

Σημείο 2':	ολική τάση	$\sigma_2 = 0,96 + 1,60 \cdot 2,00 = 4,16 \text{ t/m}^2$
	πίεση νερού πόρων	$u_2 = 0$
	ένεργός τάση	$\sigma_2 = 4,16 - 0 = 4,16 \text{ t/m}^2$
Σημείο 2:	ολική τάση	$\sigma_2 = 4,16 + 2,00 \cdot 0,40 = 4,96 \text{ t/m}^2$
	πίεση νερού πόρων	$u_2 = 1,00 \cdot 0,40 = 0,40 \text{ t/m}^2$
	ένεργός τάση	$\sigma_2' = 4,96 - 0,40 = 4,56 \text{ t/m}^2$
Σημείο 3:	ολική τάση	$\sigma_3 = 4,96 + 2,20 \cdot 12,00 = 31,36 \text{ t/m}^2$
	πίεση ύδατος πόρων	$u_3 = 1,00 \cdot 12,40 + 6,00 = 18,40 \text{ t/m}^2$
	ένεργός τάση	$\sigma_3' = 31,36 - 18,40 = 12,96 \text{ t/m}^2$

β) Υποθέτουμε ότι το πλάτος της έσκαφής είναι αρκετά μεγάλο ώστε να μην αναπτύσσονται διατμητικές τάσεις. Για να μην έχουμε θραύση στο επίπεδο έσκαφής, θά πρέπει η ένεργός τάση στο επίπεδο του ψαμμίτη να είναι ίση με την πίεση του νερού πόρων στη θέση αυτή, δηλ. αν D είναι το βάθος της έσκαφής από την ελεύθερη επιφάνεια του εδάφους, έχουμε:

$$(15,00 - D) 2,20 = 20,40$$

Άρα

$$D = 15,00 - 9,27 = 5,73.$$

2.4 Διαπερατότητα

Τά προβλήματα της ροής του νερού στο έδαφος αποτελούν αντικείμενο της υπόγειας υδραυλικής. Ειδικά η Έδαφομηχανική ενδιαφέρεται:

1. Για τον προσδιορισμό των υπόγειων παροχών, σχετικά με τη διαπερατότητα, την αποστράγγιση του εδάφους, τη στεγανότητα των χωμάτινων κατασκευών κλπ.
2. Για τη μελέτη των δυνάμεων ροής, δηλαδή των δυνάμεων που ασκεί το νερό που βρίσκεται σε κίνηση, στους κόκκους του εδάφους. (Τό πρόβλημα παρουσιάζεται στη μελέτη της ισορροπίας των πρανών, στο φαινόμενο διασωλήνωσης, κλπ.)

3. Στή μελέτη στερεοποίησης τών εδαφών, δηλαδή στή μελέτη τής έκροφης τού νερού λόγω επιφόρτισης τού εδάφους, πού αναπτύσσεται ειδικά τό κεφάλαιο 8.

Στή συνέχεια εξετάζονται μερικά πρακτικά παραδείγματα σχετικά μέ τίς παραπάνω περιπτώσεις.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

2.4 *Νά υπολογιστεί ό συντελεστής διαπερατότητας k μιās άμμου πού έχει τήν παρακάτω κοκκομετρική σύνθεση:*

N° κόσκινου	Διάμετρος όπής κόσκινου (mm)	Ποσοστό πού διέρχεται %
20	0,840	99,90
40	0,420	95,00
60	0,250	60,00
80	0,177	20,00
200	0,074	1,50

ΛΥΣΗ

Γιά τόν υπολογισμό τής διαπερατότητας τών ομοιόρφων άμμων μέ συντελεστή όμοιομορφίας $C_u < 2$ έχει προταθεί άπό τόν Hazen ή παρακάτω έμπειρική σχέση:

$$k = c D_{10}^2,$$

όπου c = συντελεστής μέ μέση τιμή 100, και

D_{10} = διάμετρος άπό όπου περνάει τό 10% τών κόκκων σέ cm.

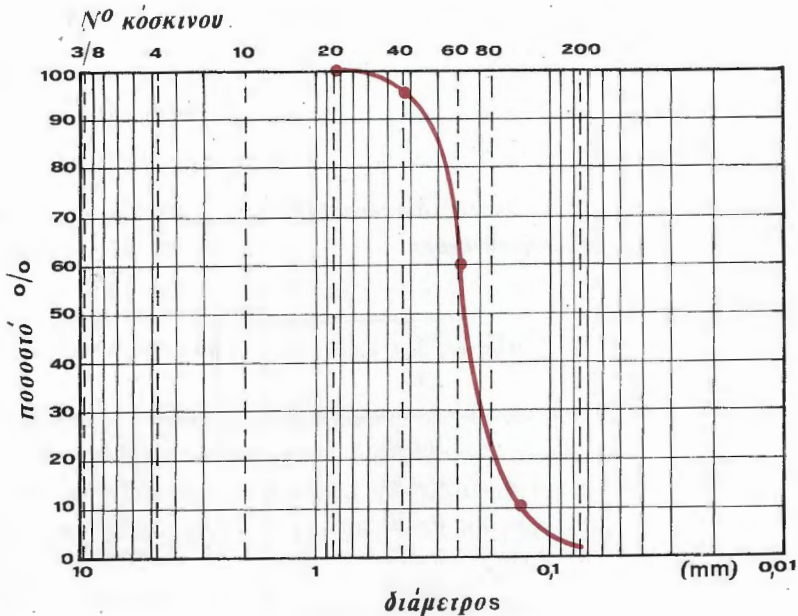
Σχεδιάζοντας τήν κοκκομετρική καμπύλη γιά τά δεδομένα τής άσκησης έχουμε τήν καμπύλη τού σχήματος 2.9.

Ό συντελεστής όμοιομορφίας είναι:

$$C_u = \frac{D_{60}}{D_{10}} = \frac{0,25}{0,14} = 1,8 < 2.$$

Άρα, με ικανοποιητική προσέγγιση:

$$k = 100 \cdot 0,014^2 = 1,96 \cdot 10^{-2} \text{ cm/sec.}$$



Σχήμα 2.9

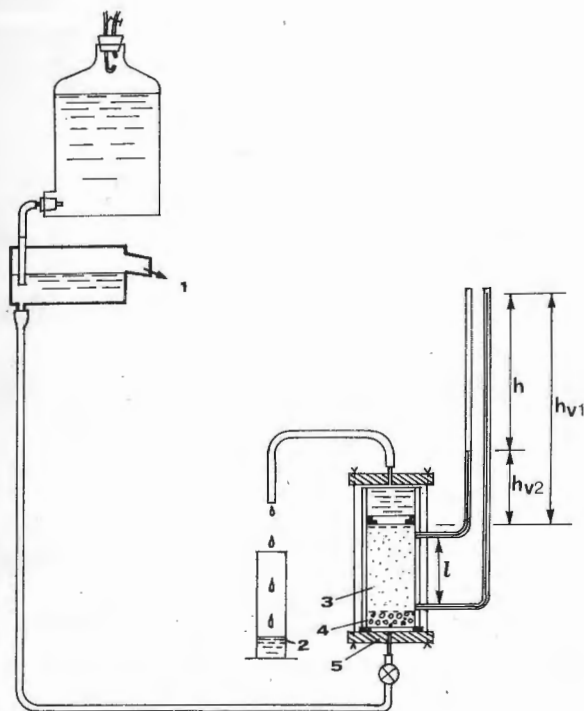
2.5 Ό υπολογισμός της διαπερατότητας γίνεται στο εργαστήριο χρησιμοποιώντας διαπερατόμετρα που διακρίνονται σε διαπερατόμετρα σταθερού και σε διαπερατόμετρα μεταβλητού φορτίου. Τά πρώτα χρησιμοποιούνται για τίς τιμές του k μέχρι 10^{-3} cm/sec ενώ τά δεύτερα για τίς τιμές του k από $10^{-3} - 10^{-6} \text{ cm/sec}$.

ΛΥΣΗ

Στό σχήμα 2.10 φαίνεται ένα διαπερατόμετρο σταθερού φορτίου. Στό διαπερατόμετρο σταθερού φορτίου τό πιεζομετρικό ύψος h και ή ύδραυλική βαθμίδα $i = \frac{h}{l}$ παραμένουν σταθερά και μετρούμε τήν παροχή Q για ένα ορισμένο χρονικό διάστημα t . Η διαπερατότητα k δίνεται από τή σχέση:

$$k = \frac{Q}{i A t}$$

όπου $A = \eta$ διατομή του δοκίμιου.



Σχήμα 2.10. Διαπερόμετρο σταθερού φορτίου.

1. Υπερχείλιση. 2. Κύλινδρος μέτρησης. 3. Δοκίμο. 4. Πορώδης λίθος. 5. Βάση.

Γιά $h = 80,00 \text{ cm}$, $l = 6,00 \text{ cm}$, $A = 78,50 \text{ cm}^2$, $Q = 314 \text{ cm}^3$ και $t = 60 \text{ sec}$, έχουμε:

$$k = \frac{314}{\frac{80,0}{6,00} \cdot 78,50 \cdot 60} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ cm/sec}.$$

2.6 Νά προσδιοριστεί ο συντελεστής διαπερατότητας k μιάς λεπτής άμμου με τη μέθοδο του διαπερατόμετρου μεταβλητού φορτίου, που φαίνεται στο σχήμα 2.11, αν $l = 4,00 \text{ cm}$, $A = 78,50 \text{ cm}^2$; $a = 0,95 \text{ cm}^2$ και για

$$\begin{aligned} t_1 &= 0 & h_1 &= 110,00 \text{ cm} \\ t_2 &= 720 \text{ sec} & h_2 &= 65,00 \text{ cm}. \end{aligned}$$

ΛΥΣΗ

Ἡ διαπερατότητα στο διαπερατόμετρο μεταβλητού φορτίου δίνεται από τή σχέση

$$k = \frac{2,3 a l}{A t} \log \frac{h_1}{h_2},$$

δηλαδή

$$k = \frac{2,30 \cdot 0,95 \cdot 4,00}{78,50 \cdot 720} \cdot \log \frac{110,00}{65,00} = 3,50 \cdot 10^{-5} \text{ cm/sec}.$$

58-78

ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΗ ΑΝΤΟΧΗ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ - ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΤΑΣΕΩΝ - ΚΥΚΛΟΙ MOHR

4.1 Είσαγωγή

Ἡ διατμητική ἀντοχή τοῦ ἐδάφους συνδέεται ἄμεσα μέ τὰ προβλήματα τῆς εὐστάθειας τῶν πρανῶν, τοῦ ὑπολογισμοῦ τῶν ὠθήσεων σέ τοίχους ἀντιστήριξης καί τοῦ ἐλέγχου τῆς ἀντοχῆς σέ θραύση τῶν θεμελιώσεων.

Τά μηχανικά χαρακτηριστικά τοῦ ἐδάφους, πού σχετίζονται μέ τή διατμητική ἀντοχή του ὑπολογίζονται σέ δοκίμια στό ἐργαστήριο πού ἐλέγχονται συνήθως εἴτε στή συσκευή τῆς ἀπλῆς διάτμησης εἴτε στήν τριαξονική συσκευή.

Ὁ ὑπολογισμός τῆς διατμητικῆς ἀντοχῆς γίνεται πολύ συχνά γραφικά μέ τή βοήθεια τῆς παράστασης τῶν τάσεων μέ τούς κύκλους τοῦ Mohr.

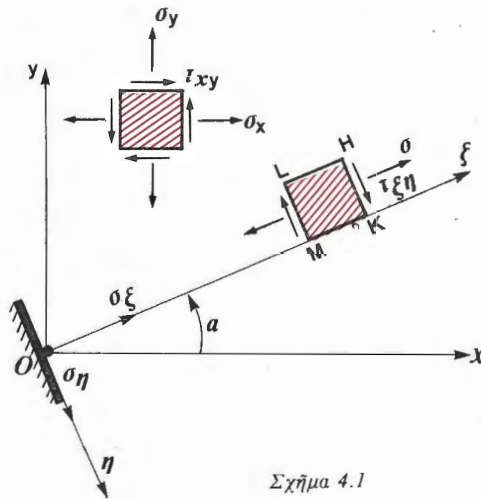
4.2 Σχέσεις μεταξύ τῶν τάσεων - Κύκλοι Mohr

Στήν παράγραφο αὐτή δίνονται οἱ βασικές ἐννοιες, οἱ γνωστές ἀπό τή θεωρία ἀντοχῆς τῶν ὑλικῶν, πού εἶναι ἀπαραίτητες γιά νά γίνει κατανοητό τό πρόβλημα τοῦ ὑπολογισμοῦ τῶν τάσεων σέ μιά φορτιζόμενη ἐδαφική μάζα.

Θεωροῦμε ἕνα σύστημα ὀρθογώνιων συντεταγμένων Ox, Oy (σχῆμα 4.1). Στό σημεῖο O οἱ τάσεις πού ἀναπτύσσονται εἶναι οἱ σ_x, σ_y καί τ_{xy} . Ζητοῦμε νά ὑπολογίσουμε, σάν συνάρτηση τῶν παραπάνω τάσεων τίς τάσεις στό σημεῖο O ὡς πρός ἕνα ἄλλο ὀρθογώνιο σύστημα συντεταγμένων $O\xi-O\eta$, δηλαδή τίς σ_ξ, σ_η καί $\tau_{\xi\eta}$. Ὁ ἄξονας $O\xi$ σχηματίζει γωνία α μέ τόν ἄξονα Ox .

Από τις συνθήκες ισορροπίας προκύπτουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$\begin{aligned}\sigma_{\xi} &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2a + \tau_{xy} \sin 2a \\ \sigma_{\eta} &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2a - \tau_{xy} \sin 2a \\ \tau_{\xi\eta} &= -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2a + \tau_{xy} \cos 2a\end{aligned}\quad (4.1)$$



Σχήμα 4.1

Από τις σχέσεις 4.1 απαλείφοντας τη γωνία a καταλήγουμε στη σχέση:

$$\left[\sigma_{\xi} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right]^2 + [\tau_{\xi\eta} - 0]^2 = \left[\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right]^2 + \tau_{xy}^2 \quad (4.2)$$

Η σχέση 4.2 στο επίπεδο $(\sigma_{\xi}, \tau_{\xi\eta})$ είναι εξίσωση κύκλου, με κέντρο

$$K \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, 0 \right)$$

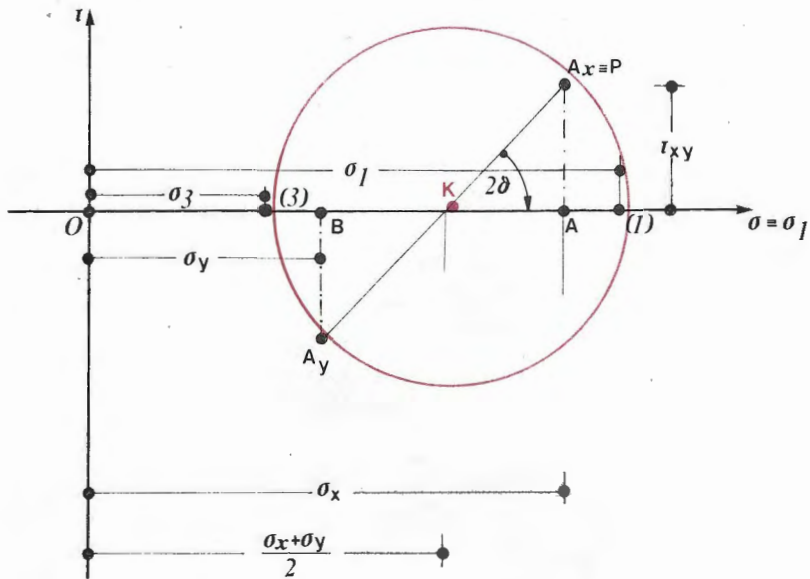
και ακτίνα

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Ο κύκλος αυτός ονομάζεται κύκλος του Mohr και κατασκευάζεται ως εξής:

Εφόσον το κέντρο K βρίσκεται στον άξονα των τετμημένων και σε απόσταση $OK = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$, αν φέρουμε από το σημείο A την κάθετο $AA_x = \tau_{xy}$, ο κύκλος με κέντρο K και ακτίνα KA_x αντιστοιχεί στην εξίσωση 4.2 (σχήμα 4.2).

Τά σημεία όπου ο κύκλος του Mohr τέμνει τον άξονα $O\sigma$, είναι τά σημεία που αντιστοιχούν στη μέγιστη και την ελάχιστη κύρια τάση σ_1 και σ_3 αντίστοιχα. Η τάση σ_1 σχηματίζει με την σ_x γωνία θ .



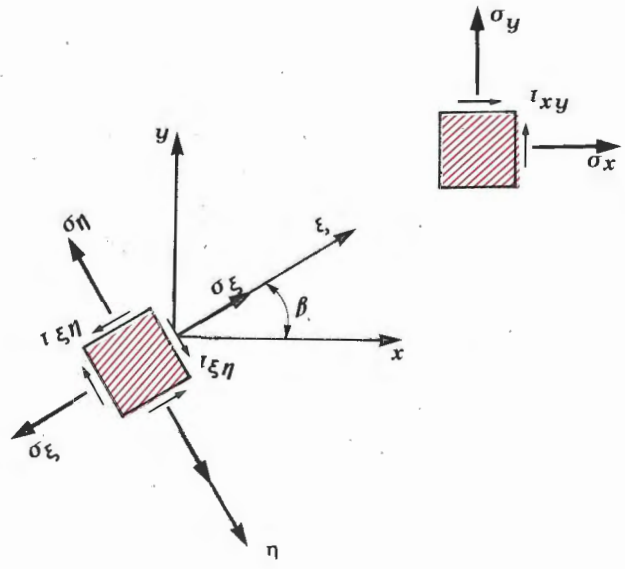
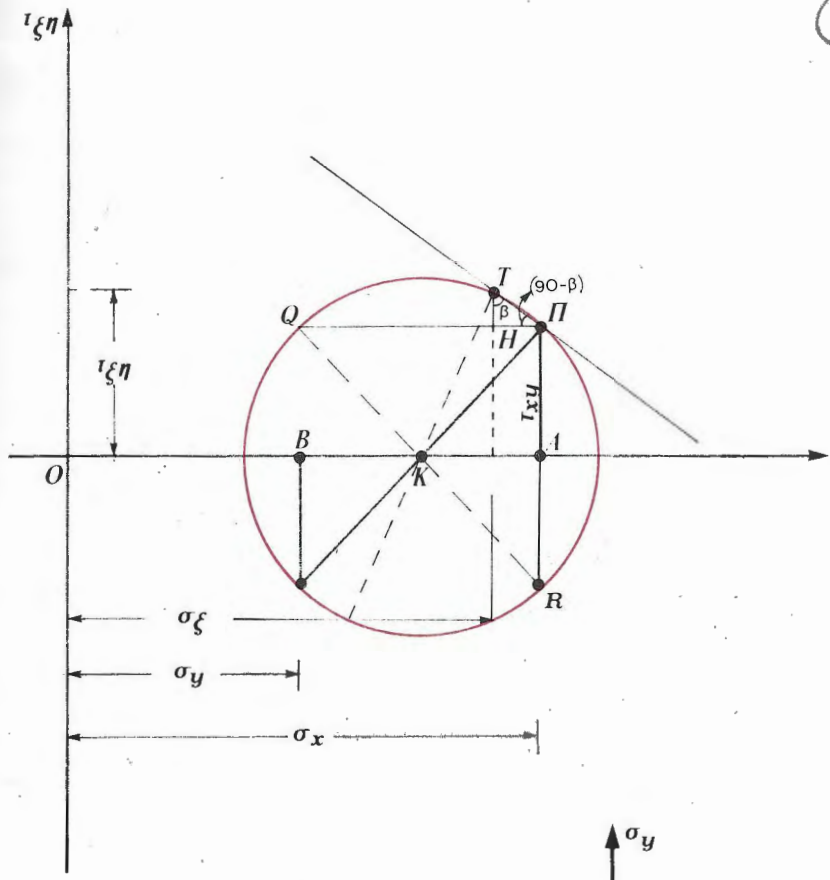
Σχήμα 4.2

Όταν θέλουμε να υπολογίσουμε γραφικά τις τάσεις σ_η , σ_ξ και $\tau_{\eta\xi}$ σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία β με τον Ox , φέρουμε από τό σημείο Π (σχήμα 4.3) ευθεία που σχηματίζει με την οριζόντια από τό Π γωνία $(90^\circ - \beta)$. Η ευθεία τέμνει τον κύκλο του Mohr στο σημείο T που έχει συντεταγμένες σ_ξ και $\tau_{\xi\eta}$ (σχήμα 4.3).

4.3 Διατμητική άντοχή του εδάφους

Αν σε σημείο A , σε τυχαίο επίπεδο μέσα στο έδαφος, ή διατμητική τάση που αναπτύσσεται από τά εξωτερικά φορτία υπερβεί τη διατμητική άντοχή του εδάφους, τότε έχουμε θραύση του εδαφικού υλικού. Έπομένως είναι απαραίτητο να καθοριστεί ή διατμητική άντοχή του εδάφους.

Πρώτος ό *Coulomb* έδωσε τη διατμητική άντοχή του εδάφους με την παρακάτω εξίσωση:

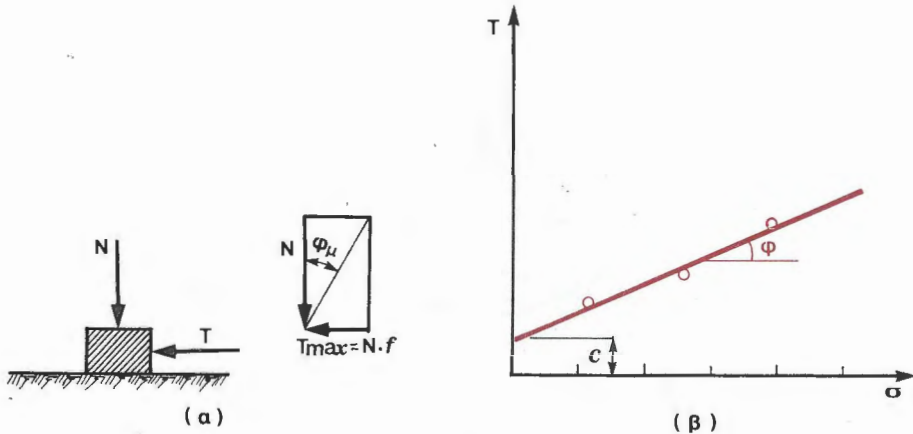


Σχήμα 4.3

$$\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi + c \quad (4.5)$$

όπου σ = ή όρθή τάση στο επίπεδο,
 φ = ή γωνία έσωτερικής τριβής του εδάφους,
 c = ή συνοχή

Η εξίσωση (4.5) στο επίπεδο σ, τ παριστάνει εύθεια (σχήμα 4.4 β).



Σχήμα 4.4

Ο Terzaghi τροποποίησε τή βασική εξίσωση του *Coulomb* και έδωσε τήν παρακάτω σχέση:

$$\tau = (\sigma - u) \operatorname{tg} \varphi' + c'$$

ή

$$\tau = \sigma' \operatorname{tg} \varphi' + c' \quad (4.6)$$

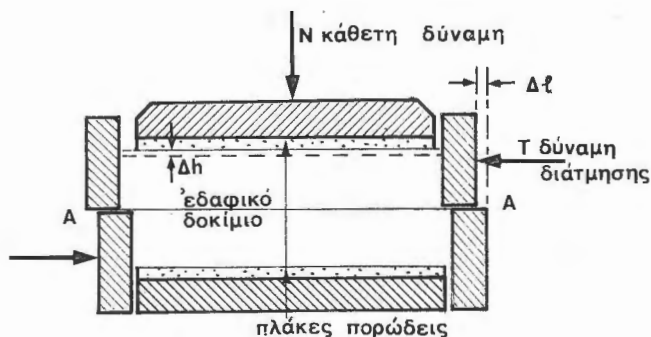
όπου σ' = ή ενεργός τάση, και
 φ' και c' = ή γωνία έσωτερικής τριβής και ή συνοχή έκφρασμένες σε όρους ενεργού τάσης.

Η θραύση του εδάφους λόγω διάτμησης έπέρχεται για τίς τάσεις πού αντίστοιχούν στους κύκλους του *Mohr* και έφάπτονται στήν εύθεια του *Coulomb*.

4.4 Συσκευή άπλης διάτμησης - Τριαξονική συσκευή.

Συσκευή άπλης διάτμησης.

Η διατμητική άντοχή τών έδαφών μπορεί νά ύπολογιστεί στό έργαστήριο μέ τή δοκιμή άπλης διάτμησης πού χρησιμοποιείται κυρίως στά άμμώδη έδάφη, καί γίνεται στή συσκευή τού *Casagrande* (σχήμα 4.5).



Σχήμα 4.5 Συσκευή άπλης διάτμησης

Η συσκευή άποτελείται άπό ένα κιβώτιο χωρισμένο σέ δύο τμήματα πού μπορούν νά κινηθοϋν άνεξάρτητα κατά μήκος τού έπίπεδου AA.

Έφαρμόζεται μία κατακόρυφη σταθερή δύναμη N καί προκαλείται μία όριζόντια μετακίνηση τών δύο τμημάτων τού κιβωτίου, μέ σταθερή ταχύτητα περίπου ίση μέ $v = 0,05 \text{ cm/min}$, μέ άποτέλεσμα τήν ανάπτυξη μις διατμητικής δύναμης T , μέχρι τή θραύση τού έδάφους.

Κατά τή στιγμή τής θραύσης ή διατμητική τάση είναι :

$$\tau = \frac{T}{S}$$

καί ή αντίστοιχη όρθή τάση

$$\sigma = \frac{N}{S}$$

όπου S ή διατομή τού κιβωτίου.

Η δοκιμή έπαναλαμβάνεται για διάφορες τιμές τής κατακόρυφης δύναμης N .

