

# **ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΦΥΣΙΚΟΥΣ-ΣΤ' ΤΑΞΗ**

# αριθμοί και πράξεις

τάξη	Γενικοί στόχοι (γνώσεις, δεξιότητες, στάσεις και αξίες)
ΣΤ	<ul style="list-style-type: none"><li>• Να απαγγέλλουν, να διαβάζουν, να γράφουν και να διατάσσουν φυσικούς, κλασματικούς και δεκαδικούς αριθμούς καθώς και να εκτελούν όλες τις πράξεις τους.</li><li>• Να γνωρίζουν ποιοι αριθμοί διαιρούνται με 2, 3, 4, 5, 9, 10 και 25.</li><li>• Να γνωρίζουν την ανάλυση φυσικών αριθμών σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και δυνάμεις αριθμών.</li></ul>

# Αριθμοί και πράξεις (ΣΤ΄ τάξη)

Στόχοι	Θεματικές Ενότητες (διατιθέμενος χρόνος)
<ul style="list-style-type: none"><li>• Να εκτελούν με ευχέρεια τις τέσσερις βασικές πράξεις με ακέραιους, δεκαδικούς και κλασματικούς αριθμούς.</li><li>• Να πολλαπλασιάζουν και να διαιρούν έναν ακέραιο ή δεκαδικό αριθμό με 10, 100, 1.000 και με 0,1, 0,01, 0,001.</li><li>• Να εκτελούν πράξεις με μεικτές αριθμητικές παραστάσεις φυσικών και δεκαδικών.</li><li>• Να χρησιμοποιούν τις ιδιότητες των πράξεων, για να λύνουν σύνθετα προβλήματα τεσσάρων πράξεων.</li></ul>	<p>Μέθοδοι ακριβούς υπολογισμού (πράξεις μεταξύ φυσικών και δεκαδικών αριθμών)</p> <p>(6 ώρες)</p>

## Ν.Π.Σ.-Αριθμοί και πράξεις (ΣΤ΄ τάξη)

- Συνδέουν τις τέσσερις πράξεις μεταξύ τους και χρησιμοποιούν ιδιότητές τους, για να επιλύσουν προβλήματα.
- Εισάγονται στην έννοια της δύναμης και υπολογίζουν και εκφράζουν δυνάμεις φυσικών αριθμών με εκθέτη φυσικό αριθμό.
- Εκτιμούν το αποτέλεσμα μιας πράξης, στρογγυλοποιώντας στην πλησιέστερη δύναμη του 10.
- Διατυπώνουν και επιλύουν προβλήματα με περισσότερες από μία πράξεις, ελέγχοντας τη λογικότητα του αποτελέσματος και κοινοποιούν τις προσεγγίσεις τους σε άλλους.
- Αναλύουν και εκφράζουν έναν αριθμό ως γινόμενο πρώτων παραγόντων.
- Υπολογίζουν και διερευνούν το ΕΚΠ και τον ΜΚΔ δύο ή περισσότερων αριθμών.
- Διερευνούν διαισθητικά απλές προσθέσεις με θετικούς και αρνητικούς ακεραίους αριθμούς.

## Κεφάλαιο 5ο

## Πρόσθεση και αφαίρεση φυσικών και δεκαδικών αριθμών

### Προσθέσεις και αφαιρέσεις

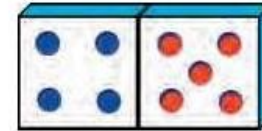
Προσθέτω και αφαιρώ φυσικούς και δεκαδικούς αριθμούς.  
Χρησιμοποιώ τις ιδιότητες της πρόσθεσης και της αφαίρεσης.  
Αναγνωρίζω ότι η αφαίρεση είναι αντίθετη πράξη της πρόσθεσης.



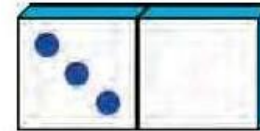
#### Δραστηριότητα 1η

Σε ένα παιχνίδι ντόμινο βρίσκεται στα χέρια σου η διπλανή κάρτα.

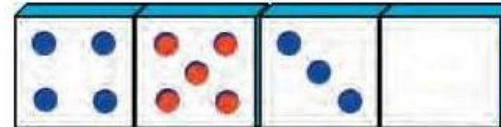
- Ποιο είναι το άθροισμα των σημείων της;.....
- Με πόσους τρόπους μπορούμε να οδηγηθούμε στο άθροισμα;
- Τι παρατηρείς;.....



