

Το LTspice ως εργαλείο ανάλυσης των ηλεκτρικών κυκλωμάτων

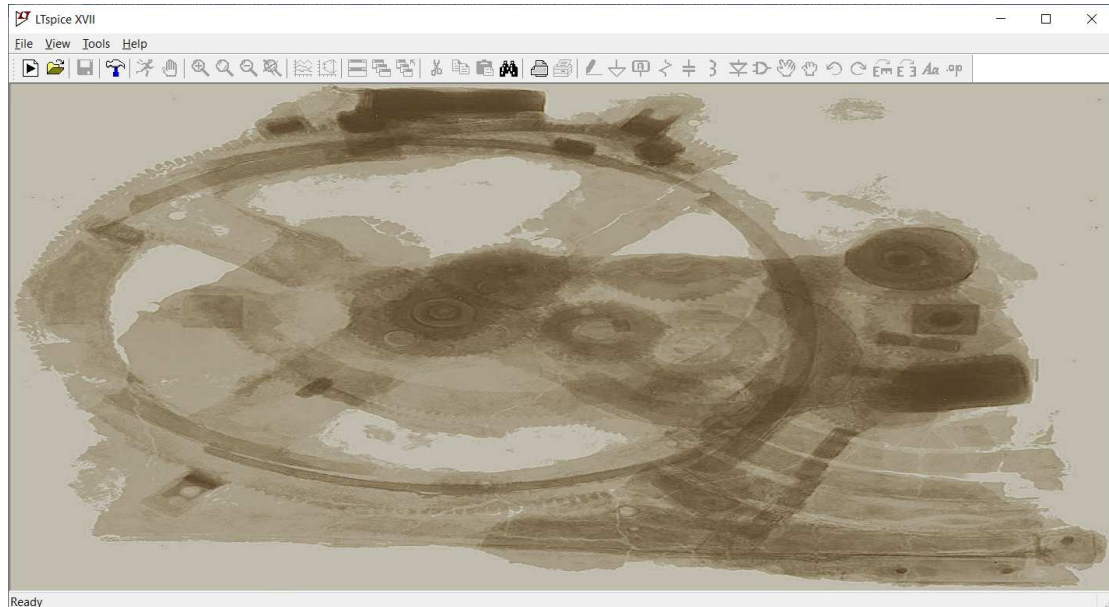
Σπυρίδων Ι. Λουτρίδης
Αναπληρωτής Καθηγητής

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Βόλος 2020


1. Το περιβάλλον του LTspice

Το LTspice είναι ένα λογισμικό εξομοίωσης ηλεκτρικών και ηλεκτρονικών κυκλωμάτων, καθώς και διατάξεων, που διατίθεται δωρεάν από την Analog Devices. Μπορείτε να κατεβάσετε και να εγκαταστήσετε το πρόγραμμα, το οποίο στην αρχική του μορφή περιέχει προεγκατεστημένες βιβλιοθήκες εξαρτημάτων. Το κατάλληλο αρχείο εγκατάστασης για τα Windows 10 είναι το *LTspiceXVII.exe*. Αφού κατεβάσετε, εγκαταστήσετε και εκτελέσετε το πρόγραμμα η αρχική οθόνη που θα δείτε είναι η παρακάτω.



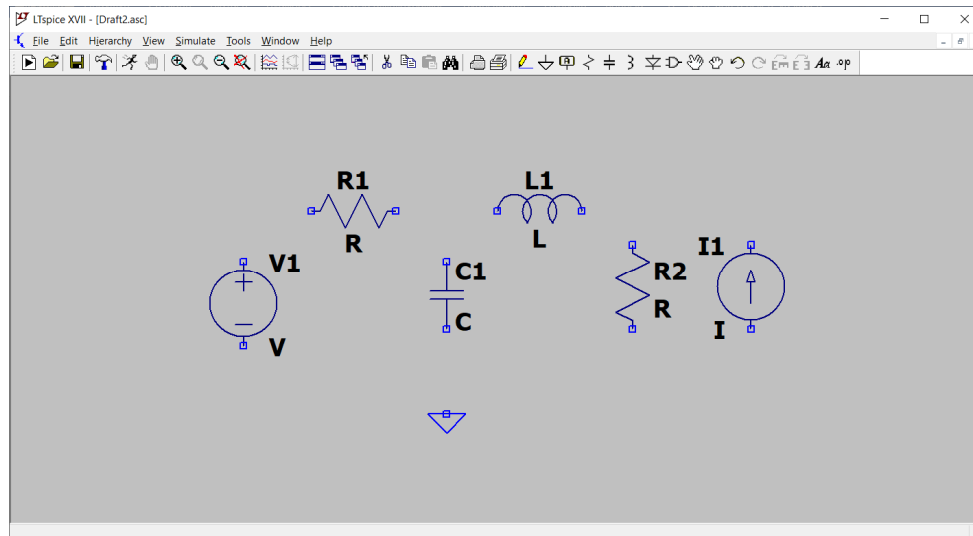
Αν θέλετε, μπορείτε να ξεκινήσετε την περιήγηση με κάποια έτοιμα παραδείγματα από το μενού *File > Open* που θα βρείτε μέσω της διαδρομής *Έγγραφα > LTspiceXVII > examples*. Από την ιστοσελίδα της εταιρείας μπορείτε επίσης να κατεβάσετε τον οδηγό LTspice IV Getting Started Guide.

1.1 Βασικά εξαρτήματα


Για να σχεδιάσουμε και να εξομοιώσουμε ένα κύκλωμα στο LTspice πρέπει κατ' αρχήν να ανοίξουμε ένα καινούργιο παράθυρο από το μενού *File > New Schematic*. Τα βασικά παθητικά εξαρτήματα αντίσταση (*Resistor*), πυκνωτής (*Capacitor*), πηνίο (*Inductor*) και γείωση (*Ground*) περιέχονται στο αρχικό μενού, ενώ τα υπόλοιπα καθώς και όλες τις βιβλιοθήκες μπορεί κανείς να τις βρει πατώντας το εικονίδιο  *Component*. Σε αυτό τον οδηγό χρήσης θα αγνοήσουμε οποιοδήποτε εξάρτημα ή λειτουργία αφορά αποκλειστικά στην εξομοίωση αναλογικών ή ψηφιακών ηλεκτρονικών κυκλωμάτων και θα επικεντρωθούμε στην ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων.



Προκειμένου να σχεδιάσουμε ένα κύκλωμα κατεβάζουμε πρώτα τα εξαρτήματα που χρειαζόμαστε στην επιφάνεια εργασίας. Κάνοντας αριστερό κλικ πάνω στο εξάρτημα το επιλέγουμε, το μεταφέρουμε στο σημείο που θέλουμε και με *Escape* αποδεσμευόμαστε. Η περιστροφή του εξαρτήματος γίνεται με *Ctrl + R*. Το LTspice αριθμεί αυτόματα τα εξαρτήματα. Την ανεξάρτητη πηγή τάσης και την ανεξάρτητη

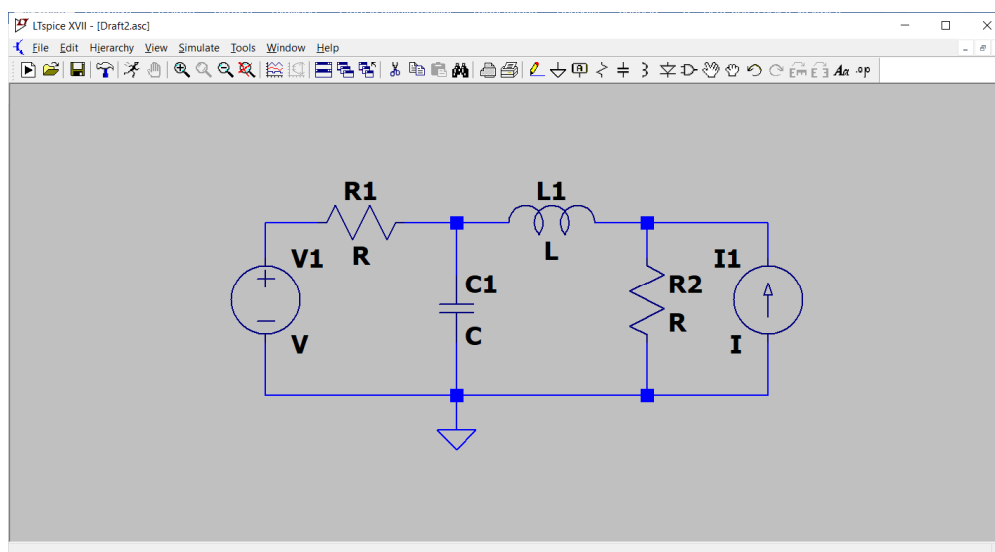
πηγή ρεύματος τη βρίσκουμε πατώντας *Component* και στη συνέχεια επιλέγοντας το εξάρτημα *voltage* και *current* αντίστοιχα.



1.2 Σύνδεση εξαρτημάτων

Για να συνδέσουμε τα εξαρτήματα μεταξύ τους πατάμε το εικονίδιο  *Wire*. Στη συνέχεια κάνουμε μία φορά κλικ στο ελεύθερο άκρο ενός εξαρτήματος και δεύτερη φορά κλικ στο ελεύθερο άκρο του άλλου εξαρτήματος. Αποδεσμευόμαστε με *Escape*. Κάθε φορά που θέλουμε να αλλάξουμε κατεύθυνση στη γραμμή σε γωνία 90° κάνουμε αριστερό κλικ. Για να σχεδιάσουμε μια γραμμή σε αυθαίρετη γωνία πατάμε πρώτα το πλήκτρο *Ctrl* και το κρατάμε πατημένο όσο σχεδιάζουμε τη γραμμή.

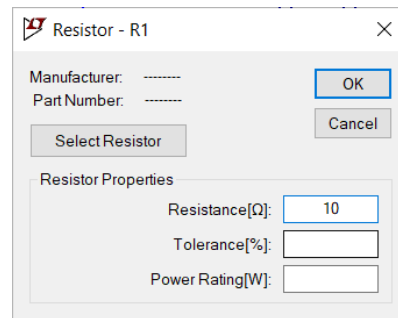
Εργαζόμενοι κατά τον τρόπο που περιγράψαμε σχεδιάστε το κύκλωμα του σχήματος. Να προσθέσουμε ότι η μετακίνηση οποιουδήποτε εξαρτήματος χωρίς τις γραμμές σύνδεσης μπορεί να γίνει με το εργαλείο  *Move*. Η μετακίνηση του συνόλου ή τμήματος του κυκλώματος (μαζί με τις γραμμές σύνδεσης) μπορεί να γίνει με το εργαλείο  *Drag*.



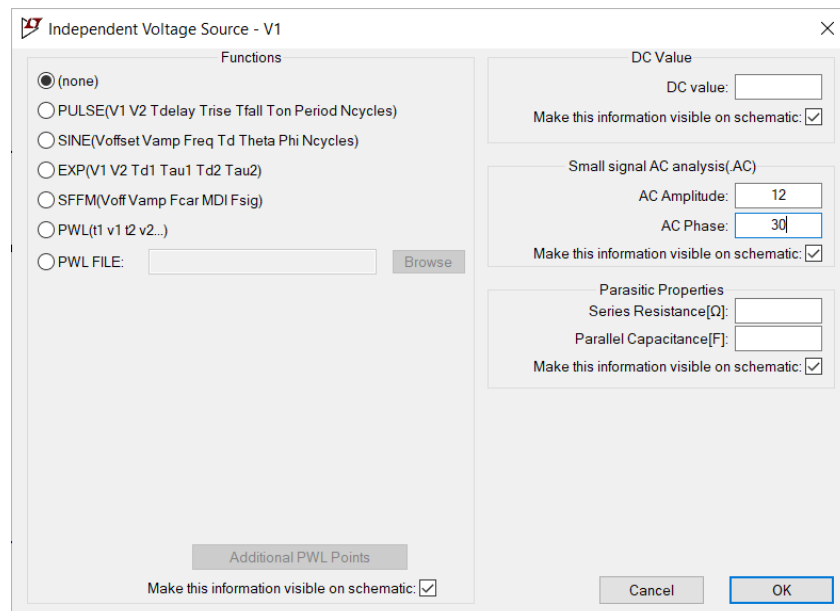
Σημείωση: Για να τρέξει οποιαδήποτε εξομοίωση το κύκλωμα πρέπει απαραίτητως να διαθέτει γείωση.

1.3. Εισαγωγή τιμών και παραμέτρων

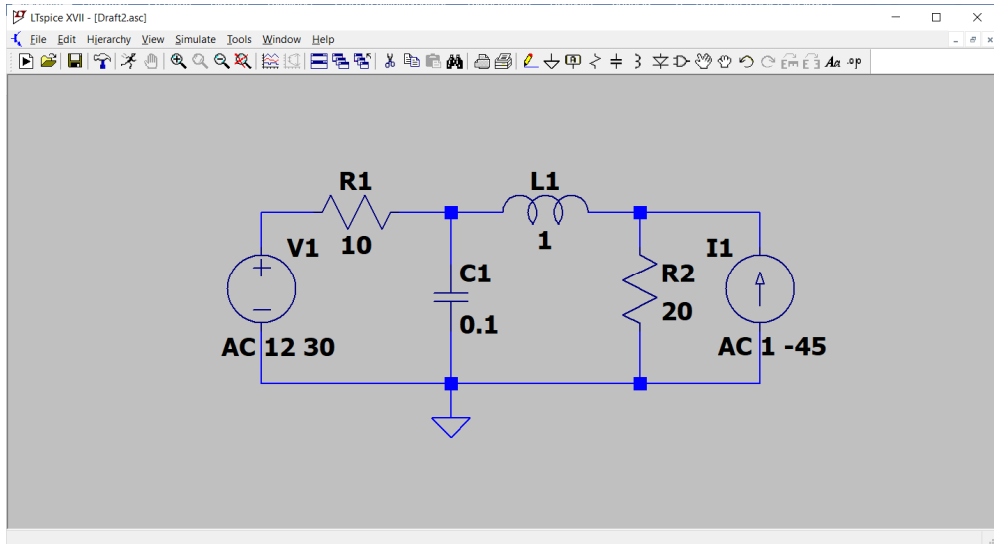
Στη συνέχεια πρέπει να εισάγουμε τις τιμές των εξαρτημάτων και να παραμετροποιήσουμε κατάλληλα τις ανεξάρτητες πηγές. Κάνοντας δεξί κλικ πάνω στην αντίσταση R1 εμφανίζεται ένα νέο παράθυρο. Στο πεδίο *Resistance[Ω]* εισάγουμε την τιμή 10. Με ανάλογο τρόπο θέτουμε τις τιμές $R2 = 20 \Omega$, $C1 = 0.1 \text{ F}$ και $L1 = 1 \text{ H}$. Οι μονάδες δεν δηλώνονται.



Επειδή ο πυκνωτής και το πηνίο έχουν πεπερασμένη αντίδραση μόνο στο AC οι πηγές του κυκλώματος πρέπει να είναι ημιτονοειδείς. Κάνοντας δεξί κλικ στην πηγή τάσης και στη συνέχεια πατώντας *Advanced* εμφανίζεται ένα νέο παράθυρο με διάφορες μορφές πηγών. Στο πεδίο *AC Amplitude* θέτουμε 12 V ενώ στο πεδίο *AC Phase* 30 μοίρες. Η αναλυτική έκφραση της πηγής στο πεδίο του χρόνου είναι $v_1(t) = 12\cos(\omega t + 30^\circ)$ όπου η τιμή της κυκλικής συχνότητας θα καθορισθεί σε επόμενη φάση.



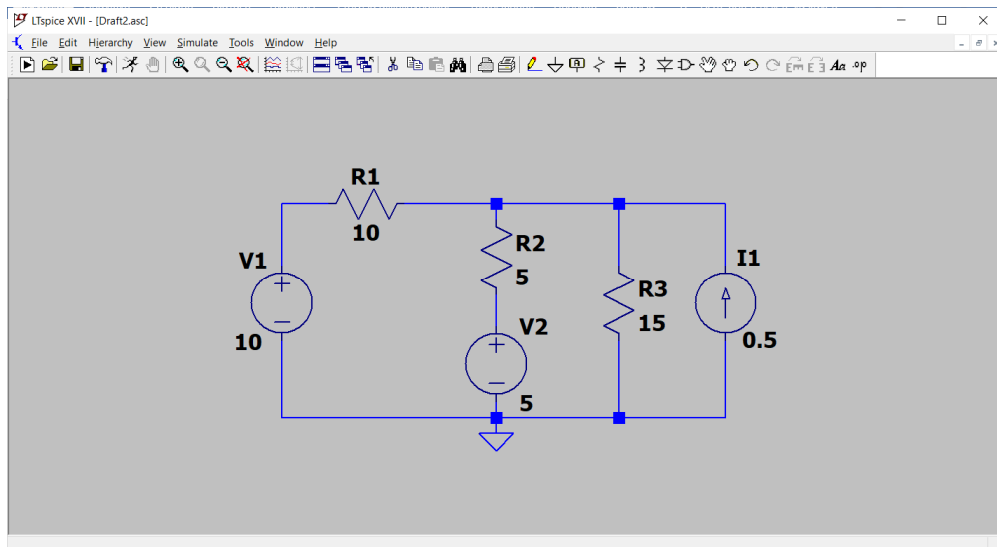
Τέλος, για την πηγή ρεύματος θέτουμε τις παραμέτρους *AC Amplitude* = 1 A και *AC Phase* = -45 μοίρες. Είμαστε τώρα έτοιμοι να εξομοιώσουμε το κύκλωμα μας στο AC. Για τον τύπο ανάλυσης AC θα μιλήσουμε σε επόμενη παράγραφο.




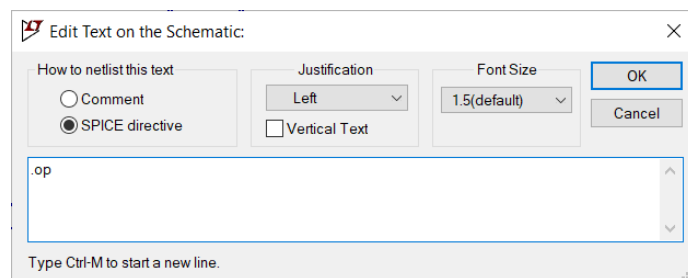
2. DC ανάλυση

2.1 Εύρεση των τάσεων κόμβων και των ρευμάτων κλάδων


Κατά τη μελέτη των ηλεκτρικών κυκλωμάτων στο συνεχές ρεύμα τα στοιχεία που υπάρχουν στο κύκλωμα είναι οι ανεξάρτητες πηγές, οι ωμικές αντιστάσεις και οι εξαρτημένες πηγές. Για το χειρισμό των εξαρτημένων πηγών θα μιλήσουμε σε επόμενη παράγραφο. Ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να βρούμε τα δυναμικά των κόμβων και τα ρεύματα όλων των κλάδων στο παρακάτω κύκλωμα με τρεις ανεξάρτητες πηγές.



Πατώντας το εικονίδιο  *SPICE directive* εμφανίζεται ένα νέο παράθυρο στο οποίο πληκτρολογούμε `.op` και πατάμε OK. Η εντολή `.op` εμφανίζεται στο ίδιο παράθυρο με το κύκλωμα. Η τελεία είναι απαραίτητη για να αντιληφθεί το LTspice ότι πρόκειται για εντολή.



Ένας άλλος τρόπος για να πετύχουμε το ίδιο αποτέλεσμα είναι να επιλέξουμε από το μενού *Simulate > Edit Simulation Cmd* τον τύπο ανάλυσης *DC op pnt* και να πατήσουμε OK.

Τρέχουμε την εξομοίωση πατώντας στο εικονίδιο  *Run*. Το πρόγραμμα τρέχει τη γενικευμένη μέθοδο των κόμβων και υπολογίζει αρχικά τα δυναμικά όλων των κόμβων, λαμβάνοντας ως αναφορά το δυναμικό του κόμβου Ground που θεωρείται ίσο με 0 V. Στη συνέχεια από τα δυναμικά των κόμβων υπολογίζονται τα ρεύματα των κλάδων. Όπως βλέπουμε από τον πίνακα των αποτελεσμάτων το LTspice έχει αυτόματα ονομάσει τους κόμβους ως V(n001), V(n002) και V(003). Τα ρεύματα αναγνωρίζονται επειδή έχουν σε παρένθεση το στοιχείο στο οποίο αντιστοιχούν.

```

* C:\Users\loutri\OneDrive\Εγγραφα\LTspiceXVII\mine\Draft2.asc
--- Operating Point ---
V(n002) :      6.81818      voltage
V(n001) :      10         voltage
V(n003) :      5          voltage
I(I1) :      0.5          device_current
I(R3) :      0.454545     device_current
I(R2) :      0.363636     device_current
I(R1) :      -0.318182    device_current
I(V2) :      0.363636     device_current
I(V1) :      -0.318182    device_current
    
```

Ένας άλλος τρόπος να δούμε τα αποτελέσματα είναι να διώξουμε το παράθυρο με *Escape* και να βάλουμε τον δείκτη του ποντικιού πάνω από τον κόμβο ή το εξάρτημα που ενδιαφέρει. Βάζοντας το δείκτη πάνω από την R1 εμφανίζονται κάτω αριστερά στην οθόνη οι πληροφορίες:

$$I(R1) = 318.18.181 \text{ mA} \quad \text{Dissipation} = 1.0123966 \text{ W}$$

Η κατανάλωση ισχύος πάνω στην αντίσταση υπολογίζεται ως $(V(n001) - V(n002)) * I(R1)$ και είναι πάντοτε θετική. Για την πηγή V1 τα αντίστοιχα στοιχεία είναι:

$$I(R1) = -318.18.181 \text{ mA} \quad \text{Dissipation} = -3.1818181 \text{ W}$$

Το ρεύμα είναι αρνητικό γιατί ακολουθεί τη σύμβαση για παθητικό καταναλωτή (από το υψηλό δυναμικό στο χαμηλότερο) ενώ η πηγή παρέχει ρεύμα κατά την αντίθετη φορά. Το αρνητικό πρόσημο στην ισχύ σημαίνει ότι η πηγή είναι πάροχος ισχύος. Αντίθετα για την πηγή V2 βρίσκουμε θετική ισχύ, γεγονός που σημαίνει ότι η πηγή καταναλώνει ισχύ με τον τρόπο που το κάνει μία αντίσταση.

Αν θέλουμε να δούμε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο κόμβων, κάνουμε αριστερό κλικ στον πρώτο κόμβο και κρατώντας το ποντίκι πατημένο σέρνουμε το δείκτη ως τον άλλον κόμβο και αφήνουμε.

Σημείωση: Αν το ρεύμα σε μια αντίσταση προκύψει αρνητικό, τότε πρέπει να περιστρέφουμε το στοιχείο κατά 180° ώστε η κατανάλωση να είναι θετική. Η φορά που έχει το ρεύμα σε κάποιο στοιχείο εμφανίζεται με ένα βέλος μόνο στην εξομοίωση *Transient* για την οποία θα μιλήσουμε σε επόμενο κεφάλαιο.

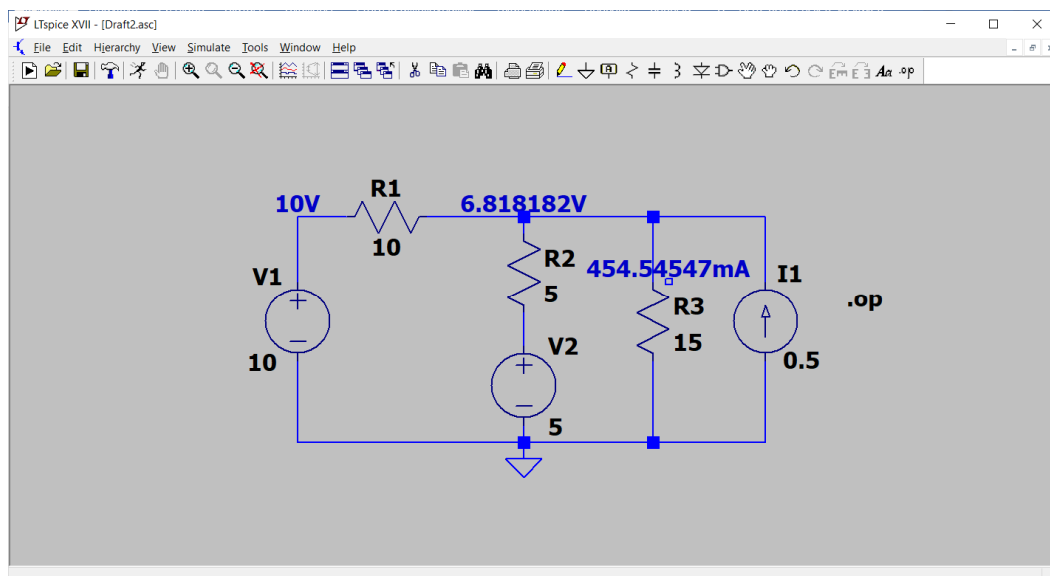
2.2 Εμφάνιση αποτελεσμάτων

Στις παλαιότερες εκδόσεις των λογισμικών εξομοίωσης τύπου SPICE ο χρήστης έπρεπε να δηλώσει σε ένα αρχείο text τους κόμβους του κυκλώματος μεταξύ των οποίων συνδέεται κάθε εξάρτημα καθώς και την τιμή του. Στο τέλος δηλώνεται ο τύπος ανάλυσης που θα χρησιμοποιηθεί. Στις πρόσφατες εκδόσεις το αρχείο αυτό σχηματίζεται αυτόματα και μπορούμε να το δούμε κάνοντας δεξί κλικ σε ένα καθαρό σημείο της επιφάνειας εργασίας και στη συνέχεια *View > SPICE Netlist*. Το αρχείο τελειώνει απαραίτητα με την εντολή *.end*.

```

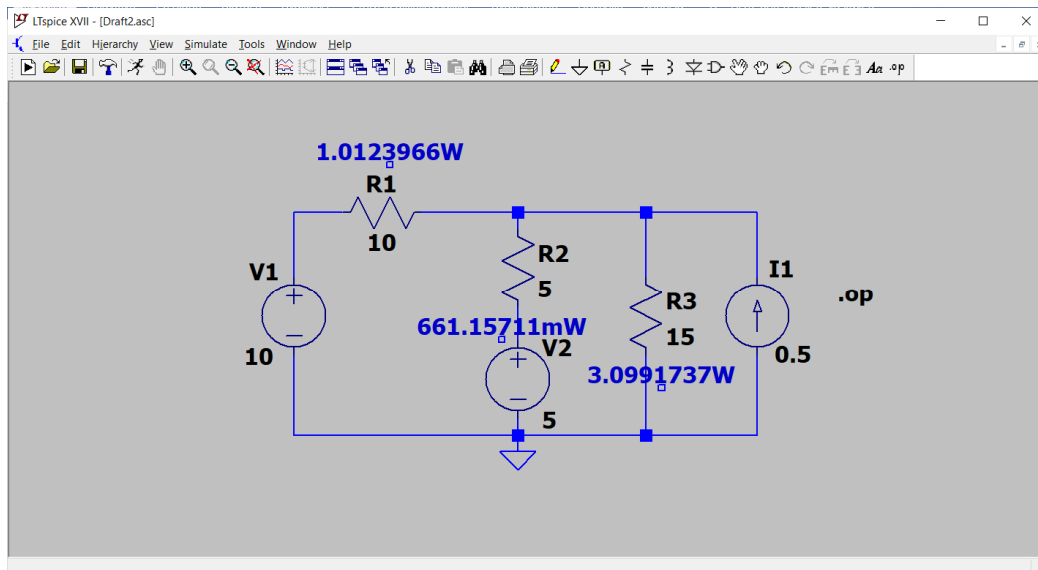
SPICE Netlist: C:\Users\loutr\OneDrive\Εγγραφα\LTspiceXVII\mine\Draft2.net
* C:\Users\loutr\OneDrive\Εγγραφα\LTspiceXVII\mine\Draft2.asc
R1 N001 N002 10
V1 N001 0 10
I1 0 N002 0.5
R2 N002 N003 5
V2 N003 0 5
R3 N002 0 15
.op
.backanno
.end
    
```

Αν θέλουμε να εμφανίσουμε το δυναμικό ενός κόμβου κάνουμε αριστερό κλικ πάνω στον κόμβο. Για να δούμε κάποιο ρεύμα, π.χ. το ρεύμα μέσω της R3, κάνουμε δεξί κλικ πάνω στο αποτέλεσμα ενός δυναμικού και στο νέο παράθυρο που εμφανίζεται επιλέγουμε την έκφραση που μας ενδιαφέρει, στην προκειμένη περίπτωση $I(R3)$. Σε κάθε αλλαγή που θα κάνουμε εν συνεχεία στο κύκλωμα τα αποτελέσματα ενημερώνονται κάθε φορά που πατάμε *Run*.




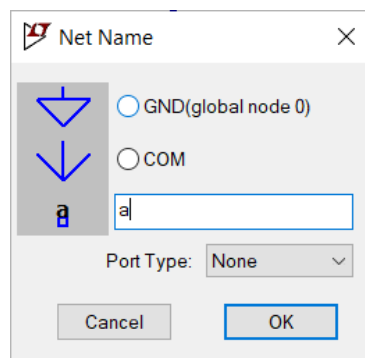
Μπορούμε να κάνουμε να εμφανίζεται η κατανάλωση στις αντιστάσεις R1, R2, R3 γράφοντας αντίστοιχα: $V(n001,n002)*I(R1)$, $V(n002,n003)*I(R2)$, $V(n002)*I(R3)$.

Σημείωση: η έκφραση $V(n001,n002)$ είναι ισοδύναμη με την έκφραση $V(n001)-V(n002)$.



2.3 Ονομασία των κόμβων

Αν θέλουμε μπορούμε να δώσουμε τη δική μας ονομασία σε κάθε κόμβο. Πατάμε πρώτα στο εικονίδιο  Label Net και στη συνέχεια πάνω στον κόμβο, εισάγοντας την ονομασία που επιθυμούμε.



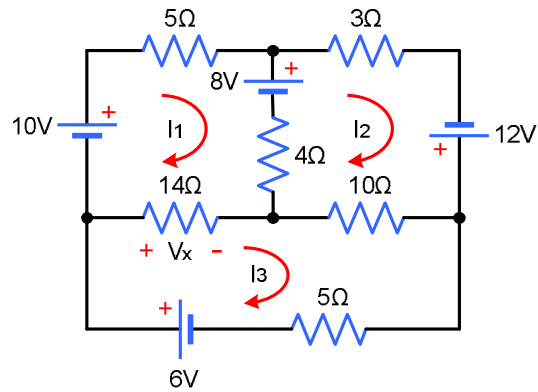
Αν ονομάσουμε τους κόμβους a, b και c και τρέξουμε την ανάλυση .op το LTspice εκφράζει τα δυναμικά των κόμβων σύμφωνα με τη δική μας ονομασία.

```

--- Operating Point ---
V(a) :      10      voltage
V(b) :      6.81818 voltage
V(c) :       5      voltage
I(I1) :      0.5    device_current
I(R3) :      0.454545 device_current
I(R2) :      0.363636 device_current
I(R1) :      0.318182 device_current
I(V2) :      0.363636 device_current
I(V1) :     -0.318182 device_current
    
```

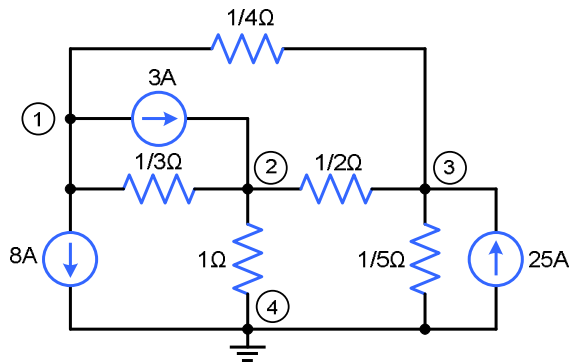
Πρόβλημα

Σχεδιάστε το παρακάτω κύκλωμα. Βρείτε τα ρεύματα των απλών βρόχων και την πτώση τάσης πάνω στην αντίσταση 14 Ω.