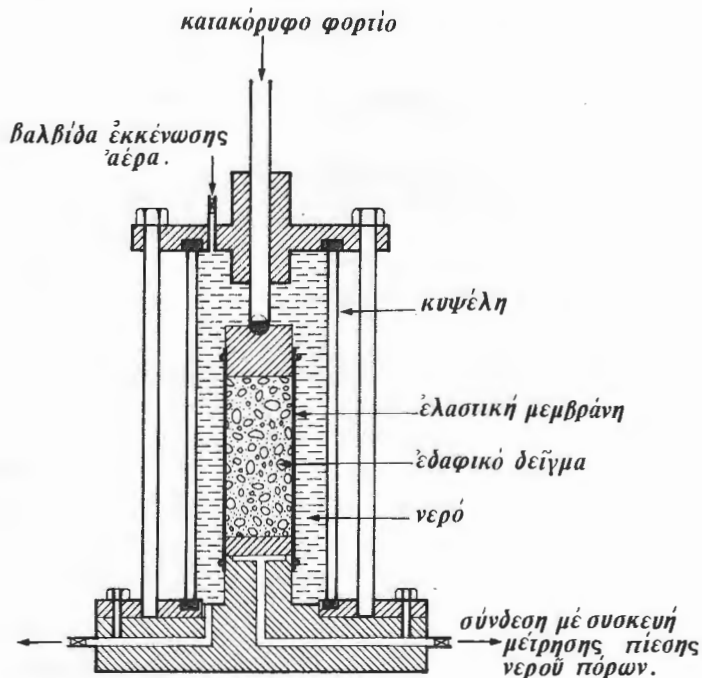
Σχεδιάζοντας σέ διάγραμμα (σ, τ) τίς παραπάνω αντίστοιχες τιμές, μπορούμε νά ύπολογίσουμε τίς τιμές τών ϕ καί c .

Ἡ μέθοδος τῆς ἀπλῆς διάτμησης παρουσιάζει δύο βασικά μειονεκτήματα:

- Στὴ διάρκεια τῶν δοκιμῶν ἡ διατομή S τοῦ δοκιμίου μειώνεται.
- Ἡ θραύση τοῦ ἐδάφους γίνεται σὲ μιά προκαθορισμένη ἐπιφάνεια, συγκεκριμένα τὴ ὀριζόντια ἐπιφάνεια AA , μὲ ἀποτέλεσμα τὴν αὐξησὴ τῆς γωνίας ἐσωτερικῆς τριβῆς φ .

Τριαξονικὴ συσκευὴ

Ἡ τριαξονικὴ συσκευὴ φαίνεται στὸ σχῆμα 4.6.



Σχῆμα 4.6. Τριαξονικὴ συσκευή.

Κυλινδρικό ἐδαφικό δοκίμιο περιβάλλεται ἀπὸ μιά ἐλαστικὴ μεμβρᾶνη μὲ πορώδεις λίθους στῖς δύο βάσεις του (κατὰ περίπτωσιν) καὶ τοποθετεῖται μέσα στὴν κυψέλη τῆς συσκευῆς. Ἡ κυψέλη γεμίζει μὲ νερό καὶ τὸ δοκίμιο δέχεται μιά ὁμοιόμορφη τάση σ_3 . Οἱ διατμητικὲς τάσεις στὸ δοκίμιο ἐμφανίζονται μὲ τὴν ἐφαρμογὴ μιᾶς πρόσθετης ἀξονικῆς κατακόρυφης τάσης, πού αὐξάνεται συνεχῶς μέχρι τὴ θραύση τοῦ δοκιμίου. Ἡ

όλική κατακόρυφη τάση είναι επομένως $\sigma_1 = \sigma_3 + \Delta\sigma$ (μέγιστη κύρια τάση).

Ἡ δοκιμή επαναλαμβάνεται σὲ ἴδια δοκίμια δίνοντας διάφορες τιμές στή σ_3 .

Ἀπὸ τὰ ἀποτελέσματα τῶν δοκιμῶν σχεδιάζεται μιὰ σειρά κύκλων τοῦ *Mohr*.

Ἡ κοινή ἐφαπτομένη ὄλων τῶν κύκλων ἀντιπροσωπεύει τὴν ἐξίσωση τοῦ *Coulomb*, ἀπ' ὅπου παίρνουμε τίς τιμές τῶν ϕ καὶ c .

Ὑπάρχουν τρεῖς διαφορετικοὶ τύποι τῆς τριαξονικῆς δοκιμῆς:

- A. Δοκιμή χωρὶς στερεοποίηση καὶ ἀποστράγγιση (γρήγορη δοκιμή, *UU*).
- B. Δοκιμή μὲ στερεοποίηση καὶ χωρὶς ἀποστράγγιση (*CU*).
- Γ. Δοκιμή μὲ ἀποστράγγιση (ἀργή δοκιμή) (*CD*).

4.5 Διαγράμματα $p - q$ - Διαδρομή τάσεων (*stress path*)

Διαγράμματα $p - q$.

Ἐνας ἄλλος τρόπος γιὰ νὰ παραστήσουμε τὴν ἐντατική κατάσταση τοῦ ἐδάφους εἶναι τὰ διαγράμματα $p - q$. Στὴν περίπτωση αὐτὴ ἡ ἐντατική κατάσταση ἑνὸς σημείου μὲ κύριες τάσεις σ_1 καὶ σ_3 ἀντιστοιχεῖ σὲ ἕνα σημεῖο τάσεων (*stress point*) μὲ συντεταγμένες:

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$$

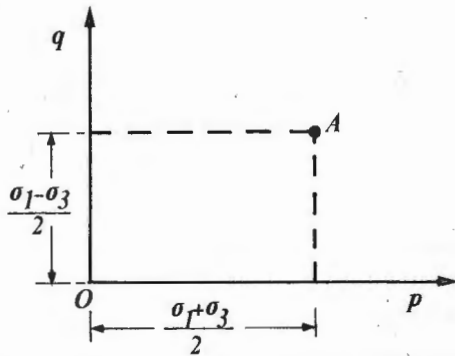
$$q = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \left\{ \begin{array}{l} + \text{ ἀντιστοιχεῖ ὅταν ἡ τάση σχηματίζει γωνία } \leq \pm 45^\circ \\ \text{ ἀπὸ τὴν κατακόρυφη} \\ - \text{ ἀντιστοιχεῖ ὅταν ἡ τάση } \sigma_1 \text{ σχηματίζει} \\ \text{ γωνία } \leq \pm 45^\circ \text{ ἀπὸ τὴν ὀριζόντια} \end{array} \right.$$

Ἐπίσης σὲ πολλές περιπτώσεις οἱ δύο κύριες τάσεις ἐνεργοῦν σὲ τὸ κατακόρυφο καὶ ὀριζόντιο ἐπίπεδο ἀντίστοιχα. Τότε:

$$p = \frac{\sigma_v + \sigma_h}{2}, \quad q = \frac{\sigma_v - \sigma_h}{2}$$

ὅπου σ_v καὶ σ_h ἡ κατακόρυφη καὶ ὀριζόντια τάση ἀντίστοιχα.

Δηλαδή ὑπάρχει ἀντιστοιχία μεταξὺ ἑνὸς κύκλου *Mohr* καὶ ἑνὸς σημείου τάσεων.



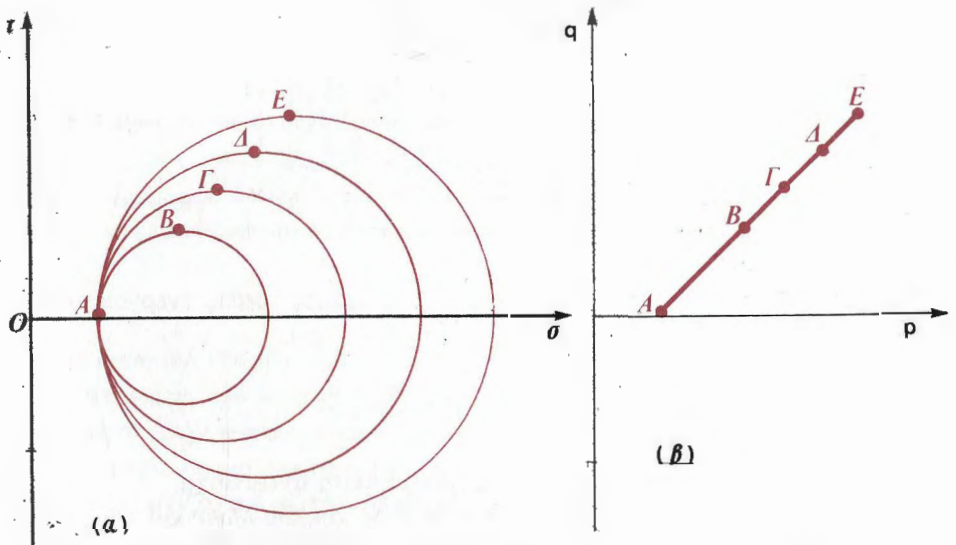
Σχήμα 4.7

Ἡ παράσταση με διαγράμματα p καὶ q πλεονεκτητεῖ τῶν κύκλων τοῦ Mohr ὅταν θέλουμε στό ἴδιο διάγραμμα νά παραστήσουμε πολλές ἔντατικές καταστάσεις, ἀλλά οἱ κύκλοι Mohr ὑπερέχουν ὅταν θέλουμε νά ὑπολογίσουμε τίς κύριες τάσεις ἀπό μιά τυχαία ἔντατική κατάσταση.

Διαδρομή τάσεων (stress path)

Πολλές φορές εἶναι ἀναγκαῖο νά περιγράψουμε τίς διαδοχικές ἔντατικές καταστάσεις ἑνός δοκιμίου καθὼς αὐτό φορτίζεται.

Ἕνας τρόπος εἶναι νά σχεδιαστεῖ μιά σειρά κύκλων Mohr. Στό σχήμα 4.8, α φαίνεται ἡ διαδοχική ἔντατική κατάσταση σέ δοκίμιο πού φορτίζεται μέ τρόπο ὥστε ἡ σ_3 νά παραμένει σταθερή ἐνῶ ἡ σ_1 νά αὐξάνεται συνέχεια.



Σχήμα 4.8

Ένας πίο ικανοποιητικός τρόπος για νά παραστήσουμε παρόμοιες έντατικές καταστάσεις είναι νά σχεδιάσουμε σέ διάγραμμα $p-q$ τά αντίστοιχα σημεία τάσεων (*stress points*) και νά ενώσουμε τά σημεία μέ εϋθεία και γενικότερα τεθλασμένη ή καμπύλη γραμμή.

Ἡ καμπύλη αὐτή ὀνομάζεται *διαδρομή τάσεων* (*stress path*) σχήμα 4.8, β) και ἐκφράζει τή διαδοχική έντατική κατάσταση τοῦ δοκίμιου.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

4.1 Δίνεται ἡ έντατική κατάσταση

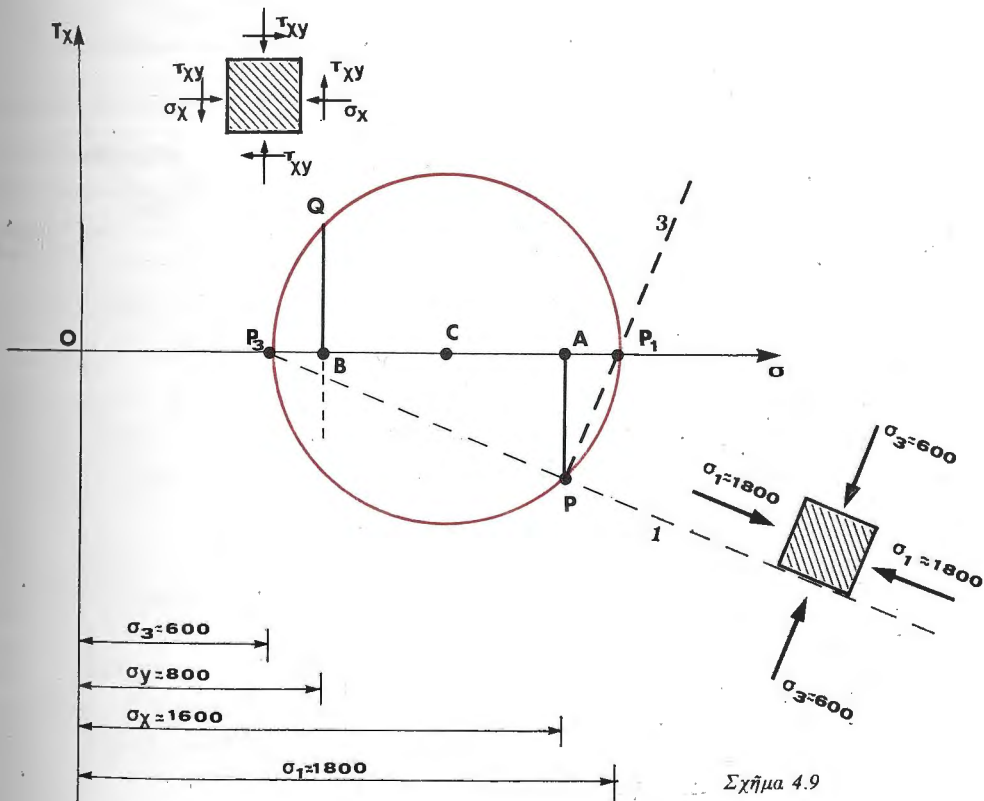
$$\sigma_x = + 1600 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_y = + 800 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{xy} = + 400 \text{ kg/cm}^2.$$

Νά ὑπολογιστοῦν οἱ κύριες τάσεις τοῦ σημείου πού φορτίζεται.

ΛΥΣΗ



Σχήμα 4.9

Σέ σύστημα αξόνων (σ, τ) τοποθετούμε τά σημεία $P(+1600, -400)$ και $Q(+800, +400)$. Ο κύκλος του Mohr γράφεται με κέντρο τό σημείο $C(\frac{1600+800}{2}, 0)$ και ακτίνα CP (σχήμα 4.9).

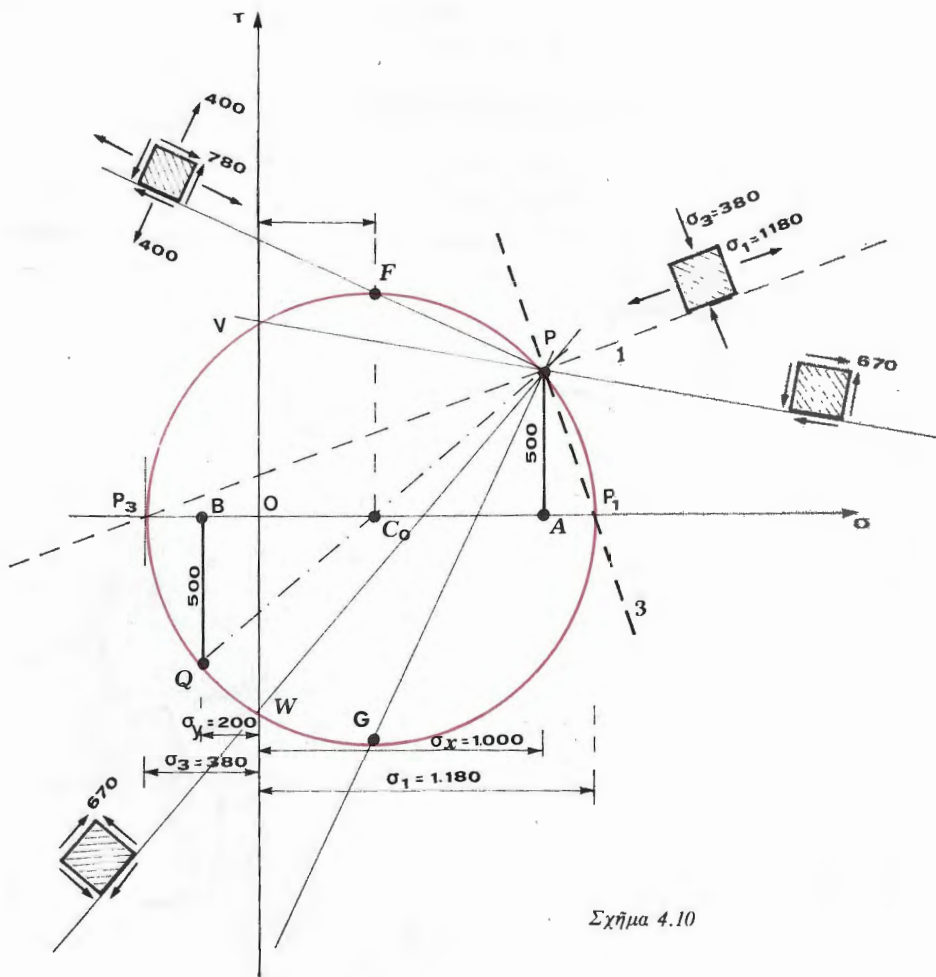
Ο κύκλος τέμνει τόν άξονα $O\sigma$ στά σημεία P_1 και P_3 . Είναι:

$$\sigma_1 = OP_1 = + 1800 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_3 = OP_3 = + 600 \text{ kg/cm}^2.$$

Η διεύθυνση τής PP_1 είναι ή διεύθυνση τής κύριας τάσης σ_3 και ή διεύθυνση PP_3 τής κύριας τάσης σ_1 .

4.2 Δίνεται ή έντατική κατάσταση:



Σχήμα 4.10

$$\begin{aligned}\sigma_x &= +1000 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_y &= -200 \text{ kg/cm}^2 \\ \tau_{xy} &= +500 \text{ kg/cm}^2\end{aligned}$$

Νά υπολογιστούν οι κύριες τάσεις στο σημείο πού φορτίζεται.

ΛΥΣΗ

Στό σύστημα τών άξόνων (σ , τ) τοποθετούμε τά σημεία

$$P(+1000, +500) \quad \text{καί} \quad Q(-200, +500).$$

Ό κύκλος του Mohr γράφεται μέ κέντρο τό σημείο

$$C\left(\frac{+1000-200}{2}, 0\right) \quad \text{καί} \quad \text{άκτινα } CP.$$

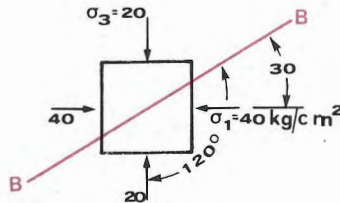
Ό κύκλος τέμνει τόν άξονα $O\sigma$ στά σημεία P_1 καί P_3 . Είται:

$$\sigma_1 = OP_1 = +1180 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_3 = OP_3 = -380 \quad \gg$$

Ή διεύθυνση τής PP_1 είναι ή διεύθυνση τής σ_3 καί ή PP_3 τής σ_1 .

4.3 Δίνεται ή έντατική κατάσταση του σχήματος 4.11. Νά υπολογιστεί ή έντατική κατάσταση στο επίπεδο BB .



Σχήμα 4.11

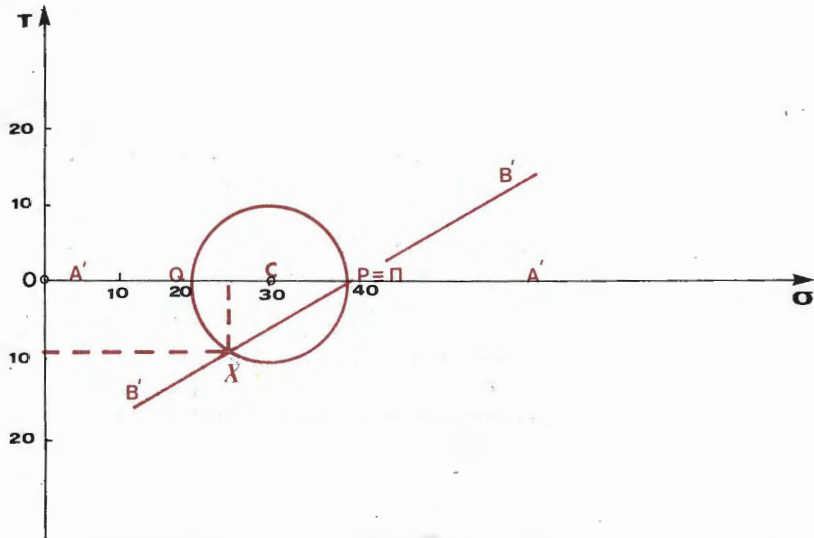
ΛΥΣΗ

Τοποθετούμε τά σημεία $P(+40,0)$ καί $Q(+20,0)$.

Ό κύκλος του Mohr γράφεται μέ κέντρο $C\left(\frac{40+20}{2}, 0\right)$ καί άκτινα CP .

Άπό τό σημείο Q φέρουμε τήν εϋθεία $A'A'$ παράλληλη στο επίπεδο πού ενεργεί ή τάση $\sigma_3(+20, 0)$. Ή τομή τής εϋθείας $A'A'$ μέ τόν κύκλο του Mohr είναι ο πόλος του κύκλου $\Pi \equiv P$.

Άπό τό σημείο P φέρουμε τήν εϋθεία $B'B'$ παράλληλη πρós τή διεύθυνση BB .



Σχήμα 4.12

Ἡ τομή τῆς $B'B'$ μέ τόν κύκλο τοῦ *Mohr*, σημεῖο X δίνει τίς συντεταγμένες τῶν τάσεων

$$\sigma = + 25 \text{ kg/cm}^2, \quad \tau = -9 \text{ kg/cm}^2.$$

4.4) Ἀπό μία δοκιμή ἀπλῆς διάτμησης σέ δείγμα ἄμμου προκύπτουν οἱ παρακάτω τιμές ὀρθῆς καί διατμητικῆς τάσης κατά τή στιγμὴ τῆς θραύσης τοῦ δοκιμίου.

Ὄρθή τάση (kg/cm^2)	5,00	10,00	20,00	30,00
Διατμητική τάση (kg/cm^2)	3,60	8,00	15,40	23,50

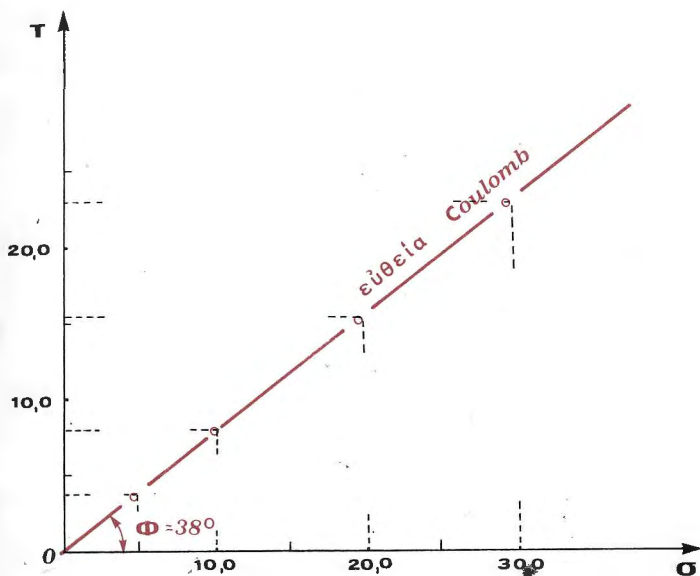
Νά ὑπολογιστοῦν οἱ παράμετροι διατμητικῆς ἀντοχῆς τῆς ἄμμου.

ΛΥΣΗ

μητικῶν τάσεων κατά τή στιγμὴ τῆς θραύσης καί οἱ ἀντίστοιχες τῶν ὀρθῶν τάσεων φαίνονται στό σχῆμα 4.13.

Ἡ περιβάλλουσα θραύσης (εὐθεῖα *Coulomb*) $\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi + c$, ἔχει σχεδιαστεῖ στό σχῆμα 4.13.

Προκύπτει $c = 0$, $\varphi = 38^\circ$.



Σχήμα 4.13

4.5 Για να προσδιοριστούν οι τιμές των ϕ και c ενός εδάφους, γίνονται τριαξονικές δοκιμές στο εργαστήριο σε δύο δείγματα του εδάφους αυτού. Από τις δοκιμές προκύπτουν οι παρακάτω τιμές των δύο κύριων τάσεων τη στιγμή της θραύσης.

Δείγμα \ Τάσεις	σ_3	σ_1
	1	2,00
2	3,50	14,00

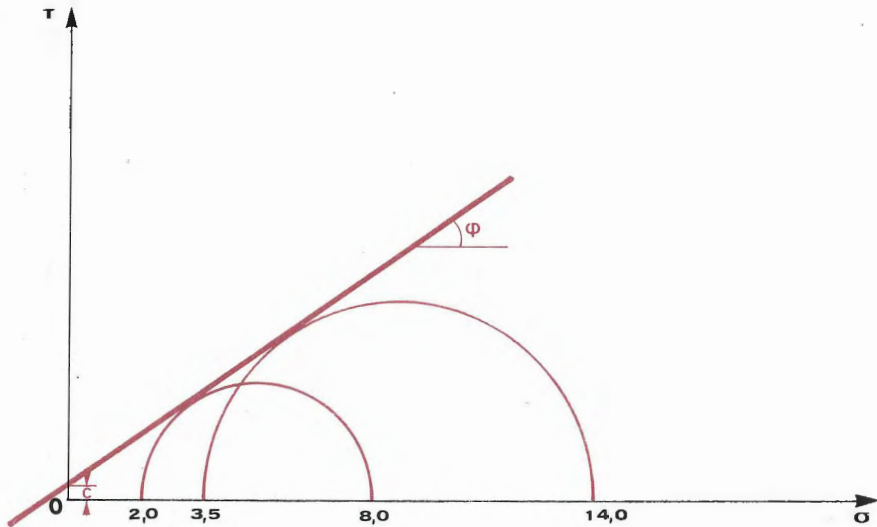
Νά υπολογιστούν οι τιμές των ϕ και c του εδάφους.

ΛΥΣΗ

Τή στιγμή της θραύσης του εδάφους οι κύκλοι του Mohr εφάπτονται στην εὐθεία του Coulomb (σχήμα 4.14).

Άρα

$$\phi = 37^\circ \quad \text{καί} \quad c = 0,40 \text{ t m}^2.$$



Σχήμα 4.14

4.6 Τά παρακάτω αποτελέσματα αντιστοιχούν σε σειρά τριαξονικών δοκιμών με στερεοποίηση χωρίς αποστράγγιση σε δοκίμια μίας κορεσμένης άργιλου. Νά υπολογιστούν οι τιμές ϕ' και c' που αντιστοιχούν στις ενεργούς τάσεις.

