

ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΦΥΣΙΚΟΥΣ-Β' ΤΑΞΗ

αριθμοί και πράξεις

τάξη	Γενικοί στόχοι (γνώσεις, δεξιότητες, στάσεις και αξίες)
B	<ul style="list-style-type: none">• Να απαγγέλλουν, να διαβάζουν, να γράφουν και να διατάσσουν τους φυσικούς αριθμούς μέχρι το 1000.• Να εκτελούν τις πράξεις της πρόσθεσης, της αφαίρεσης και του πολλαπλασιασμού με αριθμούς που δεν ξεπερνούν το 100.• Να χρησιμοποιούν την αντιμεταθετική και την προσεταιριστική ιδιότητα στην πρόσθεση και τον πολλαπλασιασμό.• Να κατανοήσουν την έννοια του διαμερισμού (μερισμού).

Αριθμοί και πράξεις (Β΄ τάξη)

Στόχοι	Θεματικές Ενότητες (διατιθέμενος χρόνος)
<p>Να μπορούν να εκτελούν προσθέσεις και αφαιρέσεις μονοψήφιων αριθμών με βάση τα διπλά, την πεντάδα και τη δεκάδα, νοερά ή με τη βοήθεια της γραφής.</p> <p>Να αφομοιώσουν τις συνηθισμένες τεχνικές εκτέλεσης των πράξεων της πρόσθεσης και της αφαίρεσης με διψήφιους και τριψήφιους αριθμούς με ή χωρίς κρατούμενα.</p> <p>Να μπορούν να μετατρέπουν οριζόντιες προσθέσεις και αφαιρέσεις σε κάθετες και να τις πραγματοποιούν (ιδιαίτερα όταν οι αριθμοί έχουν διαφορετικό πλήθος ψηφίων).</p> <p>Να μπορούν να διακρίνουν ότι η πρόσθεση και η αφαίρεση είναι αντίστροφες πράξεις. Να εξοικειωθούν με τις αντίστοιχες ιδιότητές τους. Να μπορούν να κάνουν επαλήθευση των πράξεων αυτών.</p>	<p>Υπολογισμοί: πρόσθεση και αφαίρεση φυσικών στους αριθμούς 0-100.</p> <p>(20 ώρες)</p>

Αριθμοί και πράξεις (Β΄ τάξη)

Στόχοι	Θεματικές Ενότητες (διατιθέμενος χρόνος)
<p>Να κατανοήσουν την πράξη του πολλαπλασιασμού και ως επαναλαμβανόμενη πρόσθεση. Να έλθουν σε επαφή με το σύμβολο του πολλαπλασιασμού.</p> <p>Να εξοικειωθούν σε πρώτη φάση με τη συνήθη προφορική πρακτική του νοερού πολλαπλασιασμού (προπαίδεια) και των γραπτών οριζόντιων γινομένων.</p> <p>Να γνωρίσουν την αντιμεταθετική και προσεταιριστική ιδιότητα του γινομένου, ως προς την πρόσθεση και αφαίρεση.</p>	<p>Υπολογισμοί (οριζόντιες γραφές πολλαπλασιασμών, προπαίδεια, όχι τυπικός αλγόριθμος του πολλαπλασιασμού) Το σύμβολο « · »</p> <p>(15 ώρες)</p>
<p>Να εξοικειωθούν με την έννοια του διαμερισμού (μερισμού), που παραπέμπει στη διαίρεση.</p>	<p>Καταστάσεις διαμερισμού (μερισμού) (όχι ο αλγόριθμος της διαίρεσης)</p> <p>(12 ώρες)</p>

Ν.Π.Σ.-Αριθμοί και πράξεις (Β' τάξη)