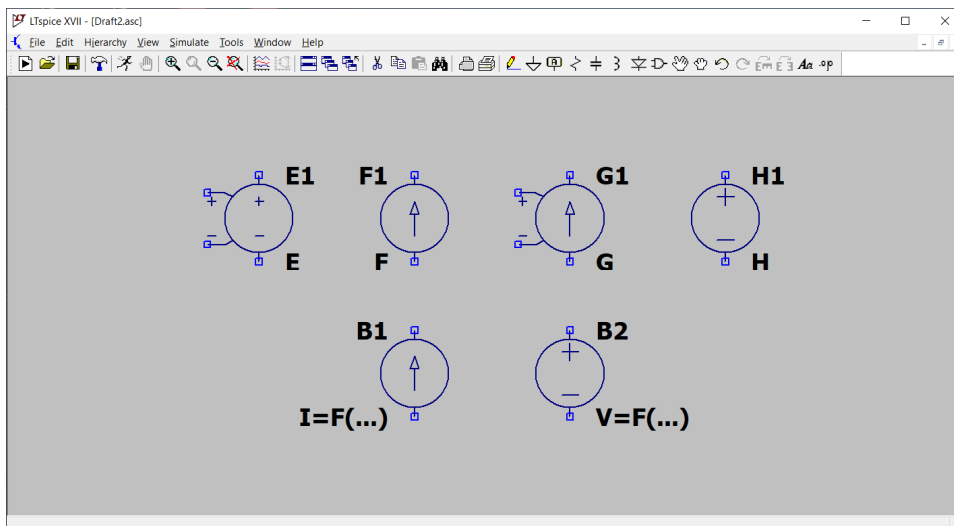
Πρόβλημα

Θεωρώντας τον κόμβο 4 ως κόμβο αναφοράς να βρεθούν τα δυναμικά των κόμβων 1, 2, 3 και η κατανάλωση στην αντίσταση $1/4 \Omega$.



2.4 Εξαρτημένες πηγές

Το LTspice διαθέτει 6 τύπους εξαρτημένων πηγών, τις e, f, g, h, bi, και bv.



Το **εξάρτημα e** υλοποιεί μια πηγή VCVS (voltage-controlled voltage-source), δηλαδή μία πηγή τάσης ελεγχόμενη από τάση. Στα άκρα της πηγής e εμφανίζεται τάση $A_V V_{in}$ όπου A_V το κέρδος τάσης.

Το **εξάρτημα f** υλοποιεί μια πηγή ICIS (current-controlled current-source), δηλαδή μία πηγή ρεύματος ελεγχόμενη από ρεύμα. Το ρεύμα της πηγής f ισούται με $A_i I_{in}$ όπου A_i το κέρδος ρεύματος.

Το **εξάρτημα g** υλοποιεί μια πηγή VCIS (voltage-controlled current-source), δηλαδή μία πηγή ρεύματος ελεγχόμενη από τάση. Το ρεύμα της πηγής g ισούται με $G_m V_{in}$ όπου G_m η διαγωγιμότητα σε A/V .

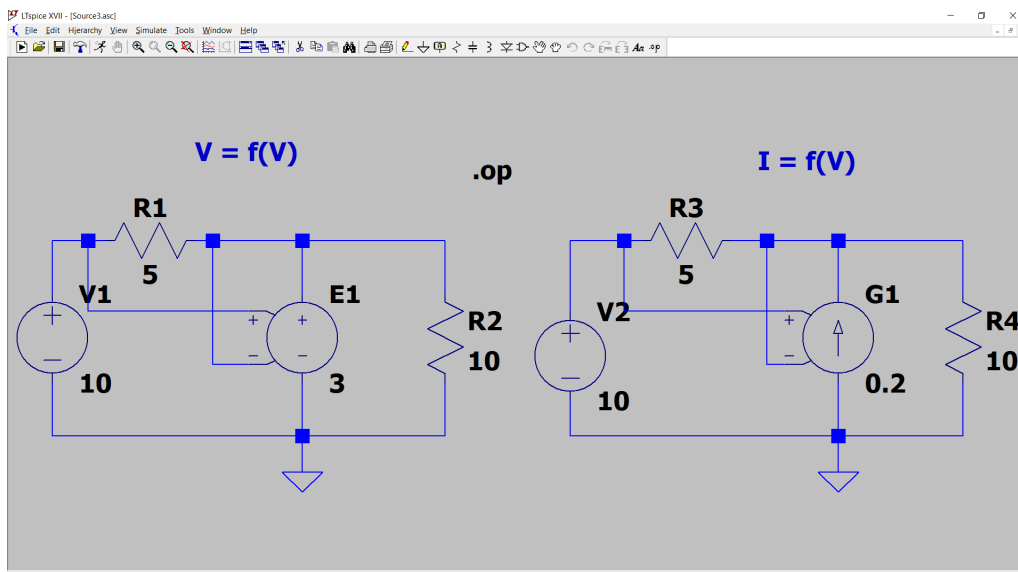
Το **εξάρτημα h** υλοποιεί μια πηγή ICVS (current-controlled voltage-source), δηλαδή μία πηγή τάσης ελεγχόμενη από ρεύμα. Στα άκρα της πηγής h εμφανίζεται τάση $R_m I_{in}$ όπου R_m η διαντίσταση σε V/A .

Το **εξάρτημα bi** είναι μια εξαρτημένη πηγή ρεύματος που δύναται να υλοποιήσει πηγή είτε μια πηγή VCIS ή μια πηγή ICIS.

Τέλος, το **εξάρτημα bn** είναι μια εξαρτημένη πηγή τάσης που δύναται να υλοποιήσει πηγή VCVS καθώς και πηγή ICVS.

Παράδειγμα

Αριστερά στο σχήμα φαίνεται η χρήση της πηγής e σε ένα κύκλωμα. Το κέρδος τάσης καθορίζεται κάνοντας δεξί κλικ πάνω στο εξάρτημα και εισάγοντας την τιμή 3 στο πεδίο *Value*. Δεξιά στο σχήμα έχουμε μια πηγή g με διαγωγιμότητα $0.2 A/V$.



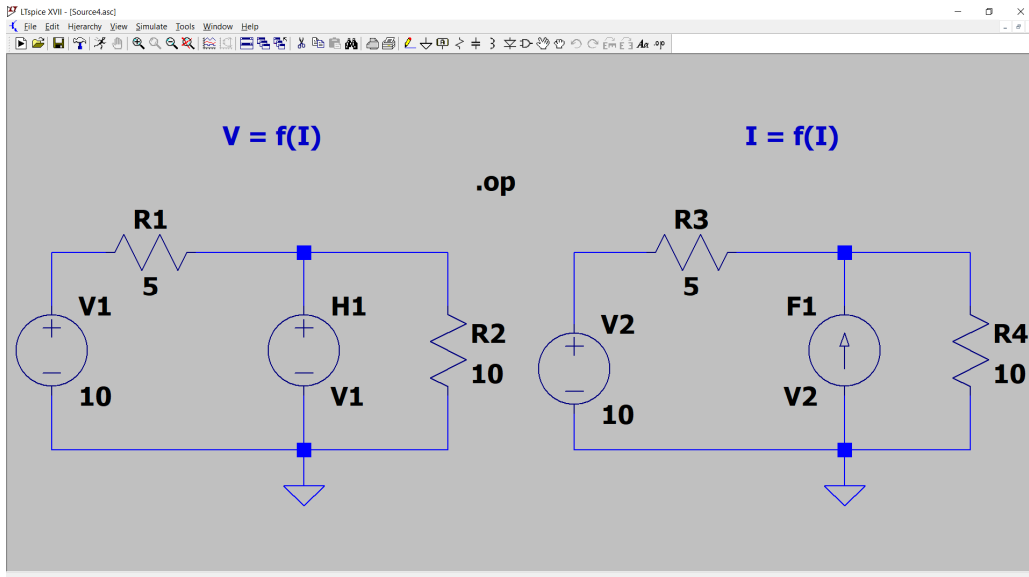
Τρέξτε την εξομοίωση και διαπιστώστε ότι τα εξαρτήματα συμπεριφέρονται πράγματι ως εξαρτημένες πηγές.

Παράδειγμα

Η πηγή h αριστερά στο σχήμα έχει παραμέτρους $Value = V1$ και $Value2 = 10$. Η πρώτη παράμετρος είναι η ανεξάρτητη πηγή από το ρεύμα της οποίας εξαρτάται η τάση στα

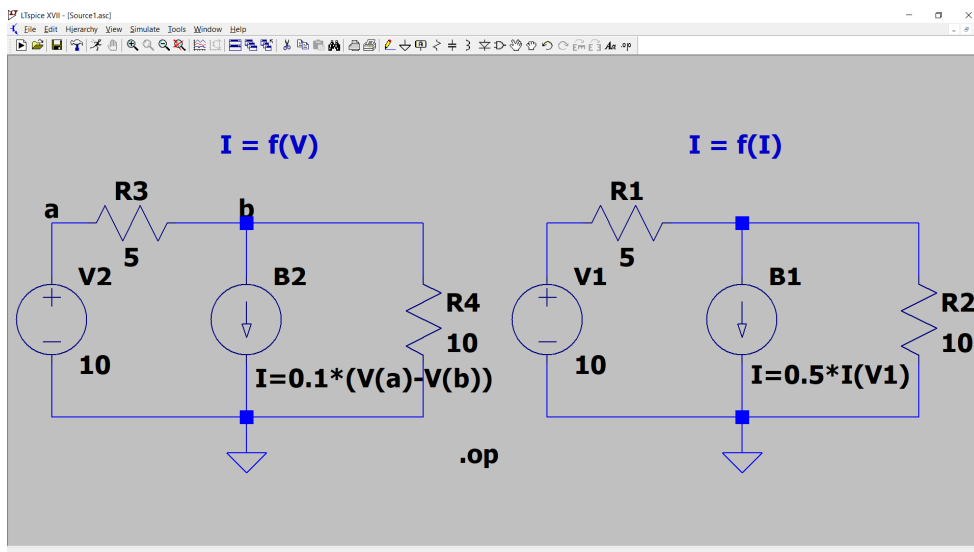
άκρα της πηγής h. Η δεύτερη παράμετρος δηλώνει το βαθμό εξάρτησης δηλαδή την διαντίσταση σε V/A.

Η πηγή f στα δεξιά του σχήματος έχει παραμέτρους $Value = V2$ και $Value2 = 0.1$. Η πρώτη παράμετρος είναι το ρεύμα της ανεξάρτητης πηγής από το οποίο εξαρτάται το ρεύμα της f και η δεύτερη παράμετρος είναι το κέρδος ρεύματος. Τρέξτε την εξομοίωση και διαπιστώστε ότι το κύκλωμα δουλεύει όπως αναμένεται.



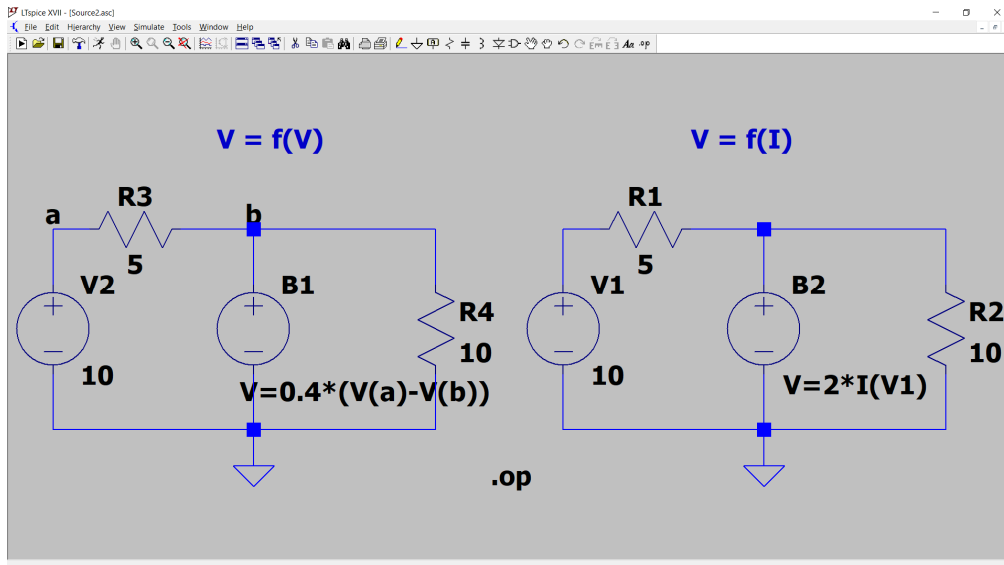
Παράδειγμα

Στα παρακάτω σχήματα φαίνεται οι χρήσεις της πηγής bi (arbitrary behavioral current source) στην υλοποίηση πηγών VCIS και ICIS. Στο κύκλωμα δεξιά είναι προτιμότερο να εκφράσουμε το ρεύμα της πηγής bi ως συνάρτηση του ρεύματος της πηγής V1 παρά της αντίστασης R1, διότι έτσι επιτυγχάνεται μεγαλύτερη ακρίβεια. Η έκφραση εξάρτησης δηλώνεται στο πεδίο *Value*.



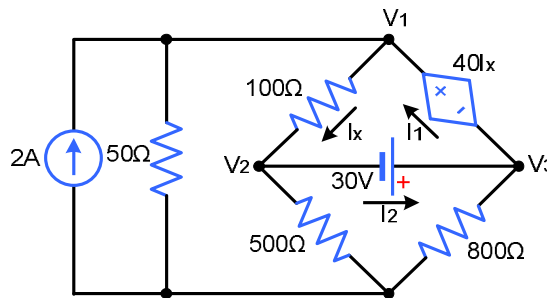
Παράδειγμα

Η χρήση της πηγής *bv* (arbitrary behavioral voltage source) στην υλοποίηση πηγών VCVS και ICVS φαίνεται παρακάτω. Η έκφραση εξάρτησης δηλώνεται στο πεδίο *Value*. Για λόγους ακρίβειας το ρεύμα εξάρτησης είναι προτιμότερο να είναι το ρεύμα διαμέσω μιας ανεξάρτητης πηγής παρά το ρεύμα που διαρρέει ένα παθητικό εξάρτημα.



Πρόβλημα

Να σχεδιαστεί το κύκλωμα, να βρεθούν τα δυναμικά των κόμβων και η κατανάλωση πάνω στην εξαρτημένη πηγή τάσης.

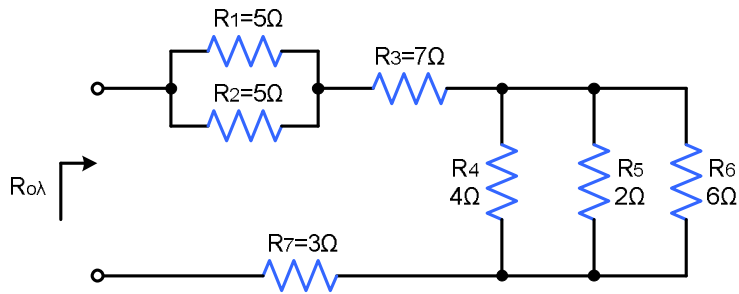


2.5 Υπολογισμός ισοδύναμης αντίστασης σε δύο σημεία του κυκλώματος

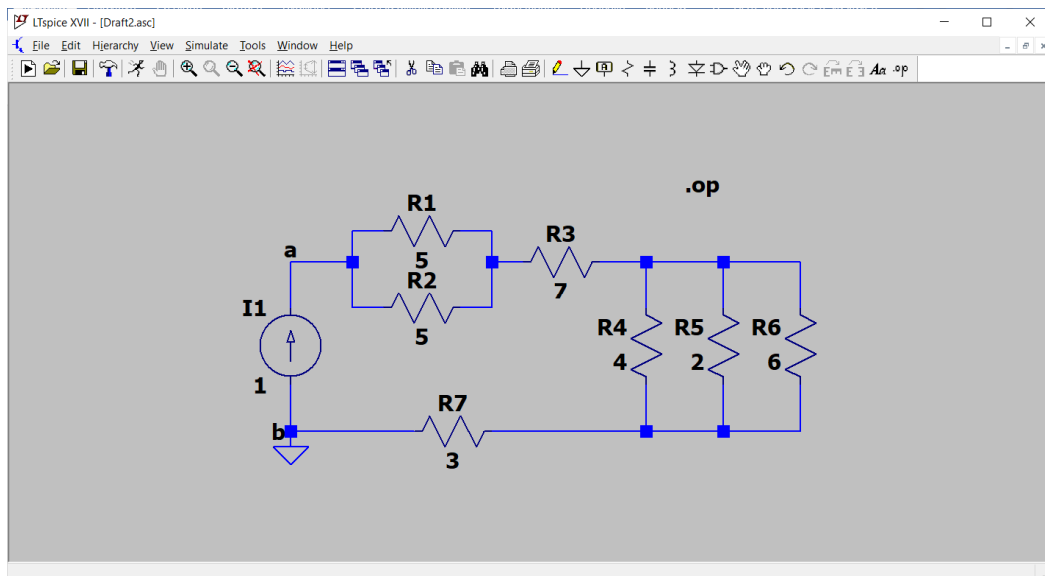
Με το LTspice μπορούμε εύκολα να υπολογίσουμε την ισοδύναμη αντίσταση ενός συνδυασμού αντιστάσεων, καθώς επίσης και την ισοδύναμη αντίσταση σε δύο σημεία ενός παθητικού ή ενεργού κυκλώματος.

Παράδειγμα

Ας υποθέσουμε ότι μας ενδιαφέρει η ισοδύναμη αντίσταση του παρακάτω συνδυασμού αντιστάσεων.



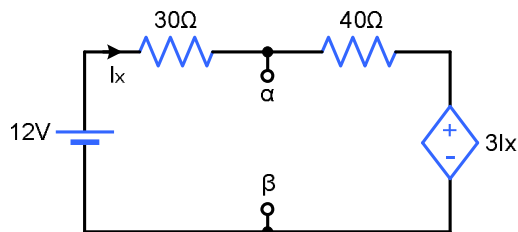
Αν στα άκρα του συνδυασμού συνδέσουμε μία πηγή ρεύματος με τιμή 1 A τότε η τάση στα άκρα της πηγής εκφράζει την ισοδύναμη αντίσταση επειδή $R_{ab} = V_{ab}/1 = V_{ab}$.



Τρέχοντας την εξομοίωση βρίσκουμε $R_{eq} = V(a) = 13.5909 \Omega$. Στο ίδιο αποτέλεσμα θα καταλήγαμε αν στα άκρα a και b συνδέαμε μια πηγή τάσης V1 με τιμή 1 V και υπολογίζαμε το αποτέλεσμα $1/I(V1)$.

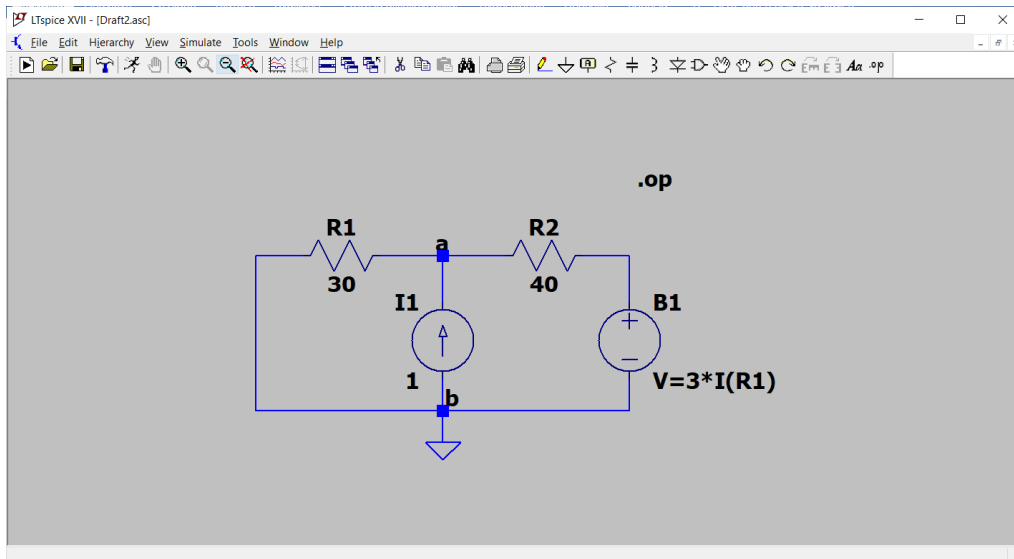
Παράδειγμα

Έστω ότι στο παρακάτω κύκλωμα με ανεξάρτητη και εξαρτημένη πηγή τάσης μας ενδιαφέρει η αντίσταση κατά Thevenin μεταξύ των σημείων a και β.

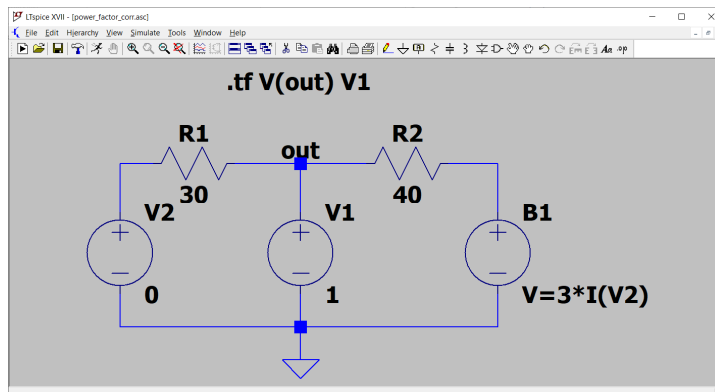


Σύμφωνα με τη διαδικασία, αντικαθιστούμε την ανεξάρτητη πηγή τάσης με βραχυκύκλωμα και συνδέουμε μια πηγή ρεύματος με τιμή 1 A μεταξύ των σημείων a και β. Η εξαρτημένη πηγή τάσης υλοποιείται με τη βοήθεια του εξαρτήματος bn.

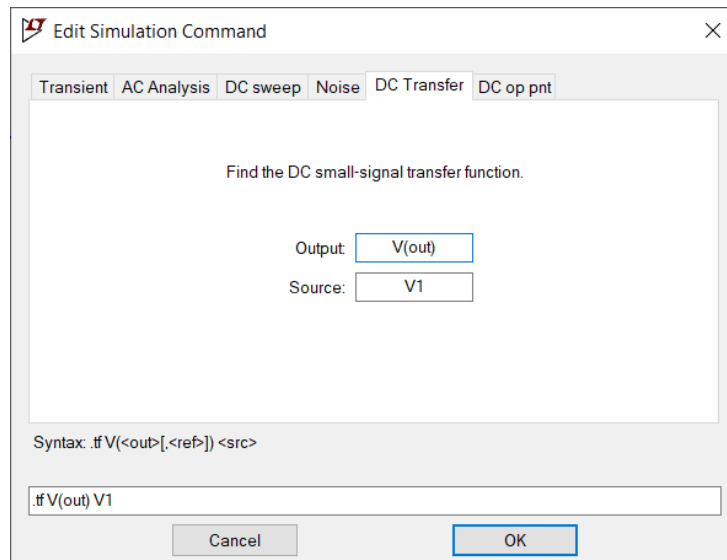
Τρέχουμε την εξομοίωση και από το δυναμικό V(a) βρίσκουμε ότι η ισοδύναμη αντίσταση Thevenin είναι ίση με 17.91 Ω.



Ένας διαφορετικός τρόπος υπολογισμού της αντίστασης στα άκρα της πηγής προκύπτει με τη χρήση της ανάλυσης *DC Transfer* που θα βρούμε από το μενού *Simulate > Edit Simulation Cmd*. Στο κύκλωμα εισάγουμε την πηγή V1 με αυθαίρετη τιμή 1 V. Επίσης εισάγουμε την πηγή V2 με εικονική τιμή 0 V. Το ρεύμα της πηγής V2 αποτελεί αναφορά για την εξαρτημένη πηγή B1. Ως τελευταία κίνηση πρέπει να δηλώσουμε κάποιον κόμβο του κυκλώματος ως έξοδο. Αυτό είναι μεν απαραίτητο αλλά δεν είναι κρίσιμο στην ανάλυση μας. Δηλώνουμε ως έξοδο τον θετικό ακροδέκτη της πηγής.



Δηλώνουμε τις παραμέτρους της ανάλυσης *DC Transfer* όπως παρακάτω και πατάμε OK. Τρέχοντας την εξομοίωση εμφανίζεται ένα νέο παράθυρο με τα αποτελέσματα που κατά σειρά είναι το κέρδος ως το σημείο εξόδου (*transfer_function*), η αντίσταση εισόδου (*input_impedance*) και η αντίσταση εξόδου (*output_impedance*). Από αυτά μας ενδιαφέρει μόνο η αντίσταση εισόδου που είναι 17.91 Ω.

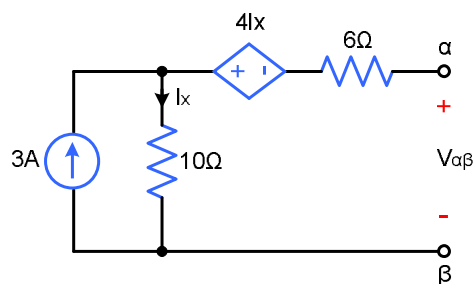


2.1 Βηματική αλλαγή μιας παραμέτρου

Πολύ συχνά προκύπτει η ανάγκη για τη βηματική μεταβολή μιας παραμέτρου που δύναται να λαμβάνει ένα εύρος τιμών. Η μεταβολή μπορεί να γίνει μέσω της εντολής *.step* δηλώνοντας την παράμετρο που μας ενδιαφέρει μέσω αγκυλών { }. Θα δούμε πως αυτό λειτουργεί με ένα παράδειγμα.

Παράδειγμα

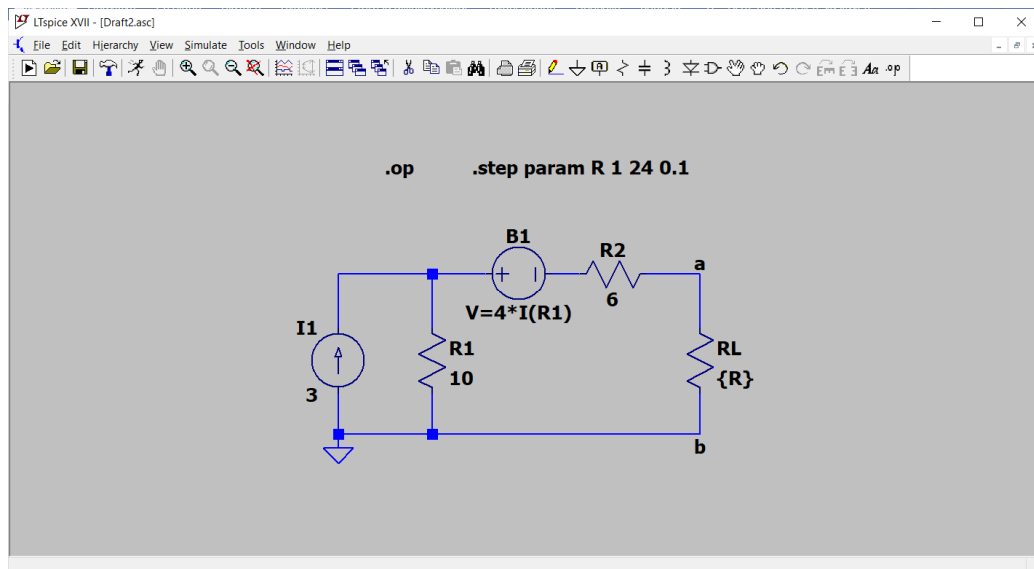
Έστω ότι στο παρακάτω κύκλωμα ενδιαφέρει η τιμή του φορτίου για την οποία μεγιστοποιείται η μεταφορά ισχύος από την ανεξάρτητη πηγή ρεύματος προς το φορτίο που θα συνδεθεί μεταξύ των σημείων α και β.



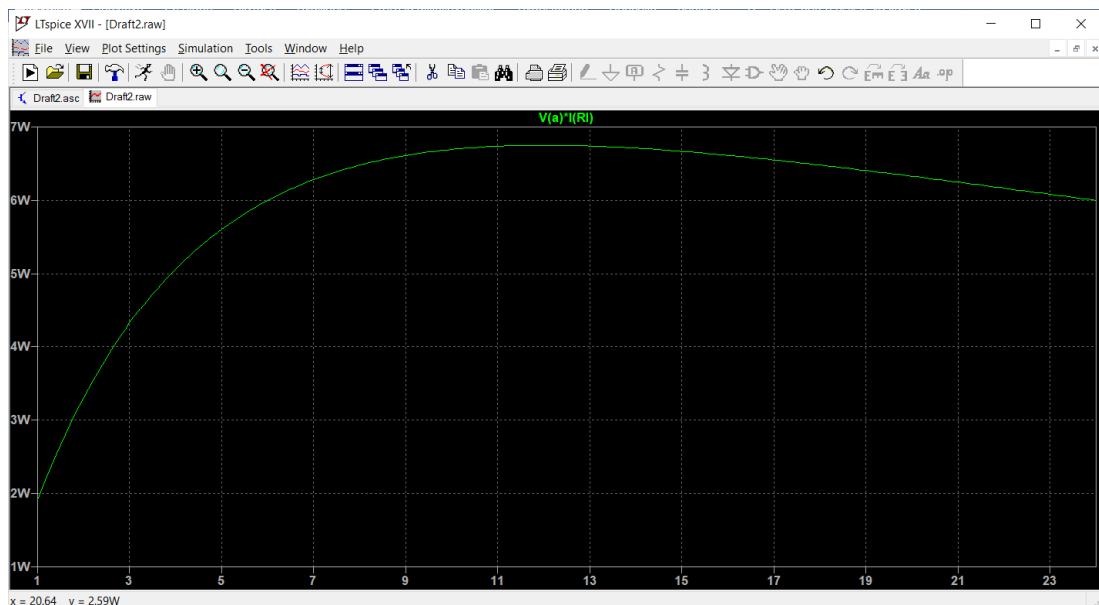
Για να λύσουμε το πρόβλημα σχεδιάζουμε το παρακάτω κύκλωμα. Αντί για συγκεκριμένη τιμή αντίστασης στο φορτίο RL θέτουμε {R}. Αυτό σημαίνει ότι η αντίσταση RL θα είναι η παράμετρος του κυκλώματος. Για να καθορίσουμε τα όρια τιμών της παραμέτρου και τον τρόπο μεταβολής της προσθέτουμε την εντολή

`.step param R 1 24 0.1`

Η εντολή δηλώνει ότι η αντίσταση κυμαίνεται από 1 ως 24 Ω, αλλάζει με βήμα 0.1 Ω και συνεπώς η DC ανάλυση του κυκλώματος θα εκτελεστεί $24/0.1 = 240$ φορές.



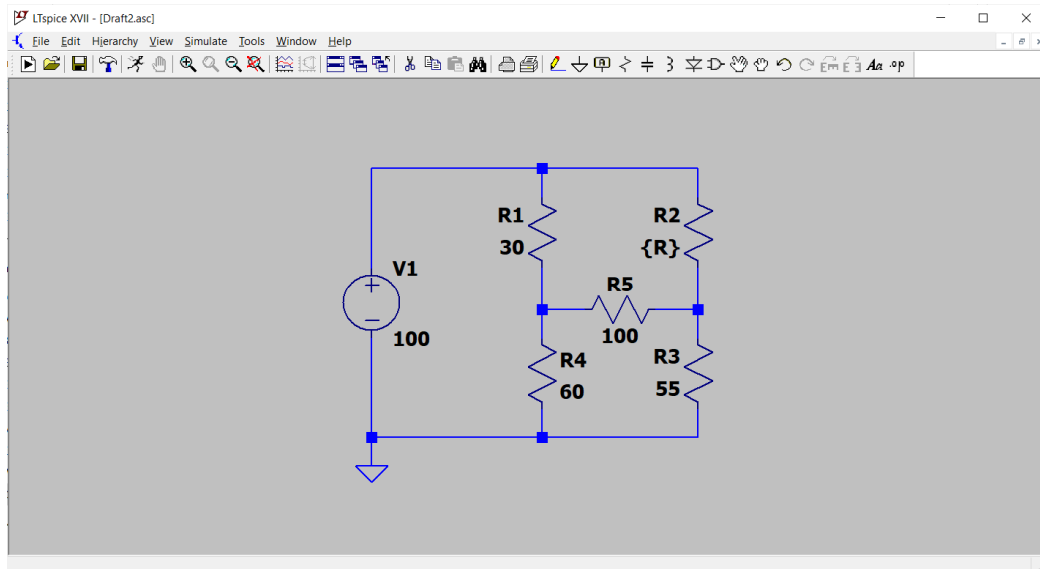
Τρέχοντας την εξομοίωση εμφανίζεται ένα παράθυρο όπου μπορούμε να σχεδιάσουμε το αποτέλεσμα που μας ενδιαφέρει, στην προκειμένη περίπτωση την ισχύ πάνω στην αντίσταση RL . Κάνουμε δεξί κλικ πάνω στο γράφημα, στη συνέχεια *Add Traces* και στο πεδίο *Expression to add* γράφουμε $V(a)*I(R1)$.