Όμοιόμορφη πίεση σ_3 (t/m ²)	Αύξηση της κατακόρυφης τάσης $\Delta\sigma$ (t/m ²)	Πίεση νερού πόρων u (t/m ²)
15,00	19,20	8,00
30,00	34,10	15,40
45,00	50,40	22,20

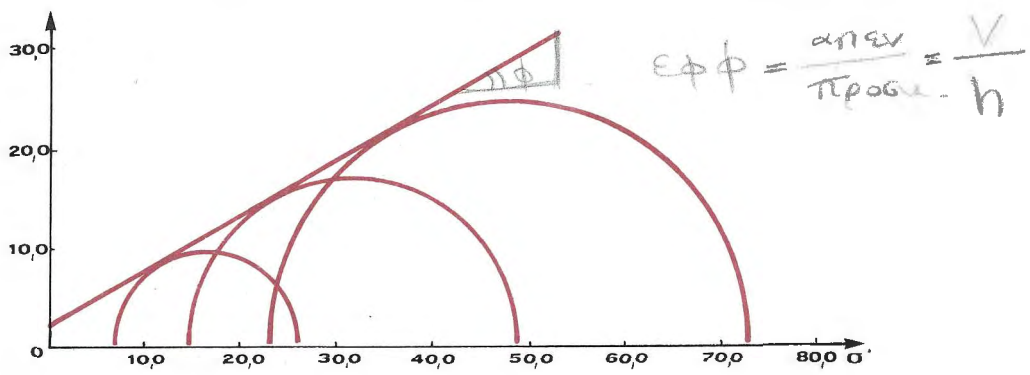
ΛΥΣΗ

Οι τιμές των ενεργών κύριων τάσεων σ_3' και σ_1' τη στιγμή της θραύσης υπολογίζονται στον παρακάτω πίνακα.

σ_3	σ_1	$\sigma_3' = \sigma_3 - u$	$\sigma_1' = \sigma_1 - u$	$1/2 (\sigma_1' - \sigma_3')$	$1/2 (\sigma_1' + \sigma_3')$
15,00	34,20	70,00	26,20	9,60	16,60
30,00	64,10	14,60	48,70	17,00	31,60
45,00	95,40	22,80	73,20	25,20	-48,00

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \Delta\sigma$$

Οι κύκλοι Mohr και οι περιβάλλουσες θραύσης φαίνονται στο σχήμα 4.15



Σχήμα 4.15

Προκύπτει $c' = 16 \text{ t/m}^2$ $\phi' = 29^\circ$.

4.7. Τά παρακάτω αποτελέσματα αντιστοιχούν σε σειρά τριαξονικών δοκιμών, με στερεοποίηση και χωρίς αποστράγγιση, με μέτρηση της πίεσης του νερού πόρων, σε εδαφικό δοκίμιο άργιλου. Νά σχεδιαστούν οι καμπύλες τάσεων παραμορφώσεων και νά υπολογιστούν οι παράμετροι ϕ' και c' .

Δίνονται :

$\sigma_3 = 2,00 \text{ kg/cm}^2$, $\text{διάμετρος} = 3,58 \text{ cm}$, $H_0 = 8,08 \text{ cm}$.

$\sigma_1 - \sigma_3 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$	$u \text{ (kg/cm}^2\text{)}$	$\epsilon \text{ (\%)}$
0,840	0,09	0,50
1,120	0,31	1,06
1,320	0,55	2,02
1,410	0,77	3,08
1,465	1,00	5,45
1,466	1,01	6,00
1,467	1,05	6,55
1,473	1,07	7,11
1,420	1,09	9,21
1,400	1,13	10,55

$$\sigma_3 = 4,00 \text{ kg/cm}^2, \quad \text{διάμετρος} = 3,61 \text{ cm}, \quad H_0 = 8,14 \text{ cm}$$

$\sigma_1 - \sigma_3 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$	$u \text{ (kg/cm}^2\text{)}$	$\varepsilon \text{ (\%)} $
0,93	0,03	0,59
2,01	0,17	1,13
2,48	0,48	2,11
2,75	0,86	3,08
2,96	1,63	5,21
2,99	2,00	7,13
3,01	2,07	8,58
2,98	2,11	10,54
2,96	2,15	12,52
2,93	2,16	14,68
2,89	2,17	16,68

$$\sigma_3 = 6,00 \text{ kg/cm}^2, \quad \text{διάμετρος} = 3,54 \text{ cm}, \quad H_0 = 8,23 \text{ cm}$$

$\sigma_1 - \sigma_3 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$	$u \text{ (kg/cm}^2\text{)}$	$\varepsilon \text{ (\%)} $
2,37	0,12	0,46
2,94	0,22	0,92
3,63	0,53	1,77
4,10	0,96	2,70
4,59	2,08	4,63
4,68	2,64	5,84
4,71	3,16	8,17
4,68	3,25	9,42
4,61	3,32	10,91
4,54	3,38	12,66
4,52	3,44	14,64

ΑΥΣΗ

Τή στιγμή τής θραύσης του εδάφους οι κύκλοι *Mohr* εφάπτονται στην ευθεία του *Coulomb* που έχει εξίσωση:

$$\tau = c' + (\sigma - u) \operatorname{tg} \varphi'$$

Πρώτη δοκιμή

$$\sigma_3 = 2,00 \text{ kg/cm}^2$$

Τή στιγμή τής θραύσης του δοκιμίου έχουμε:

$$\sigma_1' - \sigma_3' = \sigma_1 - \sigma_3 = 1,47 \text{ kg/cm}^2$$

τότε:

$$\sigma_1 = 1,47 + 2,0 = 3,47 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_1' = \sigma_1 - u = 3,47 - 1,07 = 2,40 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_3' = \sigma_3 - u = 2,00 - 1,07 = 0,93 \text{ kg/cm}^2$$

Δεύτερη δοκιμή

$$\sigma_3 = 4,00 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_1' - \sigma_3' = \sigma_1 - \sigma_3 = 3,01 \text{ kg/cm}^2$$

όποτε:

$$\sigma_1 = 3,01 + 4,00 = 7,01 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_1' = \sigma_1 - u = 7,01 - 2,07 = 4,94 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_3' = \sigma_3 - u = 4,00 - 2,07 = 1,93 \text{ kg/cm}^2$$

Τρίτη δοκιμή.

$$\sigma_3 = 6,00 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_1' - \sigma_3' = \sigma_1 - \sigma_3 = 4,71 \text{ kg/cm}^2$$

όποτε:

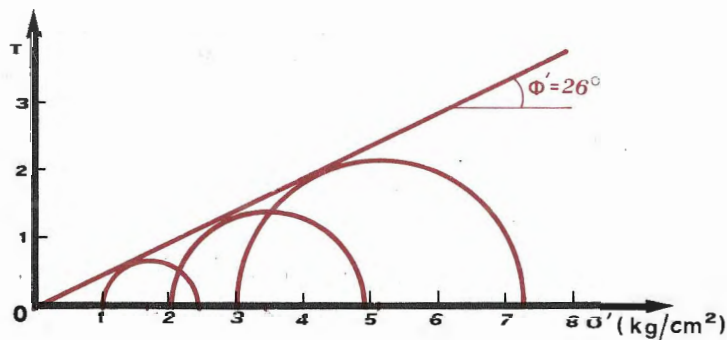
$$\sigma_1 = 4,71 + 6,00 = 10,71 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_1' = 10,71 - 3,16 = 7,55 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_3' = 6,00 - 3,16 = 2,84 \text{ kg/cm}^2$$

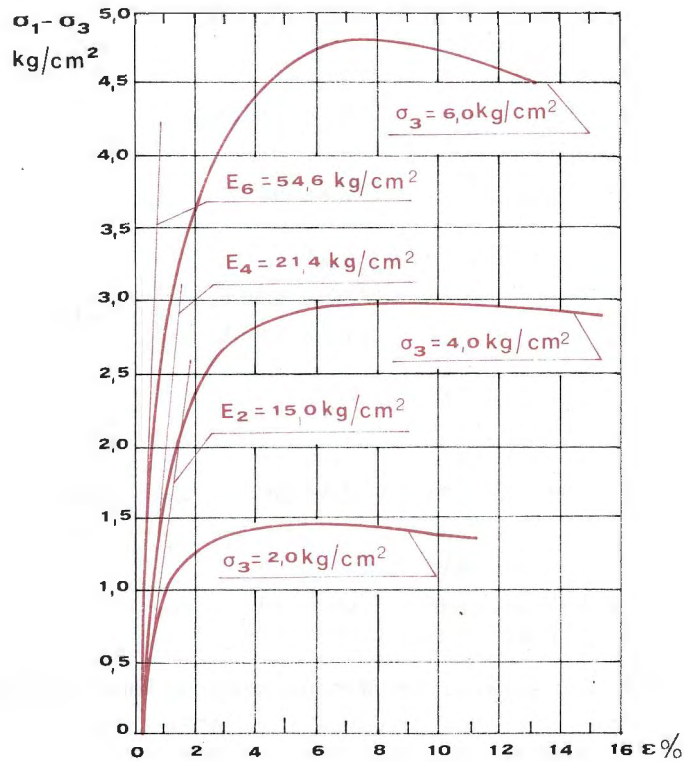
Σχεδιάζουμε τούς κύκλους του Mohr με βάση τις τιμές που βρήκαμε. Η περιβάλλουσα τών κύκλων που αντιστοιχεί στην ευθεία Coulomb δίνει:

$$\varphi' = 26^\circ \text{ και } c' = 0.$$



Σχήμα 4.16

Στό σχήμα 4.17 φαίνονται οι καμπύλες τάσεων $\sigma_1 - \sigma_3$ και παραμορφώσεων ε και έτσι μπορούμε νά υπολογίσουμε τό άρχικό μέτρο έλαστικότητας E_i .



Σχήμα 4.17

Δηλαδή:

Γιά	$\sigma_3 = 2,00 \text{ kg/cm}^2$	$E_1 = 15,00 \text{ kg/cm}^2$
	$\sigma_3 = 4,00 \text{ kg/cm}^2$	$E_2 = 21,40 \quad \gg$
	$\sigma_3 = 6,00 \text{ kg/cm}^2$	$E_3 = 54,60 \quad \gg$

4.8 Γεώτρηση έδειξε ότι σέ βάθος 15,00 m κάτω από τήν επιφάνεια του εδάφους υπάρχει ένα λεπτό στρώμα ήλύος. Τό έδαφος πάνω από τό στρώμα αυτό έχει $\gamma_d = 1,20 \text{ t/m}^3$ και μέση περιεκτικότητα σέ νερό $w = 30\%$. Η στάθμη του υπόγειου νερού βρίσκεται προσεγγιστικά στην επιφάνεια του εδάφους. Έργαστηριακές δοκιμές απέδειξαν ότι ή ήλύς έχει:

A) Στην ταχεία δοκιμή διάτμησης με άστράγγιστες συνθήκες:

$$c = 0,20 \text{ t/m}^2 \quad \text{καί} \quad \varphi = 13^\circ.$$

B) Στην αργή δοκιμή διάτμησης με στραγγιζόμενες συνθήκες:

$$c' = 0,10 \text{ t/m}^2 \quad \text{καί} \quad \varphi' = 23^\circ.$$

Νά υπολογιστεί ή διατμητική άντοχή τής ιλύος σέ όριζόντιο επίπεδο:

α) Μέ τήν εξίσωση του Coulomb.

β) Μέ τήν εξίσωση του Terzaghi.

ΛΥΣΗ

Άπό τόν πίνακα I, κεφ. 1, έχουμε:

$$\gamma = \gamma_d (1 + w) = 1,20 (1 + 0,30) = 1,56 \text{ t/m}^3$$

Ή όλική όρθή τάση σέ βάθος 15,00 m είναι:

$$\sigma = \gamma \cdot z = 1,56 \cdot 15,00 = 23,40 \text{ t/m}^2$$

Ή ένεργός τάση:

$$\sigma' = \sigma - u = 23,40 - 15,00 \cdot 1,00 = 8,40 \text{ t/m}^2$$

α) Στην ταχεία δοκιμή διάτμησης με άστράγγιστες συνθήκες ισχύει ό τύπος του Coulomb

$$\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi + c = 23,40 \cdot \operatorname{tg} 13^\circ + 0,20 = 5,60 \text{ t/m}^2$$

β) Στην αργή δοκιμή διάτμησης με στραγγιζόμενες συνθήκες ισχύει ό τύπος του Terzaghi:

$$\tau = \sigma' \operatorname{tg} \varphi' + c' = 8,40 \cdot \operatorname{tg} 23^\circ + 0,10 = 3,67 \text{ t/m}^2.$$

4.9 Νά υπολογιστεί ό λόγος τών κύριων τάσεων $\frac{\sigma_3}{\sigma_1}$ τή στιγμή τής θραύσης:

α) για ψαθυρό έδαφος

β) για συνεκτικό έδαφος.

ΛΥΣΗ

α) Τή στιγμή τής θραύσης ό κύκλος του Mohr έφάπτεται στην εϋθεια του Coulomb με εξίσωση, για ψαθυρά έδαφη:

$$\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi$$

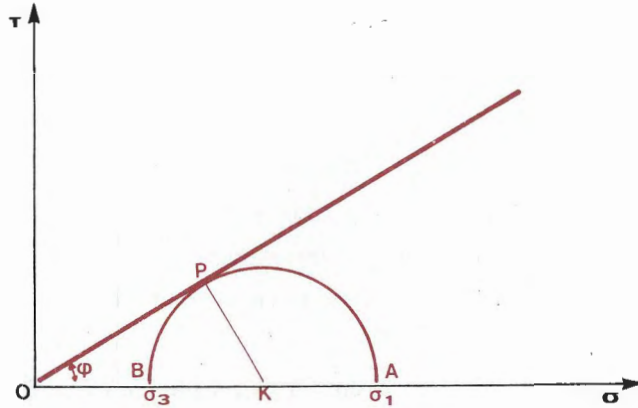
Τότε:

$$\sigma_1 = OA = OK + KA = OK + OK \operatorname{tg} \varphi = OK (1 + \operatorname{tg} \varphi)$$

$$\sigma_3 = OB = OK - KB = OK - OK \operatorname{tg} \varphi = OK (1 - \operatorname{tg} \varphi)$$

και

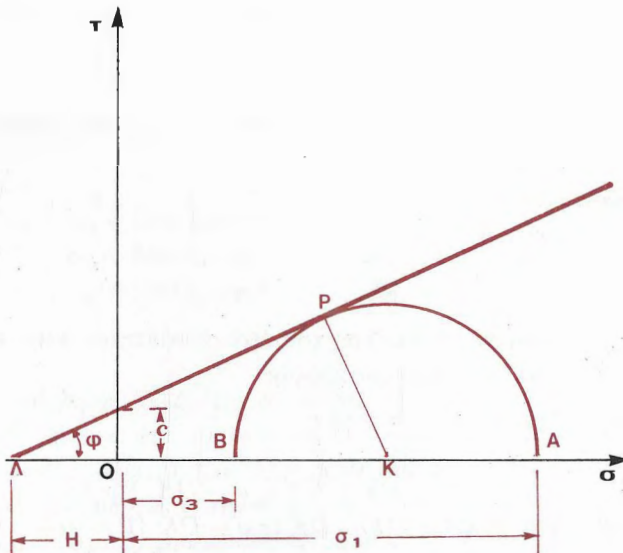
$$\frac{\sigma_3}{\sigma_1} = \frac{1 - \operatorname{tg} \varphi}{1 + \operatorname{tg} \varphi} = \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) = k_A = \frac{1}{k_p}$$



Σχήμα 4.18

Β) Για συνεκτικό έδαφος, ή σχέση του *Coulomb* είναι:

$$\tau = c \operatorname{tg} \varphi + c$$



Σχήμα 4.19

Ἀντίστοιχα ἔχουμε:

$$AA = \sigma_1 + H = AK + KA = AK + AK \operatorname{tg} \varphi = AK(1 + \operatorname{tg} \varphi)$$

$$AB = \sigma_3 + H = AK - KB = AK - AK \operatorname{tg} \varphi = AK(1 - \operatorname{tg} \varphi)$$

καί

$$\frac{\sigma_3 + H}{\sigma_1 + H} = \frac{1 - \operatorname{tg} \varphi}{1 + \operatorname{tg} \varphi} = \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) = k_A = \frac{1}{k_p}$$

Οἱ συντελεστές k_A καί k_p ἀντιστοιχοῦν στοὺς συντελεστές ἐνεργοῦ καί παθητικῆς ὠθησης.

4.10) Νά σχεδιαστεῖ ἡ διαδρομὴ τάσεων (stress path) γιὰ τὴν ἀκόλουθη ἐντατικὴ κατάσταση σὲ ἓνα διάγραμμα $p - q$:

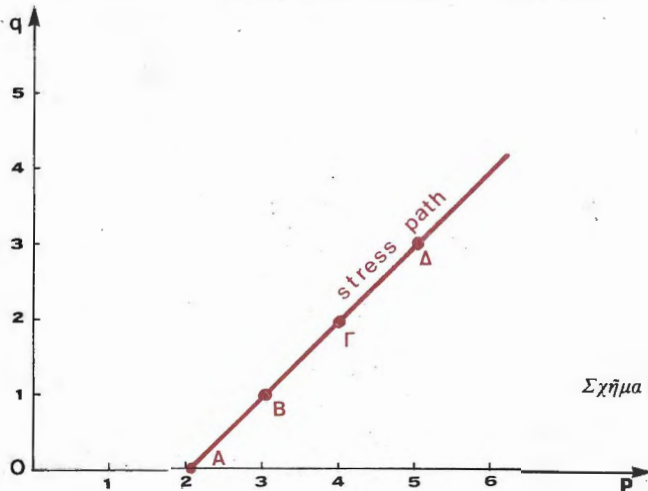
Ἀρχικὲς συνθήκες : $\sigma_v = \sigma_h = 2,00 \text{ t/m}^2$.

Ἡ τάση σ_v αὐξάνεται σὲ $4,00 - 6,00 - 8,00 \text{ t/m}^2$.

ΛΥΣΗ

Τὰ σημεῖα τάσεων γιὰ τίς διαδοχικὲς ἐντατικὲς καταστάσεις εἶναι:

Ἐντατικὴ κατάσταση	Σημεῖο	$p = \frac{\sigma_v + \sigma_h}{2}$	$q = \frac{\sigma_v - \sigma_h}{2}$
Ἀρχικὲς συνθήκες	A	$p = 2,00$	$q = 0$
$\sigma_v = 4,00$, $\sigma_h = 2,00$	B	$p = 3,00$	$q = 1,00$
$\sigma_v = 6,00$, $\sigma_h = 2,00$	Γ	$p = 4,00$	$q = 2,00$
$\sigma_v = 8,00$, $\sigma_h = 2,00$	Δ	$p = 5,00$	$q = 3,00$



Σχῆμα 4.20

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΤΑΣΕΙΣ ΕΛΑΦΟΥΣ ΛΟΓΩ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ

Ὁ ὑπολογισμός τῆς ἐντατικῆς κατάστασης στό ἐσωτερικό τοῦ ἐδάφους ἀπό φόρτιση στήν ἐλεύθερη ἐπιφάνειά του (θεμέλια, ἀναχώματα, φράγματα κλπ.) εἶναι ἀπαραίτητος γιά τόν ὑπολογισμό τῶν καθιζήσεων καί τόν ἔλεγχο τῆς ἀντοχῆς τοῦ ἐδάφους. Οἱ συμβατικές μέθοδοι ὑπολογισμοῦ τῶν τάσεων στό ἐσωτερικό τοῦ ἐδάφους βασίζονται στήν ἐλαστική θεωρία (θεωρία *Boussinesq*). Οἱ παραδοχές τῆς ἐλαστικῆς θεωρίας εἶναι ὅτι τό ὑλικό θεμελίωσης:

1. εἶναι ἰσότροπο,
2. εἶναι ὁμογενές,
3. ἐκτείνεται σέ ἡμίαιπρο χῶρο,
4. ὑπακούει στό νόμο τοῦ *Hooke*.

Τά φυσικά ἐδάφη σπάνια παρουσιάζουν συμπεριφορά πού νά ἀναποκρίνεται στίς παραπάνω παραδοχές. Παρόλα αὐτά ἡ θεωρία τοῦ *Boussinesq* εἶναι ἡ μόνη μαθηματική θεωρία πού εἶναι διαθέσιμη σήμερα, σέ εὐχρηστους τύπους καί νομογραφήματα πού μποροῦν νά χρησιμοποιηθοῦν ἀπευθείας ἀπό τό μηχανικό.

Ἐπίσης ἔχει παρατηρηθεῖ ὅτι ὁ ὑπολογισμός τῶν κατακόρυφων τάσεων, ὅπως ὑπολογίζονται μέ τήν ἐλαστική θεωρία εἶναι παραδεκτός σέ ὅλες τίς πρακτικές ἐφαρμογές. Ἀντίθετα ὁ ὑπολογισμός τῶν ὀρθῶν τάσεων στίς ἄλλες διευθύνσεις καί τῶν διατμητικῶν τάσεων, ἀπέχει σημαντικά ἀπό τήν πραγματικότητα, ὥστε ἡ ἐλαστική θεωρία νά πρέπει νά ἐφαρμόζεται μέ προσοχή γιά τίς περιπτώσεις αὐτές.

Τά τελευταῖα χρόνια ἡ ἀνάπτυξη τῶν ἀριθμητικῶν μεθόδων μέ τή χρήση ἠλεκτρονικῶν ὑπολογιστῶν ἐπιτρέπει νά ἀντιμετωπιστεῖ τό πρόβλημα τῶν τάσεων καί τῶν παραμορφώσεων τοῦ ἐδάφους μέ μεγαλύτερες δυνατότητες ἀπό αὐτές πού ἔδινε μέχρι σήμερα ἡ ἐλαστική θεωρία.

Μεταξύ των μεθόδων αυτών η πιο πολυδύναμη φαίνεται να είναι η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. Η μέθοδος αυτή χαρακτηρίζεται από τη γενικότητά της και από την ευελιξία της, επειδή μπορεί να εφαρμοστεί με μικρές παραλλαγές σε όλα τα προβλήματα της μηχανικής του συνεχούς μέσου. Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση προβλημάτων σε ανομοιογενή και ανισότροπα υλικά με μη γραμμικό νόμο τάσεων και παραμορφώσεων. Επίσης μπορεί να εφαρμοστεί σε προβλήματα για υλικά που παρουσιάζουν πλαστική συμπεριφορά. Η εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων προϋποθέτει τη χρησιμοποίηση ηλεκτρονικών υπολογιστών και έτσι ξεφεύγει από τους σκοπούς αυτού του βιβλίου. Για μία εισαγωγή στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων μπορεί ο αναγνώστης να καταφύγει στα παρακάτω συγγράμματα:

- α) O. C. Zienkiewicz : «*The Finite Element Method in Engineering Science*», Mc Graw - Hill, 1971.
- β) H. C. Martin - G. F. Carey : «*Introduction to finite element analysis*», Mc Graw - Hill, 1973.
- γ) R. Fenner : «*Finite Element Methods for Engineers*», The Mc Millan press, 1975.
- δ) C.S. Desai - J. F. Abel : «*Introduction to the Finite Element Method*», Van Nostrand Reinhold, 1972.
- ε) C. S. Desai- T. T. Christian : «*Numerical Methods in Geotechnical Engineering*», Mc Graw - Hill, 1977.

Στή συνέχεια δίνονται νομογραφήματα που επιτρέπουν τον υπολογισμό των τάσεων στο έσωτερικό του εδάφους για διάφορες περιπτώσεις εξωτερικής φόρτισης. Περισσότερα νομογραφήματα και πίνακες που επιτρέπουν τον υπολογισμό για σύνθετες περιπτώσεις φόρτισης και άλλες ειδικές περιπτώσεις υπάρχουν στα βιβλία:

- α) J. P. - Giroud : «*Mécanique des sols - Tables pour le calcul des Fondations*», Dunod Paris.
- β) H. G. Poulos - E. H. Davis : «*Elastic solutions for soil and rock mechanics*», John Wiley New York, 1974

7.1 Έξιώσεις της ελαστικής μεθόδου του Boussinesq για κατακόρυφο μοναχικό φορτίο.

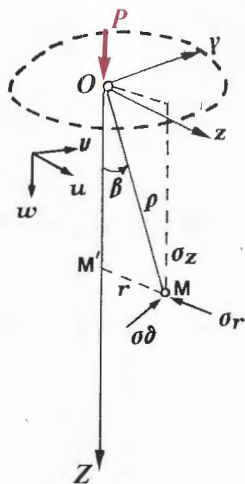
Οι τιμές των τάσεων (σ_z , σ_r , σ_θ , τ) και των παραμορφώσεων (u , v , w)

σέ τυχαίο σημείο $M(x, y, z)$ σέ έλαστικό όμοιογενή ήμίχωρο, πού φορτίζεται μέ μοναχικό φορτίο P , δίνονται άπό τούς παρακάτω τύπους:

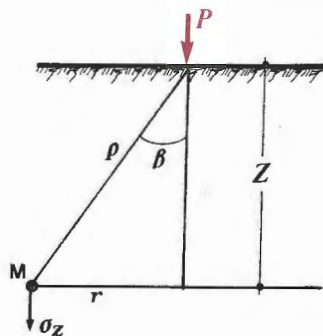
$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi \rho^2} \cos^3 \beta, \quad \sigma_r = \frac{P}{2\pi z^2} \left[3 \cos^3 \beta \sin^2 \beta - (1-2\mu) \frac{\cos^2 \beta}{1 + \cos \beta} \right]$$

$$\sigma_\theta = -(1-2\mu) \frac{P}{2\pi z^2} \left(\cos^3 \beta - \frac{\cos^2 \beta}{1 + \cos \beta} \right), \quad \tau_{rz} = \frac{3P}{2\pi z^2} \cos^4 \beta \sin \beta$$

$$\tau_{\theta r} = \tau_{r\theta} = 0$$



Σχήμα 7.1



Σχήμα 7.2

Παρακάτω δίνονται οί τιμές τής κατακόρυφης τάσης σ_z για κατακόρυφο μοναχικό φορτίο

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi \rho^2} \cos^3 \beta \quad \eta \quad \sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{\rho^5}$$

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi z^2} \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2} \right]^{5/2} = \frac{P}{z^2} I_\sigma$$

όπου

$$I_\sigma = \frac{3}{2\pi} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{5/2}}$$

Οί τιμές του I_σ δίνονται σέ συνάρτηση του λόγου r/z άπό τόν πίνακα XIV.

