

**ΥΨΩΣΗ ΣΕ ΔΥΝΑΜΗ**

## **Ν.Π.Σ.-Αριθμοί και πράξεις (ΣΤ΄ τάξη)**

- Συνδέουν τις τέσσερις πράξεις μεταξύ τους και χρησιμοποιούν ιδιότητές τους, για να επιλύσουν προβλήματα.
- Εισάγονται στην έννοια της δύναμης και υπολογίζουν και εκφράζουν δυνάμεις φυσικών αριθμών με εκθέτη φυσικό αριθμό.
- Εκτιμούν το αποτέλεσμα μιας πράξης, στρογγυλοποιώντας στην πλησιέστερη δύναμη του 10.

## Κεφάλαιο 17ο Δυνάμεις

### Πολλοί μαζί είμαστε πιο δυνατοί



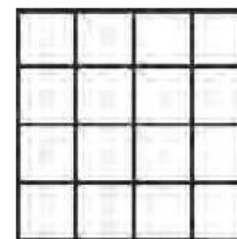
Γνωρίζω την έννοια και τον συμβολισμό της δύναμης ενός αριθμού.  
Διαβάζω και γράφω δυνάμεις.  
Γράφω το γινόμενο ίδιων παραγόντων με δύναμη και αντίστροφα.  
Υπολογίζω τις δυνάμεις ενός αριθμού.



#### Δραστηριότητα 1η

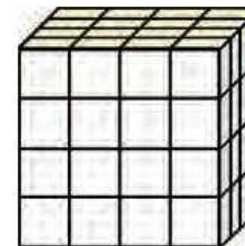
Ξέρουμε ότι ο πολλαπλασιασμός είναι μια σύντομη πρόσθεση με ίδιους προσθετέους.

- Υπολόγισε με σύντομο τρόπο πόσα μικρά τετράγωνα υπάρχουν στο διπλανό σχήμα.



- Γράψε την πράξη που έκανες:  
.....

- Υπολόγισε το πλήθος των μικρών κύβων στην παρακάτω κατασκευή: .....



- Τι παρατηρείς για τους παράγοντες σε καθεμία από τις προηγούμενες ισότητες; .....

## Δραστηριότητα 2η

Από τα αρχαία ακόμη χρόνια οι άνθρωποι έδωσαν ιδιαίτερη προσοχή στους πολλαπλασιασμούς στους οποίους όλοι οι παράγοντες ήταν ίδιοι. Στον Πάπυρο του Αχμές (αρχαίο μαθηματικό αιγυπτιακό χειρόγραφο που ο Ριντ μετέφερε στη Βρετανία) διαβάζουμε το παρακάτω πρόβλημα:



*Υπάρχουν επτά σίπια. Σε κάθε σίπι ζουν επτά γάτες. Κάθε γάτα έφαγε επτά ποντίκια. Κάθε ποντίκι, αν ζούσε, θα έχει φάει επτά στάχυα. Κάθε στάχυ που φυτεύεται παράγει επτά κούπες σιτάρι. Πόσο περισσότερες κούπες σιτάρι θα παραχθούν χάρη στις γάτες κατά την επόμενη σοδειά ;*

- Γράψτε τη διαδικασία που θα ακολουθήσετε για να λύσετε το «πρόβλημα»:

.....

.....

.....

- Πιστεύετε ότι οι αρχαίοι Αιγύπτιοι δάσκαλοι έβαλαν το πρόβλημα αυτό μόνο για να βρεθεί η ποσότητα του σιταριού; .....

.....

.....



Πολλές φορές συναντάμε γινόμενα στα οποία όλοι οι παράγοντες είναι ίσοι. Αυτά τα γινόμενα είναι δυνατό να εκφραστούν με πιο σύντομο τρόπο.

### Δύναμη φυσικού αριθμού

Ένα γινόμενο με ίδιους παράγοντες μπορεί να γραφεί ως **δύναμη**.