Κάνοντας αριστερό κλικ πάνω στην έκφραση $V(a)*I(R1)$ του γραφήματος εμφανίζεται ένας κέρσορας μαζί με έναν πίνακα των τιμών x, y του σημείου όπου βρίσκεται ο κέρσορας. Εύκολα διαπιστώνουμε ότι η μέγιστη ισχύς ισούται με 6.75 W και προκύπτει για τιμή φορτίου 12 Ω.

Πρόβλημα

Βρείτε για ποια τιμή της αντίστασης $R2$ η γέφυρα τίθεται σε ισορροπία.



3. AC ανάλυση

3.1 Τα παθητικά στοιχεία και οι πηγές στο εναλλασσόμενο ρεύμα

Για ημιτονοειδές ρεύμα κυκλικής συχνότητας ω η συμπεριφορά της ωμικής αντίστασης δεν αλλάζει, ενώ το πηνίο και ο πυκνωτής εμφανίζουν αντίδραση

$$jX_L = j\omega L \quad -jX_C = \frac{-j}{\omega C}$$

Η αντίδραση του πηνίου αυξάνει με τη συχνότητα και στο DC είναι μηδέν (βραχυκύκλωμα). Η αντίδραση του πυκνωτή ελαττώνεται με τη συχνότητα και στο DC είναι άπειρη (ανοιχτό κύκλωμα). Επειδή η αντίδραση προκύπτει ως το πηλίκο τάσης και ρεύματος, είναι φανερό ότι το ρεύμα στο πηνίο έπεται της τάσης κατά 90° , ενώ στον πυκνωτή προηγείται της τάσης κατά 90° . Η ύπαρξη πηνίων και πυκνωτών σε ένα κύκλωμα καθιστά την τάση και το ρεύμα του κλάδου μη συμφασικά μεγέθη.

Οι πηγές τάσης και ρεύματος έχουν τις γενικές εκφράσεις:

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi) \quad i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta)$$

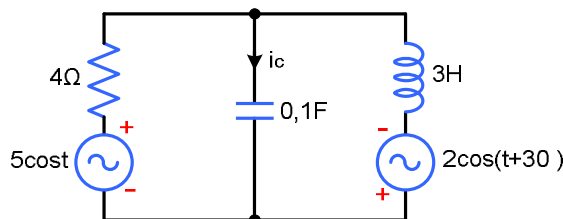
όπου V_m , I_m η μέγιστη τιμή και φ , θ η αρχική διαφορά φάσης για $t = 0$. Για να περιγράψουμε μια AC πηγή στο LTspice χρειάζεται να δώσουμε τις τιμές πλάτους και αρχικής φάσης. Η τιμή της συχνότητας καθορίζεται ως παράμετρος της AC ανάλυσης.

3.2 Ανάλυση κυκλωμάτων με ημιτονοειδή διέγερση μιας συχνότητας

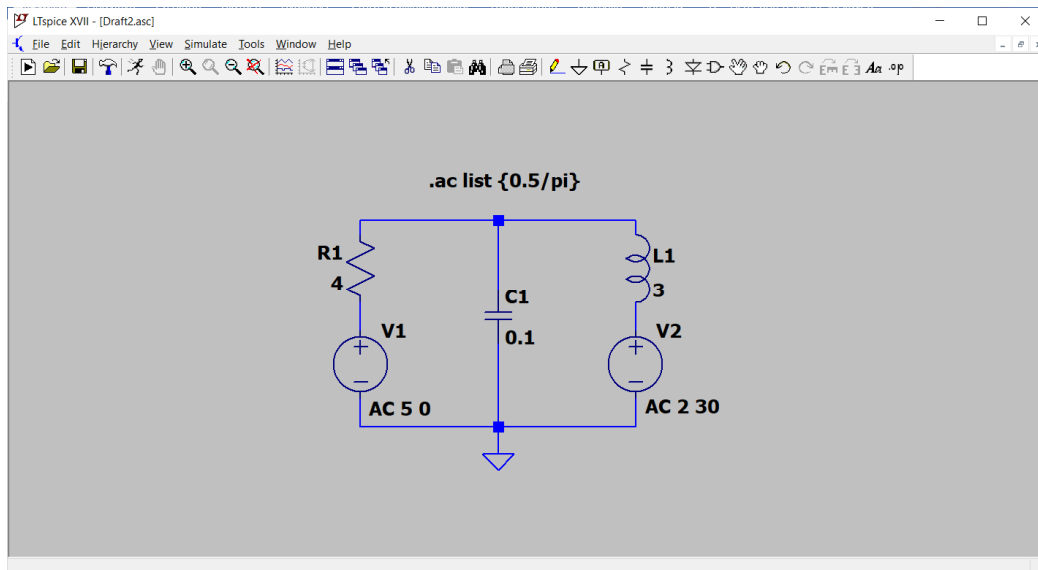
Αν το κύκλωμα διεγείρεται από πηγή (ή πηγές) με συχνότητα ω rad/s η ανάλυση του γίνεται όπως στο παράδειγμα που ακολουθεί.

Παράδειγμα

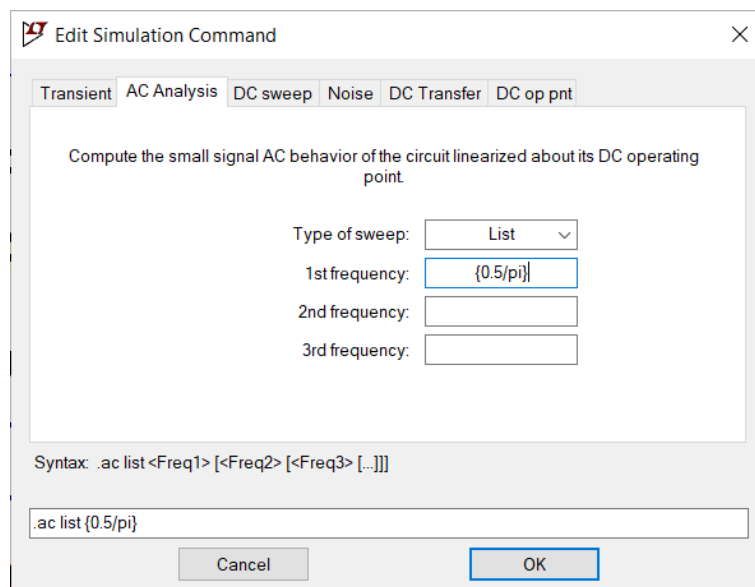
Έστω ότι στο παρακάτω κύκλωμα επιθυμούμε να γνωρίζουμε το ρεύμα που διαρρέει τον πυκνωτή.



Σχεδιάζουμε το κύκλωμα και ρυθμίζουμε τα στοιχεία των πηγών κάνοντας δεξί κλικ πάνω τους και στη συνέχεια επιλέγοντας *Advanced*.



Στη συνέχεια από το μενού *Simulate > Edit Simulation Cmd* επιλέγουμε *AC Analysis*. Στο πεδίο *Type of sweep* επιλέγουμε *List*. Είναι $\omega = 1$ rad/s όμως το LTspice δέχεται ως παράμετρο τη συχνότητα $f = 1/(2\pi) = 0.5/\pi$ Hz την οποία και εισάγουμε στο πεδίο *1st frequency*.



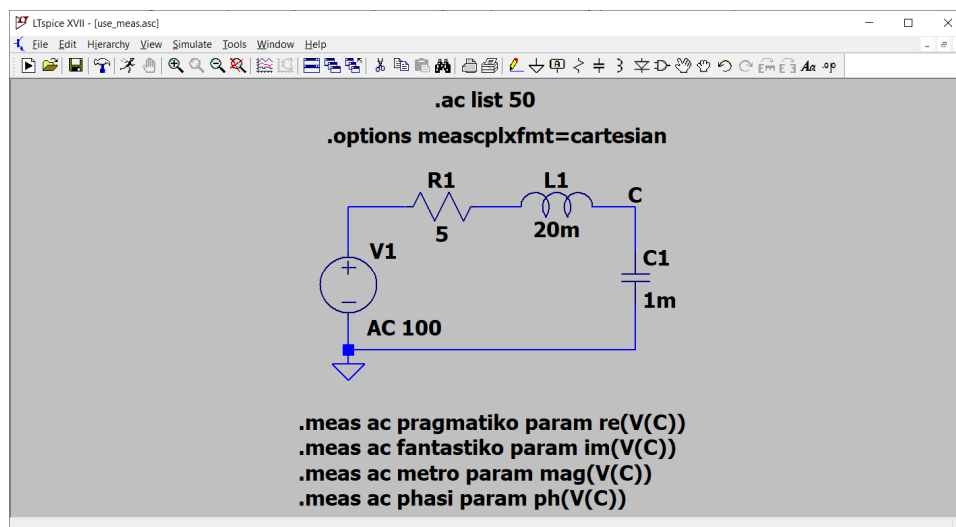
Αν τρέξουμε την εξομοίωση πατώντας *Run* προκύπτει ο παρακάτω πίνακας αποτελεσμάτων με τα δυναμικών των κόμβων και τα ρεύματα των κλάδων.

frequency:	0.159155	Hz		
V(n002):	mag: 5	phase: 2.54444e-015°	voltage	
V(n001):	mag: 4.92747	phase: 22.9842°	voltage	
V(n003):	mag: 2	phase: 30°	voltage	
I(C1):	mag: 0.492747	phase: 112.984°	device_current	
I(L1):	mag: 0.98419	phase: -71.7427°	device_current	
I(R1):	mag: 0.494788	phase: -76.4499°	device_current	
I(V2):	mag: 0.98419	phase: -71.7427°	device_current	
I(V1):	mag: 0.494788	phase: 103.55°	device_current	

Όπως φαίνεται το ζητούμενο ρεύμα είναι $I(C1) = 0.493 \angle 113^\circ$. Στο πεδίο του χρόνου μπορούμε να γράψουμε την ισοδύναμη έκφραση $i_c(t) = 0.493\cos(t + 113^\circ)$.

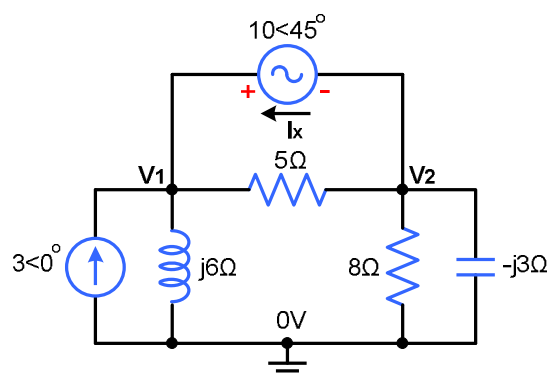
Παράδειγμα

Οι συναρτήσεις re , im , mag , ph σε συνδυασμό με την εντολή `.meas` μας επιτρέπουν να μετρήσουμε το πραγματικό μέρος, το φανταστικό μέρος, το μέτρο και τη φάση ενός μιγαδικού αριθμού. Στο κύκλωμα μας πρέπει να ενσωματώσουμε την εντολή `.options meascplxfmt=cartesian` για τη μετατροπή της πολικής μορφής των αποτελεσμάτων σε καρτεσιανή. Τα αποτελέσματα που έχουν καταχωρηθεί στις μεταβλητές `pragmatiko`, `fantastiko`, `metro`, `phasi` που έχουμε ορίσει μπορούμε να τα δούμε με `Ctrl + L`.



Πρόβλημα

Για το παρακάτω κύκλωμα να βρεθούν τα δυναμικά των κόμβων V_1 και V_2 .



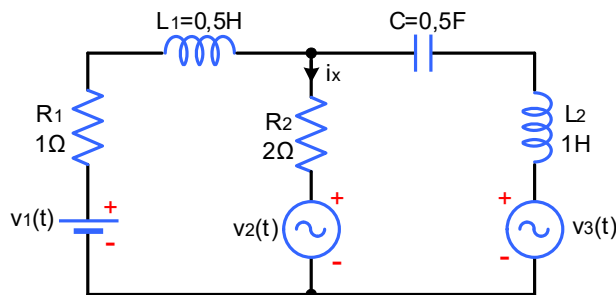
3.3 Ανάλυση κυκλωμάτων με ημιτονοειδείς διεγέρσεις διαφορετικών συχνοτήτων

Στην περίπτωση που στο κύκλωμα υπάρχουν ημιτονοειδείς πηγές με διαφορετικές συχνότητες, τότε εφαρμόζουμε επαλληλία. Στη συνέχεια αθροίζουμε τα επιμέρους

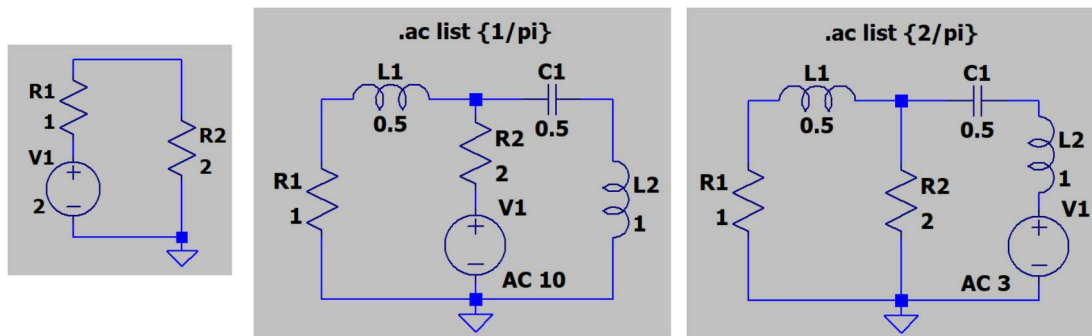
αποτελέσματα που προκύπτουν στο πεδίο του χρόνου. Το παράδειγμα που ακολουθεί δείχνει τον τρόπο που εργαζόμαστε.

Παράδειγμα

Με εφαρμογή του θεωρήματος της υπέρθεσης να υπολογιστεί το ρεύμα i_x αν $V_1 = 2\text{ V}$, $v_1(t) = 10\cos 2t$, $v_2(t) = 3\cos 4t$.



Θα σχεδιάσουμε τρία διαφορετικά κυκλώματα στο καθένα από τα οποία λειτουργεί μόνο μία πηγή τάσης. Οι υπόλοιπες πηγές αντικαθίστανται με βραχυκύκλωμα. Στη DC ανάλυση τα πηνία αντικαθίστανται με βραχυκύκλωμα και ο πυκνωτής με ανοιχτό κύκλωμα.



Τα αποτελέσματα είναι: 0.67 A , $4.38 < 165^\circ\text{ A}$, $0.44 < -46^\circ$ αντίστοιχα. Το συνολικό ρεύμα στο πεδίο του χρόνου γράφεται ως

$$i_x(t) = 0.67 + 4.38\cos(2t + 165^\circ) + 0.44\cos(4t - 46^\circ)$$

3.4 Ισχύς στο εναλλασσόμενο ρεύμα

Στο ημιτονοειδές εναλλασσόμενο ρεύμα η ισχύς διακρίνεται σε ενεργό και άεργο. Η ενεργός ισχύς P αναλώνεται στις αντιστάσεις ή μετατρέπεται σε μηχανική ισχύ και θεωρείται χρήσιμη. Η άεργος ισχύς Q συντηρεί το μαγνητικό πεδίο στα πηνία και το ηλεκτρικό πεδίο στους πυκνωτές και θεωρείται άσκοπη δαπάνη ενέργειας. Η συνολική ισχύς που παρέχει μία πηγή ονομάζεται φαινόμενη ισχύς. Αν φ η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος σε έναν κλάδο ισχύουν οι σχέσεις:

$$P = VI\cos\varphi \quad Q = VI\sin\varphi \quad S = VI = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Ο λόγος της ενεργού ισχύος προς τη φαινόμενη ισχύ ονομάζεται συντελεστής ισχύος και είναι ένα μέτρο της άσκοπης δαπάνης ενέργειας. Ιδανικά θα θέλαμε $\cos\varphi = 1$.

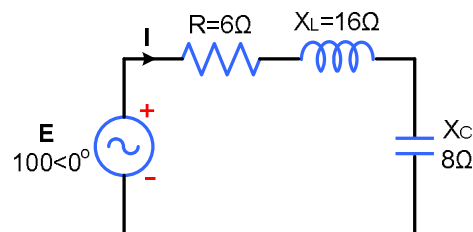
$$\cos\varphi = \frac{P}{S}$$

Στο πεδίο της συχνότητας, όπου εργαζόμαστε με στρεφόμενα διανύσματα, ορίζουμε τη μιγαδική ισχύ ως

$$S = VI^* = P + jQ = S < \varphi$$

Παράδειγμα

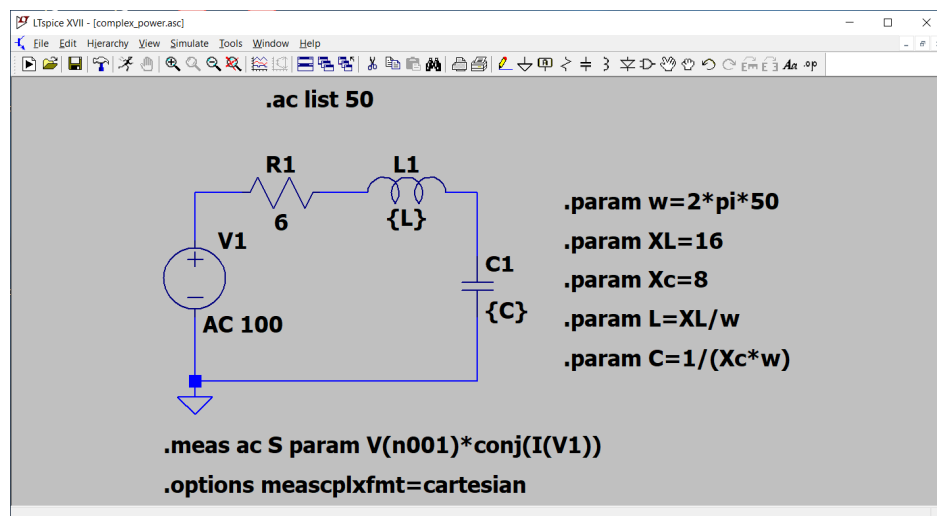
Να υπολογιστεί η ισχύς που παρέχεται από την πηγή τάσης στο κύκλωμα αν η συχνότητα της είναι 50 Hz.



Στο περιβάλλον του LTspice ο υπολογισμός της μιγαδικής ισχύος σε έναν κλάδο μπορεί να γίνει με τη βοήθεια της εντολής `.meas`. Αρχικά σχεδιάζουμε το κύκλωμα δηλώνοντας τις διάφορες παραμέτρους μέσω εντολών `.param`. Ο υπολογισμός της μιγαδικής ισχύος της πηγής γίνεται με την εντολή

```
.meas ac S param V(n001)*conj(I(V1))
```

Η μαθηματική συνάρτηση `conj` υπολογίζει τον συζυγή μιγαδικό μιας μιγαδικής παράστασης. Η επόμενη εντολή `.options meascplxfmt=cartesian` χρησιμεύει στο να εμφανιστεί το αποτέλεσμα σε καρτεσιανή μορφή, ώστε να μπορούμε εύκολα να διακρίνουμε το ενεργό και το άεργο τμήμα της συνολικής ισχύος.



Τρέχουμε την εξομοίωση πατώντας *Run*. Το αποτέλεσμα της μέτρησης μπορούμε να το δούμε με *Ctrl + L* από όπου φαίνεται ότι $P = -600 \text{ W}$ και $Q = -800 \text{ VAR}$. Το αρνητικό πρόσημο σημαίνει ότι η πηγή παρέχει στο κύκλωμα τόσο ενεργό όσο και άεργο ισχύ. Ως παραλλαγή, δοκιμάστε να τρέξετε την εξομοίωση αλλάζοντας τις τιμές των αντιδράσεων σε $X_L = 8 \Omega$ και $X_C = 16 \Omega$.



```
SPICE Error Log: C:\Users\loutr\OneDrive\Εγγραφα\LTspiceXVII\mine\complex_power.log
Circuit: * C:\Users\loutr\OneDrive\Εγγραφα\LTspiceXVII\mine\complex_power.asc
s: v(n001)*conj(i(v1))=(-600.028,-799.904)
Date: Mon Jul 13 21:55:38 2020
Total elapsed time: 0.148 seconds.
```

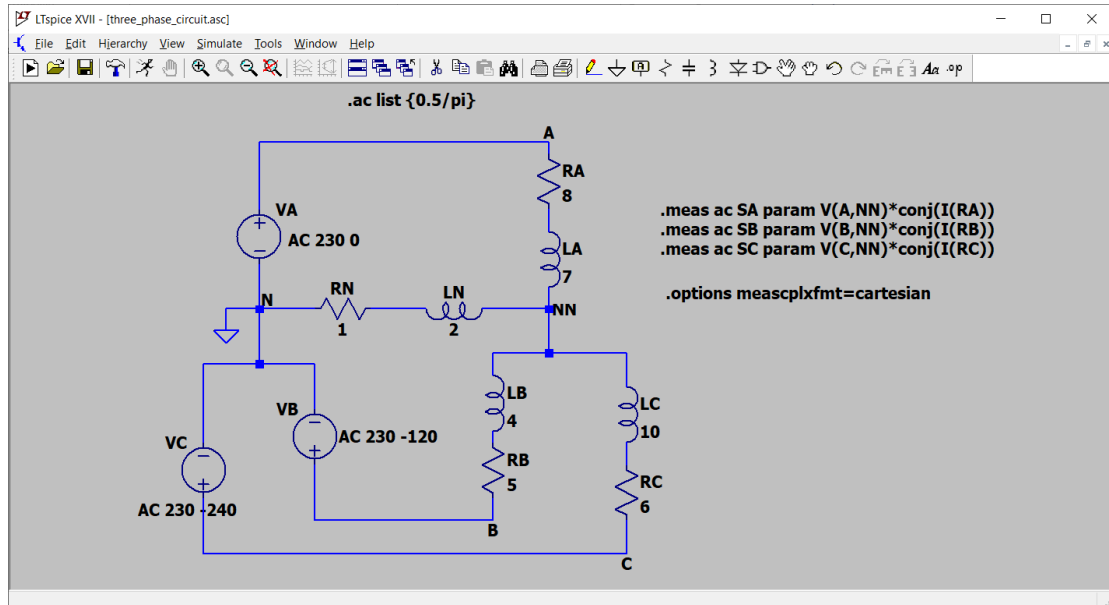
3.5 Ανάλυση τριφασικών συστημάτων

Η ανάλυση των τριφασικών συστημάτων δεν διαφέρει από την ανάλυση των μονοφασικών συστημάτων. Το πλεονέκτημα με το LTspice είναι ότι μπορούμε να λάβουμε εύκολα απαντήσεις σε μη συμμετρικά τριφασικά κυκλώματα.

Παράδειγμα

Θεωρούμε ένα ασύμμετρο τριφασικό σύστημα Y-Y με φασική τάση 230 V, φορτία στις φάσεις $Z_A = 8+j7 \Omega$, $Z_B = 5+j4 \Omega$, $Z_C = 6+j10 \Omega$ και σύνθετη αντίσταση ουδέτερου αγωγού $Z_N = 1+j2 \Omega$. Ενδιαφέρουν τα ρεύματα γραμμής και η ενεργός και άεργος ισχύς που καταναλώνεται στα φασικά φορτία.

Σχεδιάζουμε το τριφασικό κύκλωμα και ονομάζουμε τους κόμβους με το εργαλείο *Label Net*. Την ονομασία των πηγών σε V_A , V_B , V_C καθώς και των λοιπών στοιχείων μπορούμε να την κάνουμε πατώντας το πλήκτρο *Ctrl* και στη συνέχεια κάνοντας δεξί κλικ πάνω από το εξάρτημα. Η ονομασία που επιθυμούμε δηλώνεται στο πεδίο *InstName*. Υποθέτουμε αυθαίρετα ότι $\omega = 1 \text{ rad/s}$ οπότε $X_L = L$.



Τρέχοντας την εξομοίωση βρίσκουμε τα ρεύματα γραμμής

$$I(RA) = 21,2 < -37^\circ \text{ A}$$

$$I(RB) = 34,3 < -162^\circ \text{ A}$$

$$I(RC) = 21,1 < 60^\circ \text{ A}$$

Για να υπολογίσουμε τη μιγαδική ισχύ που καταναλώνεται σε κάθε φάση προσθέτουμε στο σχήμα τις τρεις εντολές *.meas* και τη δήλωση μετατροπής σε καρτεσιανή έκφραση. Τρέχουμε ξανά την εξομοίωση και με *Ctrl + L* βλέπουμε το διαμοιρασμό της ισχύος σε κάθε φάση. Η ασυμμετρία του κυκλώματος είναι φανερή.

The screenshot shows the SPICE Error Log window with the following output:

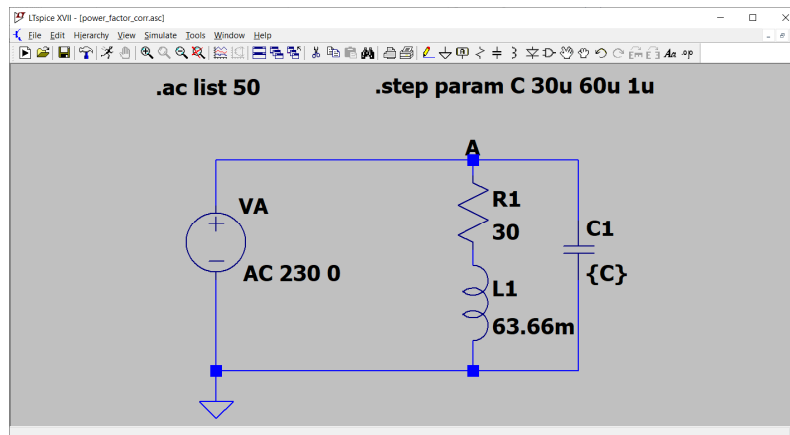
```
SPICE Error Log: C:\Users\loutr\OneDrive\Εγγραφα\LTspiceXVII\mine\three_phase_circuit.log
Circuit: * C:\Users\loutr\OneDrive\Εγγραφα\LTspiceXVII\mine\three_phase_circuit.as ^
sa: v(a,nn)*conj(i(ra))=(3595.87,3145.99)
sb: v(b,nn)*conj(i(rb))=(5872.1,4696.74)
sc: v(c,nn)*conj(i(rc))=(2672.06,4452.69)
```

Σημείωση: Αν το ρεύμα σε κάποια αντίσταση προκύπτει με διαφορετική φάση περιστρέψτε το στοιχείο κατά 180° .

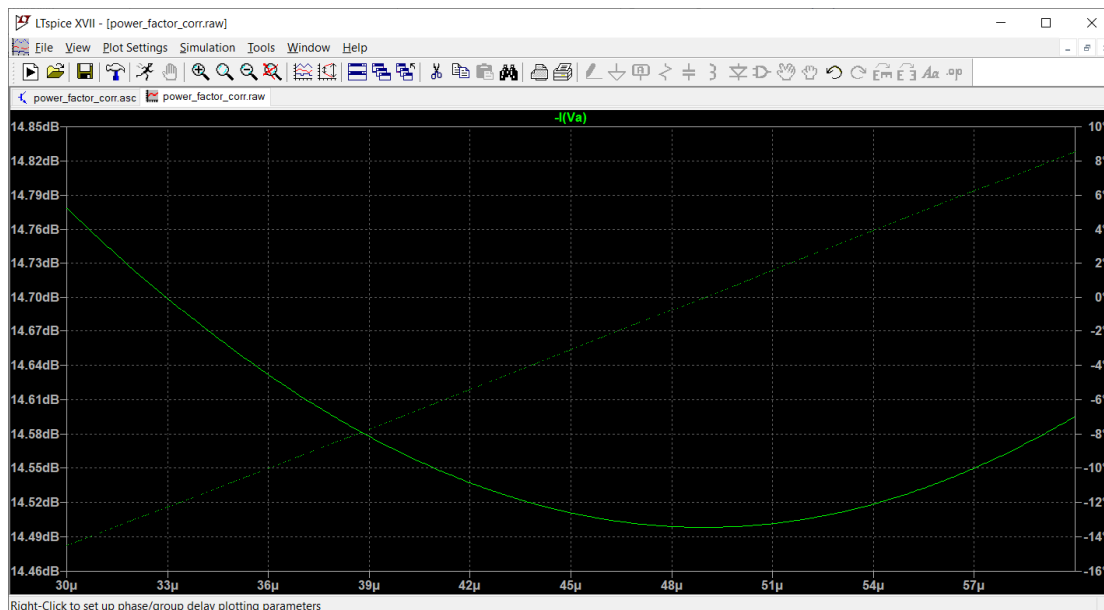
Παράδειγμα

Ένα συμμετρικό τριφασικό σύστημα Y-Y έχει φασική τάση 230 V με συχνότητα 50 Hz και φορτίο ανά φάση $30+j20 \Omega$. Να υπολογιστεί η τιμή της χωρητικότητας ανά φάση έτσι ώστε ο συντελεστής ισχύος να γίνει ίσος με μονάδα.

Η αυτεπαγωγή ανά φάση υπολογίζεται ως $L = 20/(100\pi) = 63.66 \text{ mH}$. Επειδή το σύστημα είναι συμμετρικό σχεδιάζουμε το μονοφασικό του ισοδύναμο προσθέτοντας έναν πυκνωτή παράλληλα με το φορτίο. Η χωρητικότητα του πυκνωτή δηλώνεται ως παράμετρος και με την εντολή *.step* μεταβάλλεται από 30 μF ως 60 μF με βήμα 1 μF .



Τρέχουμε την εξομοίωση και σχεδιάζουμε το ρεύμα $-I(VA)$. Το αρνητικό πρόσημο χρειάζεται επειδή το LTspice υποθέτει ως θετική φορά για το ρεύμα από το + στο -. Στην αριστερή κλίμακα διαβάζουμε το πλάτος σε dB (συνεχής γραμμή) και στη δεξιά κλίμακα τη φάση σε μοίρες (διακεκομμένη γραμμή). Με τη βοήθεια του κέρσορα βρίσκουμε ότι η τιμή της χωρητικότητας που οδηγεί σε διαφορά φάσης 0° είναι $C = 49 \mu\text{F}$. Για μεγαλύτερες τιμές της χωρητικότητας ο χαρακτήρας του κυκλώματος γίνεται χωρητικός, δηλαδή το ρεύμα προηγείται της τάσης.



4. Μεταβατική ανάλυση

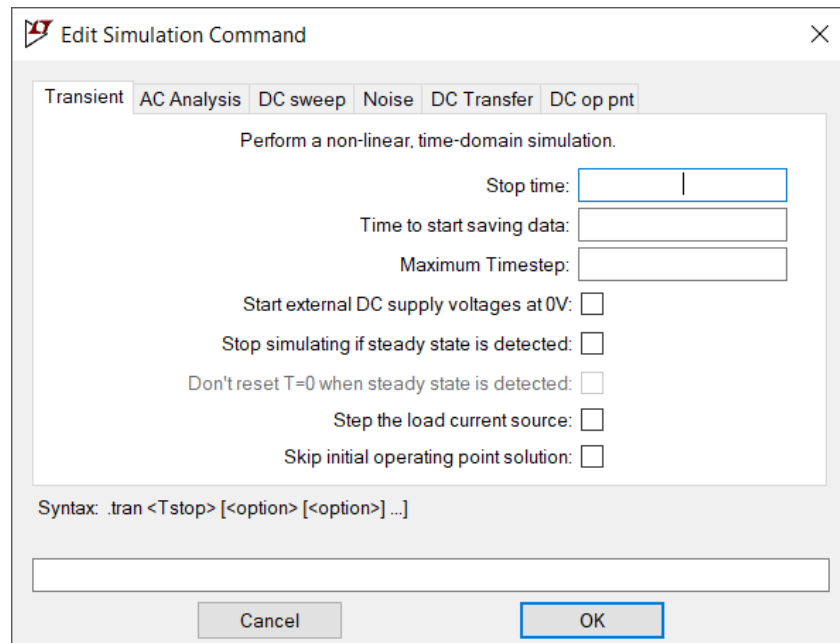
4.1 Το μενού Transient

Με τη μεταβατική ανάλυση μπορούμε να δούμε την εξέλιξη μιας κυματομορφής – ρεύματος ή τάσης– με το χρόνο. Η μεταβατική ανάλυση ενεργοποιείται από το μενού *Edit Simulation Cmd* επιλέγοντας *Transient*. Στο μενού που εμφανίζεται είναι υποχρεωτικό να συμπληρώσουμε το πεδίο *Stop time*. Όλα τα άλλα πεδία είναι προαιρετικά.