ΠΙΝΑΚΑΣ XIV

r/z	I_σ	r/z	I_σ	r/z	I_σ
0,00	0,4775	1,10			
0,10	0,4657	1,00	0,0658	2,10	0,0070
0,20	0,4329	1,20	0,0513	2,20	0,0058
0,30	0,3849	1,30	0,0402	2,30	0,0048
0,40	0,3294	1,40	0,0317	2,40	0,0040
0,50	0,2733	1,50	0,0251	2,50	0,0034
0,60	0,2214	1,60	0,0200	3,00	0,0015
0,70	0,1762	1,70	0,0160	4,00	0,0004
0,80	0,1386	1,80	0,0129	5,00	0,0001
0,90	0,1083	1,90	0,0105	10,00	0,000
1,00	0,0844	2,00	0,0085		

7.2 Τάσεις κάτω από τό κέντρο κυκλικής επιφάνειας που φορτίζεται ομοιόμορφα

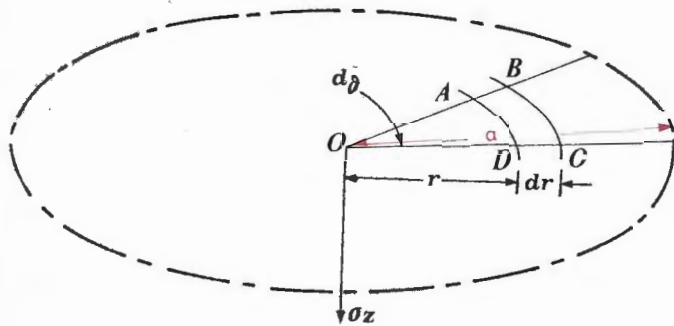
Ἡ κατακόρυφη τάση σ_z κάτω ἀπό τό κέντρο Ο εἶναι (σχῆμα 7.3):

$$\sigma_z = I_\sigma p.$$

ὅπου οἱ τιμές τοῦ I_σ δίνονται ἀπό τόν πίνακα XV σέ συνάρτηση τοῦ λόγου z/a , ὅπου z = τό βάθος καί a = ἡ ἀκτίνα τῆς κυκλικῆς ἐπιφάνειας.

ΠΙΝΑΚΑΣ XV

z/a	I_σ	z/a	I_σ	z/a	I_σ
0,00	1,000				
0,10	0,999	1,10	0,595	2,10	0,264
0,20	0,992	1,20	0,547	2,20	0,245
0,30	0,970	1,30	0,502	2,30	0,229
0,40	0,949	1,40	0,461	2,40	0,214
0,50	0,911	1,50	0,424	2,50	0,200
0,60	0,864	1,60	0,390	3,00	0,146
0,70	0,818	1,70	0,360	4,00	0,087
0,80	0,756	1,80	0,332	5,00	0,057
0,90	0,701	1,90	0,307	10,00	0,015
1,00	0,646	2,00	0,284		



Σχήμα 7.3

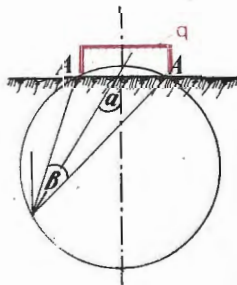
7.3. Τάσεις κάτω από λωρίδα άπειρου μήκους πού φορτίζεται όμοιόμορφα

Οί τάσεις σέ τυχαίο σημείο κάτω από άπειρου μήκους λωρίδα πού φορτίζεται όμοιόμορφα δίνονται από τίς παρακάτω σχέσεις:

$$\sigma_z = \frac{q}{\pi} (\beta + \sin \beta \cos 2\alpha)$$

$$\sigma_x = \frac{q}{\pi} (\beta - \sin \beta \cos 2\alpha)$$

$$\tau_{xz} = \frac{q}{\pi} \sin \beta \sin 2\alpha$$



Σχήμα 7.4

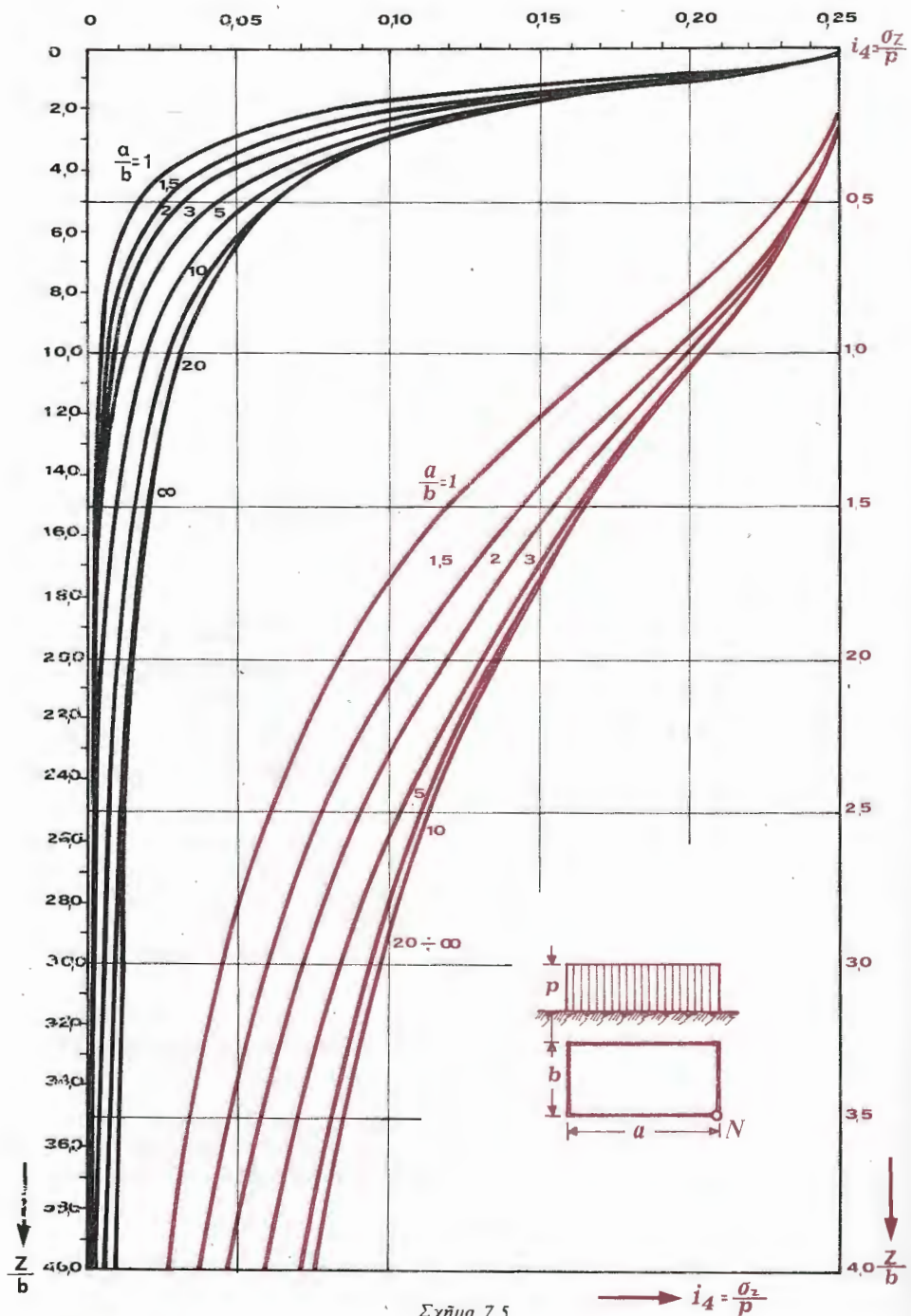
Οί τιμές τών γωνιών α και β όρίζονται στό σχήμα 7.4.

7.4. Τάσεις κάτω από όρθογωνική έπιφάνεια πού φορτίζεται μέ συνεχές φορτίο

Γιά φόρτιση όρθογωνικής έπιφάνειας μέ όμοιόμορφο ή τριγωνικό φορτίο p , ή τάση σ_z κάτω από τή γωνία τής έπιφάνειας ύπολογίζεται από τή σχέση:

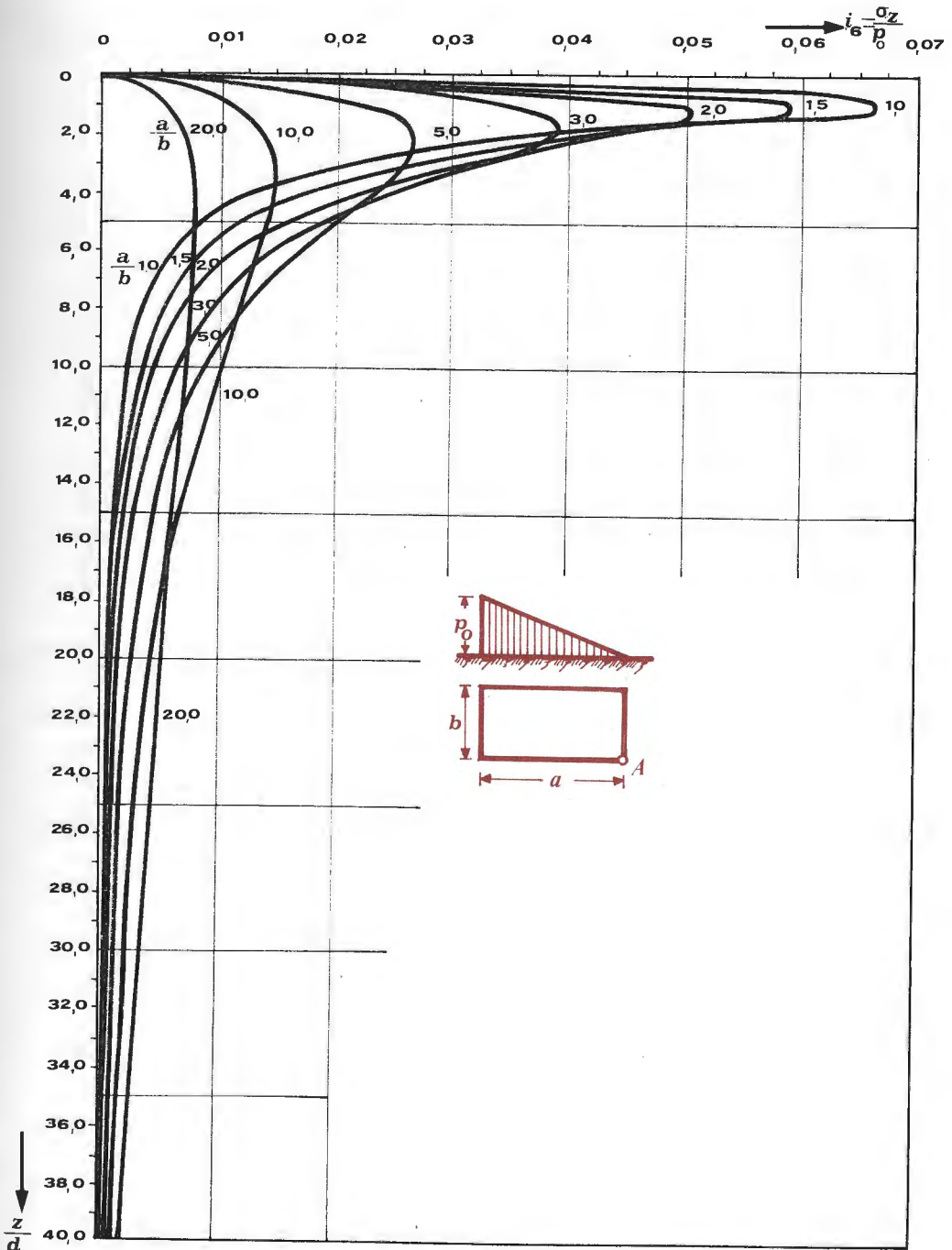
$$\sigma_z = i p$$

όπου i συντελεστής i ύπολογίζεται γιά διάφορες περιπτώσεις από τά παρακάτω νομογραφήματα 7.5 - 7.10.

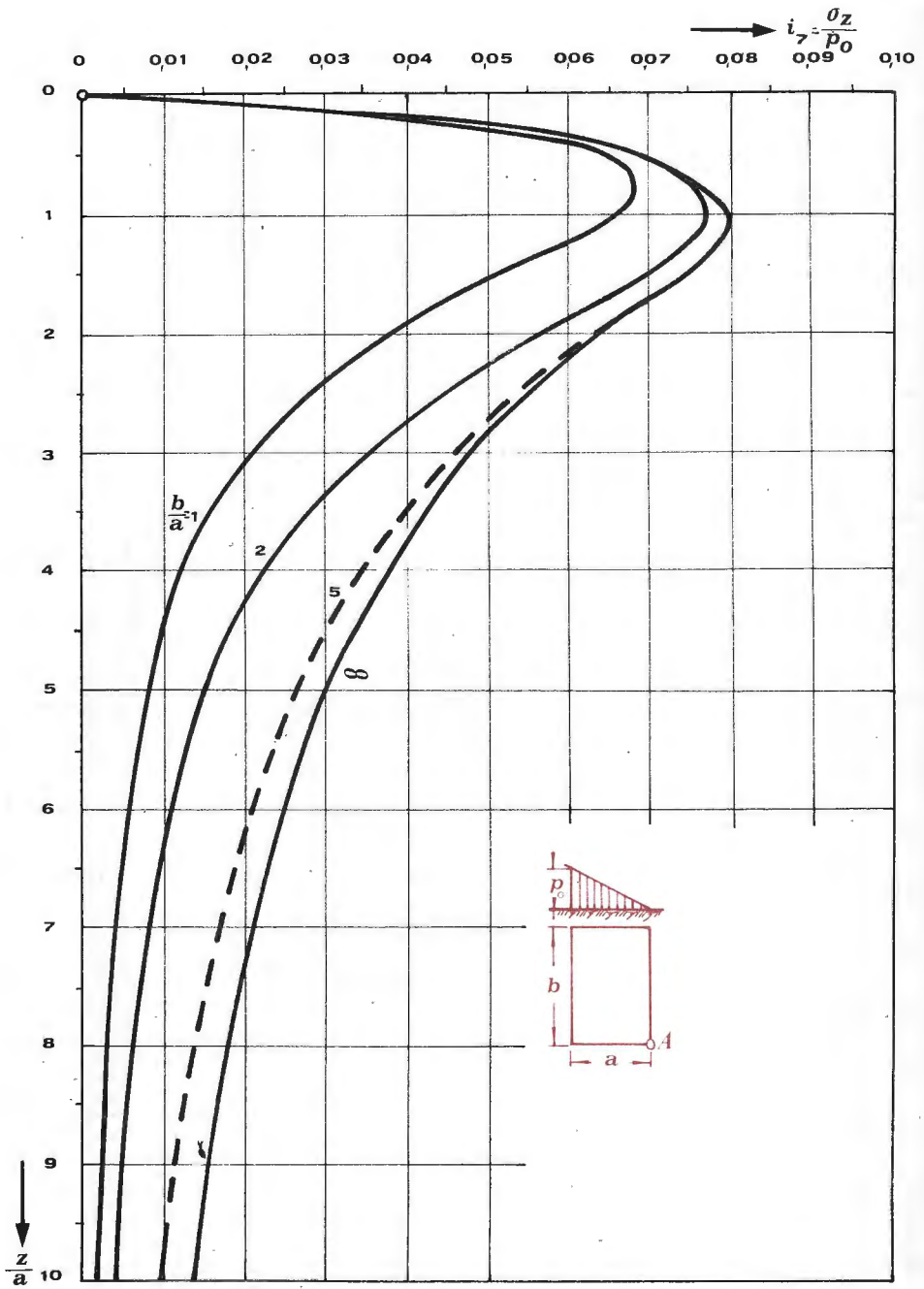


Σχήμα 7.5

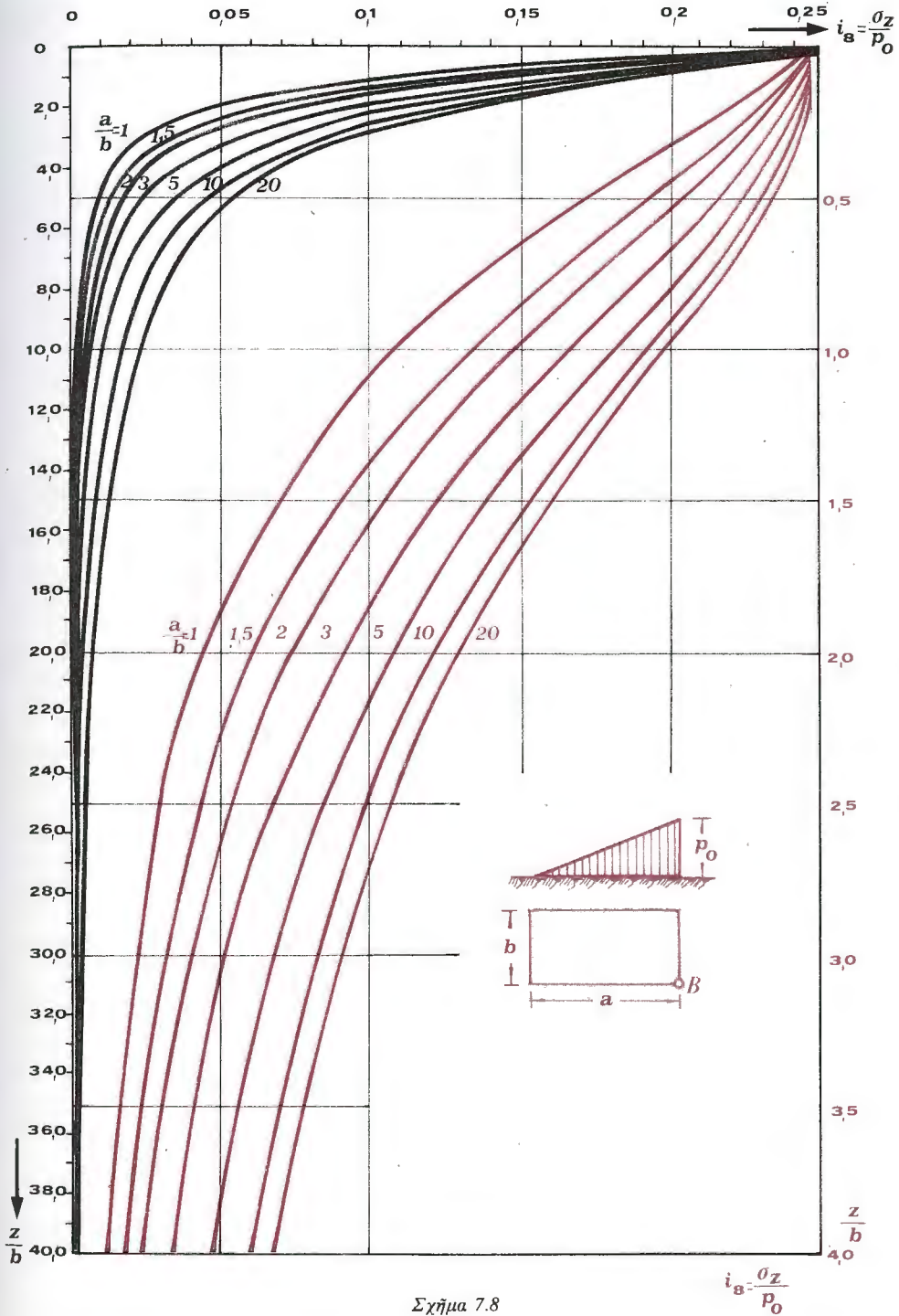
$\rightarrow i_4 = \frac{\sigma_z}{p}$



Σχήμα 7.6

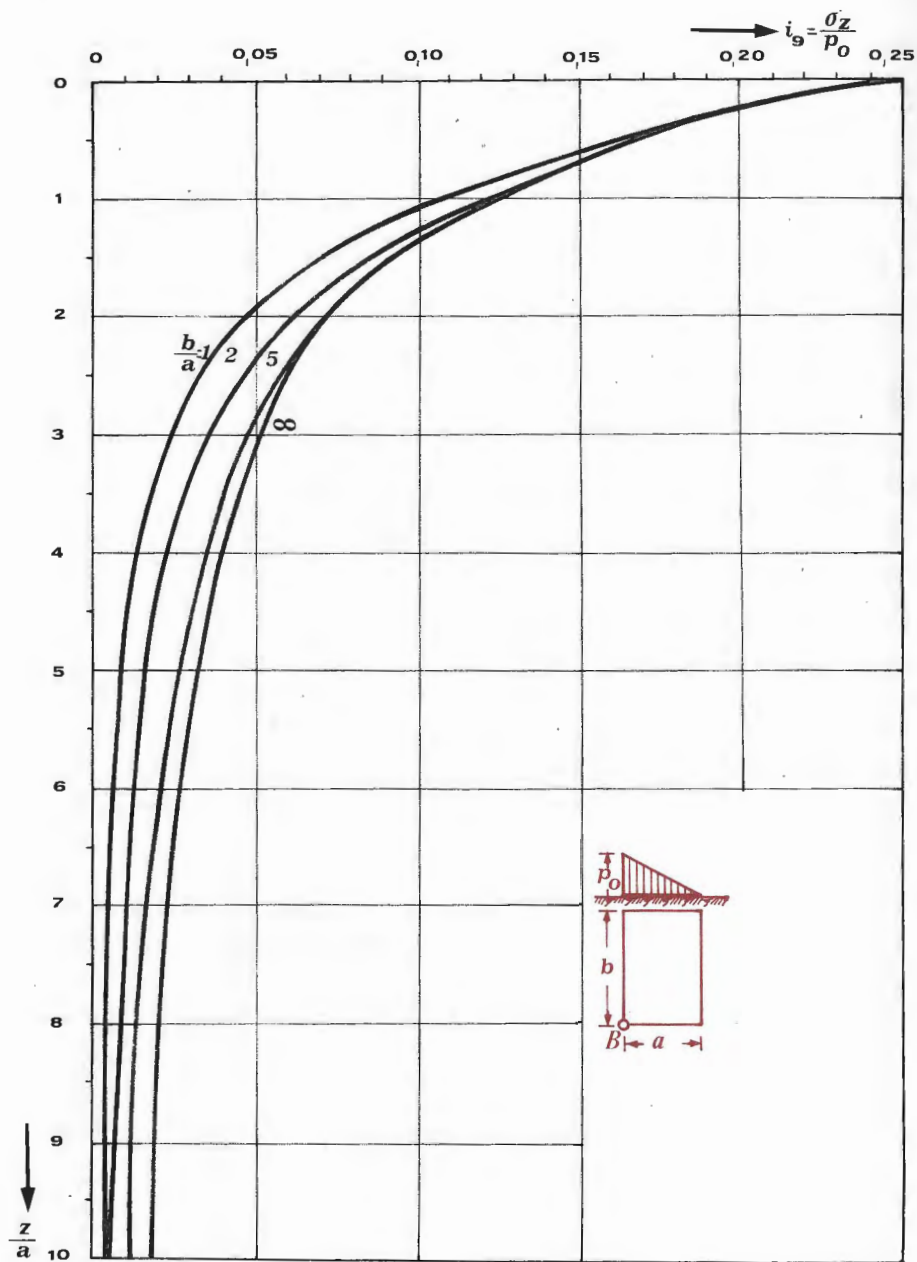


Σχήμα 7.7

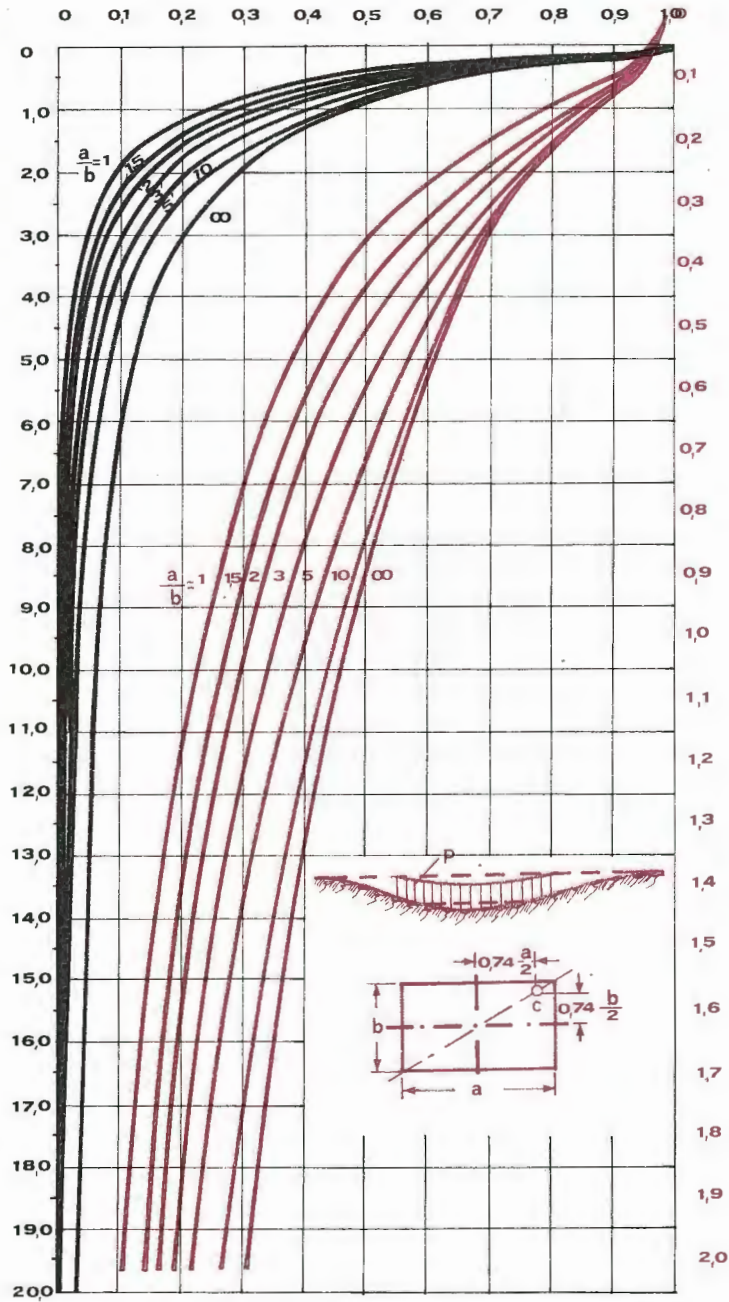


Σχήμα 7.8

$$i_B = \frac{\sigma_z}{p_0}$$



Σχήμα 7.9

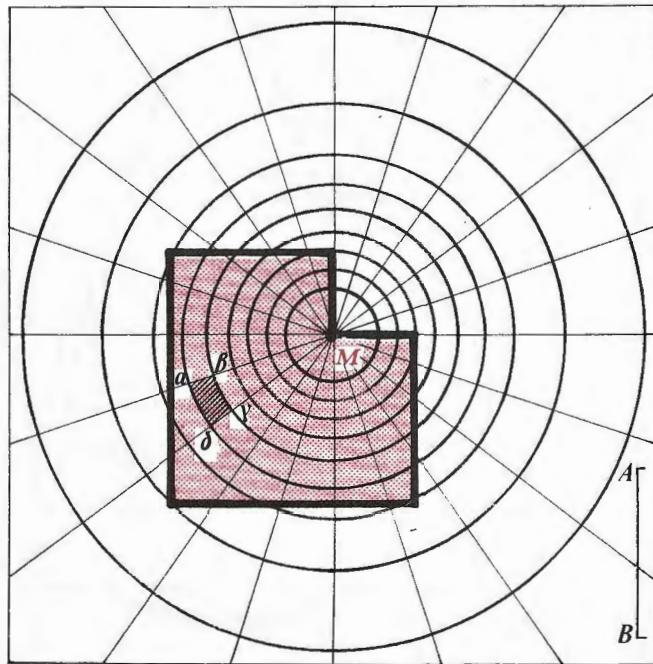


Τάσεις κάτω από το χαρακτηριστικό σημείο C άκαμπτου πέλδλου.