Τι παρατηρείς στη δεύτερη κάρτα για το άθροισμα με το 0;



Αν έχεις να προσθέσεις τις δύο αυτές κάρτες μαζί, να περιγράψεις τους τρόπους με τους οποίους μπορείς να το κάνεις:



.....

.....

.....

## - Δραστηριότητα 2η

Μια πράξη ή μια ενέργεια που εξουδετερώνει μια άλλη λέγεται αντίστροφή της (π.χ. ανεβαίνω τη σκάλα – κατεβαίνω τη σκάλα).

- Βρείτε άλλες αντίστροφες πράξεις ή ενέργειες.

.....  
.....

Αν από τον αριθμό 26 αφαιρέσουμε τον αριθμό 8 βρίσκουμε 18. Πώς από τον αριθμό 18 μπορούμε να ξαναβρούμε το 26;  
Σημειώστε με ισότητες αυτές τις πράξεις.

.....  
.....  
.....

- Σε ποιο συμπέρασμα καταλήγετε για τις πράξεις πρόσθεση και αφαίρεση;

.....  
.....



## Πρόσθεση και αφαίρεση αριθμών

Αν αλλάξουμε τη σειρά των προσθετέων, δεν αλλάζει το αποτέλεσμα της πρόσθεσης (αντιμεταθετική ιδιότητα).

Σε μια πρόσθεση πολλών αριθμών, προσθέτουμε πρώτα τους δύο και μετά στο άθροισμά τους τον τρίτο κ.ο.κ. Αν αλλάξουμε τα ζευγάρια των προσθετέων, το αποτέλεσμα της πρόσθεσης δεν αλλάζει (προσεταιριστική ιδιότητα).

Η αφαίρεση είναι πράξη αντίστροφη της πρόσθεσης. Σε κάθε αφαίρεση, αν προσθέσουμε τη διαφορά και τον αφαιρετέο, βρίσκουμε τον μειωτέο.

Οι ιδιότητες της πρόσθεσης μας βοηθούν να υπολογίζουμε πιο γρήγορα αθροίσματα με πολλούς αριθμούς. Η πρόσθεση και η αφαίρεση στους δεκαδικούς αριθμούς γίνονται όπως και στους φυσικούς. Προσθέτουμε ή αφαιρούμε τα ψηφία σύμφωνα με την αξία τους.

## Παραδείγματα

προσθετέοι    άθροισμα

$$49 + 16 = 65$$

$$16 + 49 = 65$$

$$3,2 + 11,5 = 14,7$$

$$11,5 + 3,2 = 14,7$$

$$49 + 16 + 14 = (49 + 16) + 14 = 65 + 14 = 79$$

$$49 + 16 + 14 = 49 + (16 + 14) = 49 + 30 = 79$$

μειωτέος – αφαιρετέος = διαφορά

$$693 - 541 = 152$$

$$152 + 541 = 693$$

$$92,5 - 48,2 = 44,3$$

$$44,3 + 48,2 = 92,5$$



## Εφαρμογή 2η

Υπολογίστε με τον νου το άθροισμα  $9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = \dots$

### Λύση

Παρατήρησε δύο διαφορετικούς τρόπους με τους οποίους υπολογίζεται το άθροισμα:

Επιλέγω ένα ζευγάρι προσθετέων και βρίσκω το άθροισμά τους. Μετά επιλέγω έναν από τους υπόλοιπους προσθετέους για να τον κάνω ζευγάρι με το προηγούμενο άθροισμα και συνεχίζω έτσι μέχρι να τελειώσουν όλοι οι προσθετέοι. ...

Αλλάζω τη σειρά των προσθετέων ώστε να γίνουν ζευγάρια που έχουν άθροισμα το 10. Μετά προσθέτω όσους δεν έχουν ζευγάρι. Π.χ.  $(9+1) + (8+2) + (7+3) + (6+4) + 5 = \dots\dots\dots$

## Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **αντιμεταθετική ιδιότητα**, **προσεταιριστική ιδιότητα** και **αντίστροφες πράξεις**. Εξήγησε με παραδείγματα τους όρους αυτούς.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις: **Σωστό** **Λάθος**

- |   |                          |                          |
|---|--------------------------|--------------------------|
| • Η ισότητα: $74 + 62 + 26 = 100 + 62$ είναι σωστή.     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| • Μπορούμε να κάνουμε αφαίρεση ως δοκιμή της πρόσθεσης. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| • Στην αφαίρεση ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα.       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |





## Δραστηριότητα 2η

Ο χορηγός της εθνικής ομάδας ποδηλασίας παρέχει ένα κράνος και μια στολή σε κάθε μέλος της ομάδας. Το κράνος στοιχίζει 45,8 € και η στολή 52 €. Η ομάδα αποτελείται από 5 άτομα.