Στο πεδίο *Time to start saving data* θέτουμε τη χρονική στιγμή από την οποία ξεκινά η απεικόνιση των κυματομορφών στην οθόνη.

Στο *Maximum Timestep* καθορίζεται ένα επιθυμητό σταθερό βήμα, διαφορετικά το πρόγραμμα επιλέγει αυτόματα το βήμα, το οποίο μπορεί να είναι μεταβλητό.

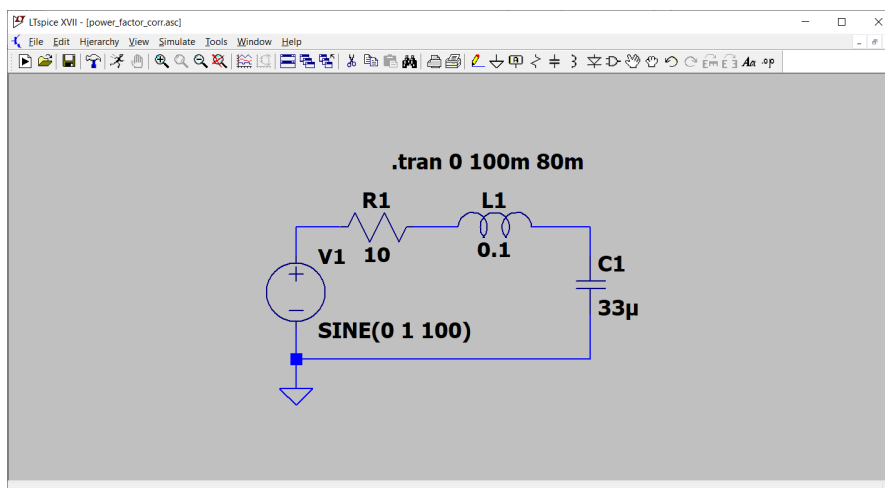
Μπορούμε επίσης να επιλέξουμε οι πηγές κατά την εκκίνηση να είναι 0 V και να παραλείψουμε την εύρεση αρχικού σημείου λειτουργίας.



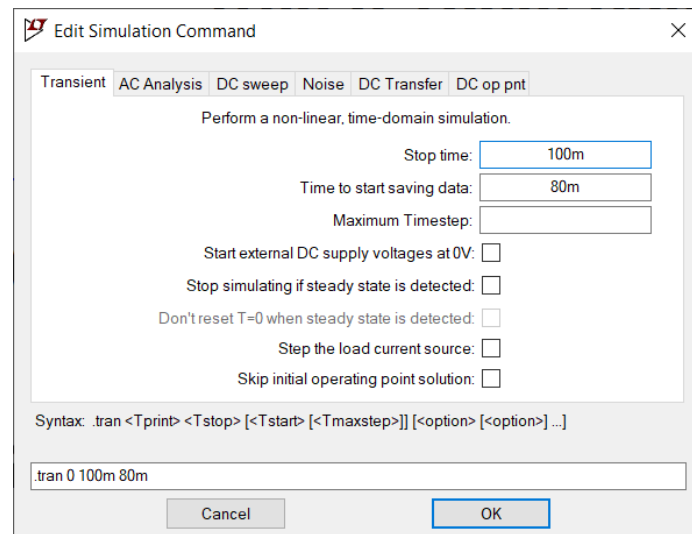
Παράδειγμα

Θα σχεδιάσουμε την τάση εισόδου και το ρεύμα σε ένα κύκλωμα RLC σειράς με στοιχεία $R = 10 \Omega$, $L = 0.1 \text{ H}$, $C = 33 \mu\text{F}$. Στη συνέχεια θα υπολογίσουμε τη διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος.

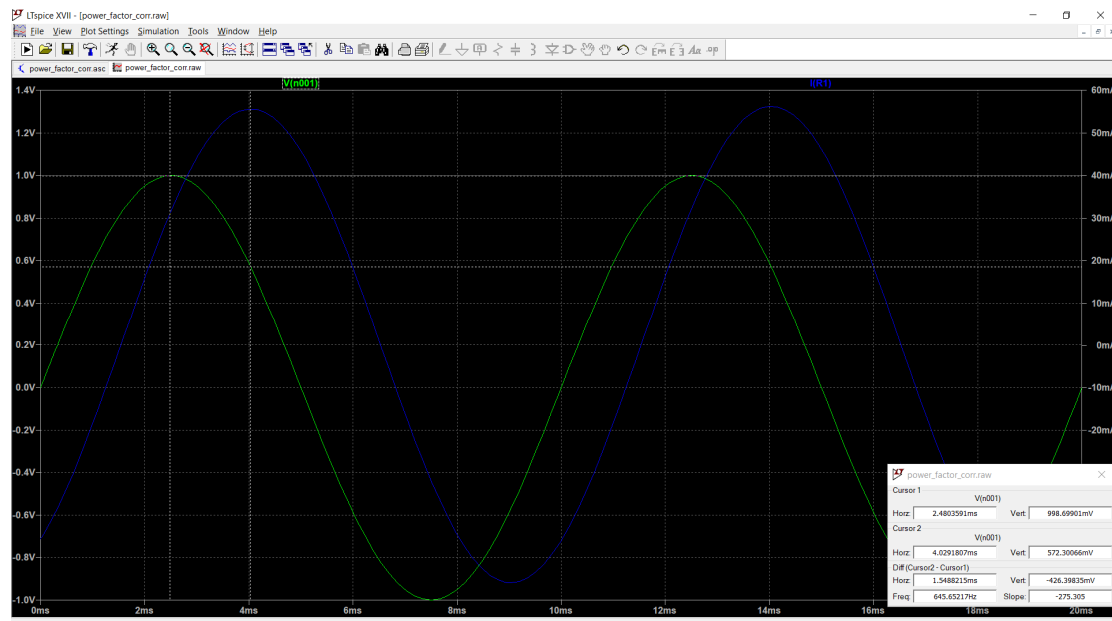
Το κύκλωμα είναι όπως παρακάτω. Η ημιτονοειδής πηγή έχει πλάτος 1 V και συχνότητα 100 Hz.



Οι παράμετροι της εξομοίωσης ρυθμίζονται όπως παρακάτω. Ο λόγος που αφήνουμε αρκετό χρόνο να τρέξει η εξομοίωση είναι για να μην έχει επίδραση το μεταβατικό φαινόμενο.

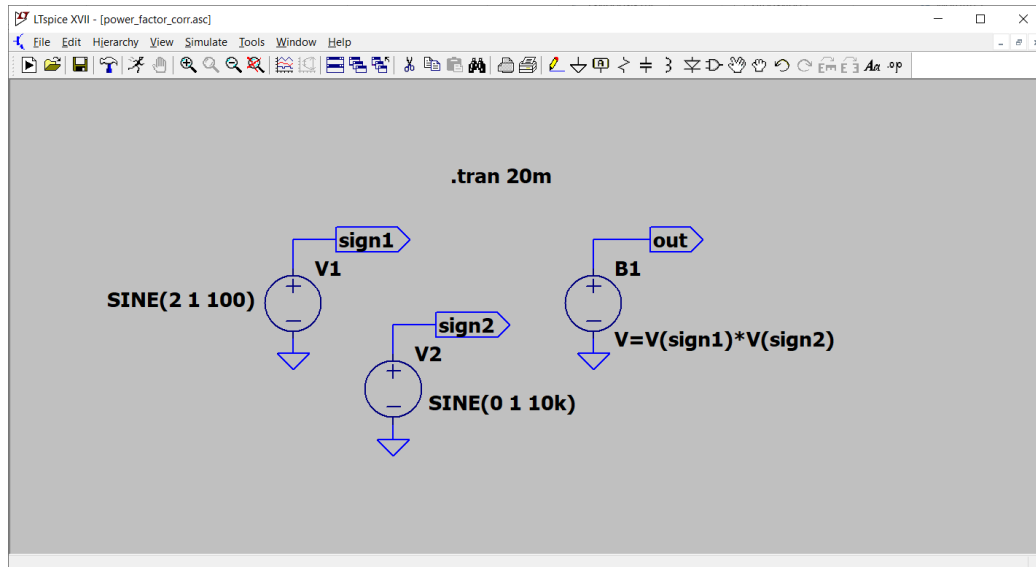


Τρέχουμε την εξομοίωση και σχεδιάζουμε την τάση και το ρεύμα της πηγής. Παρατηρούμε ότι το ρεύμα έπεται της τάσης, επομένως το κύκλωμα εμφανίζει συνολικά επαγωγικό χαρακτήρα. Κάνοντας μια φορά κλικ πάνω στη λεζάντα V(n001) εμφανίζεται ο πρώτος κέρσορας. Κάνουμε και δεύτερη φορά κλικ στη V(n001) για να εμφανίσουμε έναν ακόμη κέρσορα. Τοποθετούμε τους κέρσορες στο μέγιστο των τιμών των δύο κυματομορφών και από το σχετικό παράθυρο διαβάζουμε τη χρονική διαφορά μεταξύ τους ως $\Delta t = 1.5488 \text{ ms}$. Η χρονική διαφορά μεταφράζεται σε διαφορά φάσης $\Delta\phi = \omega\Delta t = 200\pi \cdot 1.5488 \cdot 10^{-3} = 0.973 \text{ rad} = 55.7^\circ$. Το αποτέλεσμα μπορεί να επιβεβαιωθεί εκτελώντας AC ανάλυση του κυκλώματος.

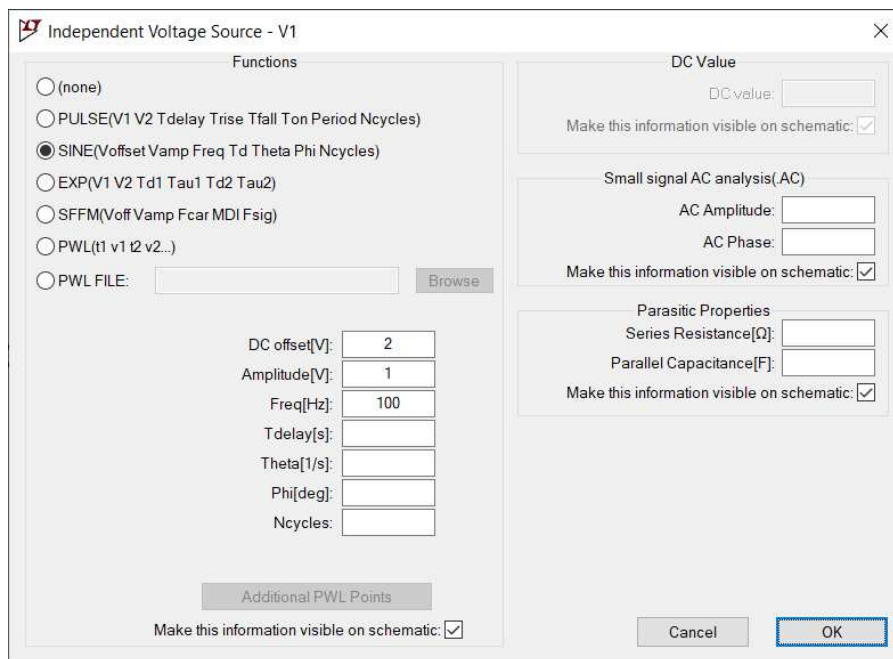


Παράδειγμα

Ο πολλαπλασιασμός ενός σήματος χαμηλής συχνότητας με ένα σήμα υψηλής συχνότητας παράγει ένα υψίσυχο σήμα διαμορφωμένο κατά πλάτος. Έστω ότι θέλουμε να απεικονίσουμε το σήμα $v(t) = (2 + \cos 200\pi t) \cdot \cos 20000\pi t$. Το κύκλωμα που το επιτυγχάνει είναι το παρακάτω.

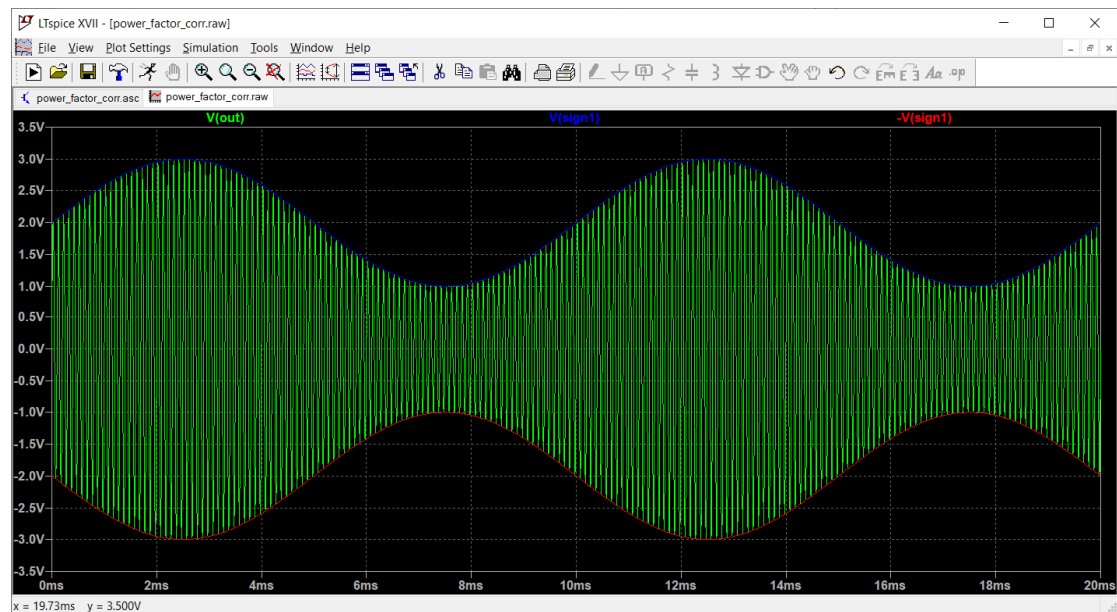


Κάνοντας δεξί κλικ στην πηγή V1 και επιλέγοντας *Advance > SINE* ρυθμίζουμε τις παραμέτρους της όπως στο παρακάτω παράθυρο. Για την πηγή V2 συμπληρώνουμε τις παραμέτρους αναλόγως.



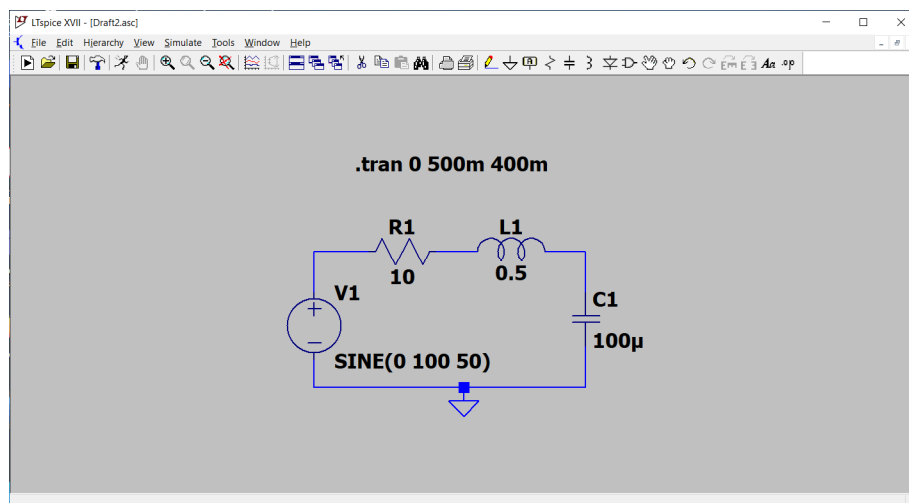
Για ευκολία στην αναφορά, με το εργαλείο *Label Net* τοποθετούμε δύο κόμβους εξόδου sign1 και sign2. Για τον πολλαπλασιασμό των σημάτων χρησιμοποιούμε το εξάρτημα bn (arbitrary behavioral voltage source). Στη συνέχεια από το μενού *Simulate > Edit Simulation Cmd* επιλέγουμε *Transient* και θέτουμε ως χρόνο εξομοίωσης τα 20 ms (δύο περίοδοι του σήματος χαμηλής συχνότητας). Τρέχοντας την εξομοίωση και πατώντας πάνω στον κόμβο out παράγεται το παρακάτω γράφημα. Για να δώσουμε έμφαση στη

διαμόρφωση του πλάτους του υψίσυχνου σήματος από το σήμα χαμηλής συχνότητας έχουμε επιπλέον σχεδιάσει τις περιβάλλουσες $V(\text{sign1})$ και $-V(\text{sign1})$.

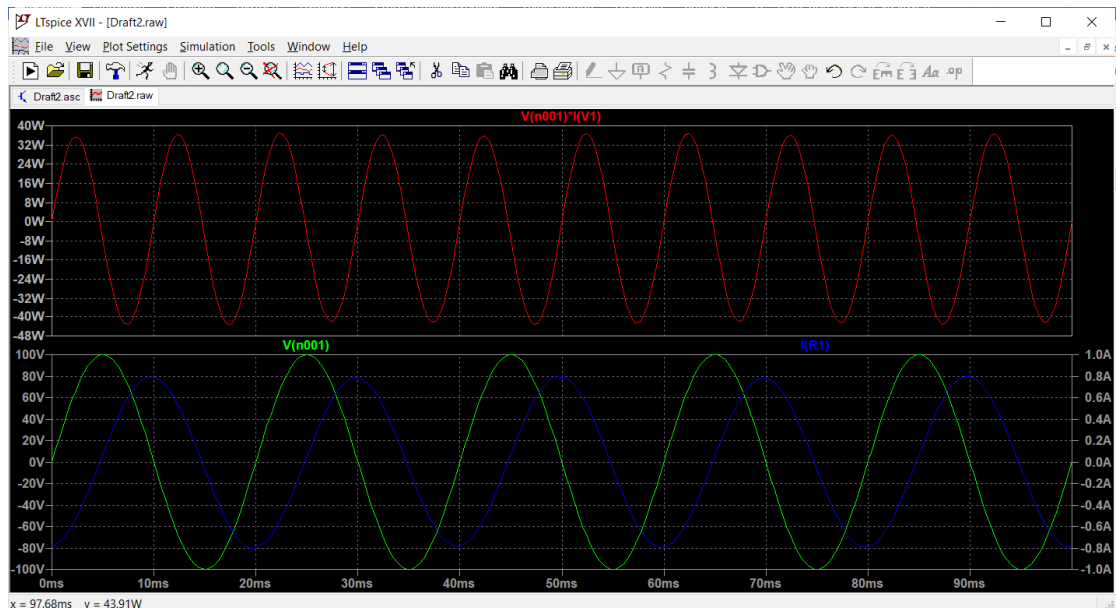


Παράδειγμα

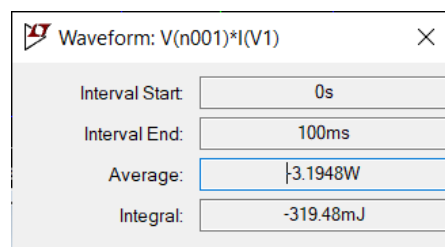
Θα σχεδιάσουμε την τάση και το ρεύμα στα άκρα της πηγής καθώς και τη στιγμιαία ισχύ που παρέχει. Στη συνέχεια θα υπολογίσουμε την ενεργό ισχύ και τη μέση τιμή της ενέργειας. Τρέχουμε την εξομοίωση *Transient* για συνολικά 500 ms αφήνοντας τα πρώτα 400 ms ώστε να σβήσει το μεταβατικό φαινόμενο.



Σε ένα παράθυρο σχεδιάζουμε την τάση και το ρεύμα της πηγής. Στην συνέχεια κάνουμε δεξί κλικ πάνω στο γράφημα και *Add Plot Pane*. Στο νέο γράφημα που εμφανίζεται κάνουμε δεξί κλικ και *Add Traces*. Στο πεδίο *Expression to add* γράφουμε $V(\text{n001}) * I(\text{V1})$.



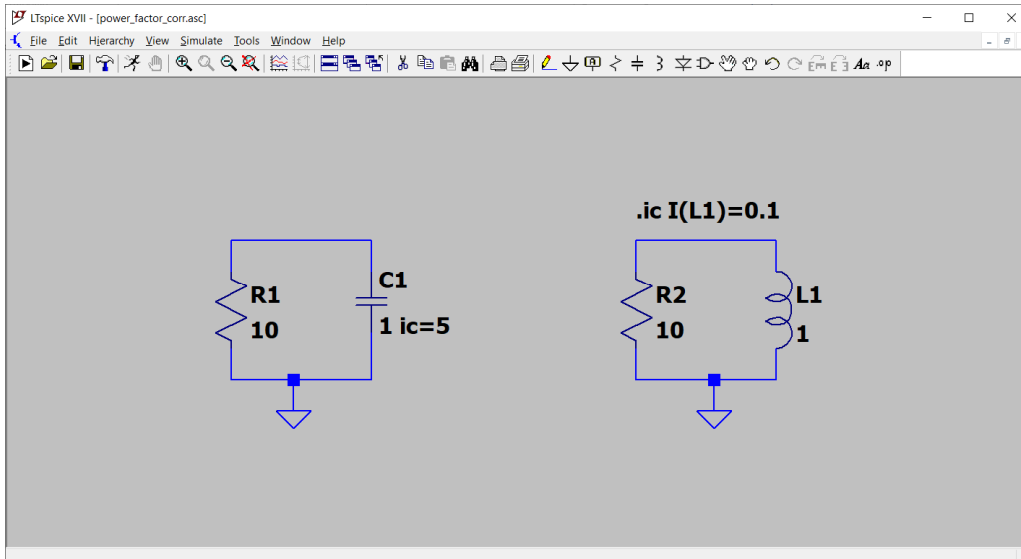
Το LTspice μπορεί να κάνει ολοκλήρωση της κυματομορφής και να υπολογίσει τη μέση τιμή της ισχύος και την ενέργεια. Κρατώντας πατημένο το πλήκτρο Ctrl και κάνοντας κλικ πάνω στη λεζάντα $V(n001)*I(V1)$ εμφανίζεται ο παρακάτω πίνακας τιμών.



4.2 Μελέτη της μεταβατικής συμπεριφοράς κυκλωμάτων 1^{ης} τάξης

Τα κυκλώματα 1^{ης} τάξης έχουν ένα στοιχείο στο οποίο αποθηκεύεται ενέργεια, πηνίο ή πυκνωτή. Ένα κύκλωμα με δύο πυκνωτές ή δύο πηνία, μπορεί να θεωρηθεί πρώτης τάξης αν οι αρχικές συνθήκες των στοιχείων δεν είναι ανεξάρτητες. Αυτό συμβαίνει όταν οι πυκνωτές βρίσκονται στον ίδιο βρόχο ή όταν τα πηνία καταλήγουν στον ίδιο κόμβο.

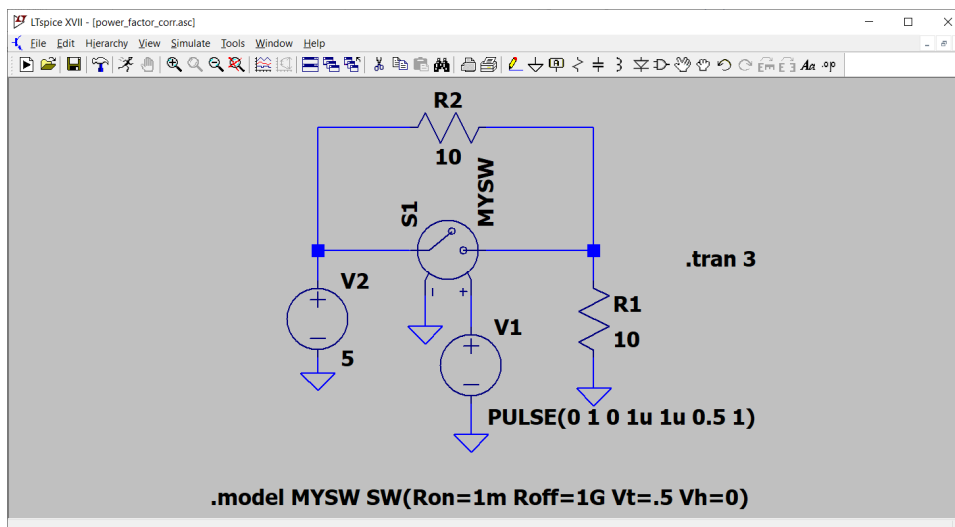
Ένα βασικό θέμα στη μελέτη της μεταβατικής συμπεριφοράς των ηλεκτρικών κυκλωμάτων είναι η εύρεση των αρχικών συνθηκών. Αυτές είναι η αρχική τάση στους πυκνωτές και το αρχικό ρεύμα στα πηνία. Στα παρακάτω κυκλώματα φαίνεται ο τρόπος με τον οποίο δηλώνονται οι αρχικές συνθήκες σε ένα μη οδηγούμενο κύκλωμα RC και ένα μη οδηγούμενο κύκλωμα RL αντίστοιχα. Στον πυκνωτή η αρχική συνθήκη $v(0) = 5\text{ V}$ δηλώνεται δίπλα από την τιμή του. Στο πηνίο η αρχική συνθήκη $i(0) = 0.1\text{ A}$ δηλώνεται με ξεχωριστή εντολή. Για τον πυκνωτή θα μπορούσαμε επίσης να δηλώσουμε την αρχική συνθήκη γράφοντας $.ic\ V(n001)=5$.



Ένα άλλο σημαντικό ζήτημα είναι η χρήση διακοπών. Το LTspice δεν διαθέτει διακόπτες που να ελέγχονται από την παράμετρο του χρόνου αλλά από την τάση. Με τη βοήθεια του παρακάτω παραδείγματος θα δείξουμε τη χρήση ενός διακόπτη ελεγχόμενου από τάση.

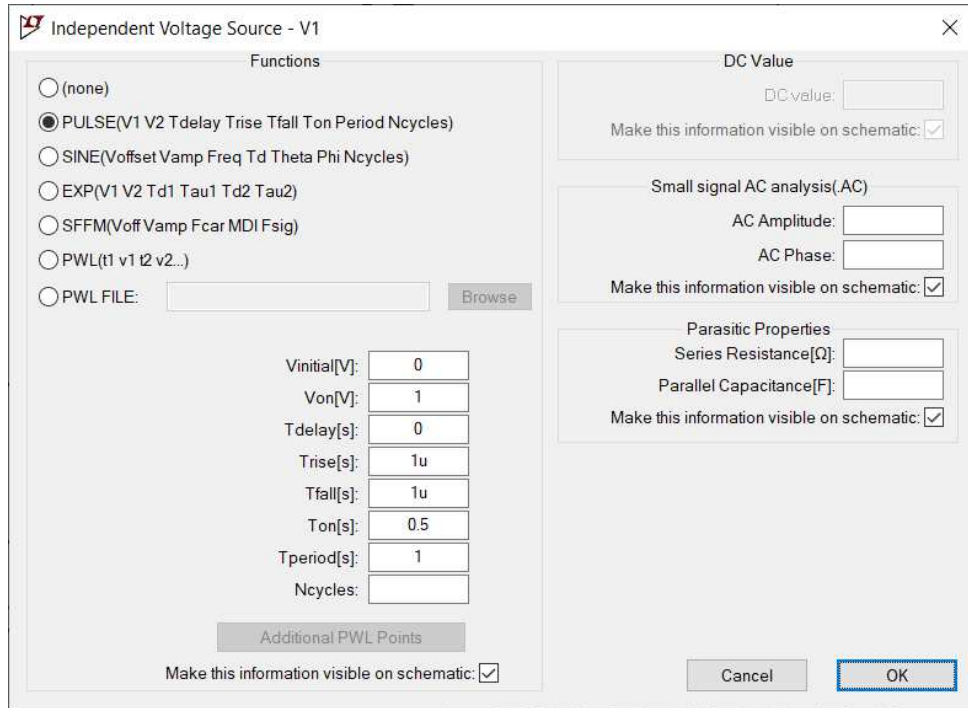
Παράδειγμα

Για τον διακόπτη (εξάρτημα *sw* από *Component*) χρειαζόμαστε μια ονομασία (MYSW) και ένα μοντέλο που να περιγράφει τη συμπεριφορά του. Η αντίσταση στη θέση ON και OFF καθορίζεται σε 1 mΩ και 1 GΩ αντίστοιχα. Το κατώφλι μετάβασης από τη θέση OFF στη θέση ON ορίζεται σε 0.5 V. Η παράμετρος Vh (υστέρηση) όταν έχει τιμή διαφορετική από 0 δημιουργεί μια πιο ομαλή μετάβαση από το ON στο OFF.

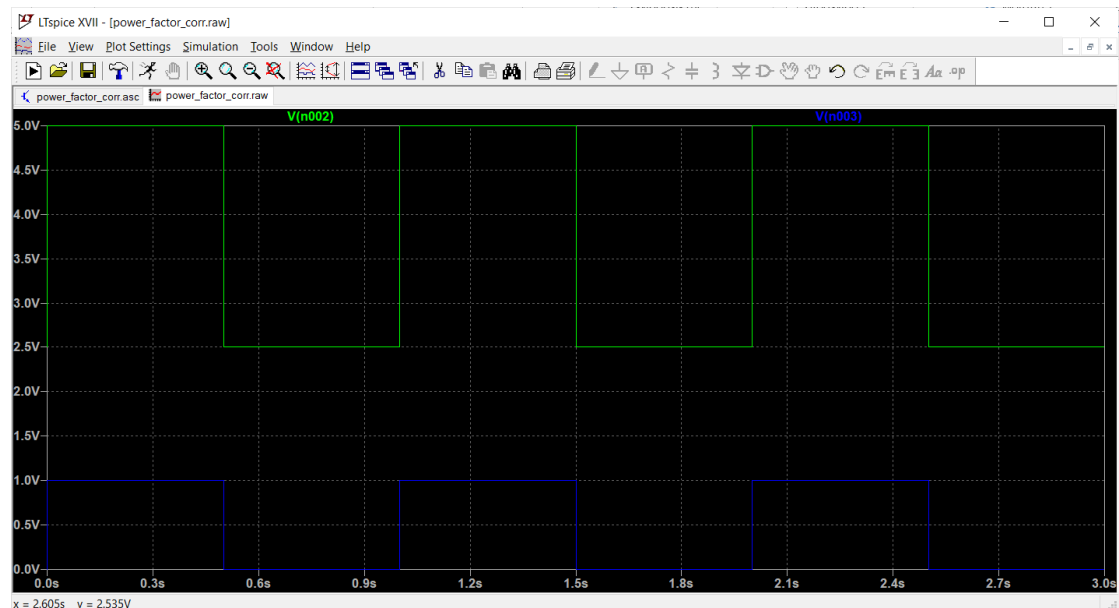


Το επόμενο που έχουμε να κάνουμε είναι να δημιουργήσουμε μια πηγή ελέγχου (πηγή V1 στο σχήμα). Κάνουμε δεξί κλικ πάνω στο εξάρτημα και από το *Advance* επιλέγουμε *PULSE*. Ρυθμίζουμε τις παραμέτρους όπως στο παρακάτω παράθυρο. Η αρχική τάση

$V_{initial}$ θεωρείται ίση με 0 V ενώ η κατάσταση V_{on} θεωρείται ίση με 1 V. Η παράμετρος T_{on} καθορίζει για πόσο χρονικό διάστημα η παλμική κυματομορφή θα βρίσκεται στη θέση ON, ενώ η παράμετρος T_{period} την περίοδο της κυματομορφής. Με ισομοιρασμένους χρόνους ON και OFF προκύπτει μια περιοδική παλμοσειρά με κύκλο εργασίας (duty cycle) 50/50. Οι παράμετροι T_{rise} και T_{fall} καθορίζουν τους χρόνους ανόδου και πτώσης της κυματομορφής. Γενικά, θέτουμε μια τιμή πολύ μικρότερη της περιόδου, στο παράδειγμα μας 1 μ s.