- Προσθέτουν και αφαιρούν διψήφιους αριθμούς και διερευνούν αθροίσματα και διαφορές εκατοντάδων μέχρι το 1000
- Διερευνούν και εφαρμόζουν στρατηγικές νοερών υπολογισμών προσθέσεων και αφαιρέσεων διψηφίων αριθμών.
- Βρίσκουν τα πολλαπλάσια των αριθμών 2, 4, 5, 10.
- Αναπτύσσουν και εφαρμόζουν στρατηγικές για να υπολογίσουν το αποτέλεσμα διαίρεσης διψηφίου αριθμού με το 2, 4, 5 και 10 (διαίρεση τέλεια - όχι τυπικοί αλγόριθμοι)
- Διερευνούν συνδυασμούς που δίνουν τα αθροίσματα ή τις διαφορές των δεκάδων και των εκατοντάδων ως το 1000.
- Διερευνούν προσθετικές και πολλαπλασιαστικές καταστάσεις.

Ν.Π.Σ.-Αριθμοί και πράξεις (Α΄ τάξη)

- Είναι σημαντικό οι μαθητές να χρησιμοποιούν τις στρατηγικές που έχουν αναπτύξει κατά την κατασκευή των αριθμών για να υπολογίσουν τα αποτελέσματα αριθμητικών παραστάσεων. Χρησιμοποιούν και εκπαιδευτικό υλικό για να δείξουν και να εξηγήσουν τις στρατηγικές τους στους συμμαθητές τους. Οι μαθητές κατασκευάζουν προβλήματα με αφορμή καταστάσεις και αντικείμενα της καθημερινότητας για να τα λύσουν οι συμμαθητές τους.
- Είναι σημαντικό να αναπαριστούν τα προβλήματα κατά περίπτωση, να τα λύνουν και να εφαρμόζουν αντίστροφες διαδικασίες για επαλήθευση των αποτελεσμάτων τους.

7

Βρίσκω το μισό και το ολόκληρο

Η μισή σοκολάτα

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

🌀 Πόσο είναι το μισό;

Η Μαρίνα και ο Πέτρος είναι πολύ καλοί φίλοι. Μοιράζονται ό,τι έχουν στη μέση.



Πώς θα τη χωρίσουμε στη μέση;



Υπάρχουν πολλοί τρόποι...

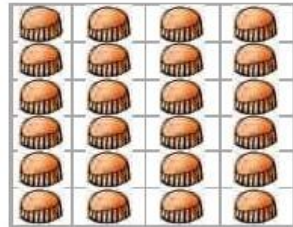


Ενότητα 1

Εργασίες

1. Παρατηρώ το ολόκληρο κάθε φορά και στη συνέχεια βρίσκω το μισό του.

•



→ Όλα είναι καπάκια.

→ Τα μισά είναι καπάκια.

•

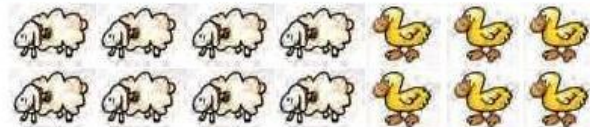


→ Όλο είναι εκ.

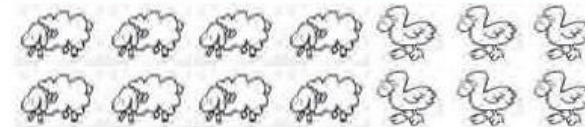


→ Το μισό είναι εκ.

•






→ Όλα είναι ζώακια.



→ Τα μισά είναι ζώακια.

Συμπέρασμα

Για να βρούμε το **μισό μιας ποσότητας**, πρέπει να ξέρουμε πόσο είναι το ολόκληρο. Χωρίζουμε στη συνέχεια σε **δύο ίσα μέρη**. Το καθένα από αυτά είναι το **μισό της αρχικής ποσότητας**. Παραδείγματα:

- Ολόκληρο  Το ένα του μισό είναι  το άλλο του μισό είναι 
- Ολόκληρο  Το ένα του μισό είναι  το άλλο του μισό είναι 



Εργασίες

1. Διαβάσαμε 33 σελίδες από το βιβλίο μας και φτάσαμε ακριβώς στη μέση. Το βιβλίο έχει δηλαδή συνολικά διπλάσιες σελίδες. Πόσες είναι οι σελίδες του βιβλίου;

• Εκτιμώ: Περίπου σελίδες.