Η δύναμη αποτελείται από δύο αριθμούς: τη **βάση** που είναι ο αριθμός που χρησιμοποιείται ως παράγοντας στο γινόμενο και τον **εκθέτη** που δείχνει πόσες φορές ο αριθμός της βάσης χρησιμοποιείται ως παράγοντας.

### Παραδείγματα

Παράγοντες γινομένου - δύναμη

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$$

$2^5$

2: βάση

5: εκθέτης

Ο εκθέτης γράφεται με μικρότερο μέγεθος, πάνω και δεξιά από τη βάση. Για παράδειγμα, η δύναμη με βάση το 2 και εκθέτη το 5 γράφεται  $2^5$  και διαβάζεται: **2 στην πέμπτη (δύναμη)**.

Η δύναμη με εκθέτη το 2 διαβάζεται στη δεύτερη ή στο **τετράγωνο** (π.χ.  $5^2$ : 5 στη δεύτερη ή 5 στο τετράγωνο).

Η δύναμη με εκθέτη το 3 διαβάζεται στην τρίτη ή στον **κύβο** (π.χ.  $5^3$ : 5 στην τρίτη ή 5 στον κύβο).

$5^2 = 5 \cdot 5$  (είναι το εμβαδό τετραγώνου με πλευρά 5)

$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5$  (είναι ο όγκος κύβου με ακμή 5)



## Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **δύναμη ενός αριθμού**, **βάση** και **εκθέτης**. Εξήγησέ τους με δικά σου παραδείγματα.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις: **Σωστό** **Λάθος**

⇒ Η ισότητα  $6^3 = 6 \cdot 3$  είναι σωστή.

⇒ Η ισότητα  $4^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$  είναι σωστή.

⇒ Η ισότητα  $4^2 = 16$  είναι σωστή.





### Άσκηση 3η

---

Να βρεις:

α) Το διπλάσιο και το τετράγωνο του αριθμού 5: .....

β) Το τριπλάσιο και τον κύβο του αριθμού 4: .....

γ) Το διπλάσιο και το τετράγωνο του αριθμού 6: .....

### Άσκηση 4η

---

Γράψε με τη μορφή δύναμης τα παρακάτω γινόμενα	Ανάλυσε τους αριθμούς και γράψε τους με τη μορφή δύναμης	
$20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20$	625	343
$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$	243	169

### Πρόβλημα 1ο

---

Πόσο θα κοστίσει η επίπλωση στα τέσσερα νέα τετραώροφα κτίρια που θα στεγάσουν τα γραφεία μιας εταιρείας, όταν κάθε κτίριο έχει τέσσερα γραφεία ανά όροφο και κάθε γραφείο χρειάζεται ένα τραπέζι και τέσσερις καρέκλες; Να εκφράσετε με τη μορφή δύναμης το γινόμενο και να υπολογίσετε το συνολικό κόστος όταν η καρέκλα κοστίζει 60 € και το τραπέζι 80 €.

**Λύση**





## Πρόβλημα 2ο

Μια εταιρεία καθαρισμού έχει αναλάβει να καθαρίσει τα τζάμια ενός συγκροτήματος πολυκατοικιών. Το συγκρότημα αποτελείται από 6 εξαώροφες πολυκατοικίες. Κάθε όροφος έχει 6 διαμερίσματα, κάθε διαμέρισμα έχει 6 παράθυρα και κάθε παράθυρο έχει 6 τζάμια. Να εκφράσετε με τη μορφή δύναμης το γινόμενο και να υπολογίσετε πόσα τζάμια θα καθαρίσουν.

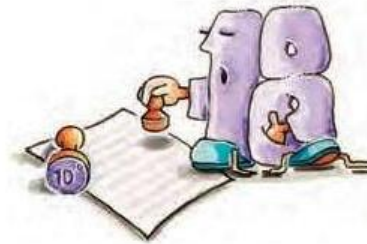
*Λύση*



**Απαντήσεις:** .....

**Κεφάλαιο 18ο** Δυνάμεις του 10

**Συνοκυσία: «Δέκα σε ένα»**



Γνωρίζω τις δυνάμεις του 10.  
Γράφω τους μεγάλους αριθμούς χρησιμοποιώντας τις δυνάμεις του 10.