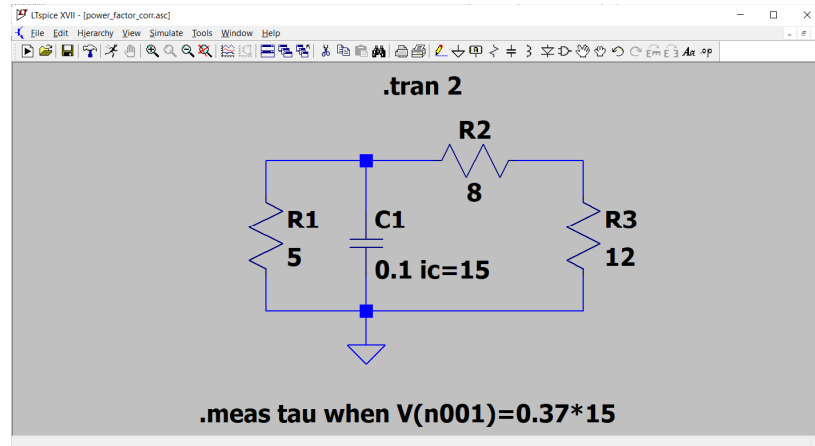


Τρέχουμε την εξομοίωση *Transient* για 3 s και σχεδιάζουμε την τάση πάνω στην αντίσταση 10 Ω και την τάση εξόδου της πηγής ελέγχου V1. Από το σχήμα φαίνεται πως όταν ο διακόπτης είναι κλειστός η τάση εξόδου ισούται με 5 V, ενώ όταν ο διακόπτης είναι ανοικτός, λειτουργεί ο διαιρέτης τάσης και η τάση εξόδου ισούται με $10 \cdot 5V / (10+10) = 2.5$ V.



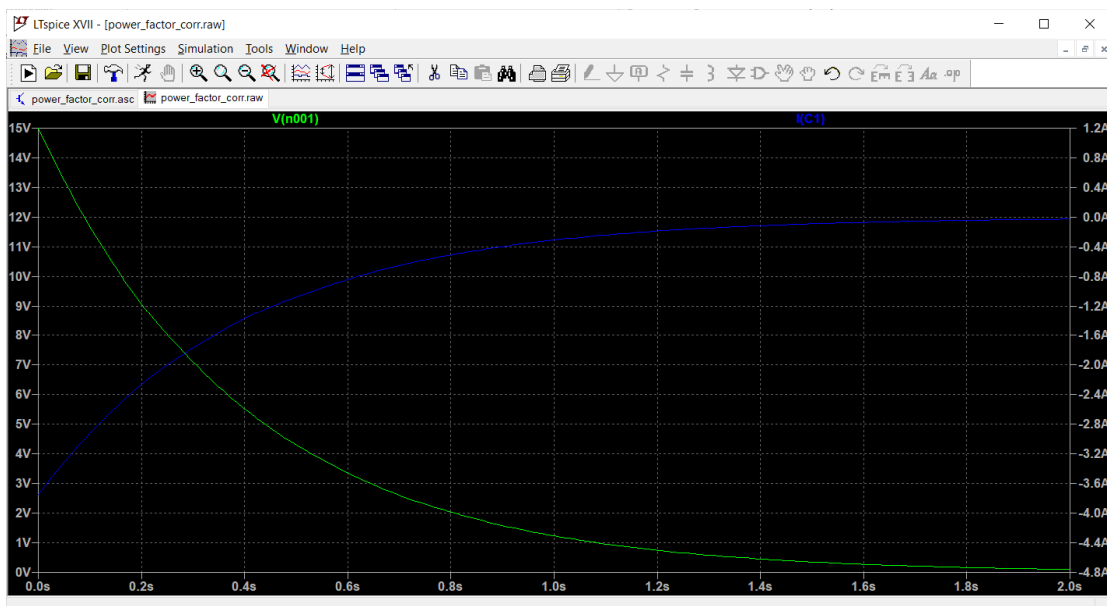
Παράδειγμα

Στο παρακάτω κύκλωμα η αρχική τάση του πυκνωτή τη χρονική στιγμή $t = 0$ είναι 15 V. Να βρεθούν οι μαθηματικές εκφράσεις για την τάση και το ρεύμα στον πυκνωτή.



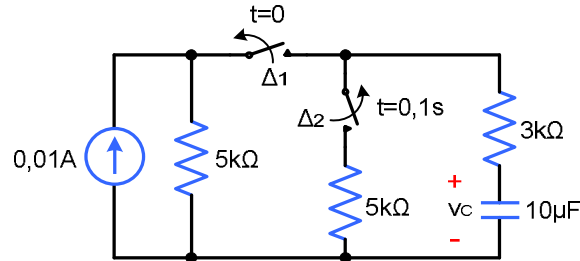
Θα εκτελέσουμε την εξομοίωση για συνολικό χρονικό διάστημα 2 s. Η εντολή `.meas tau when V(n001)=0.37*15` καταγράφει τη χρονική στιγμή όπου η τάση στον πυκνωτή πέφτει στο 37% της αρχικής της τιμής, δηλαδή τη χρονική σταθερά του κυκλώματος. Τρέχουμε την εξομοίωση και σχεδιάζουμε τις κυματομορφές της τάσης και του ρεύματος. Η τάση ξεκινά από τα 15 V και ελαττώνεται εκθετικά ως το μηδέν. Με τη βοήθεια του κέρσορα βρίσκουμε ότι το ρεύμα τη χρονική στιγμή $t = 0$ ισούται με -3.75 A. Το αρνητικό πρόσημο δικαιολογείται επειδή ο πυκνωτής λειτουργεί ως πηγή τάσης, το ρεύμα δηλαδή κατευθύνεται από τον αρνητικό προς τον θετικό ακροδέκτη. Πατώντας `Ctrl + L` εμφανίζεται το αρχείο `Error log` από όπου διαβάζουμε $\tau = 0.4$ s. Επομένως, οι κυματομορφές της τάσης και του ρεύματος γράφονται ως

$$v(t) = 15e^{-\frac{t}{0.4}} = 15e^{-2.5t} \quad i(t) = -3.75e^{-2.5t}$$

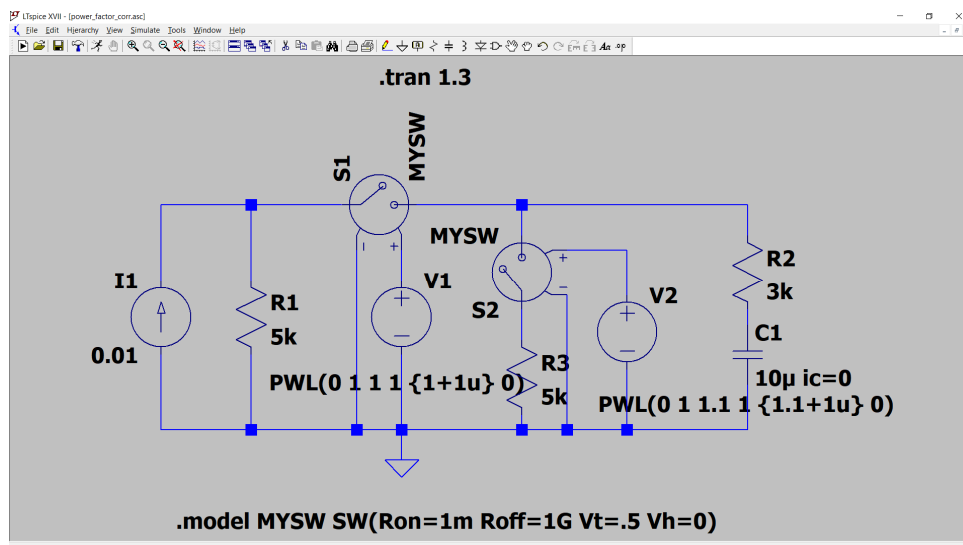


Παράδειγμα

Στο κύκλωμα του σχήματος ο διακόπτης 1 ανοίγει τη χρονική στιγμή $t = 0$ s ενώ ο διακόπτης 2 τη στιγμή $t = 0,1$ s. Να σχεδιαστεί η τάση στα άκρα του πυκνωτή για $t > 0$.

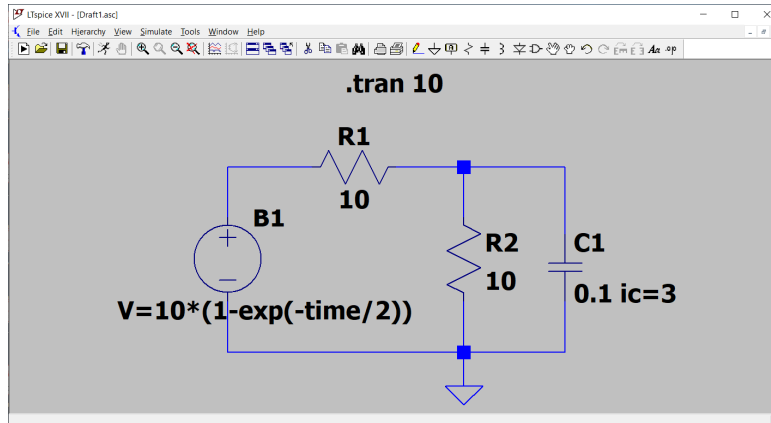


Σε περιβάλλον LTspice μπορούμε να εξομοιώσουμε τη λειτουργία του κυκλώματος χρησιμοποιώντας το παρακάτω κύκλωμα με δύο διακόπτες ελεγχόμενους από τάση. Ο διακόπτης S1 ανοίγει τη χρονική στιγμή $t = 1$ δίνοντας στον πυκνωτή χρόνο για να φορτίσει. Ο διακόπτης S2 ανοίγει τη χρονική στιγμή $t = 1.1$ s. Αν θέλουμε να μεταφέρουμε την αρχή των χρόνων στη χρονική στιγμή $t = 1$ s πρέπει να εισάγουμε στην παράμετρο *Time to start saving data* την τιμή 1. Δοκιμάστε να τρέξετε την εξομοίωση με την εντολή `.tran 1.3` και έπειτα με την εντολή `.trans 0 1.3 1`. Βρείτε την τελική τάση στην οποία φορτίζεται ο πυκνωτής.



Πρόβλημα

Να σχεδιαστεί το παρακάτω κύκλωμα 1^{ης} τάξης με εκθετική διέγερση. Τρέξτε την εξομοίωση για $t = 10$ s.

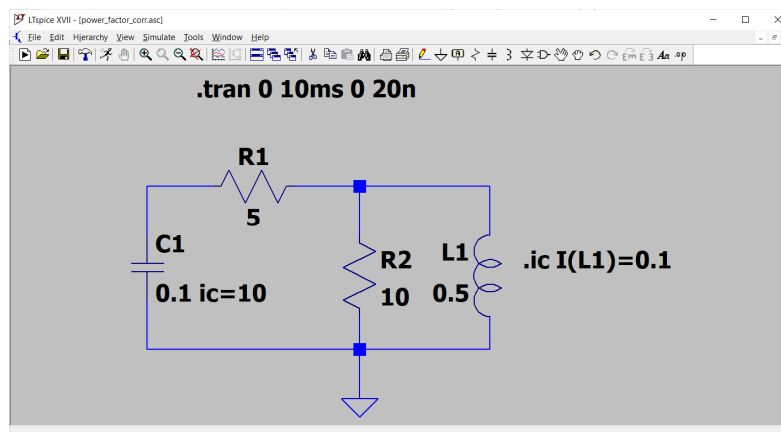


4.3 Μελέτη της μεταβατικής συμπεριφοράς κυκλωμάτων 2^{ης} τάξης

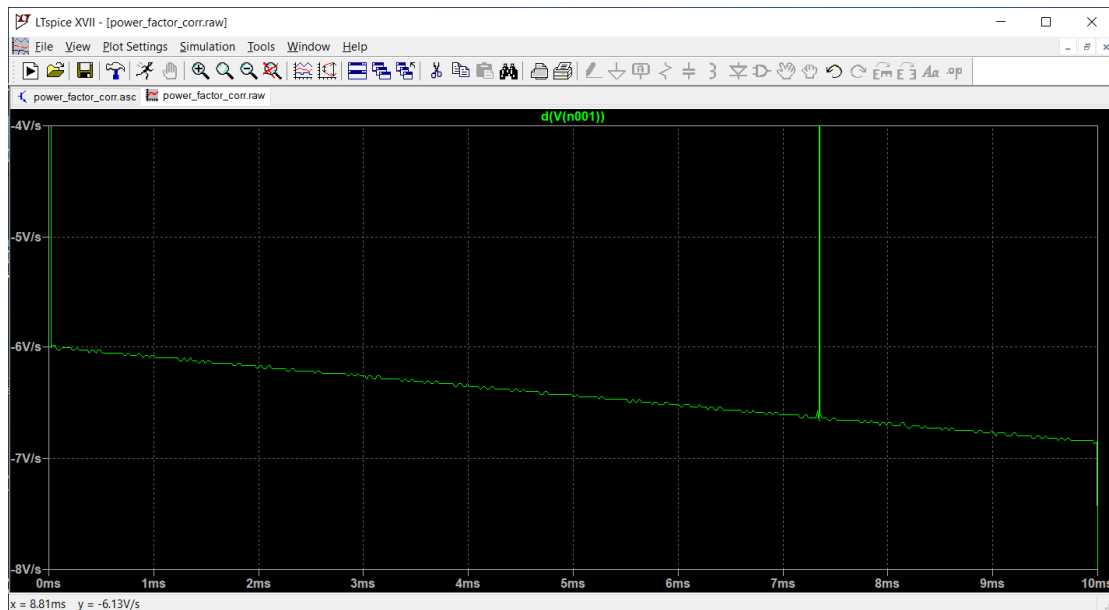
Τα ηλεκτρικά κυκλώματα 2^{ης} τάξης περιέχουν δύο στοιχεία που αποθηκεύουν ενέργεια, τα οποία έχουν ανεξάρτητες αρχικές συνθήκες. Ως αρχικές συνθήκες θεωρούνται τα ρεύματα των πηνίων και οι τάσεις των πυκνωτών.

Παράδειγμα

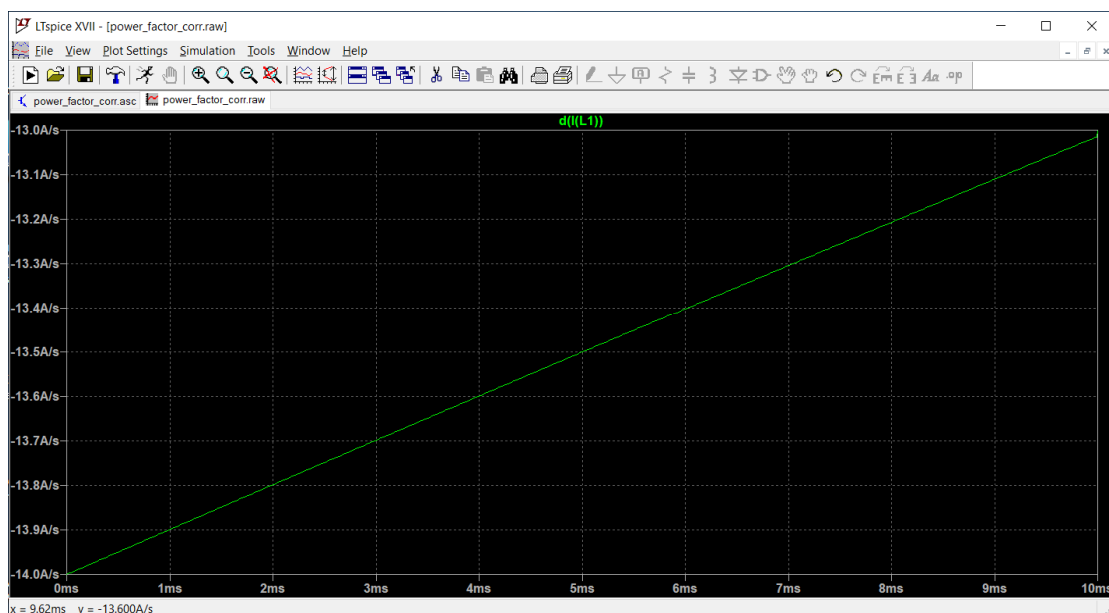
Στην επίλυση των διαφορικών εξισώσεων που περιγράφουν κυκλώματα δεύτερης τάξης χρειάζονται οι αρχικές συνθήκες $dv_C(0)/dt$ αν ζητούμενη είναι η τάση στα άκρα του πυκνωτή ή η α.σ. $di_L(0)/dt$ αν ζητούμενο είναι το ρεύμα στο πηνίο. Σε περιβάλλον LTspice μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη μαθηματική συνάρτηση της παραγώγου για να υπολογίσουμε αυτές τις τιμές. Έστω το παρακάτω κύκλωμα με α.σ. $v_C(0) = 10$ V και $i_L(0) = 0.1$ A.



Τρέχουμε την εξομοίωση για ένα αρκούντως μικρό χρονικό διάστημα, π.χ. 10 ms και με όσο το δυνατόν πιο μικρό βήμα, το οποίο όμως να δίνει σταθερά αποτελέσματα. Εδώ η εξομοίωση κατέστη δυνατή με βήμα 20 ns. Βεβαιωνόμαστε ότι το κόκκινο βελάκι στο πηνίο δείχνει προς τα πάνω. Στο κενό γράφημα που θα εμφανιστεί κάνουμε δεξί κλικ και στη συνέχεια *Add Traces*. Στο πεδίο *Expression to add* γράφουμε $d(V(n001))$. Ο τελεστής $d()$ προσεγγίζει το ρυθμό μεταβολής της τάσης με το χρόνο μέσω πεπερασμένων διαφορών. Από το γράφημα βλέπουμε ότι $dv_C(0)/dt = -6$ V/s.

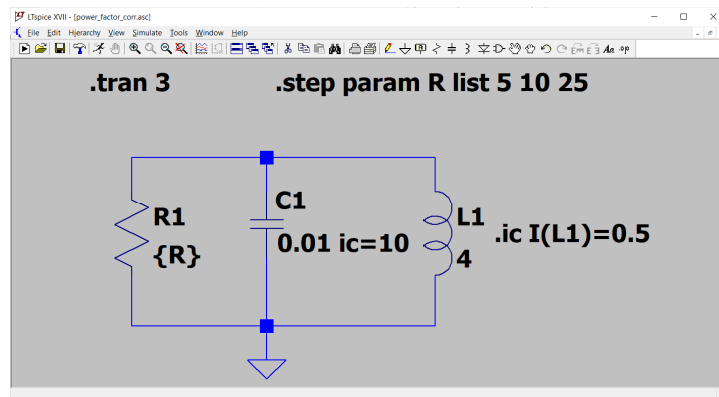


Κάνοντας την ίδια διαδικασία για το ρεύμα στο πηνίο και σχεδιάζοντας την κυματομορφή $d(I(L1))$ βρίσκουμε $di_L(0)/dt = -14 \text{ A/s}$. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το LTspice δε χρειάζεται τις τιμές των πρώτων παραγώγων για να επιλύσει ένα κύκλωμα δεύτερης ή ανώτερης τάξης.



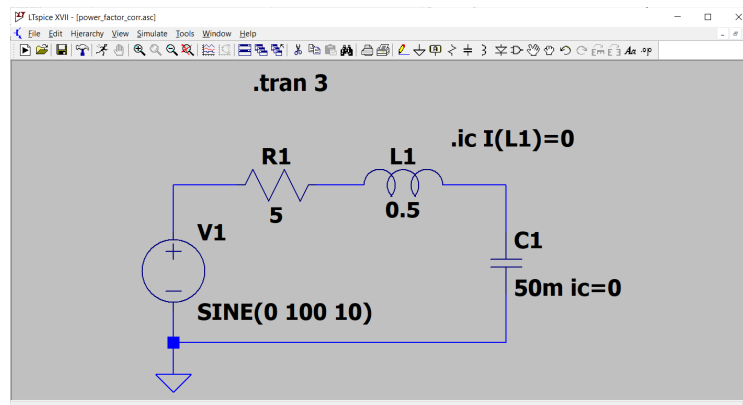
Πρόβλημα

Στο παρακάτω παράλληλο RLC κύκλωμα οι αρχικές συνθήκες των στοιχείων είναι $v_C(0) = 10 \text{ V}$ και $i_L(0) = 0.5 \text{ A}$ ενώ η ωμική αντίσταση δηλώνεται ως παράμετρος. Σχεδιάστε την τάση στα άκρα του πυκνωτή για $R = 5, 10$ και 25Ω όπου η τιμή του συντελεστή απόσβεσης είναι $\zeta = 2, 1$ και 0.4 αντίστοιχα.



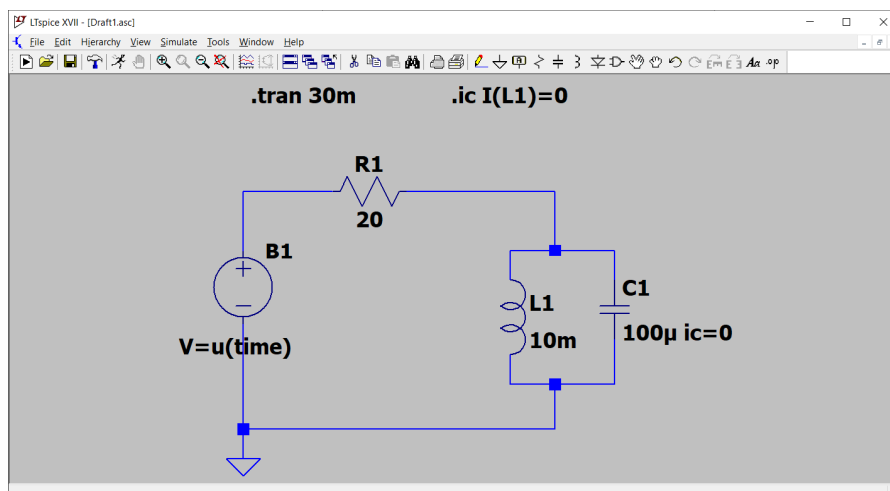
Πρόβλημα

Σχεδιάστε την κυματομορφή στα άκρα του πυκνωτή. Η πηγή είναι ημιτονοειδής με πλάτος 100 V και συχνότητα 10 Hz. Σε πόσο χρονικό διάστημα επιτυγχάνεται η μόνιμη κατάσταση ισοροπίας;



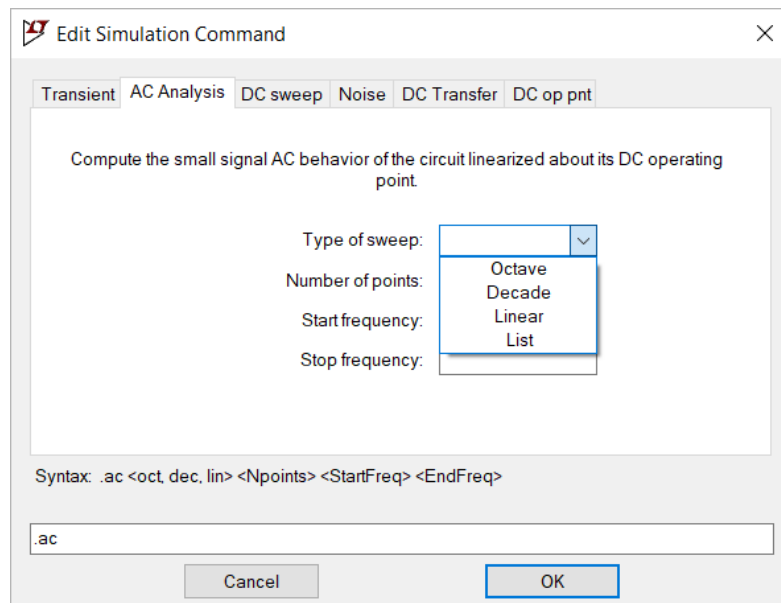
Πρόβλημα

Σχεδιάστε τη βηματική απόκριση του κυκλώματος με έξοδο στα άκρα του παράλληλου συνδυασμού πηνίο-πυκνωτής. Η πηγή είναι το εξάρτημα bv και παράγει ως έξοδο τη βηματική συνάρτηση.



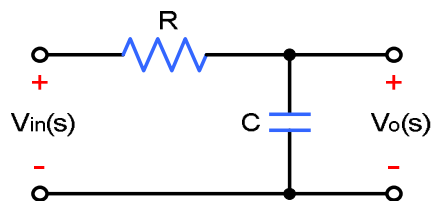
5. Απόκριση συχνότητας

Για να βρούμε την απόκριση συχνότητας ενός κυκλώματος τροφοδοτούμε το κύκλωμα με μια ημιτονοειδή πηγή σταθερού πλάτους και μεταβλητής συχνότητας και στη συνέχεια καταγράφουμε την απόκριση. Σε περιβάλλον LTspice αυτό μπορεί να γίνει με τον τύπο ανάλυσης AC analysis, όπου προσδιορίζονται οι λεπτομέρειες του τρόπου σάρωσης και το διάστημα συχνοτήτων που θα σαρωθεί. Οι επιλογές που έχουμε για τον τρόπο σάρωσης είναι *Octave*, *Decade* και *Linear*. Στον τύπο *Octave* καθορίζουμε τον αριθμό των σημείων σε μία οκτάβα, δηλαδή σε ένα διάστημα συχνοτήτων με λόγο 2:1. Κατά τρόπο ανάλογο στον τύπο *Decade* καθορίζουμε τον αριθμό των σημείων σε μία δεκάδα, δηλαδή σε ένα διάστημα συχνοτήτων με λόγο 10:1. Στους δύο παραπάνω τύπους ο άξονας x είναι λογαριθμικός και επομένως οι συχνότητες που επιλέγονται αυτόματα από το λογισμικό δεν ισαπέχουν. Στον τύπο *Linear* το διάστημα συχνοτήτων διαιρείται με τον αριθμό των σημείων που έχουμε επιλέξει.

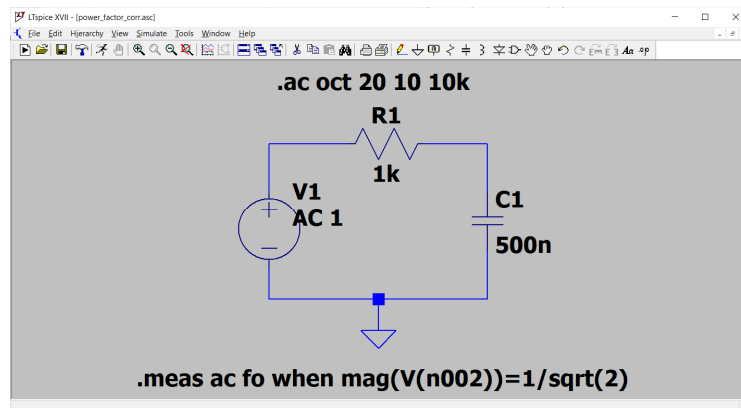


Παράδειγμα

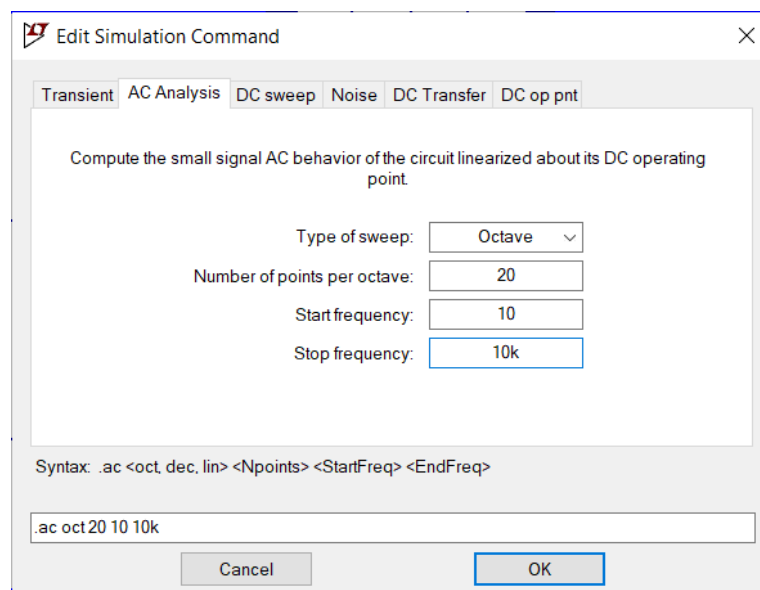
Το κύκλωμα του σχήματος λειτουργεί ως βαθυπερατό φίλτρο 1^{ης} τάξης. Σχεδιάστε την απόκριση συχνότητας στο διάστημα 10 – 10000 Hz για $R = 1 \text{ k}\Omega$, $C = 500 \text{ nF}$ και υπολογίστε τη συχνότητα αποκοπής.



Το πρόβλημα μπορεί να λυθεί με το παρακάτω κύκλωμα.



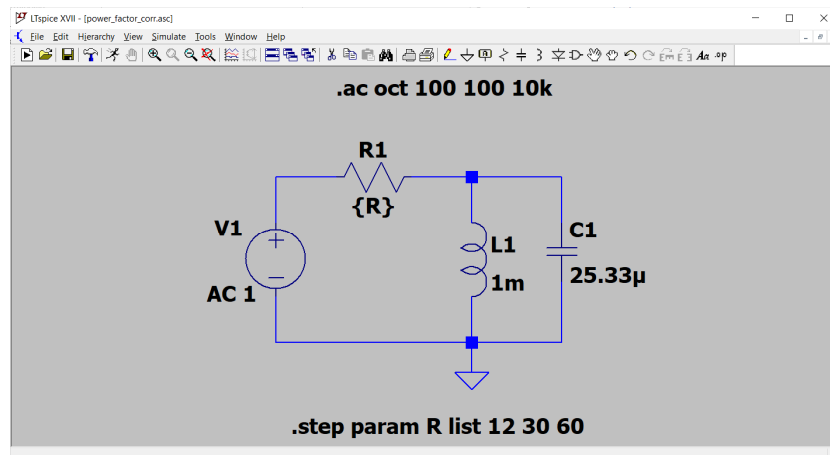
Οι παράμετροι που δηλώνονται στην *AC analysis* φαίνονται παρακάτω.



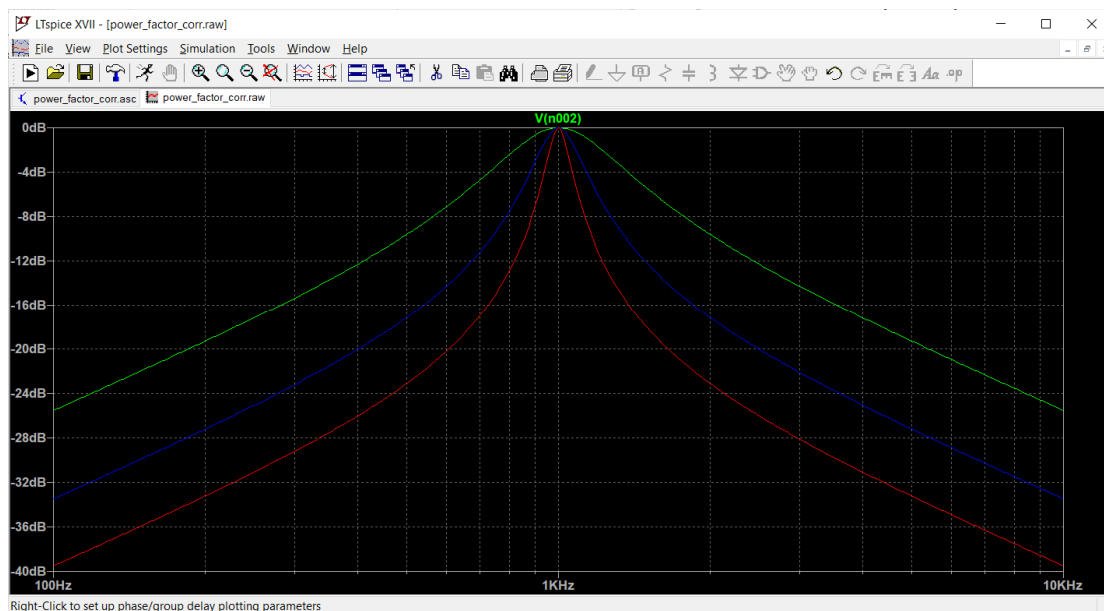
Τρέχουμε την εξομοίωση και σχεδιάζουμε την τάση στα άκρα του πυκνωτή. Η συχνότητα αποκοπής μπορεί να βρεθεί είτε με τη χρήση του κέρσορα κατά προσέγγιση είτε για περισσότερη ακρίβεια προσθέτοντας την εντολή `.meas ac fo when mag(V(n002))=1/sqrt(2)`. Με *Ctrl + L* βρίσκουμε $f_o = 318.3 \text{ Hz}$, τιμή που ταυτίζεται με τη θεωρητική $1/(2\pi RC)$.

Παράδειγμα

Το παρακάτω κύκλωμα είναι ένα φίλτρο ζώνης διέλευσης με κεντρική συχνότητα 1 kHz. Η έξοδος λαμβάνεται στα άκρα του παράλληλου συνδυασμού πηνίου-πυκνωτή. Θα σχεδιάσουμε την απόκριση συχνότητας για τις τιμές της ωμικής αντίστασης 12, 30, και 60 Ω.



Με πράσινο χρώμα έχουμε την απόκριση για $R = 12 \Omega$, με μπλε για $R = 30 \Omega$ και με κόκκινο για $R = 60 \Omega$. Η αύξηση της τιμής της αντίστασης οδηγεί στον περιορισμό της ζώνης διέλευσης του φίλτρου.