Σχήμα 7.10

7.5 Τάσεις κάτω από ομοιόμορφα φορτισμένη επιφάνεια τυχαίου σχήματος.

Ο *Newmark* σύνταξε νομογράφημα που επιτρέπει τον υπολογισμό της κατακόρυφης τάσης σ_z , σε σημείο M σε βάθος z κάτω από θεμέλιο που φορτίζεται ομοιόμορφα, τυχαίου σχήματος. Η μέθοδος υπολογισμού φαίνεται στο σχήμα 7.11.



Σχήμα 7.11

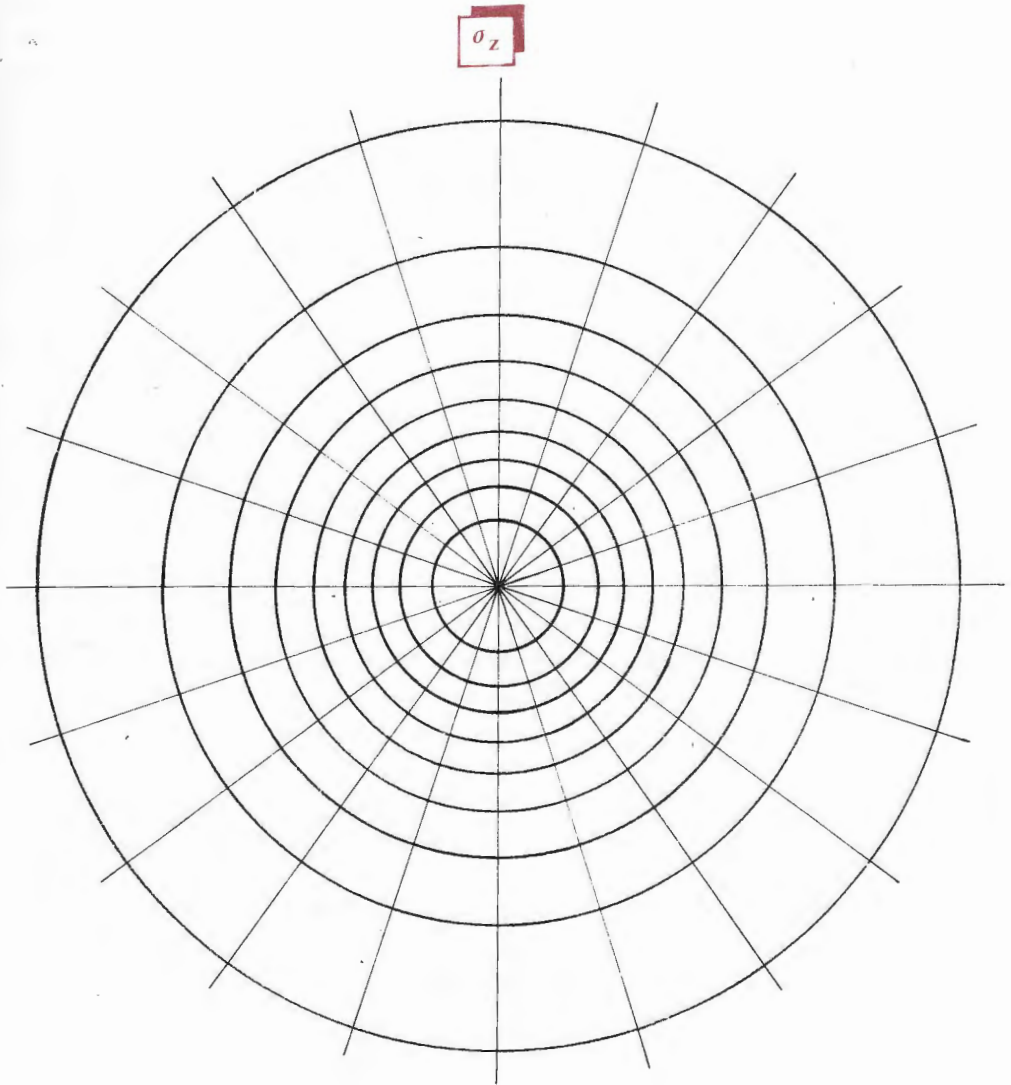
Τό θεμέλιο σχεδιάζεται με κλίμακα ώστε να ισχύει η σχέση $z = \bar{AB}$, όπου z τό βάθος που βρίσκεται τό σημείο M και \bar{AB} τό μήκος του εϋθύγραμμου τμήματος \bar{AB} του νομογραφήματος (σχήμα 7.11). Τό σχέδιο του θεμέλιου, σχεδιασμένο σε διαφανές χαρτί, τοποθετείται πάνω στο νομογράφημα ώστε τό M να βρίσκεται στο κέντρο του.

Έχουμε:

$$\sigma_z = 0,005 \cdot p \cdot n$$

όπου p είναι τό ομοιόμορφο φορτίο και n ό αριθμός των τμημά-

ΝΟΜΟΦΡΑΦΗΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΑΣΕΩΝ ΚΑΤΑ NEWMARK



A Z B

Σχήμα 7.12

των του νομογραφήματος που περιέχονται μέσα στην επιφάνεια που φορτίζεται (όπως π.χ. το τετραγωνίδιο a, β, γ, δ). Στο σχήμα 7.12 δίνεται το νομογράφημα του *Newmark*.

7.6 Διανομή των τάσεων κάτω από τις θεμελιώσεις

Η φέρουσα ικανότητα q που εισάγεται στους υπολογισμούς έχει διαστάσεις τάσης, αλλά αντιπροσωπεύει μόνο μία μέση τιμή τάσης που οδηγεί στον υπολογισμό του ολικού φορτίου που μπορεί να φέρει ή θεμελίωση.

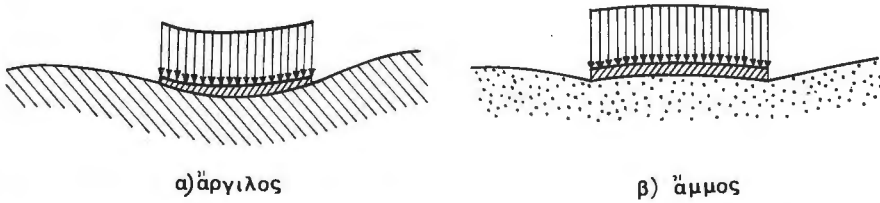
Στην πραγματικότητα το θεμέλιο μεταφέρει στο έδαφος τάσεις που ή διανομή στην επιφάνεια έδρασης του θεμέλιου δεν είναι συνήθως ομοιόμορφη.

Η πραγματική τάση που ασκεί ή θεμελίωση στο έδαφος λέγεται *τάση έπαφής*. Η γνώση των τάσεων έπαφής είναι απαραίτητη για να εκτιμηθεί ή πραγματική επιπόνηση της θεμελίωσης, οί καθιζήσεις του έδάφους και οί παραμορφώσεις της κατασκευής. Για τόν καθορισμό των τάσεων έπαφής έχουν προταθεί διάφορες μέθοδοι. Η πιο γνωστή είναι ή μέθοδος του *de Beer*, και παρόλο που ή μέθοδος βασίζεται στη χρήση πινάκων οί υπολογισμοί είναι αρκετά επίπονοι. Γενικά όμως με τή χρήση των υπολογιστών, οί υπολογισμοί άπλοποιούνται.

Στά συνηθισμένα προβλήματα γίνεται ή παραδοχή της ομοιόμορφης κατανομής των τάσεων κάτω από τό θεμέλιο. Με τήν παραδοχή αυτή άπλουστεύεται ό υπολογισμός των θεμελιώσεων και των καθιζήσεων. Για όλες τις κατασκευές μικρής ή μεγάλης κλίμακας ό υπολογισμός αυτός δίνει αξιόπιστα άποτελέσματα. Στην περίπτωση που ή θεμελίωση έδράζεται πάνω σε άμμο είναι βέβαιο ότι ή μέθοδος αυτή δίνει άποτελέσματα προς τό μέρος της ασφάλειας, αλλά και στην περίπτωση που τό έδαφος είναι συνεκτικό ό υπολογισμός γίνεται με μεγάλο συντελεστή ασφάλειας και έφόσον ή φέρουσα ικανότητα αντικαθίσταται από τήν έπιτρεπόμενη τάση δεν υπάρχει κανένα πρόβλημα. Για ένα πιο άκριβή υπολογισμό χρησιμοποιείται ή μέθοδος του *Westergaard*, που εισάγει τήν έννοια του συντελεστή άκαμψίας και εξαρτάται από όρισμένες έδαφικές ιδιότητες.

Η μέθοδος αυτή κατά τόν *Terzaghi* πρέπει να χρησιμοποιείται με προσοχή. Ο *Westergaard* ονομάζει τήν υπολογιζόμενη τάση *αντίδραση του έδάφους* και όχι τάση έπαφής.

Θεωρούμε μία κυκλική πλάκα που ἐδράζεται πάνω στο ἔδαφος καί φορτίζεται με ὁμοιόμορφο φορτίο καί ζητοῦμε τήν διανομή τῶν τάσεων ἐπαφῆς. Ἐάν ἡ πλάκα εἶναι πολύ εὐκαμπτη καί ἀκολουθεῖ τήν παραμόρφωση τοῦ ἐδάφους, τότε οἱ τάσεις ἐπαφῆς θά ἔχουν ὁμοιόμορφη κατανομή, ἐνῶ οἱ βυθίσεις θά ἔχουν ἀνομοιόμορφη κατανομή (σχῆμα 7.13).

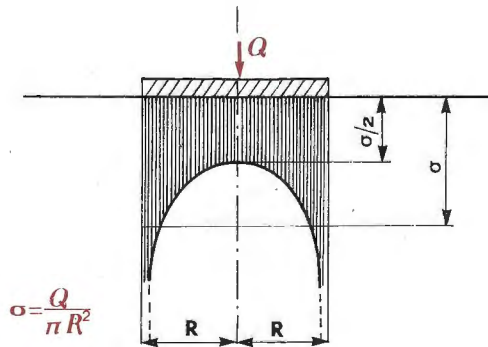


Σχῆμα 7.13 Παραμόρφωση μιᾶς εὐκαμπτης θεμελίωσης με ὁμοιόμορφη φόρτιση

Ἀντίθετα ἂν ἡ πλάκα ἔχει ἄπειρη ἀκαμψία τότε οἱ βυθίσεις της θά εἶναι ὁμοιόμορφες, ἀλλά δέ θά συμβαίνει τό ἴδιο με τίς τάσεις ἐπαφῆς. Στήν περίπτωση τοῦ ἰδανικά ἐλαστικοῦ ἐδάφους ὁ *Boussinesq* ἔδωσε τή θεωρητική κατανομή τῶν τάσεων ἐπαφῆς (σχῆμα 7.14).

Στό κέντρο τῆς πλάκας ἡ τάση ἐπαφῆς εἶναι ἴση με τό μισό τῆς μέσης τιμῆς τῆς τάσης:

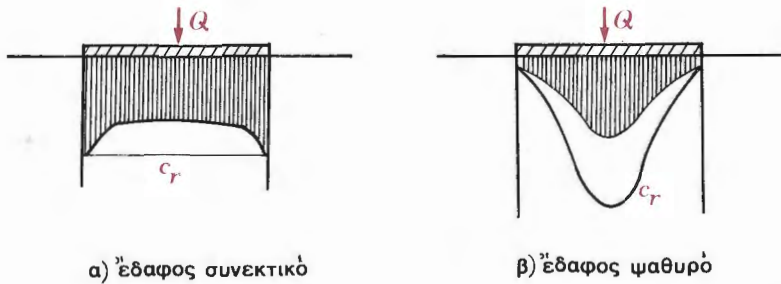
$$\sigma = \frac{Q}{\pi R^2}$$



Σχῆμα 7.14 Θεωρητική κατανομή τῶν τάσεων κάτω ἀπό ἀκαμκτη πλάκα.

Στή συνέχεια ή τάση αύξάνεται καί στά άκρα ή τιμή της τείνει στό άπειρο.

Αυτό θέβαια δέν συμβαίνει για πραγματικά έδάφη. Ή μορφή του διαγράμματος τάσεων είναι διαφορετική για έδαφος συνεκτικό καί για έδαφος ψαθυρό (σχήμα. 7.15).



Σχήμα 7.15 Τάσεις έπαφής

Για συνεκτικό έδαφος τό διάγραμμα βρίσκεται πολύ κοντά στη θεωρητική μορφή του σχήματος 7.14 άφου στά όρια της πλάκας αναπτύσσονται αύξημένες τιμές τάσεων λόγω της συνοχής. Κάτω από τά άκρα της πλάκας σχηματίζονται ζώνες πλαστικής ίσορροπίας, γεγονός που έχει σαν συνέπεια νά εμφανίζονται πεπερασμένες τιμές τάσεων στά άκρα ένω άντιστοιχούν άπειρες τιμές των τάσεων στό τελείως έλαστικό έδαφος.

Στήν περίπτωση των ψαθυρών εδαφών ή κατάσταση είναι τελείως διαφορετική. Στά άκρα της πλάκας ή τάση έπαφής είναι υποχρεωτικά πάρα πολύ μικρή έφόσον ή τάση σε μία κατακόρυφη τομή του έδάφους είναι πρακτικά ίση με μηδέν καί ή άντοχή του σε διάτμηση όφείλεται μόνο στην έσωτερική τριβή.

Τό σχήμα 7.15,β δείχνει ότι στην περίπτωση αυτή ή πραγματική συμπεριφορά του έδάφους δέ μοιάζει καθόλου με τη θεωρητική κατανομή στό έλαστικό έδαφος.

Όταν αύξάνεται τό φορτίο που εφαρμόζεται στην πλάκα μέχρις ότου τό σύνολο του ύποκείμενου έδάφους βρεθεί σε κατάσταση πλαστικής ίσορροπίας, τότε ή μορφή των καμπυλών των τάσεων κάτω από τό πέδιλο αλλάζει καί παίρνει την όριακή θέση C_r (σχήμα 7.15).

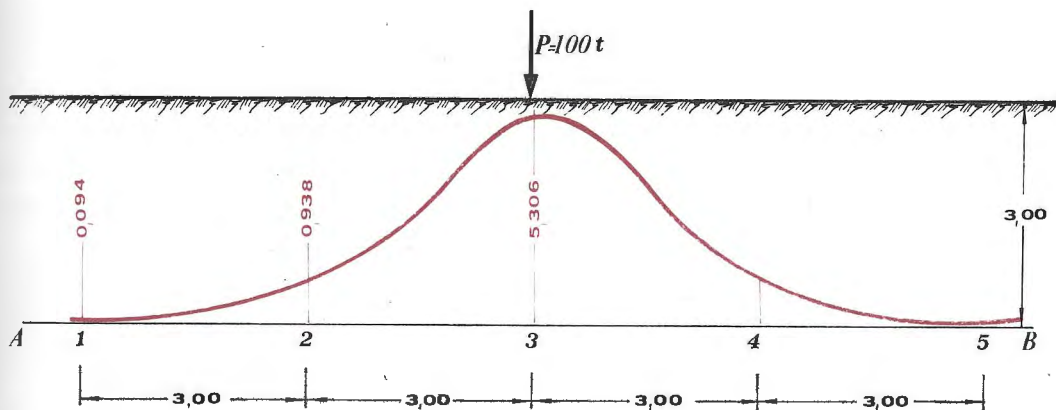
Άπό όλα τά προηγούμενα είδαμε τη μορφή του διαγράμματος των τάσεων έπαφής κάτω από μία τελείως εύκαμπτη καί μία τελείως άκαμπτη θεμελίωση. Στήν πραγματικότητα ή άκαμψία της θεμελίωσης βρίσκεται

κάπου ανάμεσα στις άκρες αυτές τιμές, άρα τό διάγραμμα τών τάσεων επαφής χωρίς νά είναι γραμμικό δέν άντιστοιχεί ούτε σέ αυτό τής άκαμπτης πλάκας. Μέ βάση πειραματικές παρατηρήσεις συμπεραίνεται ότι ή πραγματική κατανομή τών τάσεων εξαρτάται από τόν συνδυασμό τών χαρακτηριστικών τής θεμελίωσης καί του έδάφους, ώστε οί κατακόρυφες παραμορφώσεις τής θεμελίωσης νά ταυτίζονται μέ τίς κατακόρυφες θυθίσεις του έδάφους.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

7.1 Νά υπολογιστεί: α) ή μεταβολή τών κατακόρυφων τάσεων σ_z κατά μήκος τής ευθείας AB που δημιουργούνται από μοναχικό φορτίο $P=100\text{ t}$ στην επιφάνεια του έδάφους μέ την έλαστική θεωρία β) ή μεταβολή τών κατακόρυφων τάσεων σ_z κατά μήκος τής ευθείας CD από τό ίδιο φορτίο.

ΛΥΣΗ

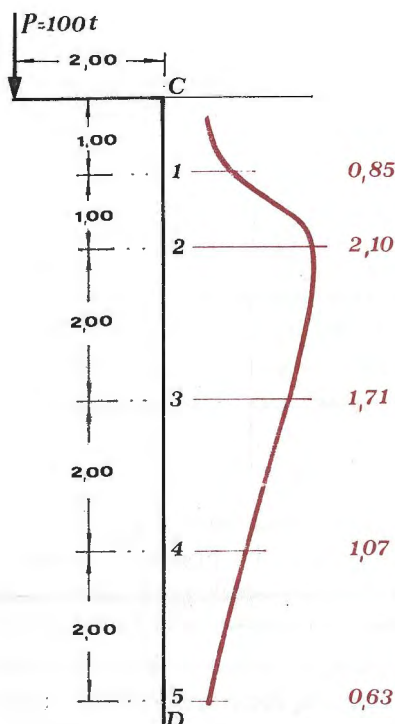


Σχήμα 7.16

α) Οί κατακόρυφες τάσεις σ_z για μοναχικό φορτίο δίνονται από τή σχέση:

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi z^2} \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2} \right]^{5/2} = \frac{P}{z^2} I_\sigma$$

Οι τιμές του I_{σ} δίνονται από τον παρακάτω πίνακα:



Σχήμα 7.17

Σημείο	r/z	I_{σ}	σ_z
1	2	0,0085	0,094
2	1	0,0844	0,938
3	0	0,4775	5,306
4	1	0,0844	0,938
5	2	0,0085	0,094

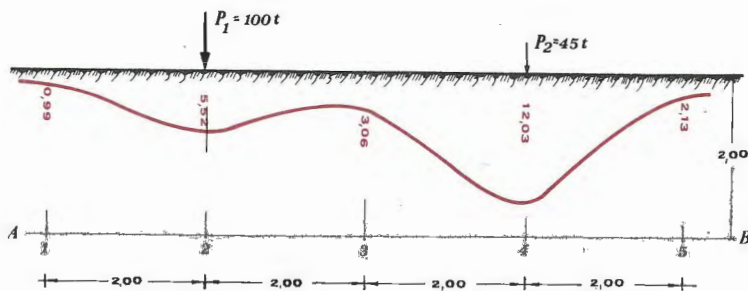
β) Στην περίπτωση αυτή με ανάλογο τρόπο έχουμε:

Σημείο	r/z	I_{σ}	z^2	σ_z
1	2	0,0085	1	0,85
2	1	0,0844	4	2,10
3	0,500	0,2733	16	1,71
4	0,333	0,3849	36	1,07
5	0,250	0,4050	64	0,63

7.2 Νά υπολογιστεί ή μεταβολή των κατακόρυφων τάσεων σ_z κατά μήκος της εϋθείας AB (σημεία 1, 2, 3, 4, 5), όταν στην ελεύθερη επιφάνεια του εδάφους εφαρμόζονται δύο μοναχικά φορτία $P_1=100\text{ t}$ και $P_2=45\text{ t}$, όπως φαίνεται στο σχήμα 7.18.

ΛΥΣΗ

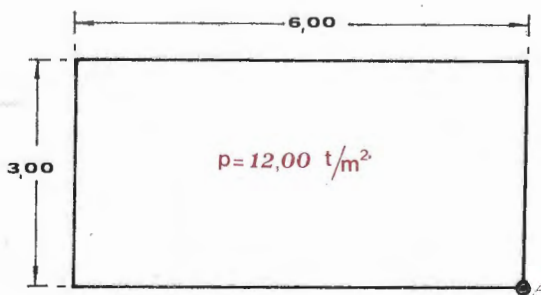
Ἡ εφαρμογή τῆς ἐλαστικῆς θεωρίας ἐπιτρέπει τὴ χρήση τῆς ἀρχῆς τῆς ἐπαλληλίας· ἔτσι υπολογίζουμε τὶς κατακόρυφες τάσεις γιὰ κάθε φορτίο χωριστὰ καὶ προσθέτουμε τὶς ἀντίστοιχες τιμές.



Σχήμα 7.18

ΦΟΡΤΙΟ $P_1 = 100 t$				ΦΟΡΤΙΟ $P_2 = 45 t$				Κατακόρυφες τάσεις
Σημείο	r/z	I_σ	$\sigma_{z,1}$	Σημείο	r/z	I_σ	$\sigma_{z,2}$	$\sigma_z = \sigma_{z,1} + \sigma_{z,2}$
1	1	0,0844	2,11	1	3	0,0015	0,02	2,13
2	0	0,4775	11,94	2	2	0,0085	0,09	12,03
3	1	0,0844	2,11	3	1	0,0844	0,95	3,06
4	2	0,0085	0,21	4	0	0,4775	5,31	5,52
5	3	0,0015	0,04	5	1	0,0844	0,95	0,99

7.3 Όρθογωνικό θεμέλιο διαστάσεων $6,00 m \times 3,00 m$ φορτίζεται με ομοιόμορφη φόρτιση $p = 12,00 t/m^2$ στην επιφάνεια εδαφικής μάζας. Νά υπολογιστεί ή κατακόρυφη τάση σ_z σέ βάθος $3,00 m$ κάτω από : α) τή γωνία A τού όρθογώνιου, β) τό κέντρο τού όρθογώνιου K καί γ) τό σημείο B , όπως φαίνεται στά σχήματα 7.19, 7.20 καί 7.21 αντίστοιχα.