**Δραστηριότητα 1η**

Όπως ξέρουμε, τον πολλαπλασιασμό ενός αριθμού με τον εαυτό του, μπορούμε να τον εκφράσουμε και με τη μορφή δύναμης.

- Να εκφράσεις το γινόμενο  $10 \cdot 10$  με δύναμη και να το υπολογίσεις .....
- Έχοντας εκφράσει την εκατοντάδα με δύναμη, πώς μπορούμε να εκφράσουμε γρήγορα τις 2, 3, 4, εκατοντάδες; .....
- Να εκφράσεις το 1000 με δύναμη του 10. ....
- Πώς μπορούμε τώρα να εκφράσουμε τις 2, 3, 4, ... χιλιάδες με δύναμη; .....
- Συμπλήρωσε τον πίνακα με τις δυνάμεις του 10.
- Βρες τον κανόνα για να υπολογίζεις από τη δύναμη το γινόμενο, χωρίς να κάνεις τους πολλαπλασιασμούς.

$10^2$	$10^3$	$10^4$	$10^5$
$10 \cdot 10$			
100			

## Δραστηριότητα 2η

Ο Άρης είναι περίπου 1.000.000.000.000 μέτρα μακριά από τη Γη! Ο αριθμός αυτός μας δίνει την «εντύπωση» μιας μεγάλης απόστασης, αλλά σε σχέση με τι; Το σχολείο απέχει 100 μέτρα από το σπίτι! Αν μας έλεγαν ότι το μήκος του γαλαξία μας είναι 1.000.000.000.000.000.000.000 μέτρα, ξαφνικά ο Άρης θα έμοιαζε σαν ένας πολύ κοντινός γείτονας (που, για τις αστρονομικές αποστάσεις, είναι πραγματικά)!



Διαβάζοντας το παραπάνω κείμενο, παρατηρούμε ότι η απεικόνιση, η σύγκριση, ακόμα και η ανάγνωση τεράστιων αριθμών είναι δύσκολη υπόθεση. Για να μπορούμε να τους διαβάζουμε πιο εύκολα, να βλέπουμε με μια ματιά τη «μεγαλοσύνη» τους και να κάνουμε πράξεις με αυτούς, τους εκφράζουμε με τις δυνάμεις του 10. Έτσι:

Το μήκος του γαλαξία μας είναι: ..... μέτρα.

Η απόσταση από τη Γη ως τον Άρη είναι: ..... μέτρα.

Το σπίτι απέχει από το σχολείο: ..... μέτρα.

Οι δυνάμεις του 10 μας επιτρέπουν να εκφράσουμε τη σύγκριση μεγεθών, που διαφορετικά θα ήταν δύσκολο να συγκριθούν.

- Μπορείτε τώρα να απαντήσετε, συγκρίνοντας τους αριθμούς ως δυνάμεις του 10, στην ερώτηση: «Πόσες φορές μεγαλύτερο είναι το μήκος του γαλαξία μας από την απόσταση Γης - Άρη;».

.....



Από τις προηγούμενες δραστηριότητες συμπεραίνουμε ότι, χρησιμοποιώντας τις δυνάμεις του 10, μπορούμε να γράψουμε με σύντομο τρόπο πολύ μεγάλους αριθμούς.

### Δυνάμεις του 10

Κάθε δύναμη του 10 είναι ίση με τον αριθμό που σχηματίζεται από το ψηφίο 1 και τόσα μηδενικά όσες μονάδες έχει ο εκθέτης.

Μπορούμε να γράψουμε τους αριθμούς 10, 100, 1000, ... ως δυνάμεις με βάση το 10 βάζοντας ως εκθέτη τον αριθμό που δείχνει πόσα μηδενικά έχουν.

