\times (1+i)^n = 5.000$$

## ■ Λύση

- Γνωρίζουμε το  $i = 0.5\%$  weαλλά δεν γνωρίζουμε το  $n$
- Επιλύστε με ένα φύλλο εργασίας (31 months)

# Τρέχοντα Επιτόκια

- **Τρέχοντα Επιτόκια**= Επενδύστε σήμερα για συγκεκριμένη χρονική περίοδο με αυτό το επιτόκιο...
- Π.χ. Τα ελαστικά επιτόκια ομολόγων της Barclays για τον Νοέμβριο 2015  
1 έτος 1.1%; έτη 1.2%; 3 έτη 1.8%

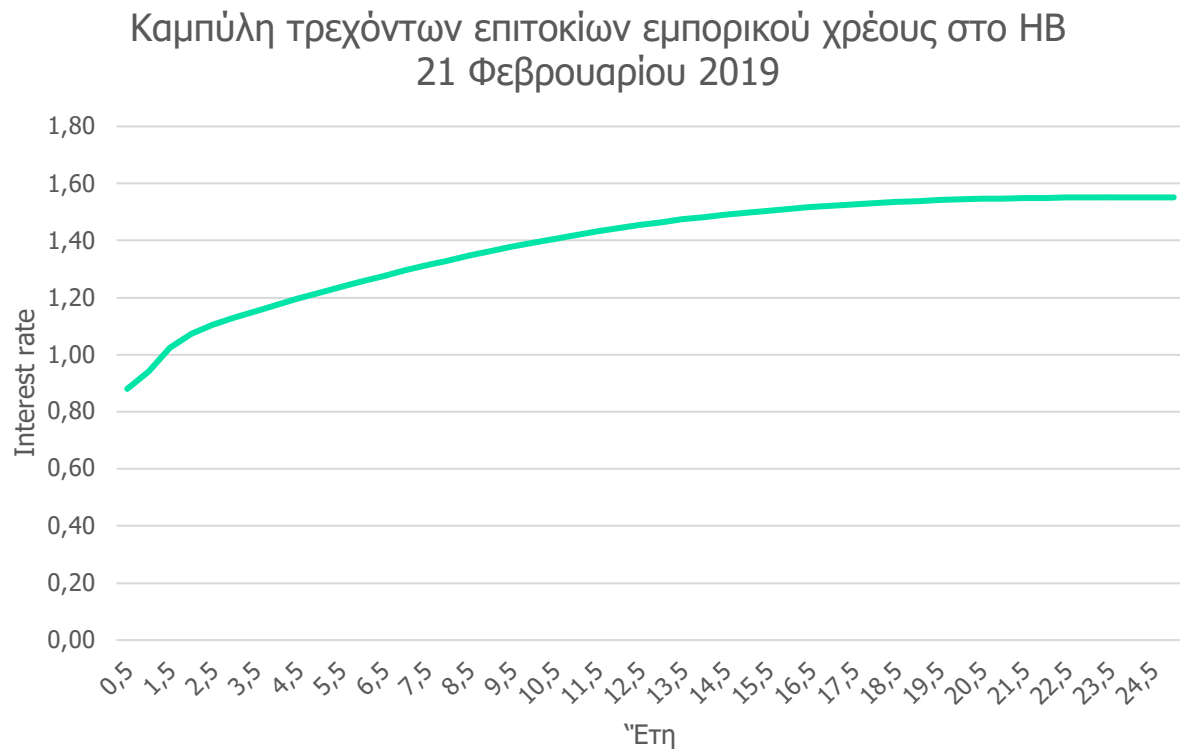
Επενδύσεις με διαφορετικά τρέχοντα επιτόκια και οι όροι τους	Τέλος διάρκειας
£1,000 για 1 έτος/τρέχον = $£1,000 \times 1.011 =$	£1,011
£1,000 για 2 έτη/τρέχον = $£1,000 \times 1.012^2 =$	£1,024
£1,000 για 3 έτη/τρέχον = $£1,000 \times 1.018^3 =$	£1,055

# Προθεσμιακά Επιτόκια

- Προθεσμιακά επιτόκια= ετήσιο επιτόκιο που θα επενδυθεί σε  $x$  έτη

Επενδύσεις σε διαφορετικά τρέχοντα επιτόκια και όρους	Αξία τέλους περιόδου	Implied <i>annual</i> /forward rates
£1,000 για τρέχον 1 έτους @1.1%	£1.011	Το επιτόκιο ισχύει από σήμερα άρα μόνο 1.1%
£1,000 για τρέχον 2 ετών @1.2%	£1.024	Ετήσιο προθεσμιακό: $1024/1011 - 1 = 1.29\%$
£1,000 για τρέχον 3 ετών @1.8%	£1.055	Διετές 2 προθεσμιακό: $1,055/1,024 - 1 = 3.01\%$
Έλεγχος $£1,000 \times 1.011 \times 1.0129 \times 1.0301 = £1.055$		

# Καμπύλη Επιτοκίων των Αγγλικών Κρατικών Ομολόγων



Πηγή: Ιστοσελίδα Bank of England

# Χρονική Αξία Χρήματος

- Αξίες, Χρόνος και Κίνδυνος
- Το βασικό υπόδειγμα για τον υπολογισμό της δανειοδότησης και της δανειοληψίας (e.g. bonds)
- Το βασικό υπόδειγμα αποτίμησης στην χρηματοοικονομική για υλικές επενδύσεις και για και επισφαλείς (π.χ., μετοχές) αλλά όχι το μοναδικό