Σχήμα 7.19

ΛΥΣΗ

α) Ἡ κατακόρυφη τάση κάτω ἀπὸ τὴ γωνία ὀρθογωνικῆς ἐπιφάνειας πού φορτίζεται μὲ ὁμοιόμορφο φορτίο p , δίνεται ἀπὸ τὴ σχέση:

$$\sigma_z = I_\sigma p$$

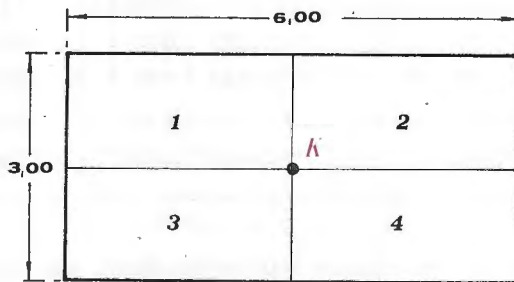
Ὁ I_σ δίνεται ἀπὸ τὸ νομογράφημα τοῦ σχήματος 7.5 σάν συνάρτηση τοῦ λόγου z/b καὶ a/b , ὅπου z τὸ βάθος πού ζητοῦμε τὴν τάση καὶ a, b ἡ μεγάλη καὶ ἡ μικρὴ πλευρὰ τοῦ ὀρθογώνιου ἀντίστοιχα. Ἄρα γιὰ

$$\frac{z}{b} = \frac{3,00}{3,00} = 1 \quad \text{καὶ} \quad \frac{a}{b} = \frac{6,00}{3,00} = 2$$

ἔχουμε $I_\sigma = 0,20$, ὁπότε

$$\sigma_z = 0,20 \cdot 12,00 = 2,40 \text{ t/m}^2.$$

β) Ἐπειδὴ τὰ νομογραφήματα δίνουν τὶς τάσεις μόνο κάτω ἀπὸ τὶς γωνίες ὀρθογώνιου, ὅταν θέλουμε νὰ ὑπολογίσουμε τὶς τάσεις κάτω ἀπὸ ὁποιοδήποτε ἄλλο σημεῖο χωρίζουμε τὴ φορτιζόμενη ἐπιφάνεια σὲ ἀνά-



Σχῆμα 7.20

λογα ὀρθογώνια, ὥστε κάθε φορά οἱ τάσεις νὰ ὑπολογίζονται κάτω ἀπὸ γωνία:

$$\sigma_z = \sigma_{z,1} + \sigma_{z,2} + \sigma_{z,3} + \sigma_{z,4} = 4 I_\sigma p$$

Ἄρα γιὰ $\frac{z}{b} = \frac{3,00}{1,50} = 2$ καὶ $\frac{a}{b} = \frac{3,00}{1,50} = 2$ ἔχουμε $I_\sigma = 0,12$, ὁπότε

$$\sigma_z = 4 \cdot 0,12 \cdot 12,00 = 5,76 \text{ t/m}^2.$$

γ) Στὴν περίπτωση αὐτὴ

$$\sigma_z = \sigma_{z,1+3} + \sigma_{z,2+4} - \sigma_{z,3} - \sigma_{z,4}$$

καί

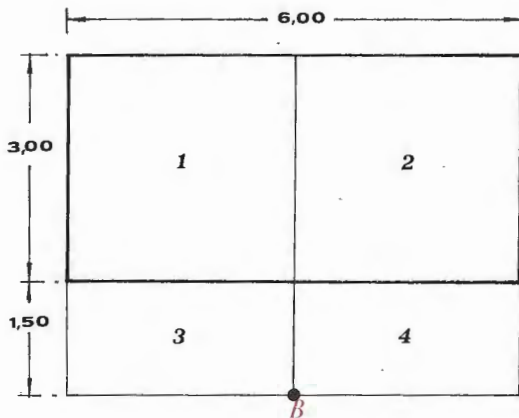
$$\sigma_{z,1+3} = \sigma_{z,2+4} = I_{\sigma} p$$

Γιά $\frac{z}{b} = \frac{3,00}{3,00} = 1$ καί $\frac{a}{b} = \frac{4,50}{3,00} = 1,5$ έχουμε $I_{\sigma} = 0,195$, όποτε

$$\sigma_{z,1+3} = \sigma_{z,2+4} = 0,195 \cdot 12,00 = 2,34 \text{ t/m}^2$$

καί

$$\sigma_{z,3} = \sigma_{z,4} = I_{\sigma} p.$$



Σχήμα 7.21

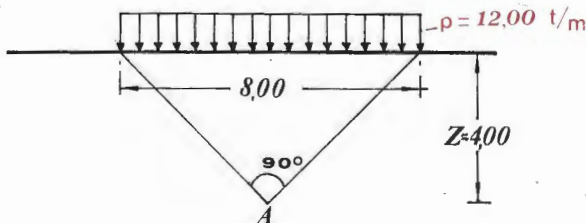
Γιά $\frac{z}{b} = \frac{3,00}{1,50} = 2$ καί $\frac{a}{b} = \frac{3,00}{1,50} = 2$ έχουμε $I_{\sigma} = 0,12$, όποτε

$$\sigma_{z,3} = \sigma_{z,4} = 0,12 \cdot 12,00 = 1,44 \text{ t/m}^2$$

άρα:

$$\sigma_z = 2 \cdot 2,34 - 2 \cdot 1,44 = 1,80 \text{ t/m}^2.$$

7.4 Νά υπολογιστεί ή κατακόρυφη τάση σ_z στό σημείο A , κάτω από τό κέντρο μις όμοιόμορφα φορτισμένης μέ φορτίο $p = 12,00 \text{ t/m}$ λωρίδας άπειρου μήκους καί πλάτους $B = 8,00 \text{ m}$.



Σχήμα 7.22

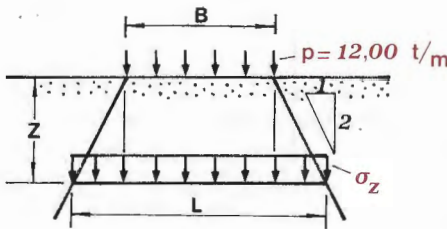
ΛΥΣΗ

Οι τάσεις σ_z για την περίπτωση τής ομοιόμορφα φορτισμένης λωρίδας άπειρου μήκους δίνονται από τή σχέση (§ 7.3):

$$\sigma_z = \frac{p}{\pi}(\beta + \sin \beta \cos 2a)$$

όπου $p = 12,00 \text{ t/m}$, $\beta = 90^\circ$ ή $\beta = \frac{\pi}{2}$ και $a = 0^\circ$

δηλαδή:

$$\sigma_z = \frac{12,00}{3,14} \left(\frac{3,14}{2} + \sin 90^\circ \cos 0 \right) = 9,82 \text{ t/m}^2$$


Σχήμα 7.23

Έκτός από τήν παραπάνω μέθοδο πού βασίζεται στή θεωρία ελαστικότητας, υπάρχουν και μέθοδοι προσεγγιστικής κατανομής τών τάσεων στό έσωτερικό του εδάφους. Στό σχήμα 7.23 φαίνεται ή άπλούστερη από αυτές.

Τό μήκος $L = B + z$.

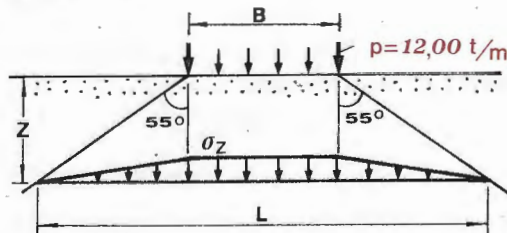
Έπειδή οι ομοιόμορφα κατανεμημένες τάσεις σ_z στό μήκος L πρέπει νά έχουν συνιστάμενη ίση μέ τό έξωτερικό φορτίο pB , οι τάσεις σ_z είναι:

$$\sigma_z = \frac{pB}{L} = \frac{pB}{B+z}$$

Γιά τά δεδομένα του παραδείγματος έχουμε:

$$\sigma_z = \frac{12,00 \cdot 8,00}{8,00 + 4,00} = 8,00 \text{ t/m}^2.$$

Μιά δεύτερη προσεγγιστική μέθοδος όφείλεται στόν Kogler και φαίνεται στό σχήμα 7.24.



Σχήμα 7.24

Τό μήκος $L = B + 2z \operatorname{tg} 55^\circ$.

Γιά τήν ισορροπία τών τάσεων μέ τό εξωτερικό φορτίο έχουμε:

$$p B = \sigma_z B + \frac{2 \sigma_z z \operatorname{tg} 55^\circ}{2}$$

καί

$$\sigma_z = \frac{p B}{B + z \operatorname{tg} 55^\circ}$$

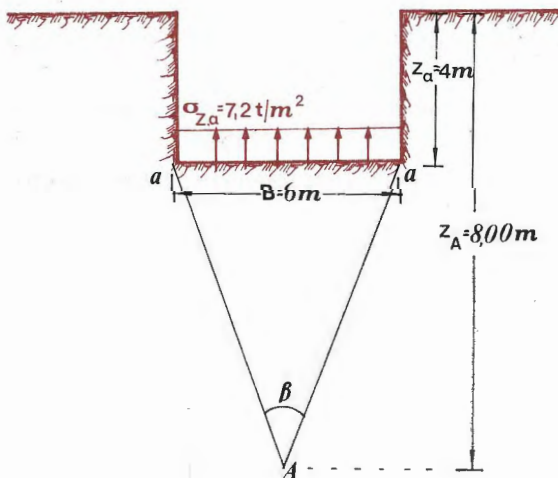
καί γιά τό συγκεκριμένο παράδειγμα:

$$\sigma_z = \frac{12,00 \cdot 8,00}{8,00 + 4,00 \operatorname{tg} 55^\circ} = 7,00 \text{ t/m}^2$$

Παρατηρούμε ότι ο βαθμός προσέγγισης δέν είναι απόλυτα ικανοποιητικός καί συνεπώς οί προσεγγιστικές μέθοδοι πρέπει νά εφαρμόζονται μέ προσοχή.

7.5 Νά υπολογιστεί ή κατακόρυφη τάση σ_z στό σημείο A ενός εδάφους σέ βάθος $z_A = 8,00 \text{ m}$, όταν γίνει έκσκαφή μεγάλου μήκους, πλάτους $B = 6,00 \text{ m}$ καί βάθους $z_a = 4,00 \text{ m}$ από τήν επιφάνεια του εδάφους. Τό φαινόμενο βάρος του εδάφους είναι $\gamma = 1,80 \text{ t/m}^3$.

ΛΥΣΗ



Σχήμα 7.25

Οι αρχικές τάσεις στο σημείο A οφείλονται αποκλειστικά στο βάρος του εδάφους και είναι:

$$\sigma_{z,1} = \gamma z = 1,80 \cdot 8,00 = 14,40 \text{ t/m}^2$$

Οι αρχικές τάσεις στον πυθμένα της έκσκαφής ήταν:

$$\sigma_{z,a} = \gamma z = 1,80 \cdot 4,00 = 7,20 \text{ t/m}^2$$

μετά την έκσκαφή οι κατακόρυφες τάσεις στο βάθος αυτό είναι μηδενικές. Μπορούμε να δεχθούμε προσεγγιστικά ότι η έκσκαφή ισοδυναμεί με την εφαρμογή ενός αρνητικού ομοιόμορφου φορτίου (δηλαδή με διεύθυνση από κάτω προς τα πάνω), ίσου με $p = -7,20 \text{ t/m}^2$.

Εφαρμόζοντας τις εξισώσεις της § 7.3 έχουμε:

$$\sigma_{z,2} = \frac{p}{\pi} (\beta + \sin \beta \cos 2a)$$

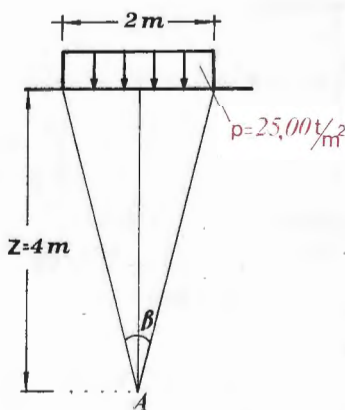
$$p = -7,20 \text{ t/m}^2, \beta = 73,74^\circ \text{ ή } \beta = 0,41 \pi, a = 0^\circ \text{ και}$$

$$\sigma_{z,2} = \frac{-7,20}{3,14} (1,287 + 0,96 \cdot 1) = -5,15 \text{ t/m}^2$$

Άρα η τελική κατακόρυφη τάση στο σημείο A είναι:

$$\sigma_{z,A} = \sigma_{z,1} - \sigma_{z,2} = 9,25 \text{ t/m}^2.$$

7.6 Μιά λωρίδα άπειρου μήκους και πλάτους 2,00 m φορτίζεται με ομοιόμορφο φορτίο $p = 25,00 \text{ t/m}^2$. Αν το φαινόμενο βάρος του εδάφους $\gamma = 2,00 \text{ t/m}^3$ και ο συντελεστής $k_0 = 0,40$, να υπολογιστούν οι κατακόρυφες και οριζόντιες τάσεις στο σημείο A σε βάθος $z = 4,00 \text{ m}$ κάτω από τον άξονα της λωρίδας πριν και μετά την επιβολή του φορτίου.



Σχήμα 7.26

ΛΥΣΗ

Πριν από την επιβολή του φορτίου οι τάσεις οφείλονται μόνο στο ίδιο βάρος και είναι:

$$\sigma_z = \gamma z = 2,00 \cdot 4,00 = 8,00 \text{ t/m}^2$$

$$\text{και } \sigma_x = k_0 \gamma z = 0,40 \cdot 8,00 = 3,20 \text{ t/m}^2$$

Μετά την έπιβολή του φορτίου οι τάσεις υπολογίζονται ως εξής (§ 7.3):

$$\sigma_z = \frac{p}{\pi} (\beta + \sin \beta \cos 2\alpha) = \frac{25,00}{3,14} (0,49 + 0,47) = 7,64 \text{ t/m}^2$$

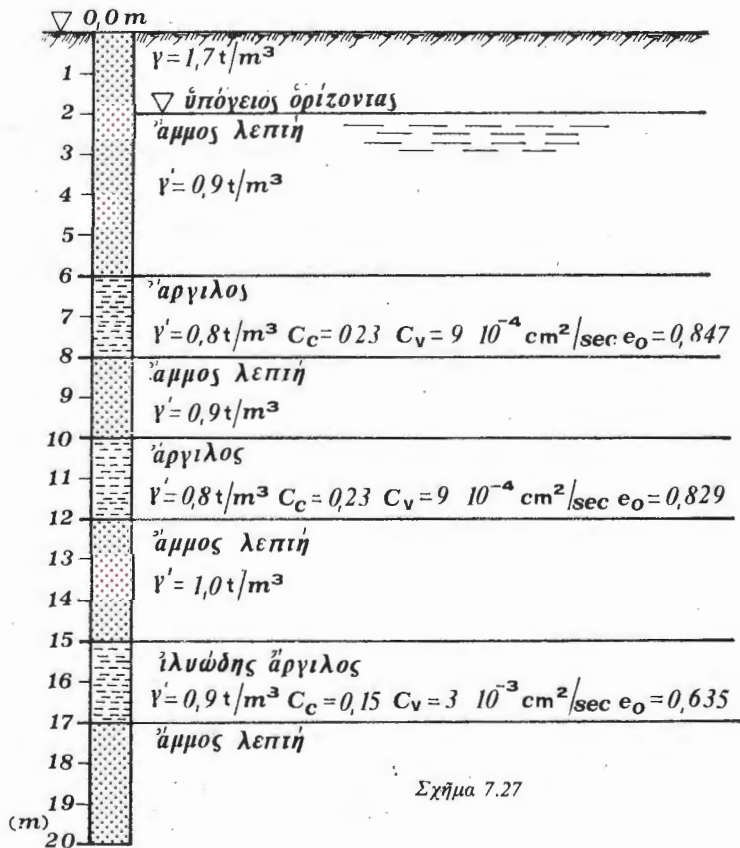
$$\sigma_x = \frac{p}{\pi} (\beta - \sin \beta \cos 2\alpha) = \frac{25,00}{3,14} (0,49 - 0,47) = 0,15 \text{ t/m}^2$$

Άρα οι τελικές τάσεις είναι:

$$\sigma_z = 8,00 + 7,64 = 15,64 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_x = 3,20 + 0,15 = 3,35 \text{ t/m}^2$$

7.7 Δίνεται η έδαφική τομή του σχήματος 7.27. Νά υπολογιστεί η νέα έντατική κατάσταση που δημιουργείται στο έδαφος, αν στην επιφάνεια του



Σχήμα 7.27

155-178

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΤΩΝ ΕΛΑΦΩΝ - ΚΑΘΙΖΗΣΕΙΣ - ΣΤΕΡΕΟΠΟΙΗΣΗ

Α. ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΤΩΝ ΕΛΑΦΩΝ - ΚΑΘΙΖΗΣΕΙΣ

8.1 Είσαγωγή

Με τον όρο καθίζηση εννοούμε την υποχώρηση του επίπεδου έδρασης μιας κατασκευής λόγω παραμόρφωσης του υποκείμενου εδάφους. Συνήθως ο ύπολογισμός ενός κτιρίου βασίζεται στην υπόθεση ότι η κατασκευή εδράζεται σε άκαμπτη βάση ενώ στην πραγματικότητα η άκαμψία μεταβάλλεται ανάλογα με τη μορφή και τις διαστάσεις της θεμελίωσης. Εάν η βάση της κατασκευής παραμένει επίπεδη ή καθίζηση δεν είναι επικίνδυνη γιατί οι δυνάμεις που ενεργούν στην κατασκευή δεν μεταβάλλονται. Εάν αντίθετα η βάση παραμορφωθεί, ολόκληρος ο σκελετός της κατασκευής τείνει να παραμορφωθεί προκαλώντας νέα έντατική κατάσταση που δεν είχε ληφθεί υπόψη στο πρώτο στάδιο της μελέτης.

Αν η κατασκευή εδράζεται σε ένα ή περισσότερα έδαφικά στρώματα πολύ συμπιεστά, που περικλείονται ανάμεσα σε έδαφικά στρώματα σχετικά ασυμπιεστά όπως η άμμος, η καθίζηση εξαρτάται αρχικά από τις ιδιότητες των συμπιεστών εδαφών και από την ένταση και κατανομή της κατακόρυφης τάσης στα στρώματα αυτά.

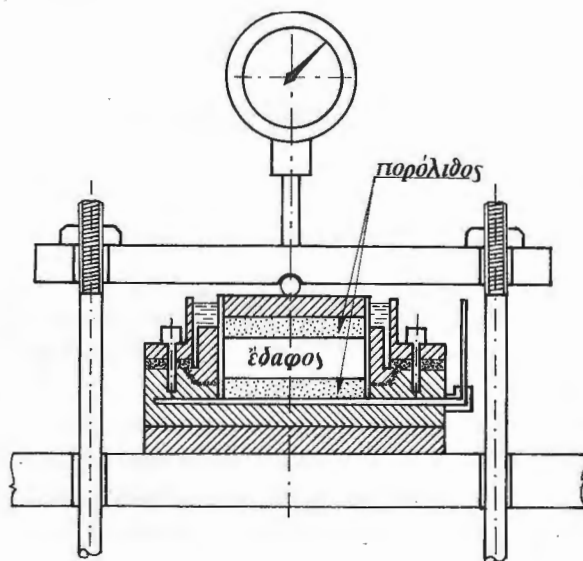
8.2 Πειραματικοί συντελεστές παραμόρφωσης

Έχει διαπιστωθεί πειραματικά ότι η κύρια παραμόρφωση των εδαφών έχει τη διεύθυνση των φορτίων δηλαδή είναι κατακόρυφη.

Οι κατακόρυφες παραμορφώσεις των εδαφών εξετάζονται στη συσκευή του οίδημέτρου (σχήμα 8.1).

Τό έδαφικό δοκίμιο φορτίζεται κάθετα και μετρούνται οι καθιζήσεις σε χρονικά διαστήματα με σταθερή φόρτιση.

Μετά από 24 ώρες (θεωρούμε ότι η καθίζηση έχει ολοκληρωθεί ουσιαστικά για τους κοινούς τύπους των έδαφών), αξιάνεται η φόρτιση και μετρούνται οι καθιζήσεις στα ίδια χρονικά διαστήματα με τη νέα φόρτιση. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για όλη την έκταση της φόρτισης που ενδιαφέρει τη μελέτη.



Σχήμα 8.1

Από τα αποτελέσματα δοκιμών οιδημέτρου προσδιορίζονται ή σχέση μεταξύ του δείκτη πόρων e και της ενεργού τάσης σ' , και μία ομάδα καμπυλών που αντιπροσωπεύουν τις καθιζήσεις σε συνάρτηση με το χρόνο για κάθε φόρτιση δοκιμής.

Στή δοκιμή αυτή της μονοδιάστατης συμπίεσης ή μεταβολή του ύψους ΔH προς το αρχικό ύψος H_0 ισούται με τη μεταβολή του όγκου ΔV προς τον αρχικό όγκο V_0 , δηλαδή

$$\frac{\Delta H}{H_0} = \frac{\Delta V}{V_0} \rightarrow \Delta H = H_0 \frac{\Delta V}{V_0}$$

Άλλά:

$$e_0 = \frac{V_v}{V_s} \Rightarrow V_v = e_0 V_s$$

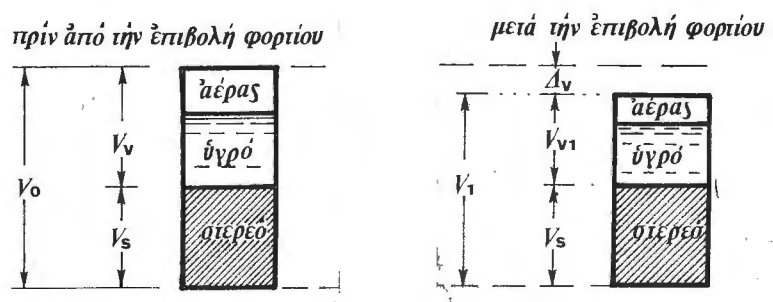
$$V_0 = V_s + V_v = V_s + e_0 V_s$$

$$V_0 = V_s(1 + e_0)$$

$$e_1 = \frac{V_{v1}}{V_s} \Rightarrow V_{v1} = e_1 V_s$$

$$V_1 = V_s + V_{v1} = V_s + e_1 V_s$$

$$V_1 = V_s(1 + e_1)$$



Σχῆμα 8.2

Ἡ μεταβολὴ τοῦ ὄγκου

$$\Delta V = V_0 - V_1$$

Δηλαδή:

$$\Delta V = V_0 - V_1 = V_s(1 + e_0) - V_s(1 + e_1)$$

$$\Delta V = V_s(e_0 - e_1)$$

εἶναι ὁμως:

$$V_0 = V_s(1 + e_0)$$

ἄρα ἔχουμε:

$$\Delta H = H_0 \frac{V_s (e_0 - e_1)}{V_s (1 + e_0)} = H_0 \frac{e_0 - e_1}{1 + e_0}$$

Εἶναι $\Delta e = e_0 - e_1$ ἡ μεταβολὴ τοῦ δείκτη πόρων ἄρα ἡ σχέση πού δίνει τὴν μείωση τοῦ ὕψους εἶναι:

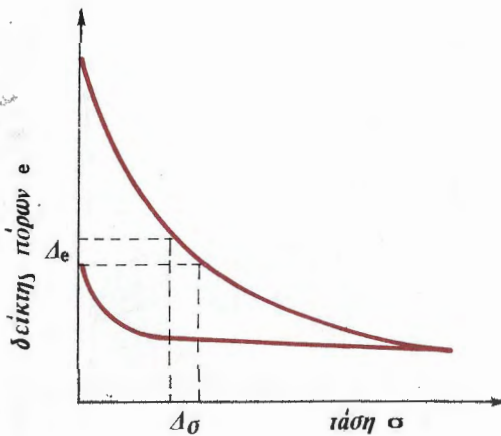
$$\Delta H = H_0 \frac{\Delta e}{1 + e_0} \tag{8.1}$$

καὶ εἶναι ἀνεξάρτητη ἀπὸ τὸν μηχανισμό πού προκαλεῖ τὴ μεταβολὴ τοῦ ὄγκου καὶ ἀπὸ τὸ βαθμὸ κορεσμοῦ τοῦ ἐδάφους. Τὰ ἀποτελέσματα μιᾶς δοκιμῆς οἰδημέτρου σὲ ἀργιλικό δοκίμιο μεταφέρονται σὲ διάγραμμα μὲ συντεταγμένες τὸ δείκτη πόρων e καὶ τὴν τάση σ (σχῆμα 8.3). Ἡ κλίση

της καμπύλης λέγεται *συντελεστής συμπίεστότητας* και έχει την τιμή

$$a_v = \frac{\Delta e}{\Delta \sigma}$$

Έτσι βλέπουμε ότι για σταθερό $\Delta \sigma$ ο συντελεστής a_v μειώνεται όταν αυξάνεται ή τάση σ και για μικρές τιμές της $\Delta \sigma$ μπορούμε να δεχθούμε ότι $\Delta e = a_v \Delta \sigma$.



Σχήμα 8.3

Η σχέση 8.1 γράφεται:

$$\Delta H = H_0 \Delta \sigma m_v \quad \text{όπου} \quad m_v = \frac{a_v}{1 + e_0}$$

Ο συντελεστής m_v ονομάζεται *συντελεστής συμπίεστότητας σε όγκο*. Ο συντελεστής αυτός είναι αντίστροφος του μέτρου συμπίεστότητας:

$$E = \frac{\Delta \sigma}{\frac{\Delta H}{H_0}}$$

δηλαδή

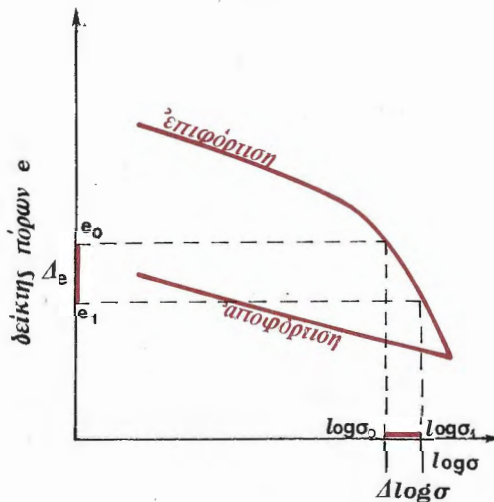
$$m_v = \frac{1}{E}$$

Είναι σκόπιμη ή μεταφορά των αποτελεσμάτων της δοκιμής οίδημέτρου σε διάγραμμα με συντεταγμένες τον δείκτη πόρων e και τον

δεκαδικό λογάριθμο τής τάσης σ , (σχήμα 8.4), επειδή με τόν τρόπο αυτό οί καμπύλες πού προκύπτουν γίνονται σχεδόν εϋθύγραμμες σέ μεγάλες τιμές τής τάσης. Ἡ κλίση τής καμπύλης στό τμήμα πού εἶναι σχεδόν εϋθύγραμμο λέγεται *δείκτης συμπίεστότητας* C_c καί εἶναι ἴσος μέ:

$$C_c = \frac{\Delta e}{\Delta \log \sigma}$$

Ἐκτός ἀπό τήν ἐκτίμηση τής συμπίεστότητας μέ τόν ὑπολογισμό τῶν E_s καί C_c ἀπό τήν δοκιμή οἰδημέτρου ἔχουν προταθεῖ ἔμμεσοι τρόποι ὑπολογισμοῦ. Οἱ ἔμμεσες μέθοδοι εἶναι βασικά δύο τύπων:



Σχῆμα 8.4

α) Ἐμπειρικές σχέσεις μεταξύ τῶν C_c καί E_s ἀπό τή μιά καί ἑνός ἀπό τά μεγέθη W_L , w , e_0 ἀπό τήν ἄλλη βρίσκονται στό ἐργαστήριο σχετικά ἀπλά. Γνωστές σχέσεις τής μορφῆς αὐτῆς εἶναι οἱ παρακάτω:

$$C_c = 0,009 (W_L - 10\%) \quad (\text{Terzaghi})$$

$$C_c = 0,540 (e_0 - 0,35) \quad (\text{Nishida})$$

$$C_c = 0,014 (w - 13,4\%) \quad (\text{Nishida})$$

β) Ἐμπειρικές σχέσεις μεταξύ τοῦ E_s καί τοῦ ἀριθμοῦ N τοῦ S.P. T. (Standard Penetration Test).