Για να γράψουμε έναν πολυψήφιο αριθμό, με τη βοήθεια των δυνάμεων του 10 κάνουμε τα εξής:

- Τον μετατρέπουμε σε γινόμενο με το 10, 100, 1000, ... ανάλογα με τον αριθμό των 0 που υπάρχουν στον αριθμό.
- Μετατρέπουμε το 10, 100, 1000, ... σε δύναμη του 10
- Ο πολυψήφιος αριθμός έχει τώρα τη μορφή γινομένου του οποίου ο δεύτερος παράγοντας είναι δύναμη του 10.

### Παραδείγματα

$$10^2 = 100$$

$$10^4 = 10.000$$

$$1.000 = 10^3$$

$$1.000.000 = 10^6$$

Οι αστροφυσικοί έχουν ανακαλύψει στο διάστημα περίπου 500.000.000 γαλαξίες.

α. Αυτό γράφεται και ως:

$$5 \cdot 100.000.000$$

β.  $100.000.000 = 10^8$

γ.  $500.000.000 = 5 \cdot 10^8$







## Εφαρμογή 1η

Οι επιστήμονες υπολογίζουν ότι, όταν το βακτήριο της φυματίωσης προσβάλλει έναν άνθρωπο, εφ' όσον οι συνθήκες είναι ικανοποιητικές, μέσα σε 12 ώρες δημιουργείται αποικία 1.500.000 ατόμων στον οργανισμό. Πόσα άτομα βακτηρίου θα υπάρχουν στον άνθρωπο, αν αρχίσει την αντιβίωση 2 μέρες, αφού προσβληθεί από το βακτήριο; Να εκφράσετε τον αριθμό με τη βοήθεια των δυνάμεων του 10.



## Εφαρμογή 2η

Ο πληθυσμός της Γης είναι περίπου  $7 \cdot 10^9$  άνθρωποι. Γράψε τον αριθμό αυτόν στην κανονική μορφή.

**Λύση**

Η δύναμη  $10^9$  είναι ίση με το 1.000.000.000.

Άρα το γινόμενο  $7 \cdot 10^9 = 7 \cdot 1.000.000.000 = 7.000.000.000$ .

**Απάντηση:** Ο πληθυσμός της Γης είναι περίπου 7.000.000.000 άνθρωποι.



## Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **δυνάμεις του 10** και **έκφραση αριθμού με δύναμη του 10**. Εξήγησέ τους με δικά σου παραδείγματα.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

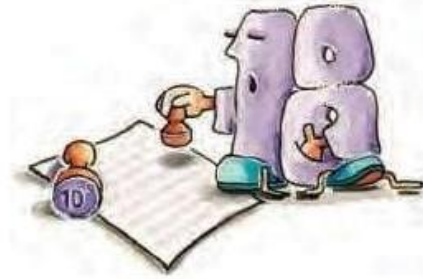
- ⇒ Σε μια δύναμη του 10 εκθέτης είναι πάντα το 10.
- ⇒ Οι αριθμοί εκφράζονται με δύναμη του 10 μόνο για μεγάλες αποστάσεις.
- ⇒ Η ισότητα  $10^1 = 10$  είναι σωστή.

**Σωστό**      **Λάθος**

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Συνοκρυπσία: «Δέκα σε ένα»



### Άσκηση 1η

Υπολόγισε και γράψε τις πρώτες δυνάμεις του 10.

$10^2$	$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$	$10^7$

### Άσκηση 2η

Συμπλήρωσε τον πίνακα μετατρέποντας τους πολυψήφιους αριθμούς με τη βοήθεια των δυνάμεων του 10:

<b>ΑΡΙΘΜΟΙ</b>	<b>5.000.000</b>	<b>250.000.000</b>	<b>880.000</b>	<b>170.000.000</b>	<b>1.200.000</b>
<b>ΜΕ ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΤΟΥ 10</b>					



### Άσκηση 4η (Με υπολογιστή τσέπης)

Να ενώσεις κάθε αριθμό της δεξιάς στήλης που δείχνει κατά προσέγγιση τη διάρκεια σε δευτερόλεπτα με την περιγραφή που του ταιριάζει στην αριστερή στήλη.