Πρόβλημα

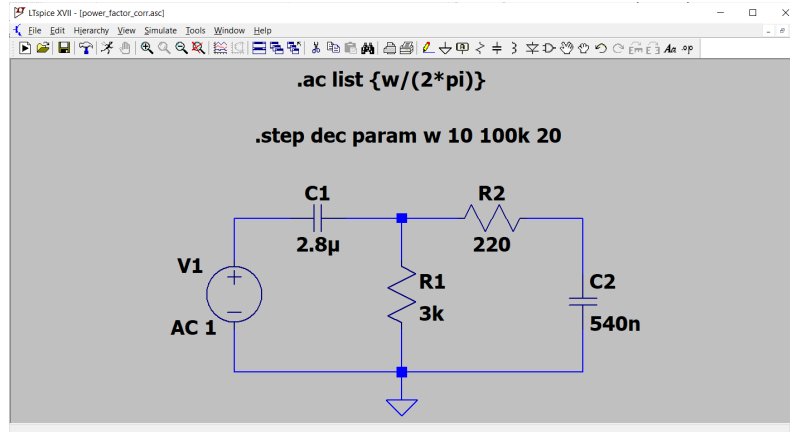
Ως άσκηση, σχεδιάστε την απόκριση συχνότητας του παραπάνω κυκλώματος για $R = 25 \Omega$ και υπολογίστε το εύρος ζώνης BW του φίλτρου. Για την εύρεση των πλευρικών συχνοτήτων f_1 και f_2 μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το επόμενο σεντ εντολών:

```
.meas ac f1 when mag(V(n002))=1/sqrt(2) cross=1
.meas ac f2 when mag(V(n002))=1/sqrt(2) cross=2
.meas ac BW param f2-f1
```

Παράδειγμα

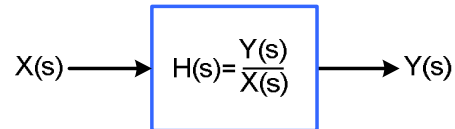
Ορισμένες φορές είναι απαραίτητο να σχεδιάσουμε την απόκριση συχνότητας ενός κυκλώματος ως συνάρτηση της παραμέτρου ω . Στο παρακάτω κύκλωμα φαίνεται πως αυτό μπορεί να γίνει με τη βοήθεια της εντολής `.step`. Σχεδιάστε το κύκλωμα, τρέξτε την εξομοίωση για έξοδο στα άκρα του στοιχείου C2 και επιβεβαιώστε ότι η απόκριση του κυκλώματος κυμαίνεται από 100 ως 10000 rad/s.

Σημείωση: θα χρειαστεί να μετατρέψετε τον άξονα τιμών x σε λογαριθμικό.



6. Κρουστική απόκριση – συνέλιξη – μετασχηματισμός Laplace

Στο πεδίο της συχνότητας ένα γραμμικό χρονοαμετάβλητο σύστημα όπως είναι ένα ηλεκτρικό κύκλωμα περιγράφεται πλήρως από τη συνάρτηση μεταφοράς του που ορίζεται ως ο λόγος του μετασχηματισμού Laplace της εξόδου προς το μετασχηματισμό Laplace της εισόδου.



Στο πεδίο του χρόνου η σχέση εισόδου-εξόδου ενός ηλεκτρικού κυκλώματος δεν είναι τόσο απλή και περιγράφεται από το ολοκλήρωμα της συνέλιξης

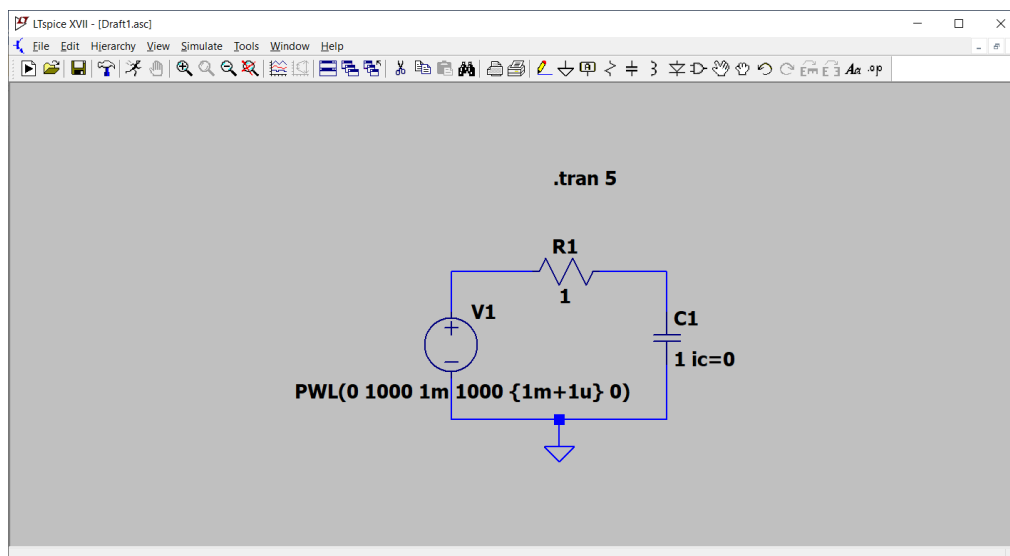
$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\lambda)h(t-\lambda)d\lambda$$

Η συνάρτηση $h(t)$ ονομάζεται κρουστική απόκριση του κυκλώματος και είναι η απόκριση για είσοδο τη συνάρτηση δέλτα του Dirac $\delta(t)$. Η συνάρτηση μεταφοράς είναι ο μετασχηματισμός Laplace της κρουστικής απόκρισης και επομένως κρουστική απόκριση και συνάρτηση μεταφοράς περιέχουν ακριβώς την ίδια πληροφορία.

$$H(s) = \int_0^{\infty} h(t)e^{-st} dt$$

Πρόβλημα

Σχεδιάστε την κρουστική απόκριση του βαθυπερατού φίλτρου RC 1^{ης} τάξης.



Η συνάρτηση $\delta(t)$ υλοποιείται στην πράξη με ένα παλμό μεγάλου πλάτους A και σύντομης διάρκειας Δt με τον περιορισμό ότι $A \cdot \Delta t = 1$. Η διάρκεια συγκρίνεται με τη χρονική σταθερά του κυκλώματος. Το παρακάτω κύκλωμα έχει $\tau = RC = 1$ s επομένως

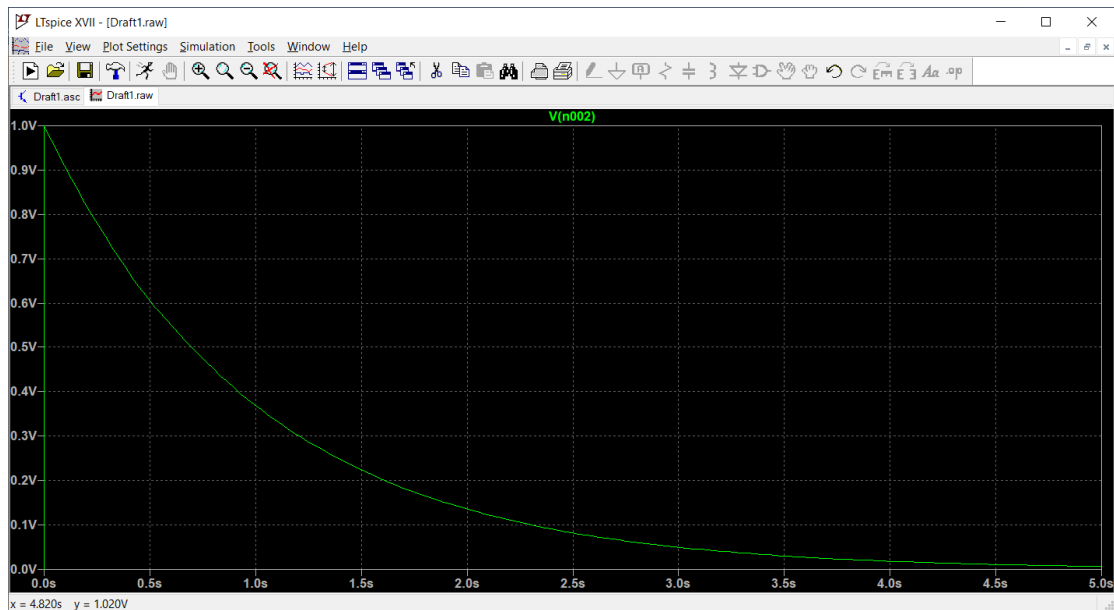
έναν παλμό με διάρκεια τουλάχιστον 1000 φορές μικρότερη (1 ms) είναι ικανοποιητικός. Για να έχουμε μοναδιαίο εμβαδόν το πλάτος του παλμού πρέπει να είναι ίσο με 1000.

Από τη θεωρία γνωρίζουμε ότι η κρουστική απόκριση του κυκλώματος θεωρώντας ως έξοδο την τάση στα άκρα του πυκνωτή είναι

$$h(t) = \frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} = e^{-t}$$

Για τη δημιουργία του παλμού χρησιμοποιούμε την επιλογή PWL με τις παρακάτω ρυθμίσεις.

Σχεδιάζοντας την τάση στον άνω κόμβο του πυκνωτή λαμβάνουμε το παρακάτω γράφημα. Η τάση τη χρονική στιγμή $t = 1 \text{ s}$ είναι ίση με 0.37 V ενώ η κρουστική απόκριση σχεδόν μηδενίζεται για $t > 5 \text{ s}$. Επειδή η κρουστική απόκριση είναι ένας είδος «μνήμης» μπορούμε να πούμε ότι η «μνήμη» του κυκλώματος διαρκεί περίπου 5 s.



Πρόβλημα

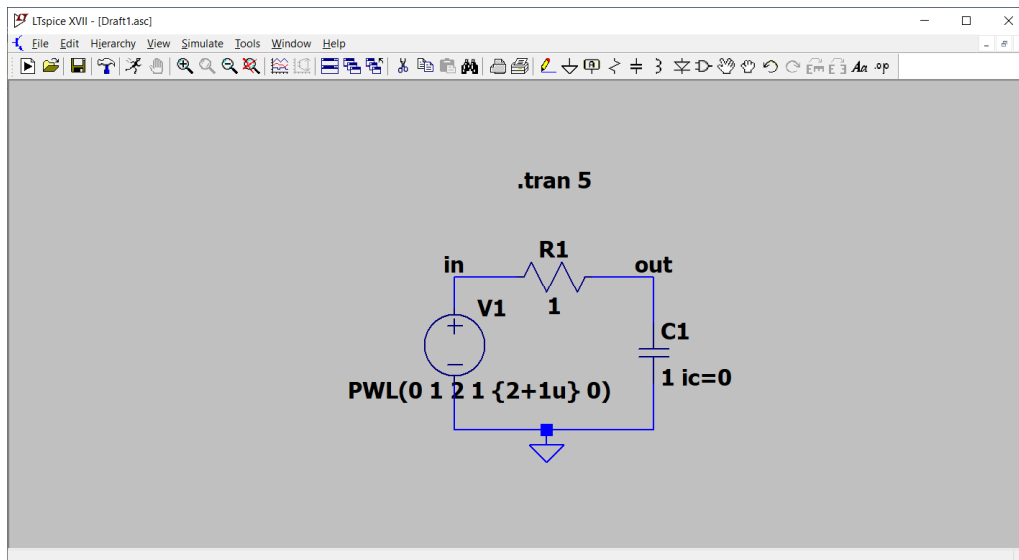
Η συνάρτηση μεταφοράς του βαθυπερατού φίλτρου του προηγούμενου προβλήματος είναι $1/(s+1)$. Αν στην είσοδο του κυκλώματος τροφοδοτήσουμε έναν παλμό μοναδιαίου πλάτους και διάρκειας 2 s η έξοδος προκύπτει από τη συνέλιξη της κρουστικής απόκρισης με τον παλμό. Στο πεδίο της συχνότητας μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε τους αντίστοιχους μετασχηματισμούς Laplace και να αντιστρέψουμε την έκφραση που προκύπτει.

$$L\{x(t)\} \cdot L\{h(t)\} = \frac{1 - e^{-2s}}{s} \cdot \frac{1}{s+1}$$

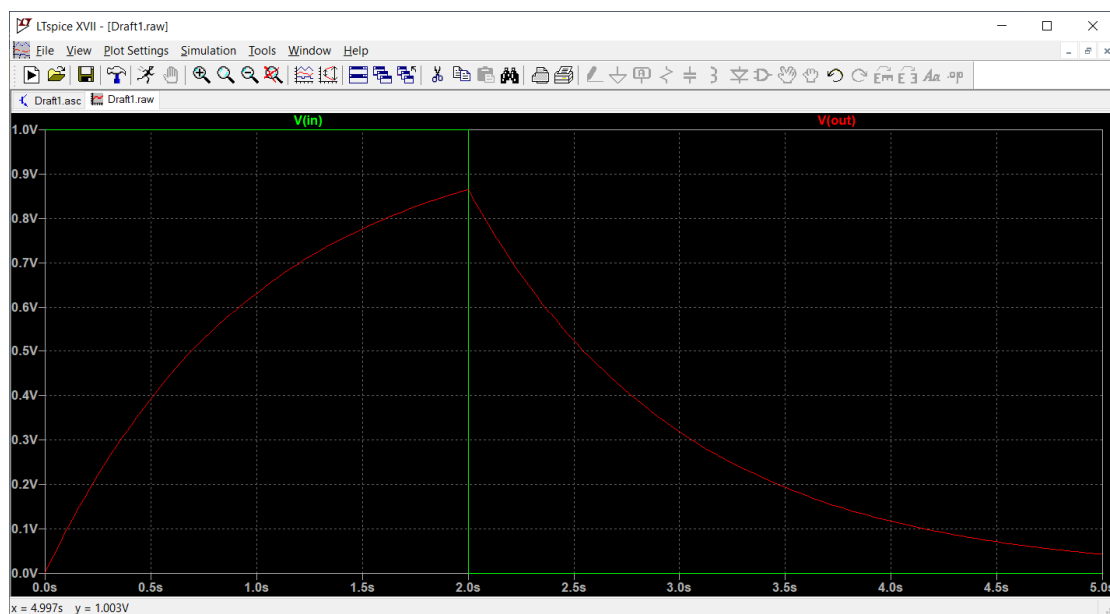
Ο αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace είναι

$$y(t) = (1 - e^{-t})u(t) - [1 - e^{-(t-2)}]u(t - 2)$$

Σε περιβάλλον LTspice μπορούμε αρχικά να αλλάξουμε τα χαρακτηριστικά της πηγής στο προηγούμενο πρόβλημα. Δηλώνουμε τους κόμβους in και out και θέτουμε την αρχική συνθήκη στον πυκνωτή $ic=0$.

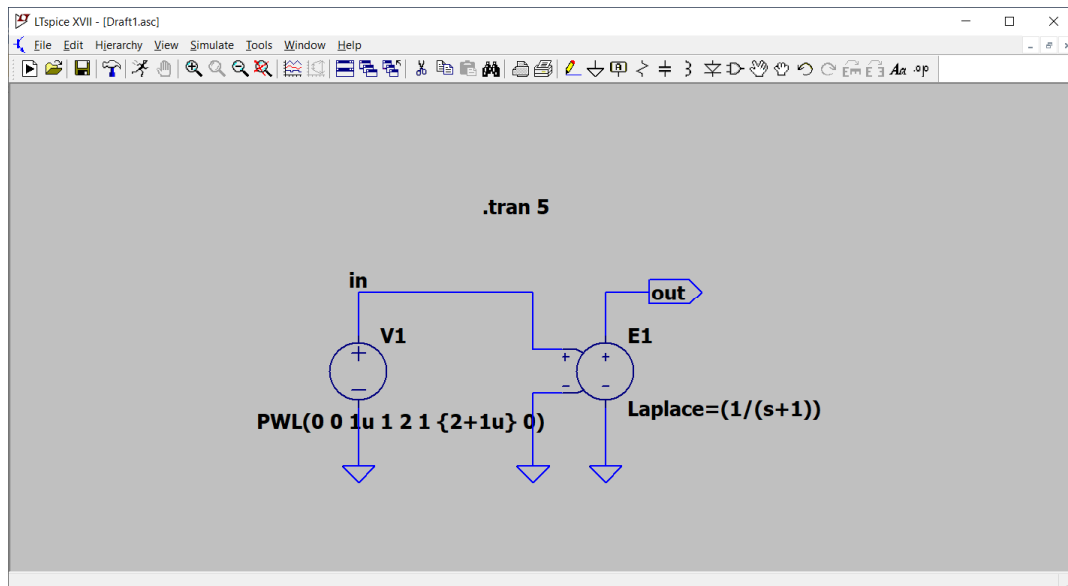


Σχεδιάζοντας είσοδο και έξοδο λαμβάνουμε το παρακάτω γράφημα. Η κυματομορφή με το κόκκινο χρώμα περιγράφεται μαθηματικά με τον αντίστροφο μετασχηματισμό Laplace που δώσαμε προηγουμένως. Σε εντελώς πρακτικό επίπεδο μπορούμε να πούμε ότι στο διάστημα $0 < t < 2$ ο πυκνωτής φορτίζεται και για $t > 2$ ο πυκνωτής εκφορτίζεται πάνω στην αντίσταση.



Παράδειγμα

Θα περιγράψουμε το βαθυπερατό κύκλωμα του προηγούμενου προβλήματος χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση μεταφοράς του αντί για φυσικά στοιχεία και θα τροφοδοτήσουμε με την ίδια ακριβώς είσοδο.



Σε σχέση με το προηγούμενο παράδειγμα έχουμε τροποποιήσει τον παλμό ώστε να ξεκινά από το μηδέν και την αμέσως επόμενη χρονική στιγμή να ανεβαίνει στο 1. Αυτό είναι απαραίτητο επειδή ελλείψει φυσικών στοιχείων δεν μπορούμε να εισάγουμε αρχικές συνθήκες. Ο μετασχηματισμός Laplace δηλώνεται ως παράμετρος στο στοιχείο e που είναι μια πηγή τάσης ελεγχόμενη από τάση. Σχεδιάστε είσοδο και διαπιστώστε ότι η συνάρτηση μεταφοράς περιγράφει πλήρως το σύστημα.

Παράδειγμα

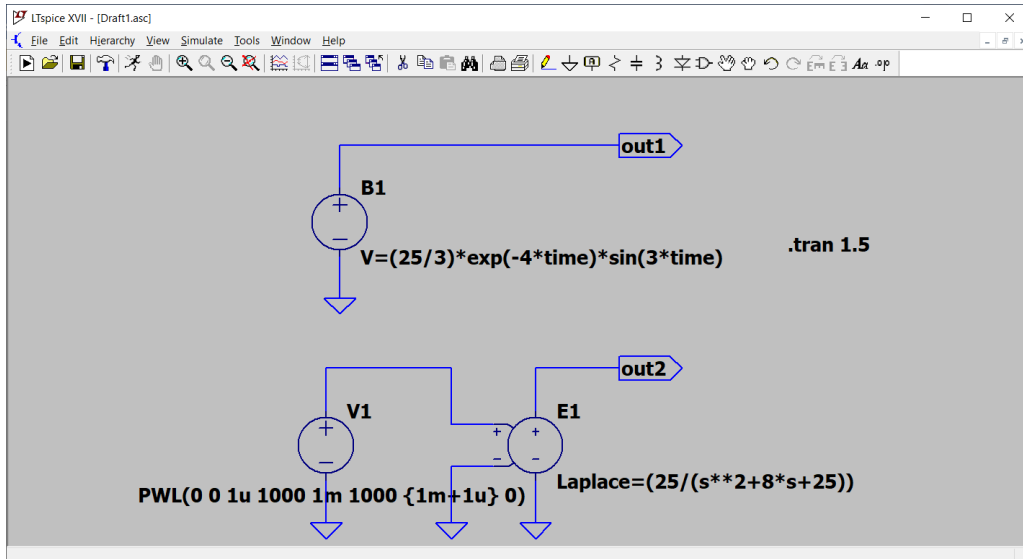
Θα εξετάσουμε στη συνέχεια την ισοδυναμία κρουστικής απόκρισης και συνάρτησης μεταφοράς. Θεωρούμε το κύκλωμα με κρουστική απόκριση

$$h(t) = \frac{25}{3} e^{-4t} \sin 3t$$

Η συνάρτηση μεταφοράς του κυκλώματος είναι

$$H(s) = \frac{25}{s^2 + 8s + 25}$$

Θα χρησιμοποιήσουμε το εξάρτημα bv (arbitrary behavioral voltage source) που μπορεί να δεχτεί ως μεταβλητή το χρόνο (time). Για τον μετασχηματισμό Laplace, όπως και προηγουμένως, χρησιμοποιούμε το εξάρτημα e που τροφοδοτείται από μια ανεξάρτητη πηγή που παράγει έναν παλμό σύντομης χρονικής διάρκειας.



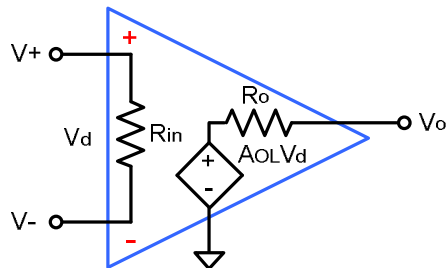
Τρέξτε την εξομοίωση και διαπιστώστε ότι οι δύο έξοδοι είναι πανομοιότυποι.

7. Τελεστικός ενισχυτής

Ο τελεστικός ενισχυτής (τ.ε.) είναι ένα ηλεκτρονικό κύκλωμα που ενισχύει τη διαφορά μεταξύ δύο εισόδων $V_{(+)}$ και $V_{(-)}$ παράγοντας έξοδο

$$V_o = A(V_{(+)} - V_{(-)})$$

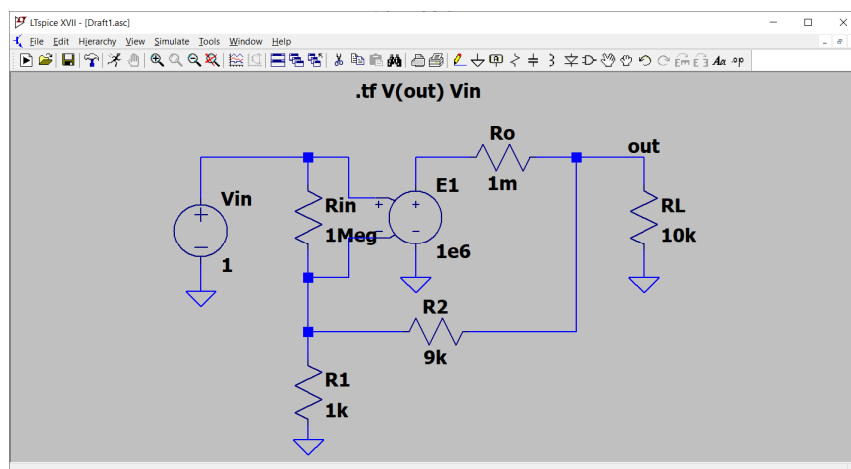
Στον ιδανικό τ.ε. το κέρδος A είναι άπειρο, η αντίσταση εισόδου R_{in} άπειρη και η αντίσταση εξόδου R_o ίση με μηδέν.



Είναι αυτονόητο πως ένα κύκλωμα με άπειρο κέρδος δεν μπορεί να είναι ευσταθές. Ο τ.ε. σταθεροποιείται με μια τεχνική που ονομάζεται αρνητική ανάδραση, όπου ένα μέρος της εξόδου αφαιρείται από την είσοδο.

7.1 Υλοποίηση του τ.ε. με εξαρτημένες πηγές

Ένας τελεστικός ενισχυτής μπορεί να υλοποιηθεί με τη βοήθεια μιας εξαρτημένης πηγής τάσης (εξάρτημα e). Το κέρδος της πηγής τίθεται σε μια υψηλή τιμή, π.χ. 10^6 . Η αντίσταση εισόδου θεωρείται ίση με $1\text{ M}\Omega$ και η αντίσταση εξόδου $1\text{ m}\Omega$. Το κύκλωμα υλοποιεί τη μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία, όπου οι αντιστάσεις R_1 , R_2 αποτελούν το δικτύωμα ανάδρασης. Στην είσοδο (-) επιστρέφεται τμήμα $1\text{ k}/(1\text{ k}+9\text{ k}) = 1/10$ της τάσης εξόδου. Το θεωρητικό κέρδος τάσης ισούται με $V_o/V_{in} = (R_1+R_2)/R_1 = 10$.



Μπορούμε να υπολογίσουμε το κέρδος είτε κάνοντας χρήση της DC ανάλυσης είτε με AC ανάλυση, στο συγκεκριμένο παράδειγμα όμως είναι πιο κομψό να

χρησιμοποιήσουμε τον τύπο ανάλυσης *DC Transfer* δηλώνοντας ως είσοδο την πηγή V_{in} και έξοδο $V(out)$. Τρέχοντας την εξομοίωση εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο από όπου φαίνεται ότι το κέρδος είναι πολύ κοντά στο θεωρητικό.

```

--- Transfer Function ---

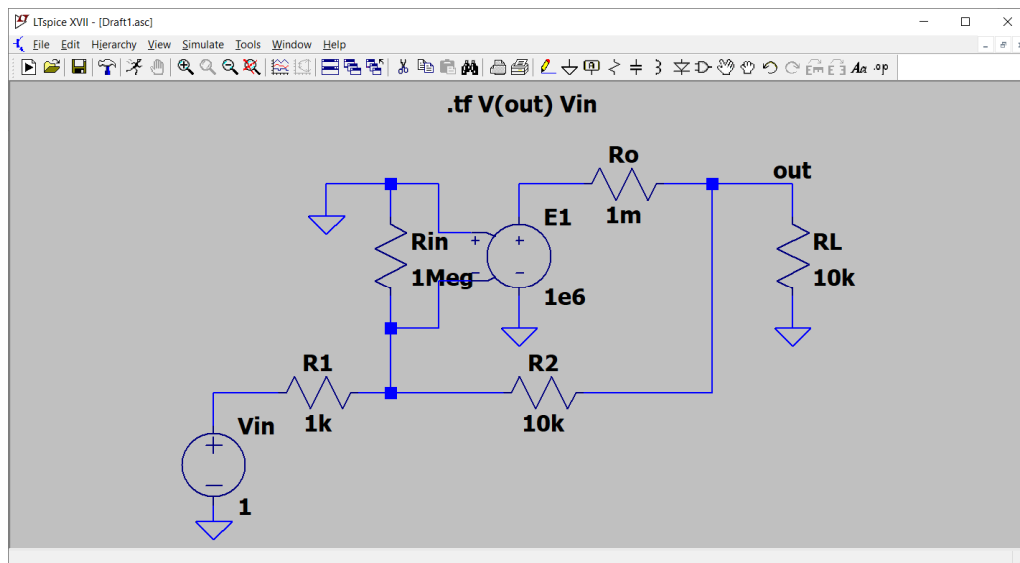
Transfer_function:          9.9999      transfer
vin#Input_impedance:      1.00001e+011 impedance
output_impedance_at_V(out): 1.00089e-008 impedance
    
```

Πρόβλημα

Τρέξτε την εξομοίωση του προηγούμενου κυκλώματος αλλάζοντας το κέρδος της πηγής E1 πρώτα σε 10000 και έπειτα σε 1000. Διαπιστώστε την επίδραση του πεπερασμένου κέρδους του τ.ε.

Πρόβλημα

Υλοποιήστε την αναστρέφουσα συνδεσμολογία του σχήματος και βρείτε το κέρδος τάσης για κέρδος εξαρτημένης πηγής 10^6 , 10^4 , 10^3 .



Παράδειγμα

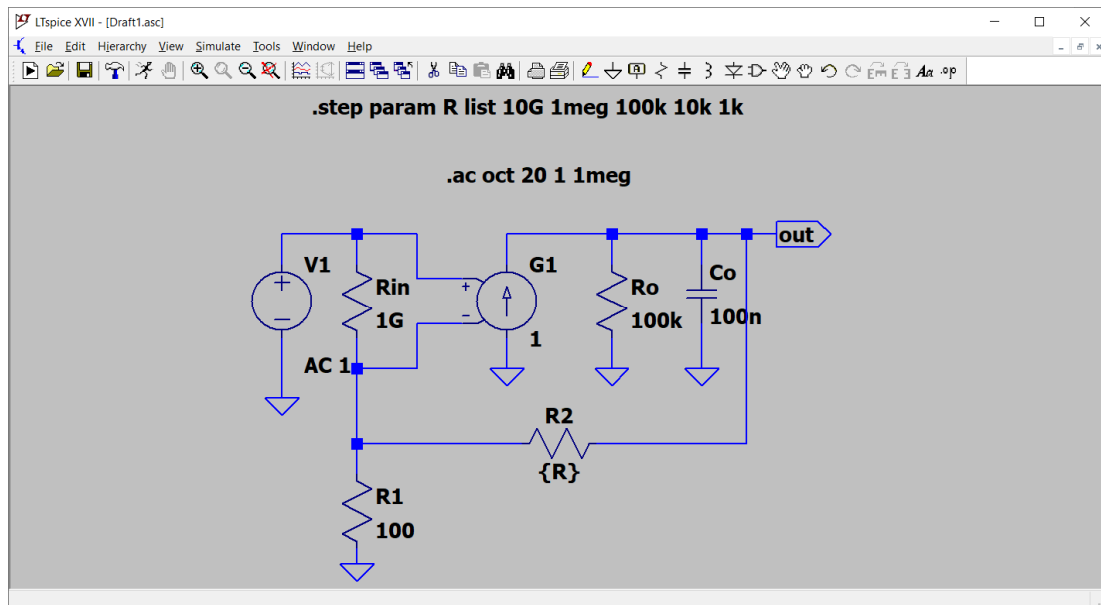
Ένα πιο ρεαλιστικό μοντέλο για τον τ.ε. φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το βασικό ενεργό εξάρτημα είναι η εξαρτημένη πηγή ρεύματος από τάση η οποία τροφοδοτεί με ρεύμα τα στοιχεία R_o , C_o . Ο συνδυασμός τους εισάγει έναν πόλο στη συχνότητα

$$f_{-3dB} = \frac{1}{2\pi R_o C_o} = 15.9Hz$$

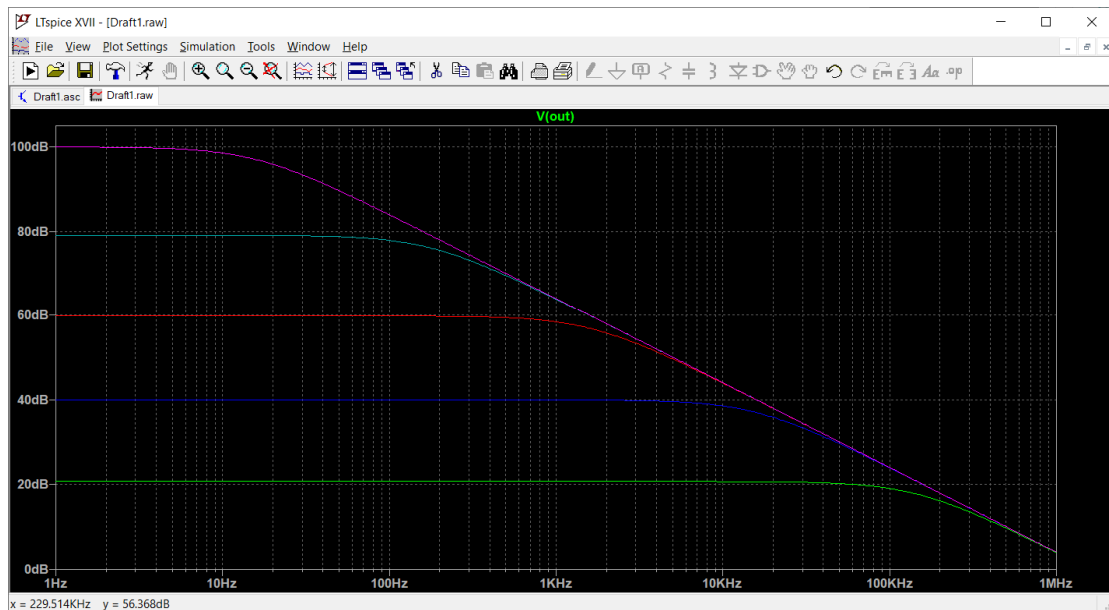
Αν G η διαγωγιμότητα στο DC ισχύει $V_o = I_o R_o = G V_{in} R_o$ και επομένως το κέρδος στο DC ισούται με

$$\frac{V_o}{V_{in}} = G R_o = 1 \cdot 10^5 = 100000 \text{ (100dB)}$$

Για να δούμε πως μεταβάλλεται το εύρος ζώνης συχνοτήτων ως συνάρτηση του κέρδους θέτουμε την αντίσταση R_2 ως παράμετρο που παίρνει τη λίστα τιμών $\{10^{10} 10^6 10^5 10^4 10^3\}$. Η πρώτη τιμή συμβολίζει την κατάσταση ανοιχτού κυκλώματος, δηλαδή τη λειτουργία του τ.ε. χωρίς ανάδραση. Οι υπόλοιπες τιμές μειώνουν σταδιακά το κέρδος κατά 10 φορές (κατά 20 dB).