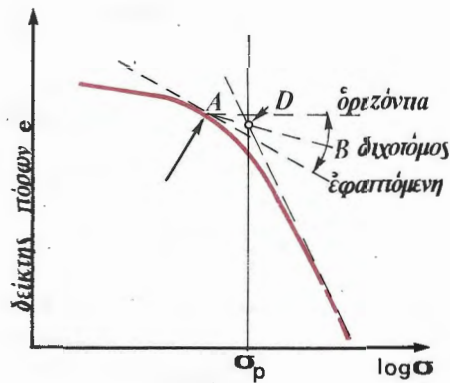
Οι σχέσεις αυτές όμως έχουν προκύψει από περιορισμένο αριθμό πειραμάτων και περιορισμένο φάσμα έδαφών και είναι τολμηρό και επικίνδυνο να θεωρηθεί ή ισχύς τους γενική.

Η σχέση 8.1 γίνεται:

$$\begin{aligned} \Delta H &= H_0 \frac{\Delta e}{1+e_0} = H_0 \frac{C_c \Delta \log \sigma}{1+e_0} = \\ &= H_0 \frac{C_c}{1+e_0} \log \frac{\sigma_{τελ}}{\sigma_{αρχ}} \end{aligned} \quad (8.2)$$

Όσα αναφέρθηκαν παραπάνω αφορούν άργιλους που έχουν στερεοποιηθεί κανονικά. Στις προστερεοποιημένες άργιλους σημασία έχει ο υπολογισμός της τάσης προστερεοποίησης σ_p , εφόσον οι καθιζήσεις των έδαφών αυτών είναι σημαντικές μόνο όταν η φόρτιση υπερβαίνει την τιμή της τάσης προστερεοποίησης.

Ο υπολογισμός της τάσης προστερεοποίησης σ_p μπορεί να γίνει γραφικά με διάφορες μεθόδους, αλλά η πιό απλή είναι εκείνη του *Casagrande* όπως φαίνεται από το σχήμα 8.5.



Σχήμα 8.5

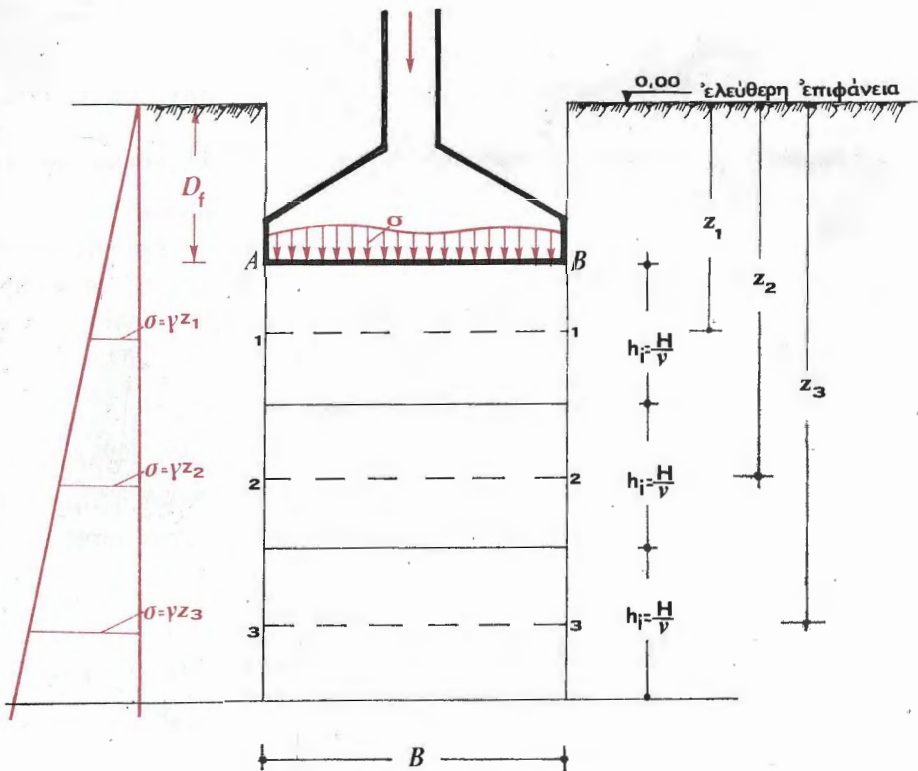
Στό διάγραμμα $e - \log \sigma$ ενός άργιλικού αδιατάρακτου δοκίμιου, έντοπίζεται τό σημείο της μέγιστης καμπυλότητας A και φέρεται ή εϑθεία AB, διχοτόμος της γωνίας που σχηματίζουν ή οριζόντια και ή εφαπτόμενη στό σημείο A. Τό σημείο τομής της διχοτόμου μέ την

προέκταση προς τα πάνω του εθύγραμμου τμήματος της καμπύλης $e - \log \sigma$ δίνει την τάση προστερεοποίησης σ_p .

8.3 Υπολογισμός των καθιζήσεων με τη βοήθεια των πειραματικῶν συντελεστῶν παραμορφώσεων

Ἡ τιμή τῆς καθίξεως ἀργιλικοῦ στρώματος δίνεται ἀπὸ τὴ σχέση 8.2. Εἰδικὰ γιὰ τὴν περίπτωση ὑπολογισμοῦ τῶν καθιζήσεων ἑνὸς συμπιεστοῦ στρώματος μὲ πάχος H , ὅπου θεμελιώνεται ἓνα τεχνικὸ ἢ οἰκοδομικὸ ἔργο, ἀκολουθοῦμε τὴν παρακάτω πορεία:

1. Ὑπολογίζεται τὸ διάγραμμα τῶν τάσεων σ στὸν ἀρμό θεμελίου ἐδάφους.
2. Τὸ συμπιεστὸ ἐδαφικὸ στρώμα χωρίζεται σὲ ν στρώματα. Τὸ πάχος $h_i = \frac{H}{\nu}$ κάθε στρώματος πρέπει νὰ εἶναι ὅσο γίνεται μικρότερο γιὰτὶ



Σχῆμα 8.6

έτσι αυξάνεται ή ακρίβεια του υπολογισμού. Στις πρακτικές εφαρμογές είναι συνήθως ίκανοποιητική ή τιμή $h_i = \frac{B}{3}$, όπου B ή μικρότερη πλευρά του πέδιλου (ή γενικά της φορτιζόμενης επιφάνειας). Επίσης όταν τό πάχος H δέν είναι γνωστό οί καθιζήσεις υπολογίζονται για $H = 1,5 B$.

3. Υπολογίζεται ή αρχική και τελική έντατική κατάσταση στό μέσο κάθε στρώματος (θέσεις 1, 2, 3, ...):
- α) Η αρχική έντατική κατάσταση αντιστοιχεί στις τάσεις λόγω ίδιου βάρους του εδάφους και υπολογίζεται από τή σχέση:

$$\sigma_{oi} = \gamma z_i$$

όπου z_i ή απόσταση του εξεταζόμενου σημείου από τήν ελεύθερη επιφάνεια του εδάφους.

β) Η τελική έντατική κατάσταση προκύπτει αν στην αρχική έντατική κατάσταση σ_{oi} προστεθεί ή αύξηση της κατακόρυφης τάσης λόγω της επιφόρτισης $\Delta\sigma_i$. Η τάση $\Delta\sigma_i$ υπολογίζεται από τή θεωρία του *Boussinesq* (βλ. κεφ. 7) και εξαρτάται όπως είναι γνωστό, από τό σχήμα, τίς διαστάσεις της φορτιζόμενης επιφάνειας και τήν τιμή της επιφόρτισης.

4. Η όλική καθίζηση προκύπτει σαν άθροισμα των καθιζήσεων των ν στρωμάτων:

$$\Delta H = \sum_{i=1}^{\nu} \Delta H_i = \sum_{i=1}^{\nu} h_i \cdot \frac{C_{ci}}{1+e_{oi}} \cdot \log \frac{\sigma_{oi} + \Delta\sigma_i}{\sigma_{oi}} \quad (8.3)$$

8.4. Καθιζήσεις προστεροποιημένων άργίλων

Αν ή άργιλος είναι προστεροποιημένη, ακριβέστερες τιμές των καθιζήσεων προκύπτουν αν στή σχέση (8.3) αντικατασταθεί ή τιμή σ_0 στόν παρονομαστή μέ τήν τιμή της τάσης προστεροποίησης σ_p , δηλαδή

$$\Delta H = H \frac{C_c}{1+e_0} \cdot \log \frac{\sigma_0 + \Delta\sigma}{\sigma_p}$$

Οί *Terzaghi - Peck* προτείνουν τά παρακάτω :

— Αν ό λόγος

$$\frac{\Delta\sigma_i}{\sigma_{pi} - \sigma_{oi}} < \frac{1}{2}$$

ή τιμή της καθίζησης είναι τό 10–25% της τιμής πού ύπολογίζεται από τή σχέση (8.3).

— Άν ό λόγος

$$\frac{\Delta\sigma_i}{\sigma_{pi} - \sigma_{oi}} > 1$$

ή τιμή τών καθιζήσεων ύπολογίζεται από τή σχέση (8.3), χωρίς νά λαμβάνεται ύπόψη ή προφόρτιση.

8.5 Καθιζήσεις άμμοδών έδαφών

Τά άμμόδη έδάφη θεωροϋνται πρακτικά άσυμπίαστα. Στην περίπτωση πού είναι άπαραίτητος ό ύπολογισμός καθιζήσεων γίνεται ή μέ τήν έφαρμογή της θεωρίας *Boussinesq* (βλέπε 8.6) ή μέ τή βοήθεια της δοκιμής φόρτισης πλάκας ή της δοκιμής *SPT*.

8.6. Έφαρμογή της θεωρίας του *Boussinesq* για τόν ύπολογισμό τών καθιζήσεων

Οί έξισώσεις της θεωρίας έλαστικότητας έπιτρέπουν τόν ύπολογισμό της άμεσης καθίζησης. Έφόσον ή καθίζηση τών ψαθυρών έδαφών καί τών έντονα άκόρεστων άργίλων καί ιλύων είναι άμεση, ή τιμή της καθίζησης πού ύπολογίζεται μέ τή μέθοδο έλαστικότητας, μπορεί νά θεωρηθεί ότι για τίς περιπτώσεις αυτών τών έδαφών άποτελεί τήν όλική τιμή της καθίζησης. Δηλαδή θεωρούμε ότι δέν παρατηρείται στερεοποίηση.

a) Ύπολογισμός καθιζήσεων έπιφανειακών θεμελιώσεων:

ΈΗ καθίζηση w δίνεται από τή σχέση

$$w = p B \left(\frac{1 - \mu^2}{E_s} \right) I_w,$$

όπου p = τό όμοιόμορφο φορτίο της θεμελίωσης,

B = ή μικρότερη διάσταση της θεμελίωσης,

μ = ό λόγος του *Poisson*,

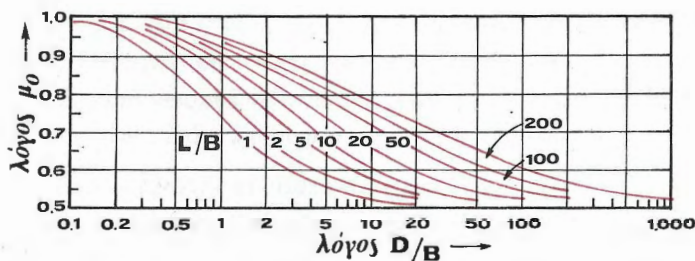
E_s = τό μέτρο συμπίεσης του έδάφους,

I_w = συντελεστής πού έξαρτάται από τό σχήμα καί τήν άκαμψία της θεμελίωσης (πίνακας *XVIII*).

ΠΙΝΑΚΑΣ XVIII

Συντελεστές σχήματος I_w και στροφής I_m					
Σχήμα	Εύκαμπτο			Άκαμπτο	
	Κέντρο	Άκρο	Μέση τιμή	I_w	I_m
Κύκλος	1,00	0,64	0,85	0,88	
Τετράγωνο	1,12	0,56	0,95	0,82	3,70
Όρθογώνιο					
$\frac{L}{B} = 1,50$	1,36	0,68	1,20	1,06	4,12
$= 2,00$	1,53	0,77	1,31	1,20	4,38
$= 5,00$	2,10	1,05	1,83	1,70	4,82
10,00	2,52	1,26	2,25	2,10	4,93
100,00	3,38	1,69	2,96	3,40	5,06

β) Επίδραση του βάθους του έδαφικού στρώματος στην τιμή της άμεσης καθίζησης

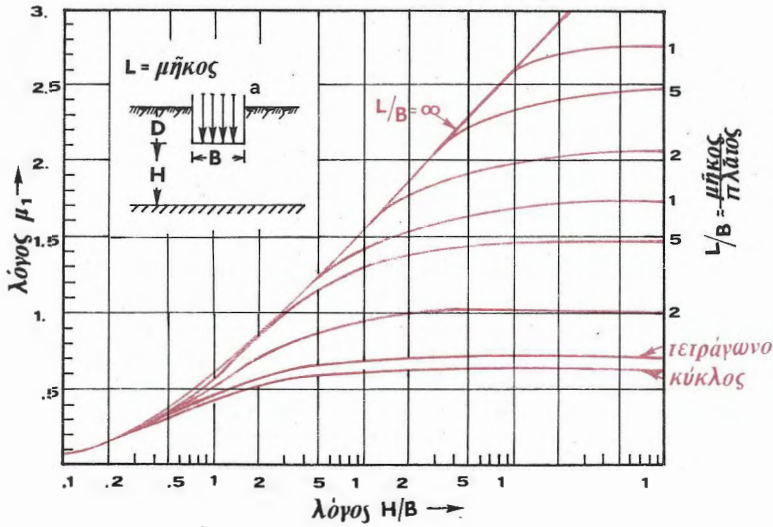


Σχήμα 8.7

Η τιμή της καθίζησης είναι:

$$w = \mu_0 \mu_1 p B \frac{1 - \mu^2}{E_s}$$

Οι τιμές των μ_0 και μ_1 δίνονται στα νομογράφημα των σχημάτων 8.7 και 8.8, σε συνάρτηση των D/B και H/B .

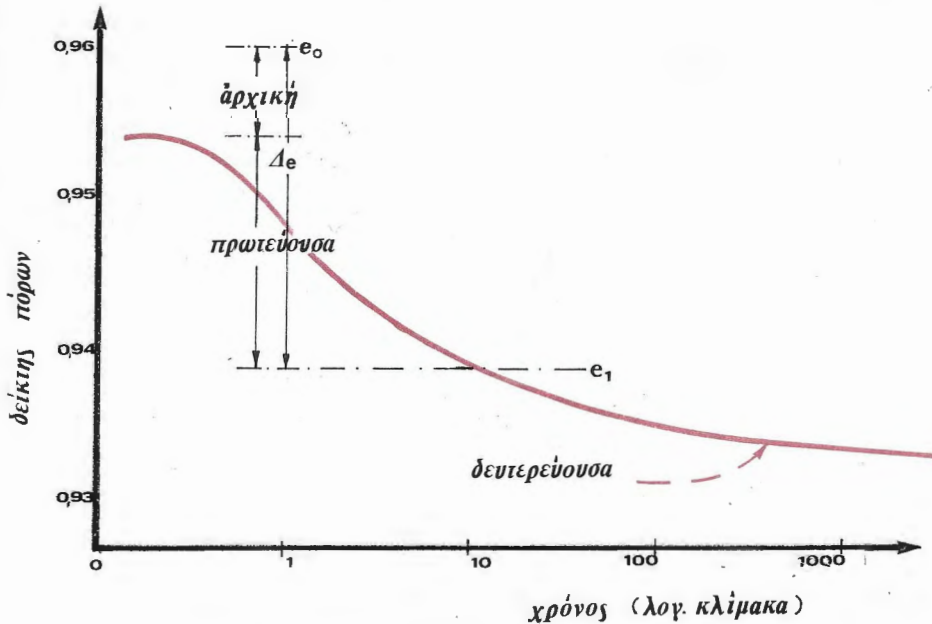


Σχήμα 8.8

Β. ΣΤΕΡΕΟΠΟΙΗΣΗ

8.7 Γενικά

Άμέσως μετά την εφαρμογή της φόρτισης ένα κορεσμένο άργιλικό έδαφος παραμορφώνεται χωρίς αποστράγγιση του νερού των πόρων.



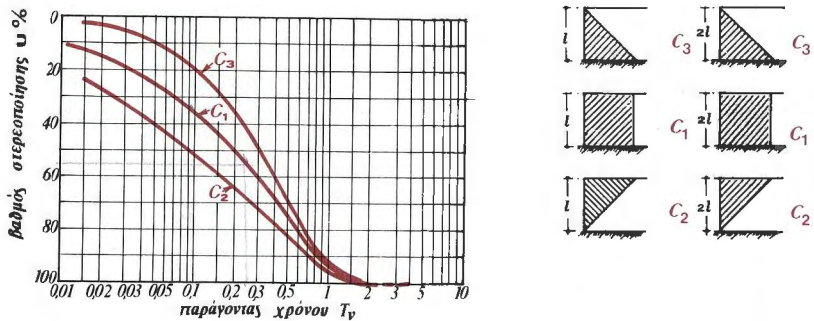
Σχήμα 8.9

Ἡ καθίζηση πού ὀφείλεται στήν παραπάνω παραμόρφωση ὀνομάζεται ἀρχική (ἢ ἄμεση ἢ ἀστράγγιστη ἢ διατμητική) καί εἶναι ἀποτέλεσμα τῶν διατμητικῶν τάσεων πού ἀναπτύσσονται καί πραγματοποιεῖται μέ σταθερό ὄγκο.

Μετά τό τέλος τῆς ἀρχικῆς καθίζησης, σάν συνάρτηση τοῦ χρόνου γίνεται ἡ καθίζηση λόγω στερεοποίησης, πού πραγματοποιεῖται βαθμιαία, ὅπως βαθμιαία ἀπομακρύνεται τό νερό τῶν πόρων ἀπό τό ἔδαφος καί ἡ φόρτιση μεταφέρεται ἀπό τό νερό στό στερεό σκελετό. Ἡ παρακολούθηση τοῦ φαινομένου γίνεται μέ τή μέτρηση τῆς μεταβολῆς τῆς πίεσης τοῦ νεροῦ τῶν πόρων. Τό φαινόμενο τελειώνει ὅταν ἡ πίεση τοῦ νεροῦ τῶν πόρων ἐξισωθεῖ μέ τίς ὑπάρχουσες ὀριακές ὑδραυλικές συνθήκες.

Τέλος παρατηρεῖται μιά καθίζηση σέ συνάρτηση μέ τό χρόνο, πού δέν ἔχει σχέση μέ τή μεταβολή τῆς πίεσης πόρων καί ὀνομάζεται δευτερεύουσα καθίζηση (σχῆμα 8.9).

Ὁ Terzaghi ἀντιμετώπισε τό πρόβλημα τῆς στερεοποίησης τῶν κορεσμένων ἀργιλικῶν ἐδαφῶν καί ἔδωσε πλήρη μαθηματική λύση γιά τό πρόβλημα τῆς μονοδιάστατης στερεοποίησης πού παρουσιάζεται μέ μορφή νομογραφημάτων καί εἶναι ἀπόλυτα ἱκανοποιητική, γιά τίς ἀπλές περιπτώσεις τῶν πρακτικῶν ἐφαρμογῶν (σχῆμα 8.10).



Σχῆμα 8.10

Ἡ καθίζηση S_t , δηλαδή ἡ καθίζηση μετά ἀπό παρέλευση χρόνου t ἀπό τήν ἐπιβολή τοῦ φορτίου, δίνεται ἀπό τή σχέση:

$$S_t = U S_\infty$$

όπου : S_x = ή τελική καθίζηση,

U = ό βαθμός στερεοποίησης πού προσδιορίζεται από τό σχήμα 8.10, σάν συνάρτηση του παράγοντα χρόνου T_v πού δίνεται από τή σχέση:

$$T_v = \frac{C_v t}{H^2}$$

όπου: C_v = ό συντελεστής στερεοποίησης πού λαμβάνεται από τή δοκιμή οίδημέτρου (μέ μονάδες cm^2/sec),

t = ό χρόνος στερεοποίησης (σέ sec),

H = τό μήκος άποστράγγισης πού είναι ίσο μέ τό πάχος του στρώματος, όταν τό νερό των πόρων μπορεί νά άποστραγγιστεί μόνο από πάνω και ίσο μέ τό μισό πάχος του στρώματος όταν τό νερό των πόρων μπορεί νά άποστραγγιστεί από πάνω και από κάτω.

Η καμπύλη πού θά χρησιμοποιηθεί C_1 ή C_2 ή C_3 εξαρτάται από τή διανομή των τάσεων μέσα στό άργιλικό στρώμα. Η καμπύλη C_3 χρησιμοποιείται όταν ή τάση αύξάνεται γραμμικά μέ τό βάθος (δηλαδή όταν τό άργιλικό στρώμα στερεοποιείται μόνο μέ τό ίδιο βάρος του).

Η καμπύλη C_2 αντίθετα χρησιμοποιείται όταν οι τάσεις μειώνονται γραμμικά μέ τό βάθος.

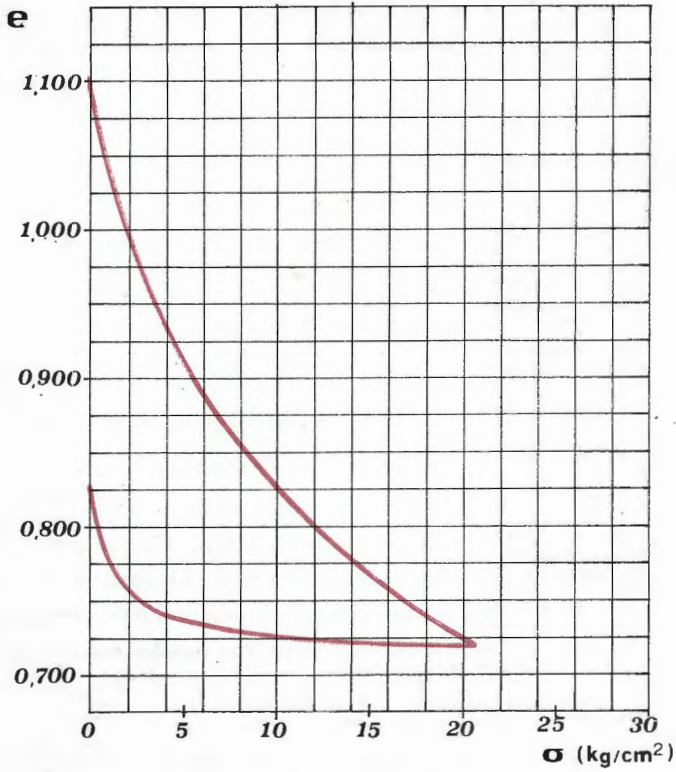
Τέλος ή καμπύλη C_1 χρησιμοποιείται γενικά, δηλαδή όταν έχουμε όμοιομορφη κατανομή τάσεων.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

8.1 Ένα άργιλικό δοκίμιο μέ περιεκτικότητα σέ νερό $w = 35\%$, δείκτη ύδαρότητας $W_L = 40\%$ και δείκτη πλαστικότητας $W_p = 25\%$ υποβάλλεται σέ δομική οίδημέτρον. Τά άποτελέσματα τής δοκιμής αυτής έχουν μεταφερθεί στό παρακάτω διάγραμμα μέ άξονες συντεταγμένων $e - \sigma$ (σχήμα 8.11).

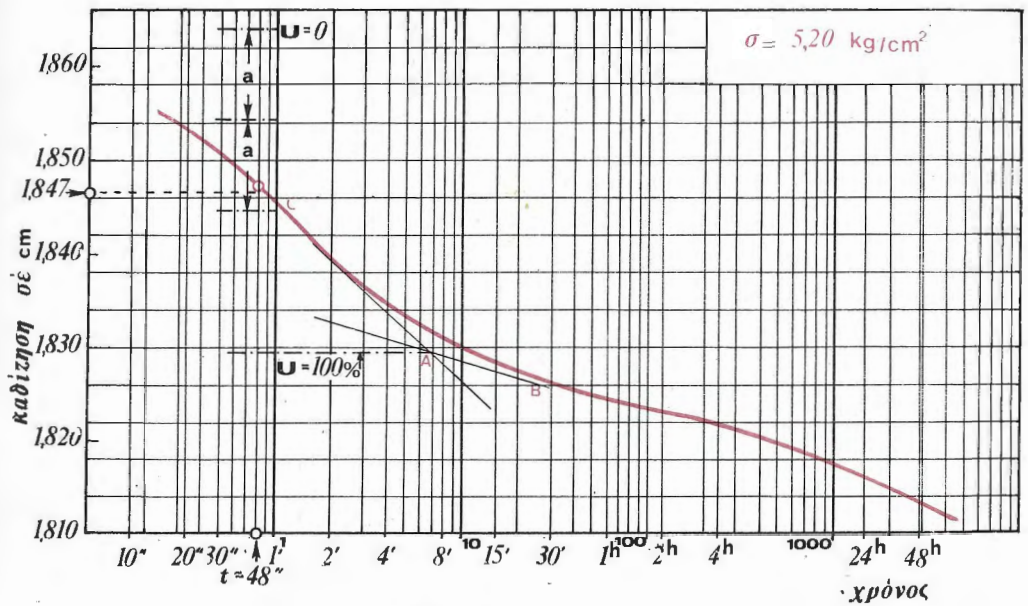
Γιά τό φορτίο $\sigma = 5,20 \text{ kg/cm}^2$ στό διάγραμμα του σχήματος 8.12 έχουν μεταφερθεί τά ύψη του δοκίμιου σέ συνάρτηση μέ τό χρόνο (ήμιλογαριθμική κλίμακα).