• Υπολογίζω με ακρίβεια:
$$\begin{array}{r} 33 \\ \swarrow \searrow \\ 30 \quad \dots \end{array} + \begin{array}{r} 33 \\ \swarrow \searrow \\ \dots \quad \dots \end{array} = (\dots + \dots) + (3 + 3) = \dots$$

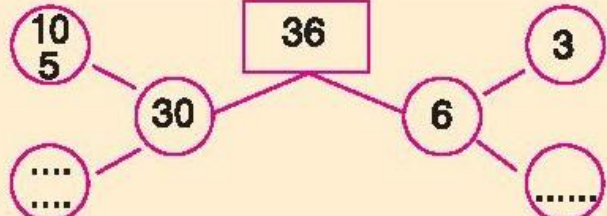
2. Για να φτιάξουμε 1 κανάτα πορτοκαλάδα, στύψαμε 18 πορτοκάλια. Πόσα πορτοκάλια θα στύψουμε για να φτιάξουμε 2 κανάτες πορτοκαλάδα;

• Εκτιμώ: Περίπου πορτοκάλια.

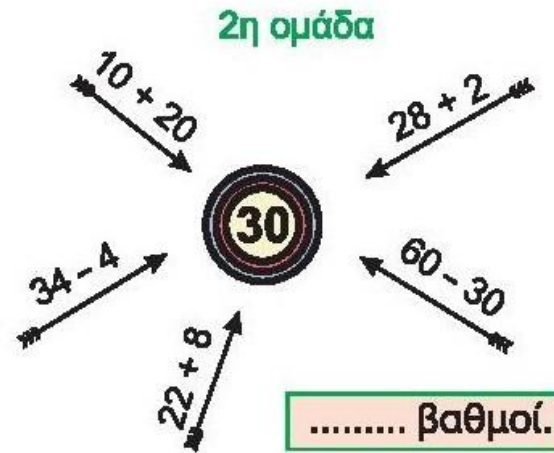
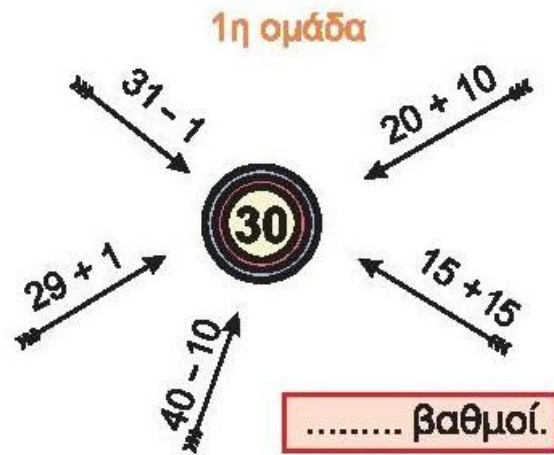
• Υπολογίζω με ακρίβεια:
$$\begin{array}{r} 18 \\ \swarrow \searrow \\ \dots \quad \dots \end{array} + \begin{array}{r} 18 \\ \swarrow \searrow \\ \dots \quad \dots \end{array} = (\dots + \dots) + (\dots + \dots) = \dots + \dots = \dots$$

3. Ο κύριος Θωμάς ο ταχυδρόμος έχει 36 γράμματα να μοιράσει. Μοίρασε τα μισά. Πόσα χρειάζεται να μοιράσει ακόμη;