α) Οι ώρες που κάνω μάθημα κάθε μέρα (5 ώρες)
β) Ο μέσος όρος ζωής του ανθρώπου (76 χρόνια)
γ) Η διάρκεια του διαλείμματος (δεκάλεπτου)
δ) Η ηλικία μου (12 χρονών)
ε) Ένας νέος 24 χρονών

$6 \cdot 10^2$
$2,4 \cdot 10^9$
$7,4 \cdot 10^8$
$1,8 \cdot 10^4$
$3,7 \cdot 10^8$

### Άσκηση 5η

Να γράψεις με αριθμό τα πιο κάτω μεγέθη σε χιλιόμετρα:

- Το διάστημα ανάμεσα στους γαλαξίες  $10^{23}$  χμ.: .....
- Το μέγεθος του γαλαξία μας  $10^{18}$  χμ.: .....
- Το κοντινότερο στη Γη άστρο  $10^{13}$  χμ.: .....
- Το μέγεθος του ηλιακού συστήματος  $10^9$  χμ.: .....
- Το μέγεθος του Ήλιου  $10^6$  χμ.: .....
- Το μέγεθος της Γης  $1,2 \cdot 10^4$  χμ.: .....





## Πρόβλημα 1ο

Η ημιπερίοδος ζωής ενός ραδιενεργού υλικού (ισοτόπου) είναι ο χρόνος που απαιτείται ώστε η μισή ποσότητα του ισοτόπου να αποσυντεθεί (να μην είναι πλέον ραδιενεργό). Η ημιπερίοδος ζωής του ουράνιου-238 είναι  $4,5 \cdot 10^9$  χρόνια. Η ημιπερίοδος ζωής του ουράνιου-234 είναι  $2,5 \cdot 10^5$  χρόνια.

Πόσες φορές μεγαλύτερη είναι η ημιπερίοδος ζωής του ουράνιου-238 από εκείνη του ουράνιου-234;

**Λύση**



**Απάντηση:** .....

## **Δραστηριότητα με προεκτάσεις:** «Αποστάσεις και ταχύτητες στο διάστημα»

Το φως ταξιδεύει με ταχύτητα 300.000 χιλιομέτρων το δευτερόλεπτο. Γράψτε τον αριθμό αυτό με τη βοήθεια δυνάμεων του 10 και υπολογίστε πόσα χιλιόμετρα διανύει το φως σε ένα λεπτό.

Η Γη είναι περίπου 150.000.000 χιλιόμετρα μακριά από τον Ήλιο. Γράψτε τον αριθμό αυτό με τη βοήθεια δυνάμεων του 10 και υπολογίστε πόσο καιρό χρειάζεται το φως από τον Ήλιο για να φθάσει στη Γη.

Έχετε υπολογίσει, στο Μάθημα 16, στη δραστηριότητα «Η σύνοδος των πλανητών» τις αποστάσεις των πλανητών από τον Ήλιο. Υπολογίστε πόσο χρόνο χρειάζεται το φως να φτάσει σε κάθε πλανήτη.



## **Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση**

---

- Συζητήστε τι σημαίνει «απόσταση 1 έτος φωτός» και αν μπορεί να υπολογιστεί σε χιλιόμετρα με τον μικρό υπολογιστή τσέπης.
- Γιατί χρησιμοποιούν οι αστρονόμοι αυτή τη μονάδα μέτρησης για να ορίσουν τις αποστάσεις των αστεριών και όχι χιλιόμετρα εκφρασμένα με τις δυνάμεις του 10;
- Είναι μακριά ένα αστέρι που απέχει 10 έτη φωτός; Αν εκραγεί σήμερα, πότε θα δούμε την έκρηξη;
- Βρείτε στοιχεία για πλανήτες και μακρινά αστέρια.