Νά υπολογιστεί: α) ό συντελεστής συμπίεστότητας a_v , β) ό συντελεστής συμπίεστότητας σέ όγκο m_v γιά μεταβολή τής τάσης από 5,00—5,50 kg/cm^2 , γ) ό δείκτης συμπίεστότητας C_c και δ) ό συντελεστής στερεοποίησης C_v .



Σχήμα 8.11

Τάση σ kg/cm ²	Δείκτης κενών e	Άρχική περιεκτικότητα σε νερό w_i %	36,50
0,000	1,107	Τελική περιεκτικό- τητα σε νερό w_f %	29,50
0,520	1,046		
1,040	1,019	$C_v = 3,50 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec}$ για $\sigma = 5,20 \text{ kg/cm}^2$	
2,600	0,971		
5,200	0,909		
10,400	0,815		
20,800	0,716		
10,400	0,724		
2,600	0,749		
0,104	0,827		



Σχήμα 8.12

ΛΥΣΗ

α) Ο συντελεστής στερεοποίησης a_v δίνεται από τη σχέση:

$$a_v = \frac{\Delta e}{\Delta \sigma}$$

και

$$a_v = \frac{0,916 - 0,905}{5,50 - 5,00} = 0,022 \text{ cm}^2/\text{kg}$$

β) Ο συντελεστής συμπιεστότητας σε όγκο m_v δίνεται από τη σχέση:

$$m_v = \frac{a_v}{1 + e_0}$$

όπου e_0 είναι η μέση τιμή του δείκτη πόρων στο διάστημα $\Delta \sigma$, άρα

$$m_v = \frac{0,022}{1 + 0,910} = 0,0115 \text{ cm}^2/\text{kg}$$

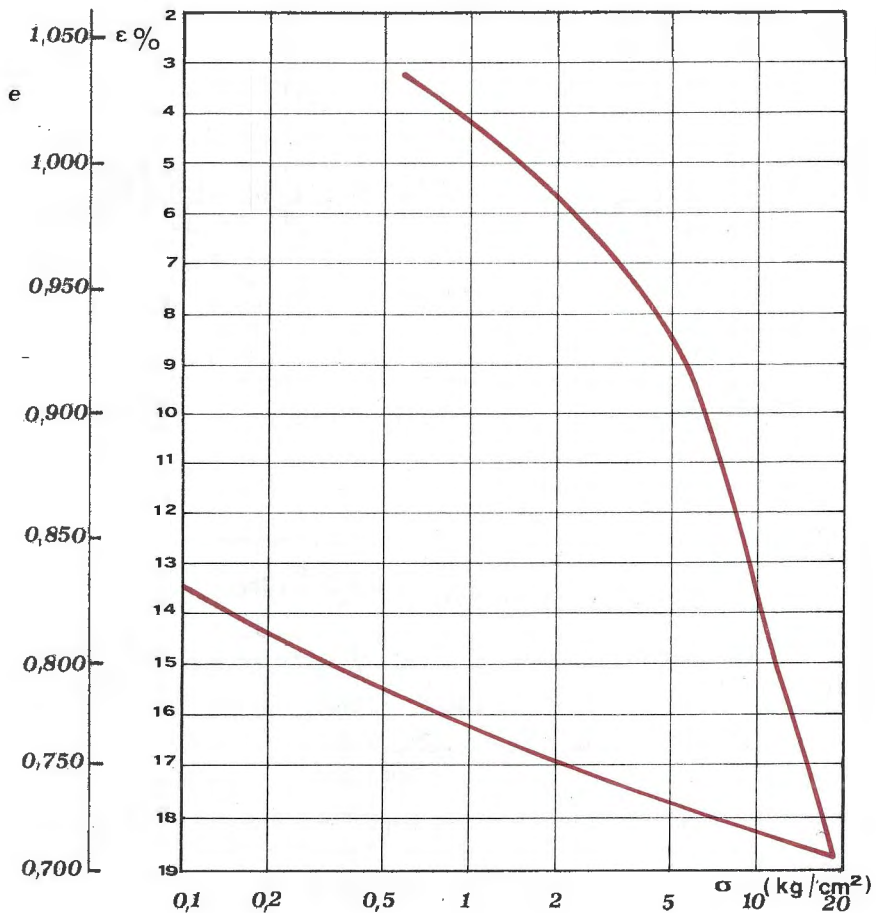
γ) Ο δείκτης συμπίεστότητας δίνεται από τη σχέση

$$C_c = \frac{\Delta e}{\Delta \log \sigma}$$

πού αντιστοιχεί στο εθύγραμμο τμήμα της καμπύλης $e-\log \sigma$ (σχ. 8.13).

Άρα

$$C_c = \frac{0,909 - 0,716}{\log 20,80 - \log 5,20} = \frac{0,193}{0,594} = 0,325$$



Σχήμα 8.13

δ) Για τόν ύπολογισμό τοῦ συντελεστή C_v εἶναι ἀπαραίτητο νά καθοριστοῦν οἱ τιμές τοῦ ὕψους τοῦ δοκίμιου πού ἀντιστοιχοῦν σέ βαθμό στερεοποίησης $U = 100\%$ καί $U = 0\%$.

Τό σημεῖο πού ἀντιστοιχεῖ σέ βαθμό στερεοποίησης $U = 100\%$ εἶναι τό σημεῖο τομῆς C τῶν ἐφαπτόμενων AC καί CB τῆς καμπύλης $\Delta H - \log t$.

Τό σημεῖο πού ἀντιστοιχεῖ σέ βαθμό στερεοποίησης $U = 0\%$ θρίσκειται ἀπό τήν ὑπόθεση ὅτι ἡ καμπύλη εἶναι παραβολή. Ὅρίζουμε τά ἀντίστοιχα σημεῖα στοῦς χρόνους

$$t_1 = 1 \text{ min} \quad \text{καί} \quad t_2 = \frac{1}{4}t_1 = 0,25 \text{ min}$$

Χαράζουμε μία ὀριζόντια εὐθεῖα πάνω ἀπό τά σημεῖα αὐτά σέ ἀπόσταση ἀπό τό δεύτερο ἴση μέ τή μεταξύ τους ἀπόσταση πού ὀρίζει τό $U=0$.

Ἄρα σέ βαθμό στερεοποίησης $U=50\%$ ἀντιστοιχεῖ καθίζηση

$$\Delta H = \frac{1,829 + 1,865}{2} = 1,847$$

καί ὁ συντελεστής στερεοποίησης δίνεται ἀπό τή σχέση:

$$C_v = \frac{T_{v(50)} H^2}{t}$$

ἄρα:

$$C_v = \frac{0,197 \left(\frac{1,847}{2}\right)^2}{48} = 3,50 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec}$$

8.2 Μιά ἀργιλική στρώση ἔχει βάθος 2,50 m, φαινόμενο βάρος $\gamma = 1,95 \text{ t/m}^3$, περιεκτικότητα σέ νερό $w = 28,40\%$, φαινόμενο βάρος στερεῶν συστατικῶν $\gamma_s = 2,70 \text{ t/m}^3$. Προκειμένου νά ἐκτελεστεῖ μιά κατασκευή τό ἔδαφος συμπυκνώνεται, ὅποτε τό φαινόμενο βάρος του γίνεται $\gamma_1 = 1,99 \text{ t/m}^3$ καί ἡ περιεκτικότητα σέ νερό $w_1 = 26,00\%$. Νά ὑπολογιστοῦν:

- ἡ καθίζηση τῆς ἐλεύθερης ἐπιφάνειας τῆς στρώσης,
- ἡ ποσότητα τοῦ νεροῦ πού ἀποβάλλεται ἀνά m^2 τῆς στρώσης, καί
- ὁ βαθμός κορεσμοῦ τῆς τελικῆς κατάστασης.

ΛΥΣΗ

α) Η καθίζηση ΔH δίνεται από τη σχέση 8.1:

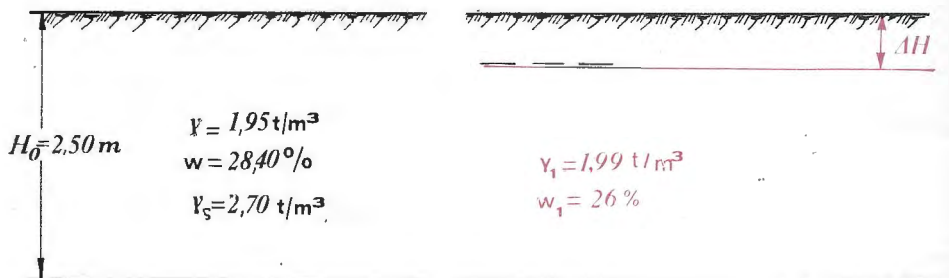
$$\Delta H = H_0 \frac{\Delta e}{1 + e_0}$$

όπου: H_0 = τό αρχικό πάχος του στρώματος = 2,50 m,

e_0 = ό αρχικός δείκτης πόρων,

Δe = ή μεταβολή του δείκτη πόρων = $e_0 - e_1$,

e_1 = ό δείκτης πόρων της τελικής κατάστασης.



Σχήμα 8.14

Ό δείκτης πόρων δίνεται από τη σχέση (πίν. I, Κεφ. 1):

$$e_0 = \frac{V_v}{V_s} = \frac{\gamma_s (1 + w)}{\gamma} - 1 = \frac{2,70 (1 + 0,284)}{1,95} - 1 = 0,78$$

Αντίστοιχα:

$$e_1 = \frac{2,70 (1 + 0,26)}{1,99} - 1 = 0,71$$

Άρα:

$$\Delta e = 0,78 - 0,71 = 0,07$$

Καί ή καθίζηση

$$\Delta H = 2,50 \frac{0,07}{1 + 0,78} = 0,0983 \text{ m} = 9,83 \text{ cm}$$

β) Θεωρούμε επιφάνεια 1 m^2 . Ό αρχικός όγκος για $H_0 = 2,50 \text{ m}$ είναι:

$$V_0 = 1,00 \times 1,00 \times 2,50 = 2,50 \text{ m}^3$$

Ο όγκος

$$V_0 = V_s + V_v = V_s + e_0 V_s = V_s (1 + e_0)$$

Άρα:

$$V_s = \frac{V_0}{1 + e_0} = \frac{2,50}{1 + 0,78} = 1,40 \text{ m}^3$$

καί τό βάρος τῶν στερεῶν συστατικῶν εἶναι:

$$P_s = \gamma_s V_s = 2,70 \times 1,40 = 3,78 \text{ t.}$$

Ἡ περιεκτικότητα σέ νερό εἶναι:

$$w = \frac{P_w}{P_s} \rightarrow (P_w) = w P_s = 0,284 \cdot 3,78 = 1,07 \text{ t.}$$

Μετά τή συμπύκνωση ἔχουμε:

$$V_1 = 1,00 \times 1,00 \times (2,50 - 0,0983) = 2,4017 \text{ m}^3$$

$$V_s = \frac{V_1}{1 + e_1} = \frac{2,4017}{1 + 0,71} = 1,40 \text{ m}^3$$

$$P_s = 3,78 \text{ t}$$

καί

$$(P_{wl}) = P_s w_1 = 3,78 \cdot 0,26 = 0,98 \text{ t}$$

Ἐπομένως ἡ ποσότητα τοῦ νεροῦ πού ἀποβάλλεται μέ τή συμπύκνωση εἶναι:

$$\Delta P_w = 1,07 - 0,98 = 0,09 \text{ t} = 90 \text{ kg}$$

γ) Γιά τό βαθμό κορεσμοῦ ἔχουμε:

$$\gamma_1 = (1 - n_1) \gamma_s + n_1 S_r \gamma_w$$

Άρα :

$$S_r = \frac{\gamma_1 - (1 - n_1) \gamma_s}{n_1 \gamma_w}$$

ἀλλά

$$n_1 = \frac{e_1}{1 + e_1} = \frac{0,71}{1,71} = 0,415$$

Άρα

$$S_r = \frac{1,99 - (1 - 0,415) \cdot 2,70}{0,415 \cdot 1,00} = 0,989 \quad \text{ή} \quad 98,9\%$$

8.3 Νά υπολογιστεί η καθίζηση ενός κτιρίου που είναι θεμελιωμένο με ορθογωνική γενική κοιτόστρωση διαστάσεων $12,00 \times 18,00 \text{ m}$ και σε βάθος $2,00 \text{ m}$ από την ελεύθερη επιφάνεια. Η φόρτιση στη βάση της κοιτόστρωσης είναι $1,50 \text{ kg/cm}^2 = 15,00 \text{ t/m}^2$. Το έδαφος αποτελείται από λεπτή άμμο μέχρι βάθος $12,00 \text{ m}$, από άργιλο μέχρι βάθος $16,00 \text{ m}$ με περιεκτικότητα σε νερό $w = 44\%$, φαινόμενο θάρος στερεών συστατικών $\gamma_s = 2,70 \text{ t/m}^3$, φαινόμενο θάρος $\gamma = 1,76 \text{ t/m}^3$ και δείκτη συμπιεστότητας $C_c = 0,40$. Μετά το βάθος των $16,00 \text{ m}$ υπάρχει πάλι άμμος. Ο υπόγειος υδάτινος όριζοντας είναι σε βάθος $4,00 \text{ m}$ από την ελεύθερη επιφάνεια. Το φαινόμενο θάρος της κορεσμένης άμμου είναι $\gamma_{sat} = 1,92 \text{ t/m}^3$, ενώ το φαινόμενο θάρος πάνω από τον υπόγειο όριζοντα είναι $\gamma = 1,70 \text{ t/m}^3$.

ΛΥΣΗ

Η καθίζηση δίνεται από τη σχέση 8.2, δηλαδή:

$$\Delta H = H_0 \frac{C_c}{1 + e_0} \log \frac{\sigma_{τελ}}{\sigma_{αρχ}}$$

όπου $H_0 =$ τό πάχος του συμπιεστού στρώματος $= 4,00 \text{ m}$.

$$C_c = 0,40$$

$e_0 =$ ο αρχικός δείκτης πόρων του άργιλικού στρώματος. Έπειδή ή άργιλος είναι κορεσμένη $e_0 = w \gamma_s = 0,44 \cdot 2,70 = 1,19$

$\sigma_{αρχ} =$ ή έντατική κατάσταση στό μέσο του άργιλικού στρώματος πρίν τήν έκσφαφή και τήν επιβολή του φορτίου.

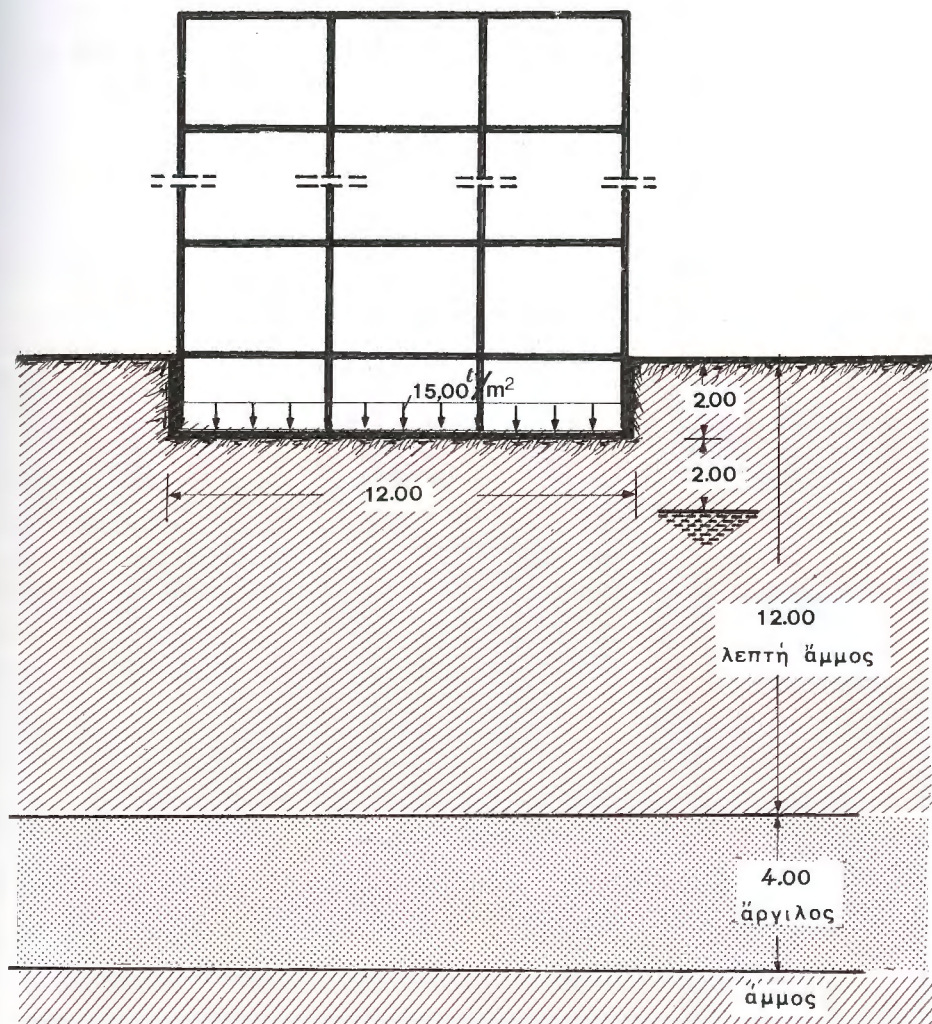
$\sigma_{τελ} =$ ή έντατική κατάσταση στό μέσο του άργιλικού στρώματος μετά τήν έκσκαφή και τήν επιβολή του φορτίου.

Έχουμε

$$\begin{aligned} \sigma_{αρχ} &= \sigma_0 - u = 1,70 \cdot 4,00 + 1,92 \cdot 8,00 + 1,76 \cdot 2,00 - 1,00 \cdot 10,00 = \\ &= 15,68 \text{ t/m}^2 \end{aligned}$$

$$\sigma_{τελ} = \sigma_{αρχ} + \Delta \sigma$$

Η τάση $\Delta \sigma$ προέρχεται από επιφόρτιση 15 t/m^2 που είναι κατανεμημένη σε μία ορθογωνική επιφάνεια $12,00 \times 18,00 \text{ m}$.



Σχήμα 8.15

Από την τάση των 15 t/m^2 αφαιρείται το βάρος του εδάφους που αντιστοιχεί σε έκσκαφή $2,00 \text{ m}$, δηλαδή:

$$\Delta\sigma = 15,00 - 2,00 \times 1,70 = 11,60 \text{ t/m}^2$$

Η φόρτιση των $11,60 \text{ t/m}^2$ δημιουργεί στο έδαφος έντατική κατάσταση που υπολογίζεται με την εφαρμογή της θεωρίας του *Boussinesq*. Η κατακόρυφη τάση $\Delta\sigma$ στο μέσο της άργιλικής στρώσης είναι:

$$\Delta\sigma = 4,00 \cdot 11,60 I_\sigma$$

όπου $I_\sigma =$ συντελεστής με τιμή για

$$\frac{z}{b} = \frac{12,00}{6,00} = 2,00 \text{ και } \frac{a}{b} = \frac{9,00}{6,00} = 1,50$$

ήρα

$$I_\sigma = 0,11$$

$$\Delta\sigma = 4,00 \cdot 11,60 \cdot 0,11 = 5,10 \text{ t/m}^2$$

και

$$\Delta H = 400 \frac{0,40}{1 + 1,19} \log \frac{15,68 + 5,10}{15,68} = 8,94 \text{ cm}$$

Δηλαδή η καθίζηση του εδάφους είναι $8,94 \text{ cm}$.

8.4 Αν η καθίζηση του κτιρίου της προηγούμενης άσκησης μετρήθηκε $3,00 \text{ cm}$ 2 χρόνια μετά την επίβολή του φορτίου, να υπολογιστεί η καθίζηση του κτιρίου μετά 5 χρόνια από την επίβολή του φορτίου.

ΛΥΣΗ

Η τελική καθίζηση του κτιρίου υπολογίστηκε στην προηγούμενη άσκηση: $\Delta H = 8,94 \text{ cm}$ και αντιστοιχεί θεωρητικά σε άπειρη χρονική διάρκεια.

Μετά δύο χρόνια η καθίζηση μετρήθηκε σε $3,00 \text{ cm}$, έτσι ο βαθμός στερεοποίησης σε 2 χρόνια είναι:

$$U = \frac{S_2}{S_\infty} = \frac{3,00}{8,94} = 33,60\%$$

Για βαθμό στερεοποίησης $U = 33,60\%$ ο παράγοντας χρόνου είναι (νομογράφημα σχήματος 8.10):

οπότε

$$T_v = 0,10 = \frac{C_v t}{d^2} \Rightarrow \frac{C_v}{d^2} = \frac{0,10}{t}$$

$$\frac{C_v}{d^2} = \frac{0,10}{2} = 0,05$$

↓
χρόνια

Άρα για $t = 5$ χρόνια

$$T_v = \frac{C_v}{d^2} \cdot 5 = 0,05 \cdot 5 = 0,25$$

καί για $T_v = 0,25$ ο βαθμός στερεοποίησης είναι $U = 0,55$ (νομογράφημα σχήματος 8.10).

Άρα η καθίζηση μετά 5 χρόνια από την επιβολή του φορτίου είναι:

$$\Delta H_5 = \Delta H \cdot U_5 = 8,94 \cdot 0,55 = 4,92 \text{ cm.}$$

8.5 Νά καθοριστούν οι διαστάσεις του τετραγωνικού πέδιλου του σχήματος 8.16, ώστε η συνολική καθίζηση του πέδιλου να μην υπερβαίνει τα 2,00 cm.

ΛΥΣΗ

Τό πρόβλημα επιλύεται με διαδοχικές δοκιμές, εκλέγονται δηλαδή διαδοχικά διάφορες τιμές του πλάτους του πέδιλου B , υπολογίζεται η καθίζηση του πέδιλου για κάθε τιμή του B , κατασκευάζεται διάγραμμα $B-\Delta H$ και από αυτό προκύπτει η τιμή του B για τη δοσμένη τιμή της επιτρεπτής καθίζησης ΔH .

a) Για $B = 1,50$:

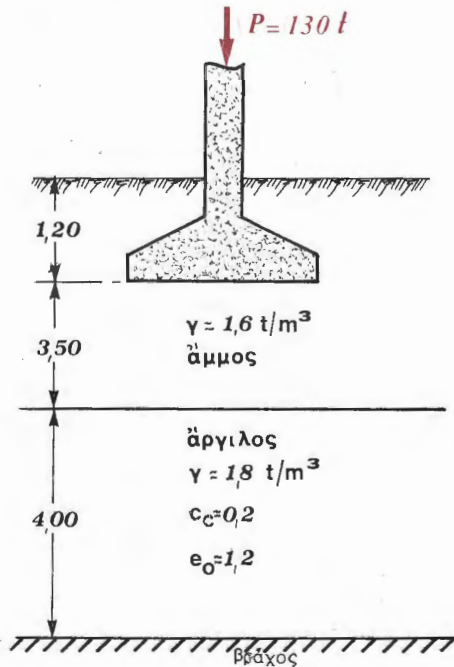
Χωρίζουμε τό συμπιεστό στρώμα σε δύο τμήματα πάχους 2,00 m. Η καθίζηση ΔH είναι:

$$\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 = h_i \frac{C_c}{1 + e_0} \left(\log \frac{\sigma_1 + \Delta \sigma_1}{\sigma_1} + \log \frac{\sigma_2 + \Delta \sigma_2}{\sigma_2} \right)$$

όπου h_i = τό πάχος κάθε τμήματος = 2,00 m

σ_1 = ή αρχική τάση στό μέσο του πρώτου τμήματος

σ_2 = ή αρχική τάση στό μέσο του δεύτερου τμήματος



$\Delta\sigma_1$ = ή κατακόρυφη τάση στο μέσο του πρώτου τμήματος λόγω του φορτίου p .

$\Delta\sigma_2$ = ή κατακόρυφη τάση στο μέσο του δεύτερου τμήματος λόγω του φορτίου p .

Άρα έχουμε:

$$p = \frac{130}{1,5 \times 1,5} = 57,73 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_1 = 4,70 \times 1,60 + 1,80 \times 1,00 = 9,32 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_2 = 4,70 \times 1,60 + 1,80 \times 3,00 = 12,92 \text{ t/m}^2$$

$$\Delta\sigma_1 = 4,00 \times 57,73 \cdot I_{\sigma_1} = 4,00 \times 57,73 \times 0,009 = 2,07 \text{ t/m}^2$$

για $\frac{z}{b} = \frac{4,5}{0,75} = 6, \frac{a}{b} = 1 \rightarrow I_{\sigma_1} = 0,011$

$$\Delta\sigma_1 = 4,00 \cdot 57,73 \cdot I_{\sigma_1} = 4,00 \times 57,73 \times 0,011 = 2,45 \text{ t/m}^2$$

για $\frac{z}{b} = \frac{6,5}{0,75} = 8,66$ και $\frac{a}{b} = 1 \rightarrow I_{\sigma_2} = 0,006$

$$\Delta\sigma_2 = 4,00 \cdot 57,73 \cdot I_{\sigma_2} = 4,00 \cdot 57,73 \cdot 0,006 = 1,385 \text{ t/m}^2$$

$$\text{όπότε } \Delta H = 200 \left(\frac{0,20}{1+1,20} \right) \left(\log \frac{9,32+2,54}{9,32} + \log \frac{12,92+1,385}{12,92} \right) = 2,70 \text{ cm}$$

$$B = 2,00 \text{ cm}$$

$\frac{z}{b} = \frac{4,5}{1,0} = 4,5, \frac{a}{b} = 1 \rightarrow I_{\sigma_1} = 0,02$

$$\Delta\sigma_1 = 4,00 \cdot 35,20 \cdot 0,02 = 2,816 \text{ t/m}^2$$

$\frac{z}{b} = \frac{6,5}{1,0} = 6,5$ και $\frac{a}{b} = 1 \rightarrow I_{\sigma_2} = 0,01$

$$\Delta\sigma_2 = 4,00 \times 35,20 \times 0,01 = 1,408 \text{ t/m}^2$$