Τρέχοντας την εξομοίωση σε ένα εύρος συχνοτήτων από 1 Hz ως 1 MHz σχεδιάζουμε την έξοδο κρατώντας μόνο το πλάτος (Κάνουμε δεξί κλικ πάνω στη δεξιά κλίμακα και πατάμε *Don't plot phase*). Παρατηρούμε ότι η ελάττωση του κέρδους οδηγεί στην αύξηση του διαθέσιμου εύρους ζώνης έτσι ώστε το γινόμενο κέρδος-εύρος ζώνης να παραμένει σταθερό.

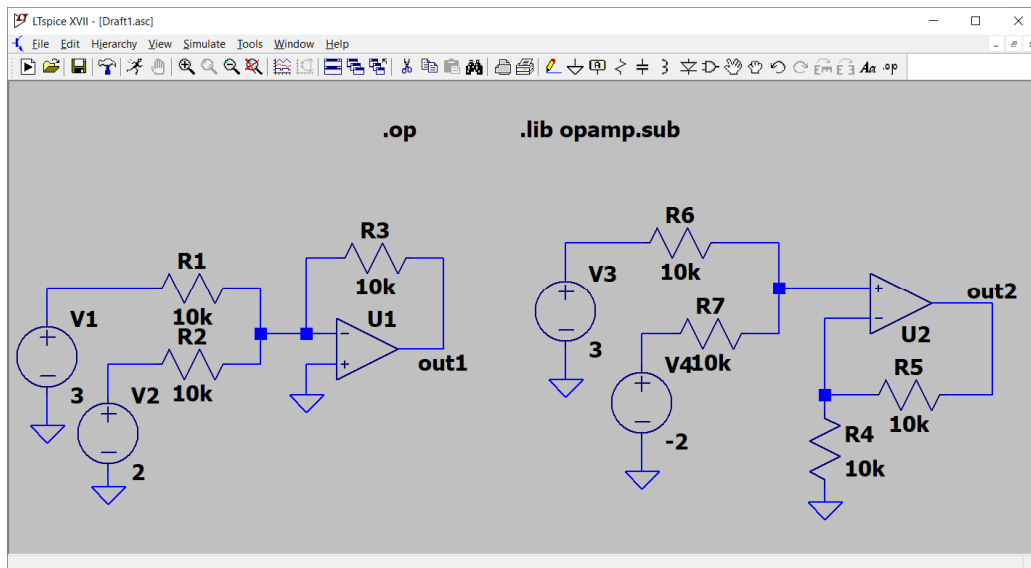


7.2 Αθροιστής

Ο αθροιστής είναι ένα κύκλωμα που χρησιμεύει στην άθροιση διαφορετικών εισόδων και μπορεί να υλοποιηθεί είτε με την αναστρέφουσα είτε με τη μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία.

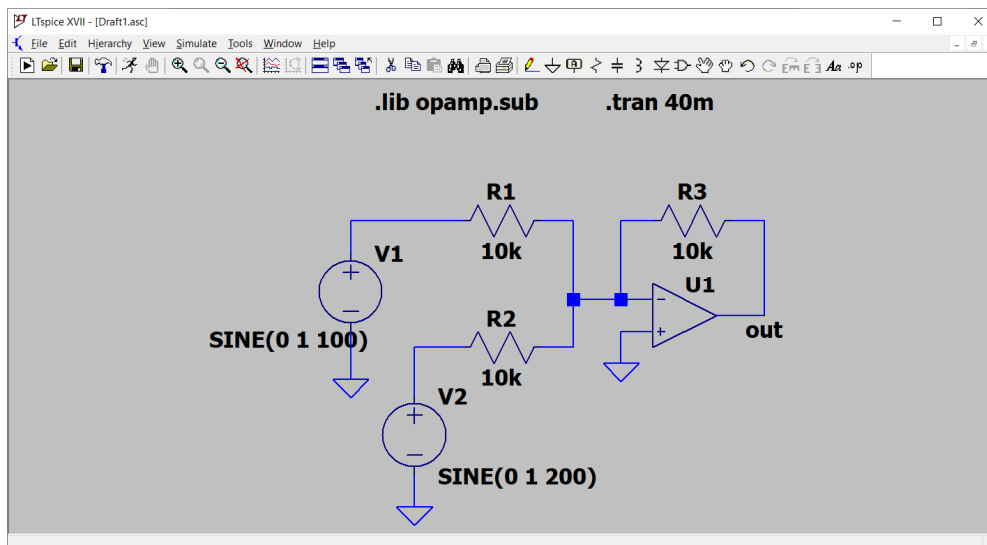
Παράδειγμα

Τα παρακάτω είναι κυκλώματα αθροιστών, στα αριστερά υλοποιημένο με την αναστρέφουσα συνδεσμολογία και στα δεξιά με τη μη αναστρέφουσα. Ο τ.ε. είναι το εξάρτημα *orampr* που θα το βρείτε στη βιβλιοθήκη *Oramps* πατώντας στο εικονίδιο *Component*. Για να λειτουργήσει πρέπει να γράψουμε στο παράθυρο την εντολή `.lib orampr.sub` έτσι ώστε το LTspice να ανατρέξει στην κατάλληλη βιβλιοθήκη. Τρέξτε την εξομοίωση και διαπιστώστε ότι το κύκλωμα αριστερά παράγει ως έξοδο το αρνητικό άθροισμα των εισόδων του, ενώ το κύκλωμα δεξιά το άθροισμα των εισόδων του.



Πρόβλημα

Σχεδιάστε το παρακάτω κύκλωμα αθροιστή δύο σημάτων $\sin 200\pi t$ και $\sin 400\pi t$ και σχεδιάστε τις εισόδους σε ένα γράφημα και σε διαφορετικό γράφημα την έξοδο (κάνοντας δεξί κλικ στο γράφημα και στη συνέχεια *Add Plot Pane*).



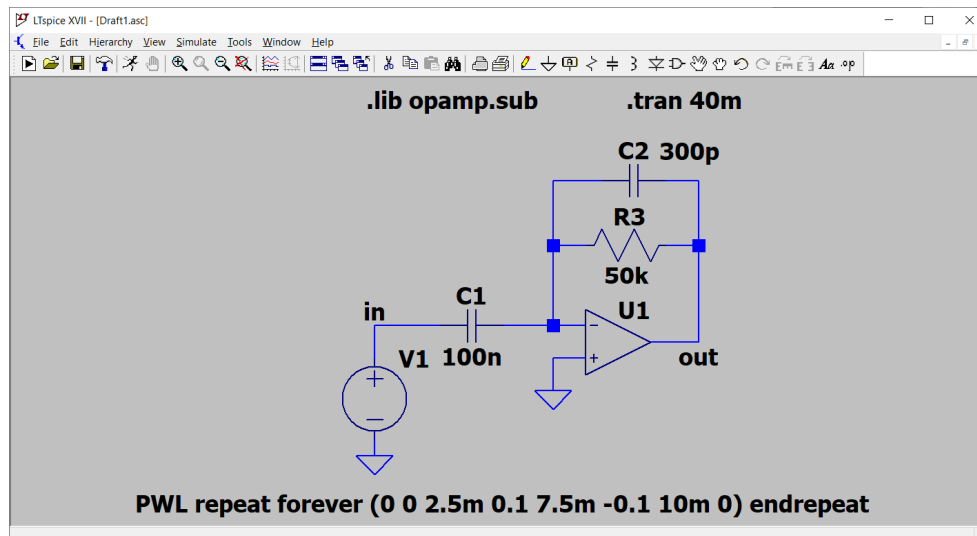
7.3 Διαφοριστής – Ολοκληρωτής

Ο διαφοριστής είναι ένα κύκλωμα που βασίζεται στον τ.ε. και παράγει ως έξοδο την παράγωγο της εισόδου.

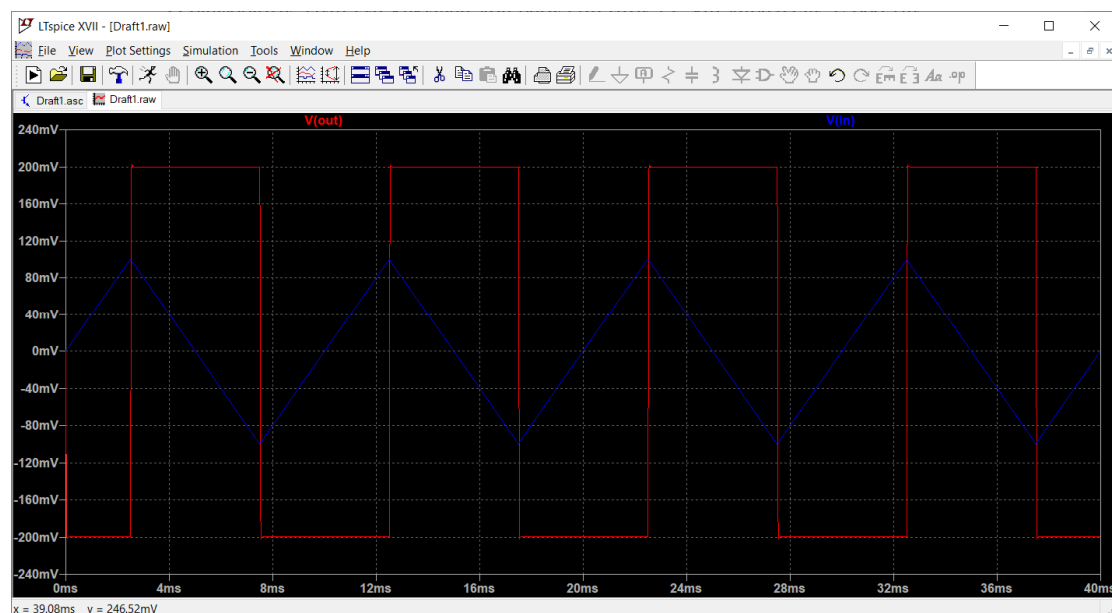
$$v_o = -RC \frac{dv_i}{dt}$$

Παράδειγμα

Το παρακάτω κύκλωμα υλοποιεί έναν πρακτικό διαφοριστή με κέρδος $RC = 0.005$. Ο πυκνωτής C2 έχει προστεθεί για να μην υποπέσει το κύκλωμα σε ταλάντωση. Η πηγή τριγωνικής τάσης με πλάτος 0.1 V και περίοδο 10 ms υλοποιείται πατώντας Ctrl και κάνοντας δεξί κλικ πάνω στη V1. Στη συνέχεια εισάγοντας το κείμενο που βλέπετε στο πεδίο *Value*.



Τρέξτε την εξομοίωση και σχεδιάστε τις κυματομορφές εισόδου και εξόδου.

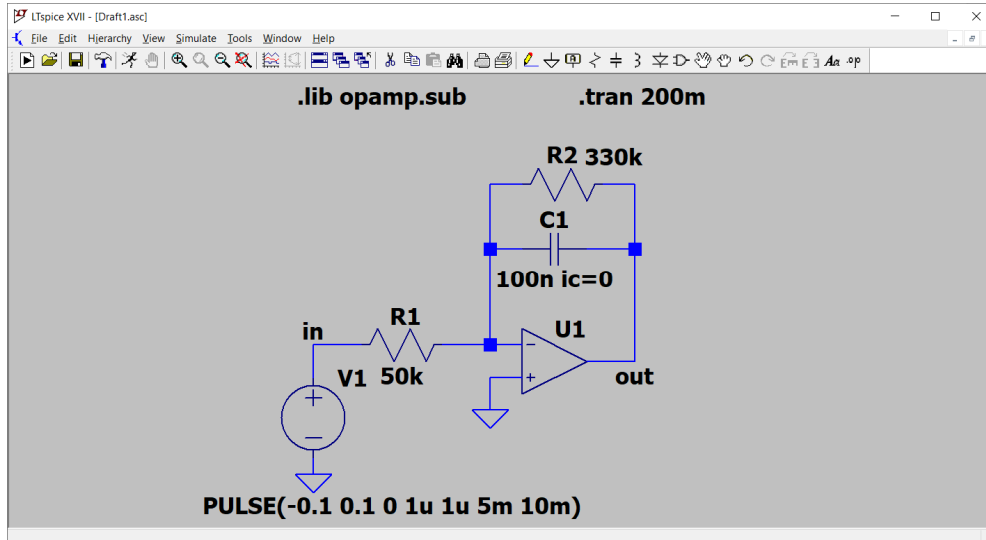


Ο ολοκληρωτής είναι ένα κύκλωμα που βασίζεται στον τ.ε. και παράγει ως έξοδο το ολοκλήρωμα της εισόδου.

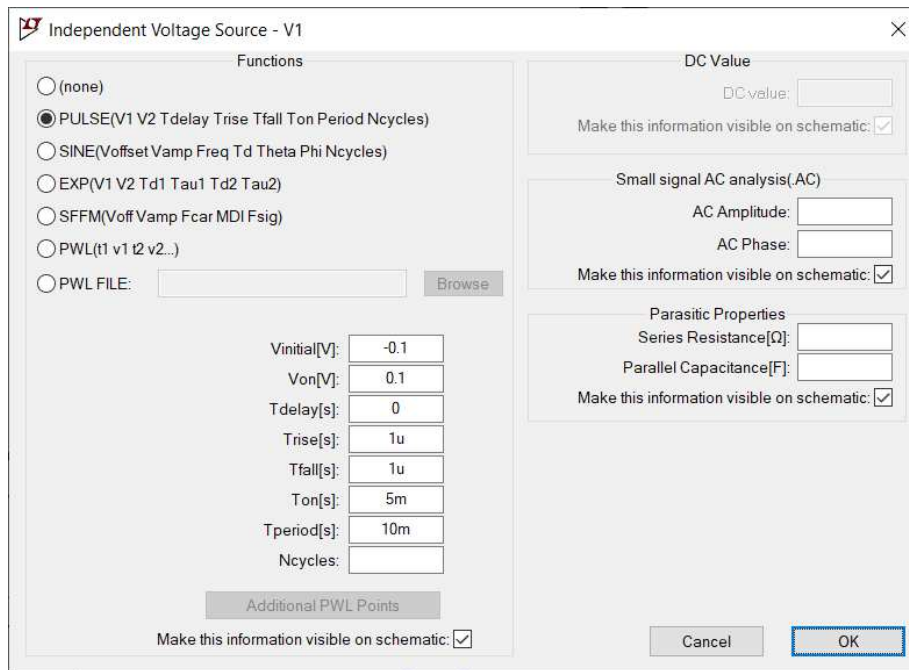
$$v_o = -\frac{1}{RC} \int v_{in}(t) dt$$

Παράδειγμα

Το κύκλωμα του ολοκληρωτή προκύπτει εναλλάσσοντας τη θέση αντίστασης και πυκνωτή στο προηγούμενο κύκλωμα. Ο αντίσταση R2 εκμηδενίζει το dc offset στην έξοδο.



Η ρύθμιση των παραμέτρων της πηγής είναι όπως στο παρακάτω σχήμα.



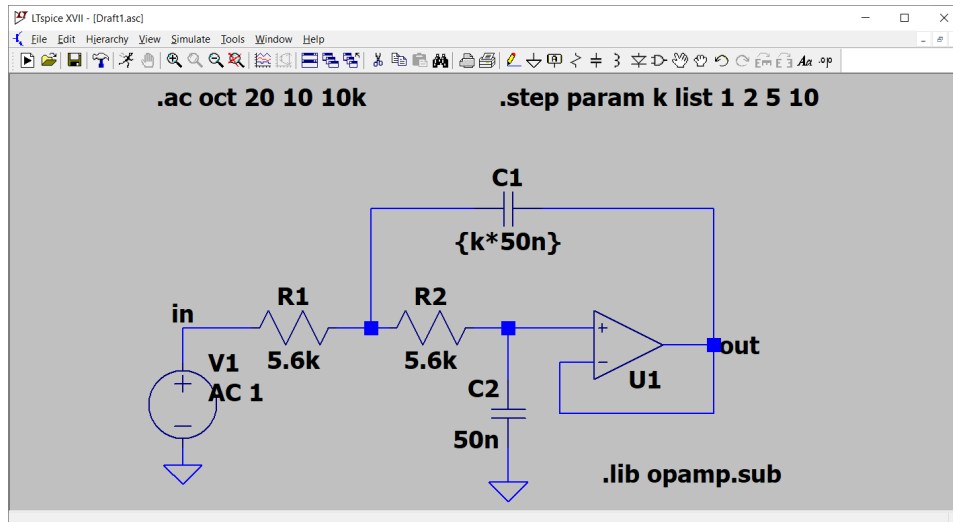
Τρέξτε την εξομοίωση και σχεδιάστε είσοδο και έξοδο σε κοινό γράφημα.

7.4 Ηλεκτρικά φίλτρα

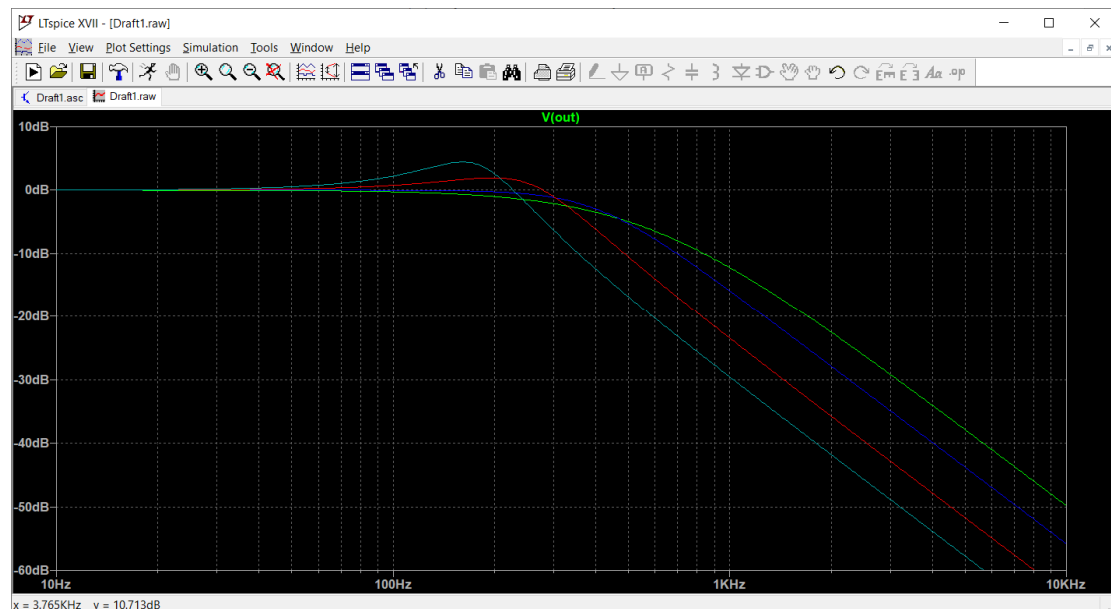
Τα ηλεκτρικά φίλτρα είναι κυκλώματα που επιτρέπουν ένα φάσμα συχνοτήτων να περνά με αμείωτο πλάτος, ενώ ταυτόχρονα αποκόπτουν το συμπληρωματικό του φάσμα. Ο τ.ε. προσφέρεται για την υλοποίηση ενεργών φίλτρων με τη βοήθεια αντιστάσεων και πυκνωτών.

Παράδειγμα

Το παρακάτω κύκλωμα ονομάζεται βαθυπερατό φίλτρο των Sallen-Key. Με τον τρόπο που θα εξομοιώσουμε το κύκλωμα θα διαπιστώσουμε την επίδραση που έχει στην απόκριση ο λόγος των χωρητικοτήτων. Θα δοκιμάσουμε τους λόγους $C1/C2 = 1, 2, 5$ και 10 .

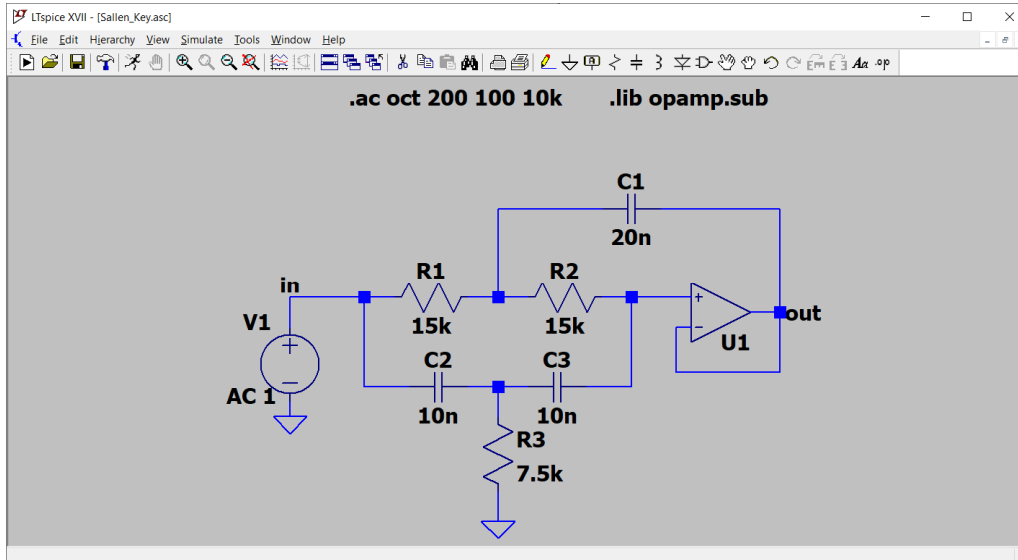


Η απόκριση φαίνεται στο παρακάτω γράφημα. Παρατηρούμε ότι εκτός από τη συχνότητα αποκοπής ο λόγος των πυκνωτών επηρεάζει και το Q του φίλτρου (για μεγάλους λόγους έχουμε υπερύψωση κοντά στη συχνότητα αποκοπής). Η πλέον επίπεδη απόκριση συχνότητας παράγεται για λόγο ίσο με 2.

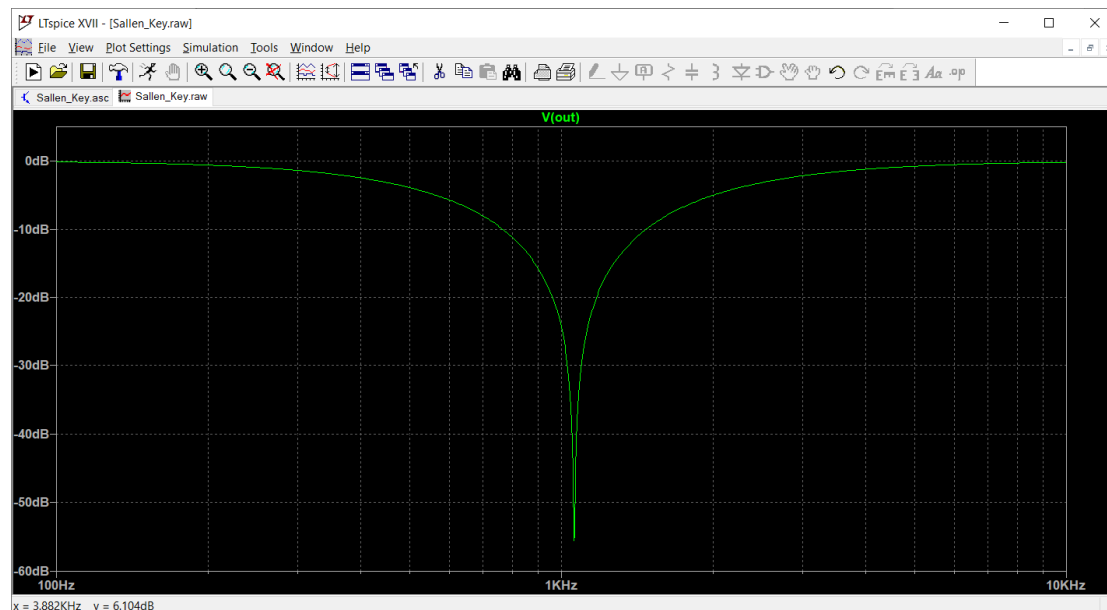


Παράδειγμα

Το παρακάτω κύκλωμα υλοποιεί ένα φίλτρο ζώνης αποκοπής (notch) γύρω από τη συχνότητα $f_0 = 1/(2\pi RC) = 1061 \text{ Hz}$, όπου $R = 15 \text{ k}\Omega$ και $C = 10 \text{ nF}$. Επειδή η ζώνη αποκοπής είναι πολύ στενή χρησιμοποιούμε 200 σημεία σε μία οκτάβα.



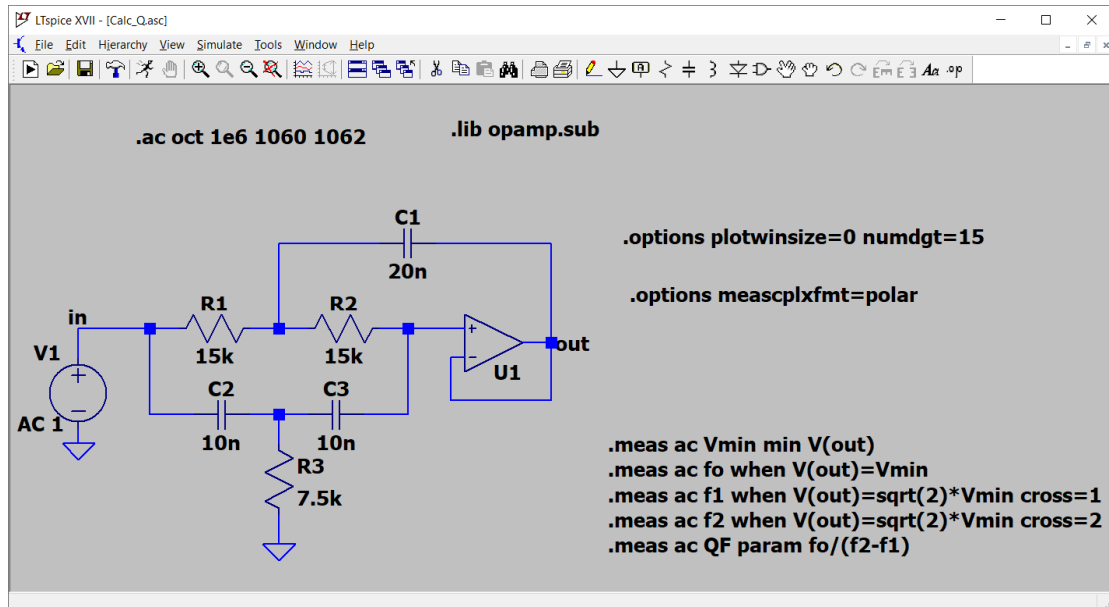
Τρέχοντας την εξομοίωση και σχεδιάζοντας την έξοδο προκύπτει το παρακάτω γράφημα.



Πρόβλημα

Ο συντελεστής ποιότητας Q (quality factor) στο παραπάνω κύκλωμα είναι θεωρητικά άπειρος, ισοδύναμα η ζώνη διέλευσης ισούται με μηδέν. Στην πράξη, ο συντελεστής Q έχει υψηλή αλλά πεπερασμένη τιμή επειδή είναι αδύνατο να εκμηδενίσουμε τη παρασιτική αντίσταση των πυκνωτών. Προκειμένου να υπολογίσουμε την τιμή του Q με αυτόματο τρόπο προσθέτουμε τις παρακάτω εντολές `.meas` και περιορίζουμε το

εύρος της AC ανάλυσης από 1060 ως 1062 Hz. Αυξάνουμε δε τον αριθμό σημείο σε μία οκτάβα σε 1000000. Σχεδιάστε το κύκλωμα, τρέξτε την εξομοίωση και πατήστε *Ctrl + L* για να δείτε τα αποτελέσματα. Η εντολή `.options plotwinsize=0 numdgt=15` αποτρέπει τη συμπίεση των δεκαδικών ψηφίων και δίνει μεγαλύτερη ακρίβεια στη σχεδίαση του γραφήματος, ενώ δεν έχει επίδραση στους υπολογισμούς των παραμέτρων.



8. Το φάσμα ενός σήματος

8.1 Μετασχηματισμός Fourier

Το περιεχόμενο συχνοτήτων ενός σήματος μπορεί να βρεθεί με τον μετασχηματισμό Fourier. Ο μετασχηματισμός Fourier είναι ένας ολοκληρωτικός μετασχηματισμός, όπου το σήμα $x(t)$ πολλαπλασιάζεται με όλα τα δυνατά μιγαδικά εκθετικά σήματα $e^{j\omega t}$. Αν στο φάσμα του σήματος περιέχεται η συχνότητα ω_0 , τότε το πλάτος του φάσματος έχει υψηλή τιμή σε εκείνο το σημείο, διαφορετικά η τιμή του πλάτους είναι χαμηλή.

$$X(\omega) = \mathcal{F}[x(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$$

Το φάσμα ενός πραγματικού σήματος είναι συμμετρικό γύρω από τον άξονα των ω και θα μπορούσαμε να περιορίσουμε το φάσμα στις θετικές μόνο συχνότητες διπλασιάζοντας το πλάτος τους. Η ύπαρξη αρνητικών συχνοτήτων αποτελεί όμως μια μαθηματική αναγκαιότητα. Αν φανταστούμε το μιγαδικό εκθετικό σήμα ως ένα στρεφόμενο διάνυσμα, τότε το εκθετικό $e^{j\omega t}$ περιγράφει ένα διάνυσμα που περιστρέφεται δεξιόστροφα ενώ το εκθετικό $e^{-j\omega t}$ ένα διάνυσμα που περιστρέφεται αριστερόστροφα. Τα δύο διανύσματα συνυπάρχουν και επομένως τα πραγματικά τους μέρη αναιρούνται ενώ τα φανταστικά μέρη ενισχύονται. Το άθροισμα $e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}$ σύμφωνα με την ταυτότητα του Euler ισοδυναμεί με ένα ημιτονοειδές σήμα

$$e^{j\omega t} + e^{-j\omega t} = 2\cos\omega t$$

Στην πράξη, συνηθίζουμε να απεικονίζουμε μόνο το θετικό τμήμα του φάσματος με διπλασιασμένο το πλάτος των συντελεστών.

8.2 Ο αλγόριθμος FFT

Ο αλγόριθμος FFT (Fast Fourier Transform) είναι ένας αλγόριθμος που υπολογίζει το φάσμα ενός σήματος για έναν αριθμό διακριτών συχνοτήτων N . Εκ κατασκευής, ο αριθμός σημείων N είναι πολλαπλάσιο του 2, π.χ. 1024, 2048, κοκ. Εκμεταλλευόμενος διάφορες συμμετρίες ο FFT επιτρέπει τον υπολογισμό του φάσματος με ταχύτητα και για το λόγο αυτό χρησιμοποιείται κατά κόρο σε ψηφιακά συστήματα, όπως ένας υπολογιστής. Αν ένα αναλογικό σήμα έχει δειγματοληψία με διάστημα δειγματοληψίας T_s ή ισοδύναμα με συχνότητα δειγματοληψίας $f_s = 1/T_s$, τότε για FFT N σημείων η διακριτική ικανότητα στη συχνότητα ισούται με $\Delta f = f_s/N$. Στην πράξη, η διακριτική ικανότητα δεν μπορεί να υπερβαίνει την τιμή $1/T_{\max}$ όπου T_{\max} η μέγιστη χρονική διάρκεια καταγραφής του σήματος. Αν λοιπόν αυξήσουμε αυθαίρετα τον αριθμό σημείων N , τότε η βελτιωμένη διακριτική ικανότητα στη συχνότητα που προκύπτει είναι πλασματική εφόσον δεν προέρχεται από πραγματική πληροφορία (μεγαλύτερη διάρκεια σήματος).