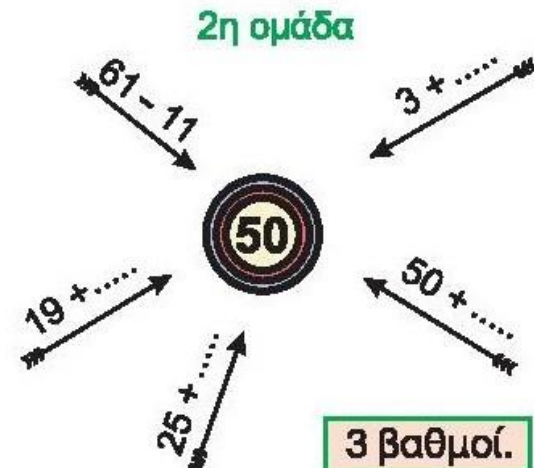
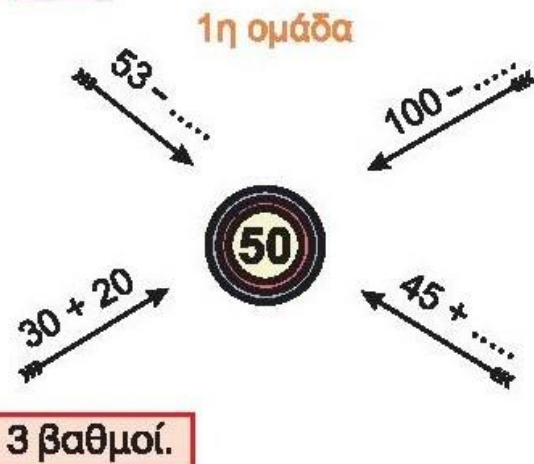
• Εκτιμώ: Περίπου γράμματα.

• Υπολογίζω με ακρίβεια:  Έχει ακόμη να μοιράσει γράμματα.

1. Ποια ομάδα κέρδισε;



2.  Συνεργάζομαι με τον διπλανό μου για να βρω τους αριθμούς που λείπουν.





Ενότητα 2

3. Παρατηρώ τις στρατηγικές των παιδιών και τις συμπληρώνω.

• $3 + \dots = 50$

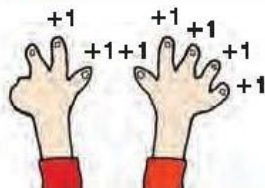


Είναι πιο εύκολο να κάνεις πρόσθεση, επειδή $3 + 7 = 10$ και $10 + \dots = 50$.

Εγώ πιο εύκολα κάνω αφαίρεση: $50 - 3$



άρα $7 + \dots = \dots$



$50 - 1 - 1 - 1 = \dots$

• $19 + \dots = 50$



Χρησιμοποιώ κι εγώ το πάτημα στη δεκάδα.
 $19 + 1 = 20$
 $20 + \dots = 50$
Άρα, μου λείπουν $1 + \dots = \dots$

Χρησιμοποιώ κι εγώ το πάτημα στη δεκάδα στην αφαίρεση: $50 - 19$. Υπολογίζω το αποτέλεσμα σε δύο βήματα:
→ $50 - 10$ βρίσκω
→ $- 9$ βρίσκω Άρα,





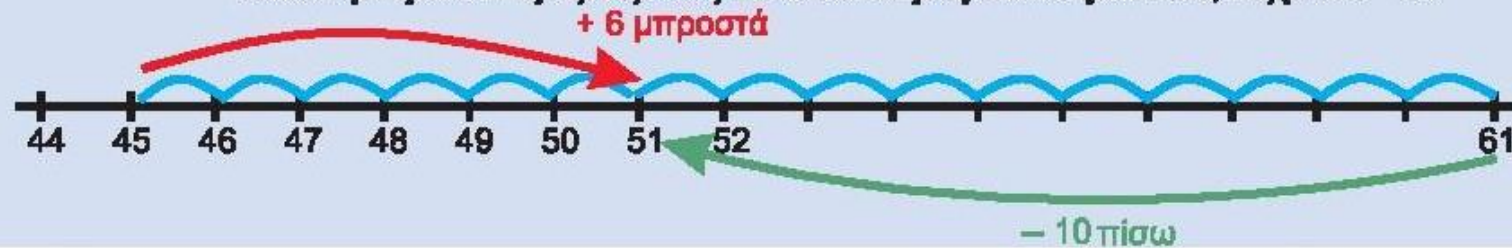
Συζητάμε τις λύσεις που βρήκαμε στην τάξη.

