

Ασκήση: Οι προδιαγραφές ενός νέου τύπου ηλεκτρονικών λαμπτήρων αναγράφουν ως μέση διάρκεια ζωής (Διευρυνίας) τις 1200 ώρες και τυπική απόκλιση 50 ώρες. Ο χρόνος ζωής των λαμπτήρων ακολουθεί την κανονική κατανομή.

Η αρμόδια αρχή προστασίας καταναλωτών ανέλεξε τυχαίο δείγμα 20 λαμπτήρων του νέου τύπου και υπολόγισε ότι ο μέσος χρόνος ζωής τους υπολογίσθηκε σε 1180 ώρες. Σε ποιο στατιστικό συμπέρασμα καταλήγετε με βάση τα παραπάνω δεδομένα όσον αφορά τις προδιαγραφές των λαμπτήρων σε επίπεδο σημαντικότητας 0,05

Λύση: Εδώ το δείγμα ακολουθεί την κανονική κατανομή και ο πληθυσμός έχει γνωστή τυπική απόκλιση $\sigma = 50$ ώρες

Μηδενική υπόθεση $H_0: \mu = 1200$
Εναλλακτική -11- $H_1: \mu \neq 1200$

Κάνουμε αρχικά έλεγχο. Το στατιστικό είναι $Z = \frac{\bar{X} - 1200}{\sigma / \sqrt{n}}$ εδω $\bar{X} = 1180, n = 20$

$$\text{Ετσι } Z = \frac{1180 - 1200}{50 / \sqrt{20}} = -\frac{20 \cdot \sqrt{20}}{50} = -\frac{2}{5} \sqrt{20} = -1,79$$

$$\alpha = 0,05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0,025 = 0,975$$

$$\text{Ετσι } Z_{\alpha/2} = 1,96$$

Η περιοχή απορρίψης $|Z| > Z_{\alpha/2} \Leftrightarrow |-1,79| > 1,96$

Δεν ισχύει. Άρα η υπόθεση δεν απορρίπτεται.
Αντὶ αὐτοῦ δεχόμαστε ὅτι ὁ μέσος χρόνος ζωῆς που
αναχράζεται εἶναι ἑξῆς.

Λύση Κατὰ τὴν μαζικὴ παραγωγὴ εὐσεβῶν
προϊόντων ὁ ἀριθμὸς τῶν εἰσπληρωμένων προϊόντων
ἐκαστὴς παρτίδα 1000 τεμαχίων ἀκολουθεῖ
κανονικὴ κατανομὴ με μέση τιμὴ $\mu = 50$ καὶ τυπικὴ
ἀπόκλιση $\sigma = 15$.

Εφαρμόζεται πιλοτικὰ μιὰ νέα παραγωγικὴ διαδικα-
σία με στόχο τὴ μείωση τοῦ ἀριθμοῦ τῶν
εἰσπληρωμένων. Προκειμένου νὰ ελεγχθεῖ ἡ ἀποτε-
λεσματικότης τῆς νέας διαδικασίας ἐλεγχεται
ἐνὰ μετὰ τὸ δείγμα 25 παρτίδων καὶ προκύπτει
μέση τιμὴ εἰσπληρωμένων προϊόντων ἐκαστὴς παρτί-
δα < 15 τεμαχία.

Θεωρῶντας ἐπίπεδο σημαντικότητος 5% ἀποτελεῖ
αὐτὸ τὸ ἀποτέλεσμα ἐπαρκὴ εἰδείξη ὅτι ἐκεῖ
μειώθηκε στατιστικὰ ἡ παραγωγὴ εἰσπληρωμένων
προϊόντων; Ἀντὶ αὐτοῦ τὸ στατιστικὸ συμπέρασμα
ὅτι τὸ ἐπίπεδο σημαντικότητος εἶναι 1%.