Στο LTspice ο αλγόριθμος FFT υλοποιείται με κάποιες ιδιαιτερότητες που καλό είναι να τις έχουμε υπόψη μας. Πρώτον, η DC συνιστώσα του σήματος αγνοείται και δεύτερον, όλοι οι συντελεστές διαιρούνται με τον παράγοντα $\sqrt{2}$. Ο αλγόριθμος, αν και υπολογίζει εσωτερικά τους συντελεστές για τις αρνητικές συχνότητες, μας εμφανίζει

μόνο αυτούς που αντιστοιχούν στο θετικό κομμάτι του φάσματος. Όπως εξηγήσαμε παραπάνω, αυτό δεν αποτελεί απώλεια πληροφορίας για πραγματικά σήματα. Για να έχουμε μια εικόνα του φάσματος ενός σήματος, πρέπει πρώτα να τρέξουμε την εξομοίωση *Transient*, να έχουμε δηλαδή την κυματομορφή στο πεδίο του χρόνου για ένα αριθμό σημείων. Καλό είναι να καθορίζουμε εμείς το βήμα της μεταβατικής ανάλυσης, που ισοδυναμεί με το διάστημα δειγματοληψίας T_s . Όπως θα δούμε στη συνέχεια, το κατώφλι θορύβου που επιτυγχάνεται εξαρτάται ως ένα βαθμό και από το χρονικό βήμα της εξομοίωσης. Αν έχουμε την κυματομορφή στην οθόνη, μπορούμε να δούμε το φάσμα κάνοντάς δεξί κλικ πάνω στο γράφημα και στη συνέχεια *View > FFT*. Σημαντικό είναι στο κύκλωμα μας να προσθέσουμε την εντολή

`.options plotwinsize = 0`

η οποία αποτρέπει τη συμπίεση των δεδομένων και συνεπώς αυξάνει την ακρίβεια. Επαναλαμβάνουμε πως αν ο συνολικός χρόνος εξομοίωσης είναι T_{max} τότε η διακριτική ικανότητα στη συχνότητα που επιτυγχάνεται είναι

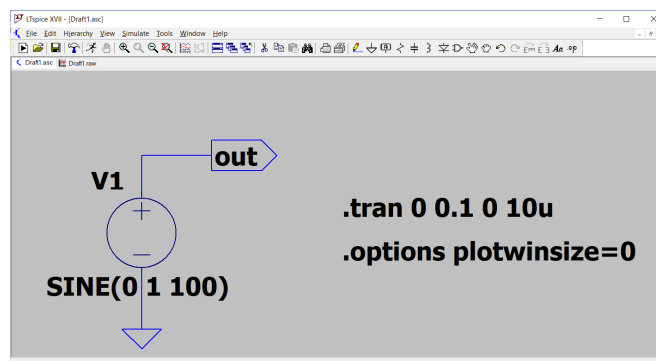
$$\Delta f = \frac{1}{T_{max}} \text{ [Hz]}$$

Αν ζητήσουμε από το LTspice να υπολογίσει τον FFT σε ένα αριθμό N σημείων (όχι απαραίτητα δύναμη του 2) τότε η υψηλότερη συχνότητα για την οποία υπολογίζεται το φάσμα ισούται με

$$f_{max} = \frac{N - 2}{2T_{max}} = \frac{N - 2}{2} \cdot \Delta f$$

Παράδειγμα

Ως πρώτο παράδειγμα θα θεωρήσουμε την ημιτονοειδή τάση $v(t) = \sin(200\pi t)$ με πλάτος 1 V και συχνότητα 100 Hz. Μπορούμε να δημιουργήσουμε την τάση με το παρακάτω κύκλωμα ρυθμίζοντας τις παραμέτρους της πηγής κατά τα γνωστά.



Ο μετασχηματισμός Fourier του ημιτόνου είναι

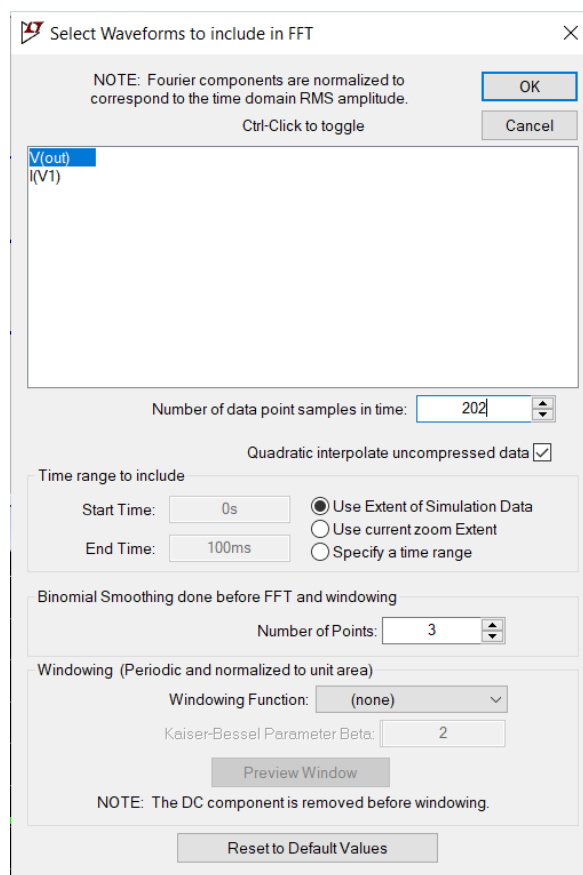
$$\mathcal{F}[\sin \omega_o t] = j\pi [\delta(\omega + \omega_o) - \delta(\omega - \omega_o)]$$

αποτελείται δηλαδή από δύο συναρτήσεις δέλτα στις συχνότητες ω_o και $-\omega_o$ με εμβαδόν ίσο με π . Στο LTspice περιμένουμε να δούμε μόνο μία γραμμή στη συχνότητα

100 Hz. Ρυθμίζουμε την εξομοίωση Transient να τρέξει συνολικά για 0.1 s (10 περίοδοι του σήματος) με βήμα 10 μs.

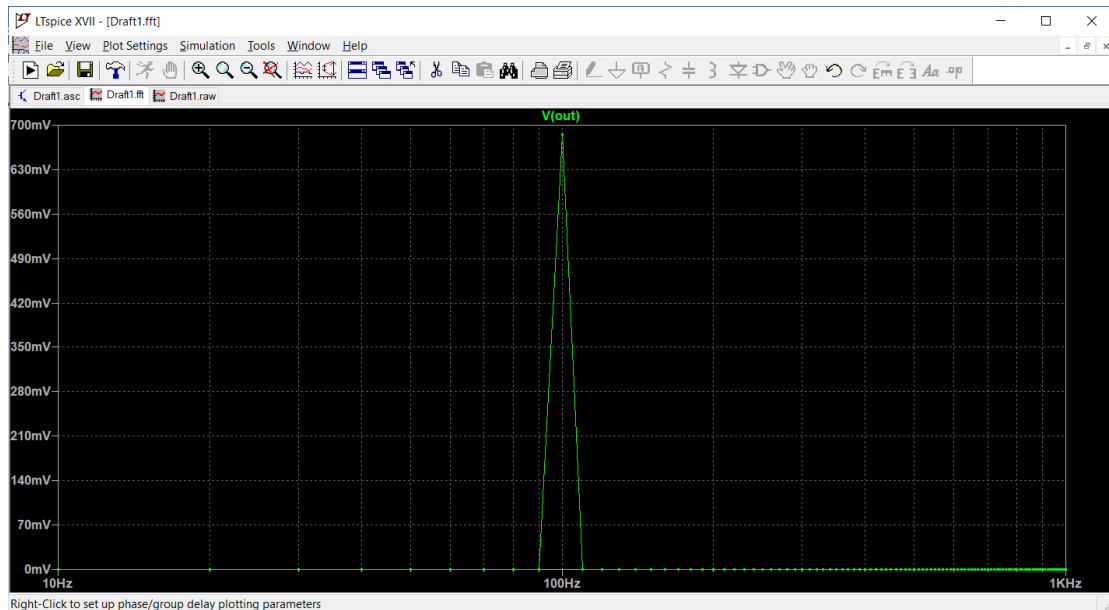
Σημείωση: Είναι πολύ σημαντικό να παρατηρήσουμε ότι όταν έχουμε να κάνουμε με περιοδικά σήματα πρέπει οπωσδήποτε να εκτελούμε την εξομοίωση για έναν ακέραιο αριθμό περιόδων, επειδή εκ κατασκευής ο αλγόριθμος FFT προϋποθέτει ότι το σήμα είναι περιοδικό. Αν σταματήσουμε την εξομοίωση σε ένα σημείο της περιόδου διαφορετικό από το αρχικό, τότε η επέκταση του σήματος θα ξεκινήσει από εκείνο το ακριβώς, οπότε το σήμα παύει πλέον να μοιάζει με ημίτονο.

Με τις παραμέτρους που έχουμε επιλέξει δειγματίζουμε το σήμα σε $0.1/10 \times 10^{-6} = 10000$ σημεία και σχεδιάζουμε την κυματομορφή εξόδου της πηγής. Στη συνέχεια κάνοντας δεξί κλικ πάνω στο γράφημα και *View > FFT* προκύπτει το παρακάτω παράθυρο



Στο παράθυρο αυτό υπάρχουν διάφορες παράμετροι. Προς το παρόν θα θέσουμε στο πεδίο *Number of data point samples* την τιμή 202. Ο FFT του σήματος εξόδου της πηγής φαίνεται στο παρακάτω γράφημα. Στο άξονα y έχουμε επιλέγει γραμμική κλίμακα (δεξί κλικ στον άξονα και *Linear*) και έχουμε ζητήσει να φανούν όλα τα σημεία με δεξί κλικ και *View > Mark Data Points*. Όπως βλέπουμε, το LTspice ενώνει τα σημεία μεταξύ τους εκτελώντας γραμμική παρεμβολή. Με τη βοήθεια του κέρσορα μπορούμε να βρούμε ότι το πλάτος του σήματος είναι περίπου ίσο με $1/\sqrt{2}$. Η διακριτική ικανότητα στη συχνότητα ισούται με $\Delta f = 1/0.1 = 10$ Hz. Μετακινώντας τον κέρσορα από σημείο σε σημείο βλέπουμε ότι οι διακριτές συχνότητες γύρω από την κεντρική συχνότητα είναι οι ...80, 90, 100, 110, 120,..., κτλ. Για τις υπόλοιπες

συχρότητες οι τιμές των συντελεστών του FFT δεν έχουν υπολογιστεί συνεπώς δεν υφίστανται.



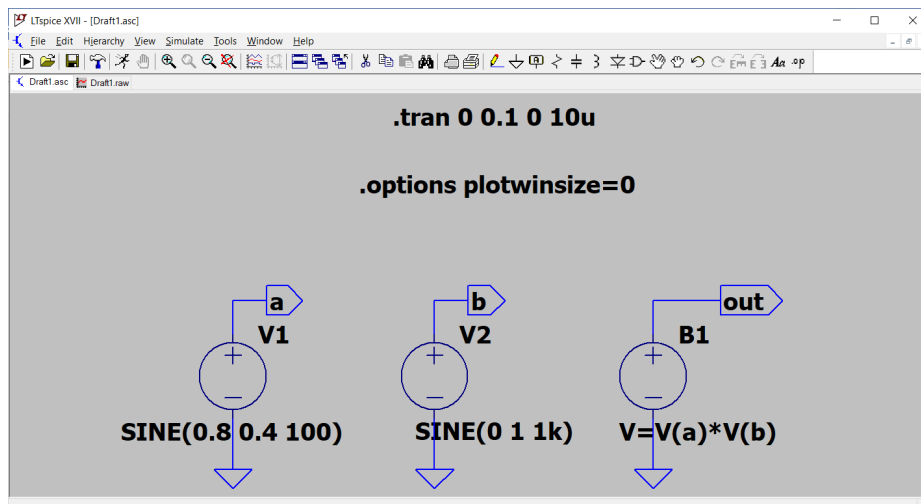
Πρόβλημα

Τρέξτε ξανά την παραπάνω εξομοίωση με βήμα 5 ms και παρατηρήστε πως αυξάνει το επίπεδο θορύβου. Για αυτή τη δουλειά είναι προτιμότερο να έχετε επιλέξει λογαριθμικό άξονα των y.

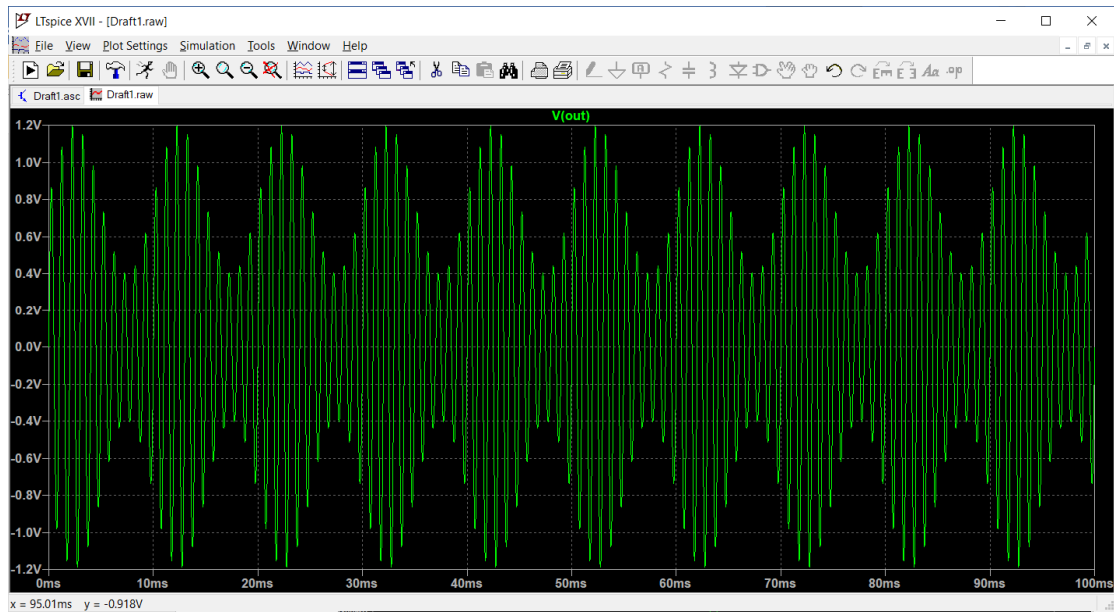
Ξαναγυρίστε σε βήμα 10 μs και επιλέξτε συνολικό χρόνο εξομοίωσης 0.072 s. Υπολογίστε τον FFT. Εξηγήστε το λόγο για τον οποίο η ενέργεια του σήματος δεν συγκεντρώνεται σε μία και μοναδική συχνότητα.

Παράδειγμα

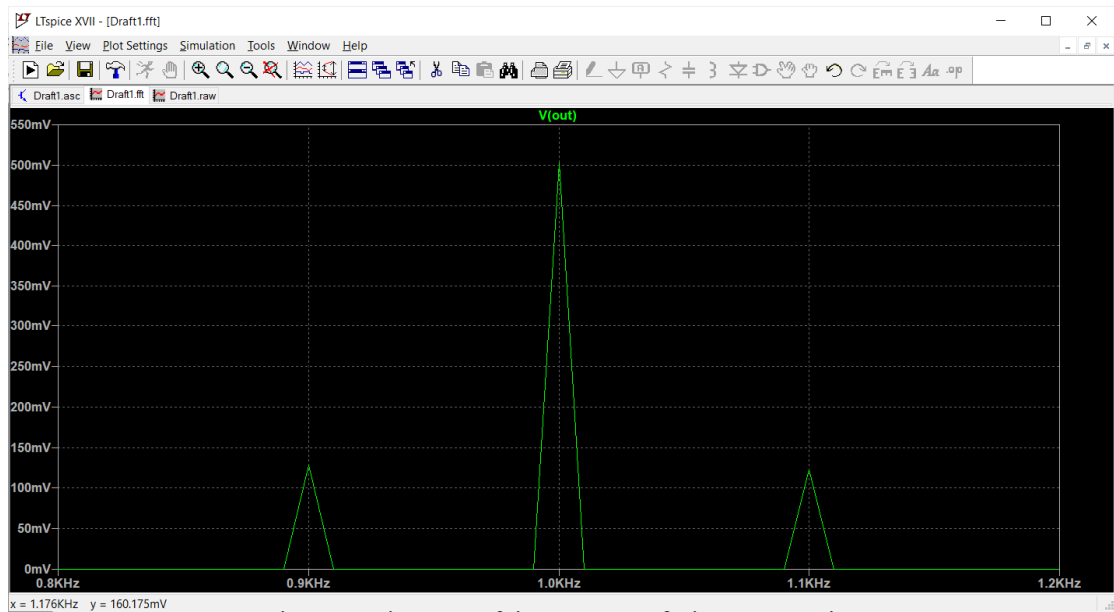
Θα δούμε στη συνέχεια το ρόλο που παίζει η διακριτική ικανότητα στην ανίχνευση κοντινών συχνοτήτων που βρίσκονται παραπλεύρως μιας κεντρικής συχνότητας. Το κύκλωμα στο οποίο θα εργαστούμε φαίνεται παρακάτω.



Η πηγή τύπου bv παράγει έξοδο ίση με το γινόμενο των δύο ημιτονοειδών σημάτων, δηλαδή είναι $V(out) = (0.8+0.4\sin 200\pi t)*\sin 2000\pi t$.



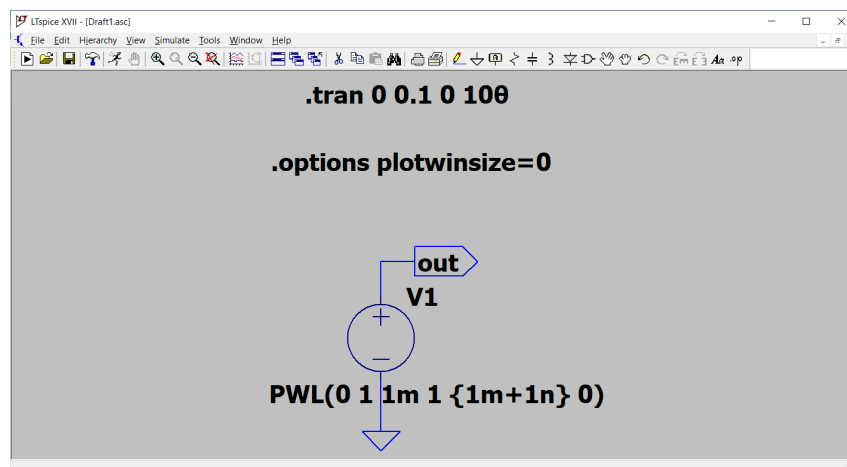
Ένα διαμορφωμένο κατά πλάτος σήμα με κεντρική συχνότητα 1 kHz θα εμφανίσει στο φάσμα του εκτός της κεντρικής συχνότητας και τις συχνότητες διαφοράς και αθροίσματος 1000 ± 100 Hz. Σχεδιάστε το φάσμα χρησιμοποιώντας γραμμική κλίμακα για άξονα των x που περιορίζεται από 800 ως 1200 Hz (*View > Manual Limits*).



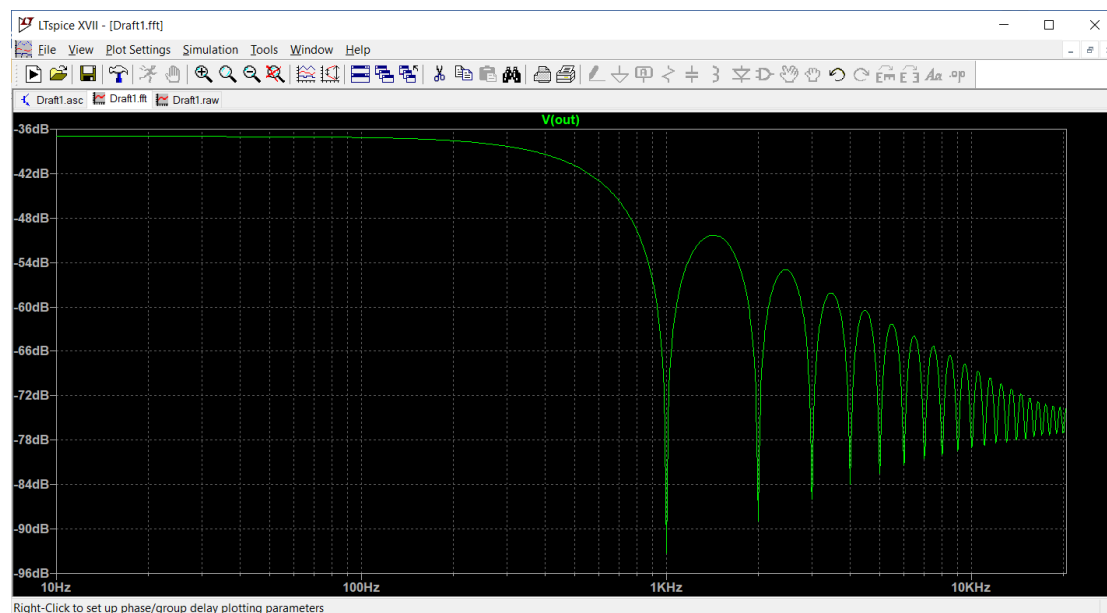
Στην παραπάνω εξομοίωση η διακριτική ικανότητα στη συχνότητα ισούται με $\Delta f = 1/0.1 = 10$ Hz. Αλλάξτε τη συχνότητα του χαμηλόσυχνου σήματος σε 105 Hz, τρέξτε ξανά την εξομοίωση και παρατηρείστε τι συμβαίνει. Υποβαθμίστε περαιτέρω τη διακριτική ικανότητα στη συχνότητα θέτοντας μέγιστο χρόνο εξομοίωσης 0.05 s και σχεδιάστε εκ νέου το φάσμα του σήματος.

Παράδειγμα

Το παρακάτω κύκλωμα παράγει έναν παλμό διάρκειας $\tau = 1 \text{ ms}$. Θα εξετάσουμε το φάσμα του παλμού προκειμένου να εξάγουμε κάποια χρήσιμα συμπεράσματα.

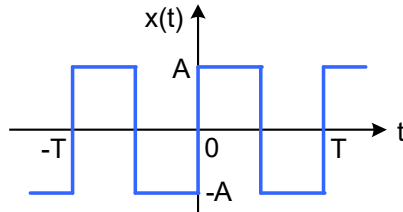


Τρέχοντας την εξομοίωση και σχεδιάζοντας τον FFT για $N = 4096$ σημεία λαμβάνουμε το παρακάτω γράφημα. Ο πρώτος λωβός περιέχει το μεγαλύτερο ποσοστό της ενέργειας του παλμού και μηδενίζεται στη συχνότητα $1/\tau = 1 \text{ kHz}$. Με τη βοήθεια του κέρσορα μπορούμε να βρούμε ότι το σημείο -3 dB βρίσκεται περίπου στη συχνότητα $1/2\tau$. Στην πράξη επομένως μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ο παλμός διαθέτει επίπεδο φάσμα ως τη συχνότητα των 500 Hz . Αν θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε τον παλμό ως σήμα διέγερσης σε ένα σύστημα με μεγαλύτερο εύρος, τότε θα πρέπει να μειώσουμε τη διάρκεια του παλμού. Π.χ., για να πετύχουμε εύρος 5 kHz η διάρκεια του παλμού θα πρέπει να είναι $\tau = 100 \mu\text{s}$.



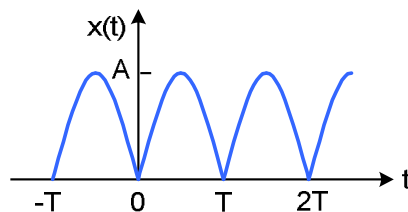
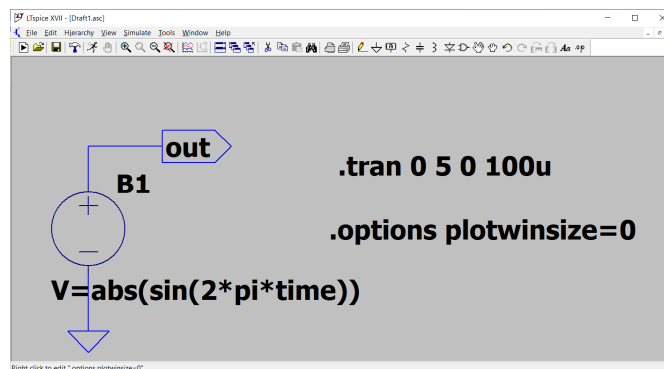
Πρόβλημα

Δημιουργείστε ένα κύκλωμα που θα παράγει την παρακάτω περιοδική κυματομορφή με πλάτος $A = \pm 1$ V και στη συνέχεια υπολογίστε το φάσμα της. Επιβεβαιώστε ότι περιέχει μόνο περιττές αρμονικές $n = 1, 3, 5, 7, \dots$



Πρόβλημα

Το παρακάτω κύκλωμα με πηγή τύπου bv μπορεί να παράγει μια κυματομορφή ανορθωμένου ημιτόνου $x(t) = |A \sin \omega_0 t|$, $0 < t < 2T$.



Επιβεβαιώστε ότι το φάσμα του σήματος είναι της μορφής $x(t) = \frac{2A}{\pi} - \frac{4A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\omega_0 t}{4n^2 - 1}$.

8.3 Αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier

Ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier επιτρέπει να υπολογίσουμε την κρουστική απόκριση ενός ηλεκτρικού κυκλώματος αν είναι γνωστή η απόκριση συχνότητας του σε μια περιοχή συχνοτήτων.

$$h(t) = F^{-1}\{H(j\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) d\omega$$

Στην πράξη, ο υπολογισμός της κρουστικής απόκρισης από το φάσμα γίνεται με έναν αλγόριθμο που ονομάζεται IFFT (Inverse Fast Fourier Transform) και λειτουργεί

παρόμοια με τον αλγόριθμο FFT. Αν f_{max} η μέγιστη συχνότητα για την οποία έχουμε το πλάτος και τη φάση της απόκρισης συχνότητας τότε η διακριτική ικανότητα στο χρόνο ισούται με

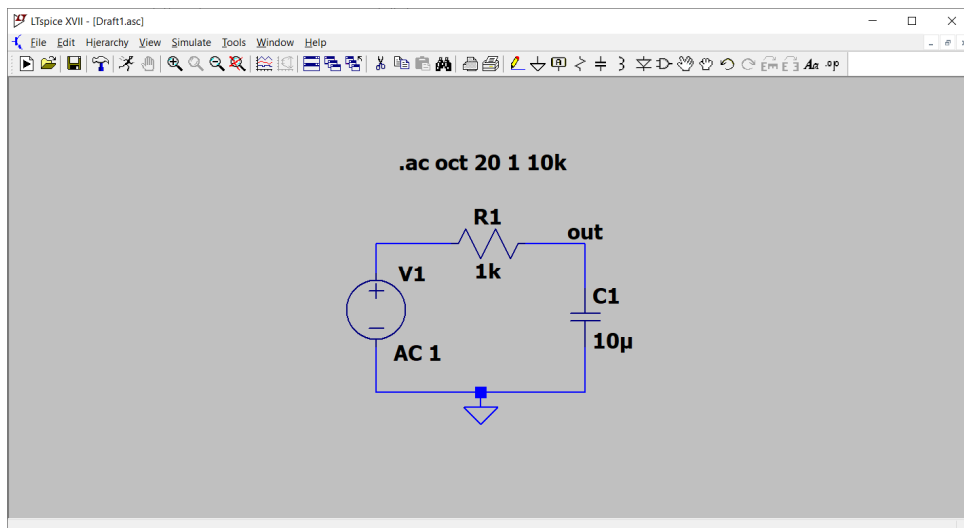
$$\Delta t = \frac{1}{2f_{max}} \text{ [s]}$$

Αν υπολογίσουμε τον IFFT σε έναν αριθμό N σημείων (συνήθως δύναμη του 2) ο μέγιστος χρόνος για τον οποίο είναι διαθέσιμη η κρουστική απόκριση ισούται με

$$T_{max} = (N - 2)\Delta t$$

Παράδειγμα

Έστω το βαθυπερατό φίλτρο RC 1^{ης} τάξης του σχήματος με συχνότητα αποκοπής $\omega_0 = 1/RC = 100 \text{ rad/s}$. Εκτελώντας AC ανάλυση σε ένα εύρος συχνοτήτων από 1 ως 10000 Hz μπορούμε να πάρουμε την απόκριση συχνότητα του κυκλώματος (μέτρο και φάση).



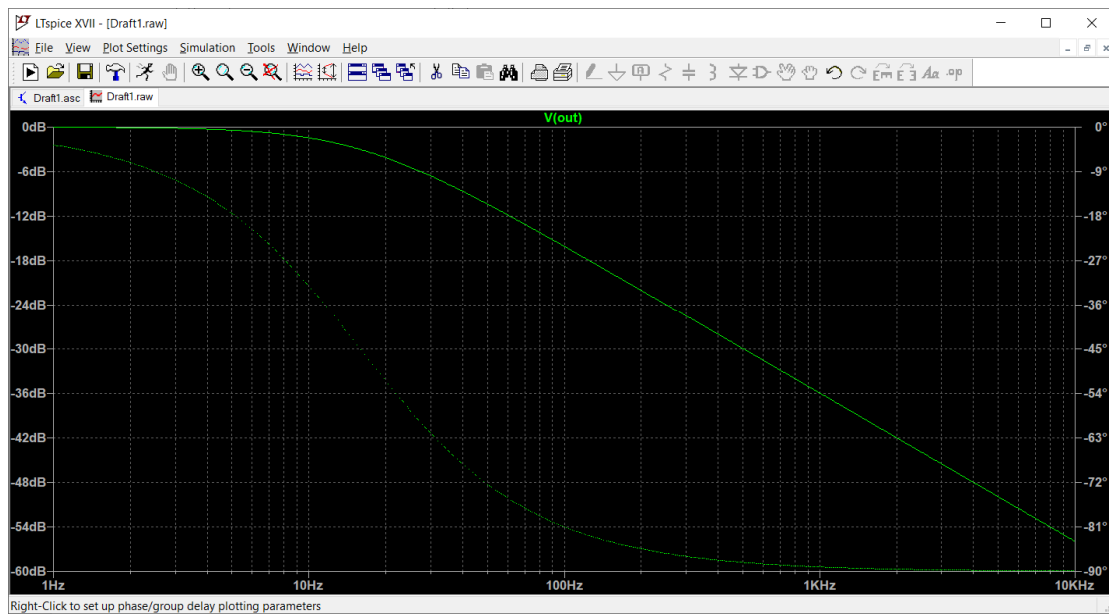
Η απόκριση φαίνεται στο παρακάτω γράφημα. Η συχνότητα αποκοπής -3 dB βρίσκεται στα 15,9 Hz. Για ανώτερη συχνότητα 10000 Hz η διακριτική ικανότητα στο χρόνο που επιτυγχάνεται ισούται με

$$\Delta t = \frac{1}{2 \cdot 10000} = 50\mu\text{s}$$

Η σταθερά χρόνου του κυκλώματος ισούται με $\tau = RC = 10^3 \cdot 10^{-5} = 10 \text{ ms}$. Καλό είναι να έχουμε διαθέσιμη την κρουστική απόκριση για ένα χρονικό διάστημα τουλάχιστον 5τ. Αν επιλέξουμε $N = 1024$ σημεία, ο μέγιστος χρόνος για τον οποίο θα υπολογιστεί η κρουστική απόκριση ισούται με

$$T_{max} = (1024 - 2) \cdot 50 \times 10^{-6} = 51.1 \text{ ms}$$

Σημείωση: Η χαμηλότερη συχνότητα ανάλυσης πρέπει να εκλεγεί τουλάχιστον 10 φορές μικρότερη από τη συχνότητα αποκοπής, γενικότερα από τη συχνότητα όπου παρατηρούνται αλλαγές στο μέτρο, διαφορετικά στην κρουστική απόκριση προκύπτουν ψευτοκυματισμοί που αλλοιώνουν τη μορφή της.



Πάνω στο γράφημα της απόκρισης κάνω δεξί κλικ και στη συνέχεια *View > FFT*. Στην παράμετρο *Number of data point samples in frequency* θέτω την τιμή 1024. Κάνοντας *View > Mark Data Points* μπορείτε με τη βοήθεια του κέρσορα να διαπιστώσετε ότι η διακριτική ικανότητα στο χρόνο προσεγγίζει αυτή που υπολογίσαμε θεωρητικά. Η θεωρητική κρουστική απόκριση του κυκλώματος είναι $h(t) = 100e^{-100t}$, η οποία μετά την παρέλευση ικανού χρόνου πρακτικά μηδενίζεται. Το αρνητικό dc offset που προκύπτει στο γράφημα είναι σφάλμα της αριθμητικής ολοκλήρωσης και μπορούμε να το εξαλείψουμε προσθέτοντας τη σταθερή τιμή που προκύπτει για $t > 5\tau$.