- Με πόσους τρόπους μπορεί ο χορηγός να υπολογίσει το κόστος της χορηγίας;

.....

.....

.....

.....



## Πολλαπλασιασμός φυσικών και δεκαδικών αριθμών

Στον πολλαπλασιασμό, αν αλλάξουμε τη σειρά των παραγόντων, δεν αλλάζει το γινόμενο (**αντιμεταθετική ιδιότητα**).

Για να πολλαπλασιάσουμε τρεις αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τους δύο μεταξύ τους και μετά το γινόμενό τους με τον τρίτο (**προσεταιριστική ιδιότητα**).

Για να πολλαπλασιάσουμε έναν αριθμό με άθροισμα δύο ή περισσότερων προσθετέων, μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε τον αριθμό με κάθε προσθετέο και να προσθέσουμε τα επιμέρους γινόμενα (**επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση**).

Η ιδιότητα αυτή ισχύει και ως προς την **αφαίρεση**.

## Παραδείγματα

παράγοντες γινόμενο

$$2 \cdot 8 = 16 \quad \text{ή} \quad 8 \cdot 2 = 16$$

$$2,5 \cdot 8,4 = 21 \quad \text{ή} \quad 8,4 \cdot 2,5 = 21$$

$$(2 \cdot 3) \cdot 5 = 6 \cdot 5 = 30 \quad \text{ή} \quad 2 \cdot (3 \cdot 5) = 2 \cdot 15 = 30$$

$$(2,5 \cdot 3) \cdot 4,2 = 7,5 \cdot 4,2 = 31,5 \quad \text{ή}$$

$$2,5 \cdot (3 \cdot 4,2) = 2,5 \cdot 12,6 = 31,5$$

το γινόμενο  $20 \cdot (12 + 0,5)$

μπορεί να βρεθεί κι έτσι:

$$20 \cdot 12 + 20 \cdot 0,5 = 240 + 10 = 250$$

$$20 \cdot (12 - 2) = 20 \cdot 12 - 20 \cdot 2 = 240 - 40 = 200$$

Οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού μας βοηθούν να υπολογίζουμε εύκολα γινόμενα με πολλούς αριθμούς.



## Εφαρμογή 1η

Πολλαπλασιάζουμε έναν αριθμό (φυσικό ή δεκαδικό) με το 10, το 100, το 1.000 ...

**Λύση:**

**Φυσικοί:** Αρκεί να προσθέσω στο τέλος του αριθμού ένα 0 για να μεγαλώσει 10 φορές, δύο 0 για να μεγαλώσει 100 φορές, τρία 0 για να μεγαλώσει 1000 φορές κ.ο.κ.

$$8 \cdot 10 = 80$$

$$8 \cdot 100 = 800$$

$$8 \cdot 1.000 = 8.000$$

$$8 \cdot 10.000 = 80.000$$

## Κεφάλαιο 7ο

## Διαίρεση φυσικών και δεκαδικών αριθμών



### Δίκαιη μοιρασιά!



Διαιρώ φυσικούς και δεκαδικούς αριθμούς.

Μελετώ τη διαίρεση ενός αριθμού με το 1 ή με τον εαυτό του.

Διαπιστώνω ότι η τέλεια διαίρεση είναι αντίστροφη πράξη του πολλαπλασιασμού.

Διαιρώ με το 10, το 100, το 1000 ... και με το 0,1, το 0,01, το 0,001 ...



### Δραστηριότητα 1η

Στο Δημοτικό Σχολείο Μετσόβου έφτασαν δύο δέματα με το Β' τεύχος του βιβλίου Μαθηματικών, της Στ' τάξης. Το ένα δέμα έχει 40 βιβλία και το άλλο 80. Η δασκάλα φώναξε 4 παιδιά για να τα μεταφέρουν.

- Πώς θα βρουν από πόσα βιβλία θα κουβαλήσει κάθε παιδί;

.....

- Με πόσους τρόπους μπορείς να υπολογίσεις το αποτέλεσμα;

.....

.....

- Αν τα κουβαλούσαν 10 παιδιά;

.....