(833)
Λογή: Ο πληθυσμός έχει γνωστή τυπική απόκλι-
ση $\sigma = 15$ και ακολουθεί την κανονική κατα-
νομή. Θέλουμε να ελέγξουμε αν ο μέσος
όρος των ελαττωματικών μειώθηκε από το 50
έτσι έχουμε

Μηδενική υπόθεση: $\mu = 50$

Εναλλακτική υπόθεση $\mu < 50$

Θα κάνουμε αριστερά μονόπλευρο έλεγχο

Το στατιστικό είναι $Z = \frac{\bar{x} - 50}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{45 - 50}{15/\sqrt{25}}$

$\bar{x} = 45$ (μέση τιμή δείγματος)

$$\text{Άρα } Z = \frac{-5 \cdot 5}{15} = -\frac{5}{3} = -1,667$$

Αν το επίπεδο σημαντικότητας είναι 5% δηλαδή

$\alpha = 0,05$ τότε $1 - \alpha = 0,95$ και από τον πίνα-
κα της τυποποιημένης κανονικής κατανομής

$$Z_{\alpha} = Z_{0,05} = ;$$

Το 0,95 βρίσκεται μεταξύ των τιμών 0,9495
που αντιστοιχεί στην τιμή $Z_{\alpha} = 1,64$ (και ανέχει 0,0005
από το 0,9495) και της τιμής 0,9505 που αντιστοι-
χεί στην τιμή $Z_{\alpha} = 1,65$ (και ανέχει ενίχνως
0,0005 από το 0,9505)

Οι τιμές 0,9505 και 0,9495 ανέρχουν μεταξύ τους (6629)
κατά απόλυτη τιμή 0,001

$$\text{Αρα } Z_{0,05} = \frac{0,0005 \cdot 1,64 + 0,0005 \cdot 1,65}{0,001} = \frac{5 \cdot 1,64 + 5 \cdot 1,65}{10} = 1,645$$

Η υπόθεση H_0 απορρίπτεται αν $Z < -Z_\alpha \Leftrightarrow$

$-1,664 < -1,645$ · Ισχύει. Αρα δεχόμαστε την

εναλλακτική υπόθεση δηλαδή ότι η μέση τιμή
μεινύεται.

Αν τώρα το επίπεδο σημαντικότητας είναι 1%.
Δηλαδή $\alpha = 0,01$.

Τότε $1-\alpha = 1-0,01 = 0,99$. Από τον πίνακα
της τυποποιημένης κατανομής έχουμε

$$Z_{0,01} = \frac{2 \cdot 2,32 + 1 \cdot 2,33}{3} = 2,323$$

Τώρα $Z < -Z_{0,01} \Leftrightarrow -1,664 < -2,323$
Δεν ισχύει.

Αρα δεχόμαστε την μηδενική υπόθεση. Δηλαδή

ο μέσος όρος εδαττοματιών παραμένει 50

δηλαδή δεν μεινύεται με την νέα παραγωγική

διαδικασία ο αριθμός των εδαττοματιών

Άσκηση Διερευνάτε η σύγκριση των βαθμολογιών που καταθέτουν δυο ανεξάρτητοι βαθμολογητές που ορίζονται για κάθε χροπό των πανελληνίων εξετάσεων για την είσοδο στα ανώτατα ιδρύματα. Για τον σκοπό αυτό επιδέχεται πιλοτικά ένα δείγμα πέντε αρίστων χροπών που έχουν βαθμολογηθεί από τους δυο βαθμολογητές. Οι βαθμολογίες (στην κλίμακα 0-100) είναι

Χροπό	Βαθμολογητής 1	Βαθμολογητής 2
1	90	93
2	94	96
3	91	92
4	85	88
5	88	90

Ζητείται να εφετασθεί σε επίπεδο σημαντικότητας 5% αν οι βαθμολογίες διαφέρουν στατιστικά μεταξύ τους

Κύση: Αρχικά υπολογίζουμε την διαφορά των βαθμολογιών γιατί εδώ έχουμε σύγκριση μέσων τιμών σε ζεύγη παρατηρήσεων.