- Αν διπλασιαστεί ο αριθμός των βιβλίων ( $120 \cdot 2$ ) και διπλασιαστεί και ο αριθμός των παιδιών ( $4 \cdot 2$ ) από πόσα βιβλία θα κουβαλήσει κάθε παιδί;

..... Τι παρατηρείς;.....



## Δραστηριότητα 2η

Στους παρακάτω πολλαπλασιασμούς συμπλήρωσε τους παράγοντες που λείπουν:

$4 \cdot \dots = 36$	$\dots \cdot 8 = 48$	$3 \cdot \dots = 63$	$10 \cdot \dots = 120$	$\dots \cdot 1000 = 4000$
----------------------	----------------------	----------------------	------------------------	---------------------------

- Με ποια διαδικασία τούς βρήκες; .....
- Ποια σχέση διακρίνεις ανάμεσα στη διαίρεση και τον πολλαπλασιασμό;
- Ποιες διαιρέσεις προκύπτουν από την ισότητα  $6 \cdot 8 = 48$ ;  
α) .....  
β) .....
- Μπορείς με βάση τα προηγούμενα να εξηγήσεις το αποτέλεσμα της διαίρεσης  $0 : 4 = 0$ ;  
.....
- Μπορούμε να διαιρέσουμε έναν αριθμό με το μηδέν;  
.....



## Διαίρεση φυσικών και δεκαδικών αριθμών

**Τέλεια** λέγεται η διαίρεση στην οποία το υπόλοιπο είναι 0. Όταν το υπόλοιπο είναι διαφορετικό από το 0, η διαίρεση λέγεται **ατελής**.

Η τέλεια διαίρεση είναι πράξη **αντίστροφη** του πολλαπλασιασμού.

Σε κάθε διαίρεση ο διαιρετέος είναι ίσος με το γινόμενο του διαιρέτη επί το πηλίκο συν το υπόλοιπο.

Κάθε αριθμός, αν διαιρεθεί με το 1, δίνει πηλίκο τον εαυτό του.

Κάθε αριθμός, αν διαιρεθεί με τον εαυτό του, δίνει πηλίκο το 1.

Το 0, με όποιον αριθμό και αν διαιρεθεί, δίνει πηλίκο 0.

Σε κάθε διαίρεση, αν πολλαπλασιάσουμε ή διαιρέσουμε και τους δύο όρους με τον ίδιο αριθμό, το πηλίκο δεν αλλάζει.

## Παραδείγματα

Διαιρετέος, διαιρέτης, πηλίκο, υπόλοιπο

$$\begin{array}{r|l} 12 & 4 \\ 0 & 3 \text{ τέλεια} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 13 & 4 \\ 1 & 3 \text{ ατελής} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & 4 \cdot 3 = 12 & \\ \swarrow & & \searrow \\ 12 : 4 = 3 & \longleftrightarrow & 12 : 3 = 4 \\ & & 13 = 3 \cdot 4 + 1 \end{array}$$

$$12 : 1 = 12$$

$$3,5 : 1 = 3,5$$

$$12 : 12 = 1$$

$$3,5 : 3,5 = 1$$

$$0 : 12 = 0$$

$$0 : 3,5 = 0$$

$$12 : 3 = 4$$

$$(12 \cdot 2) : (3 \cdot 2) = 24 : 6 = 4$$





## Εφαρμογή 1η

Διαιρούμε έναν αριθμό (φυσικό ή δεκαδικό) με **10**, το **100**, το **1000** ...,

**Λύση**

Όταν διαιρώ έναν αριθμό με το 10, το 100, το 1000, ..., τότε ο αριθμός μικραίνει κατά 10 ή 100 ή 1000 ... φορές αντίστοιχα. Αρκεί λοιπόν να μετακινήσω την υποδιαστολή **1** ή **2** ή **3** ... θέσεις προς τα αριστερά:

$$8 : 10 = 0,8 \quad 8 : 100 = 0,08 \quad 8 : 1.000 = 0,008 \quad 0,8 : 10 = \dots\dots\dots$$





## Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **τέλεια** και **ατελής** διαίρεση, διαίρεση αριθμού με το 1 ή με τον εαυτό του. Εξήγησε τους όρους αυτούς με δικά σου παραδείγματα.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

Σωστό

Λάθος

•• Η ισότητα:  $10 : 2 = 2 : 10$  είναι σωστή.

•• Από τη διαίρεση  $\Delta : \delta = \pi$  μπορώ να πω ότι ισχύει  $\Delta = \delta \cdot \pi$ .

•• Η διαίρεση και ο πολλαπλασιασμός είναι πράξεις αντίστροφες.