Συμπέρασμα

Φτάνουμε σε έναν αριθμό, παράδειγμα στον 51:

- είτε προσθέτοντας αριθμούς σε έναν μικρότερό του, π.χ.: $45 + 5 + 1$

- είτε αφαιρώντας αριθμούς από έναν μεγαλύτερό του, π.χ.: $61 - 10$



Τριάντα τρία

33



Υπολογίζουμε με ακρίβεια και ελέγχουμε τις εκτιμήσεις μας.



1. Φτιάχνουμε κορδόνια με χρωματιστές χάντρες:



εγώ:

ο διπλανός μου:

Αν = 10 και = 1

Εκτιμώ: Ποιο κορδόνι έχει μεγαλύτερη αριθμητική αξία;

● Υπολογίζω με ακρίβεια:

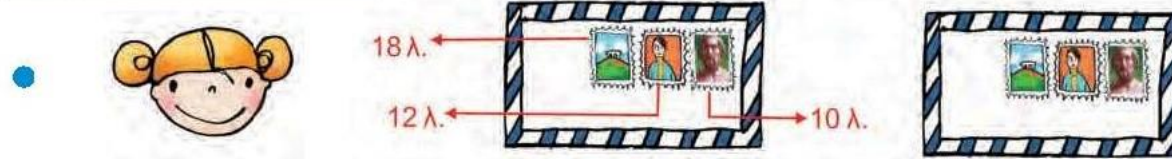
- Το κορδόνι μου έχει αξία: $10 + 1 + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots = \dots$

- Το κορδόνι του διπλανού μου έχει αξία:

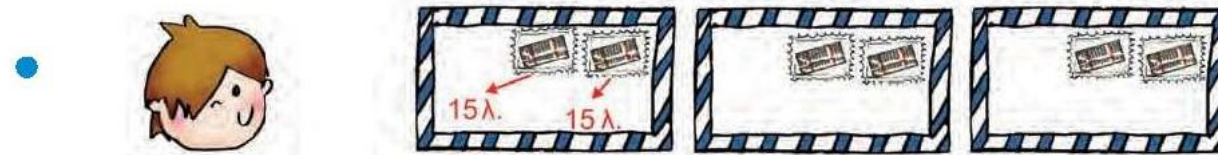
$\dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots = \dots$

2. Ποιο από τα δυο παιδιά θα πληρώσει περισσότερα για να στείλει τους φακέλους;

Εκτιμώ:

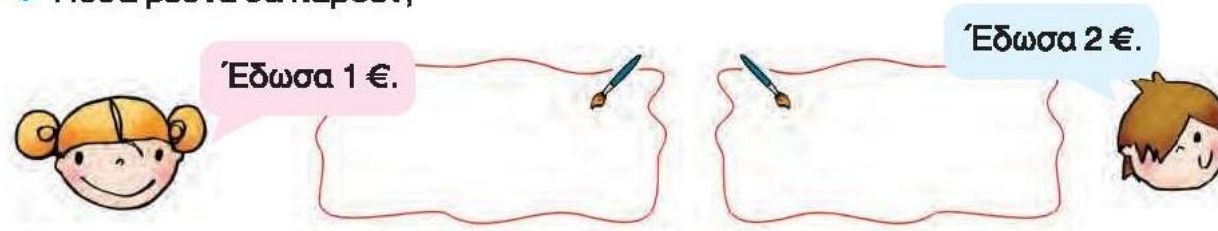


Η Γαβριέλα θα πληρώσει



Ο Ορέστης θα πληρώσει

• Πόσα ρέστα θα πάρουν;



Ελέγχουμε με ψεύτικα ευρώ.

Συμπέρασμα

Μπορούμε να υπολογίζουμε εύκολα αν προσθέτουμε τους αριθμούς έτσι ώστε να συμπληρώνουμε δεκάδες.

π.χ.:

$$\begin{array}{r} 24 + 6 + 3 + 17 = 50 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 30 \quad + \quad 20 = 50 \end{array}$$

18

Φτιάχνω διψήφιους αριθμούς με πρόσθεση ίδιων ή διαφορετικών αριθμών

Το κρυφτό

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

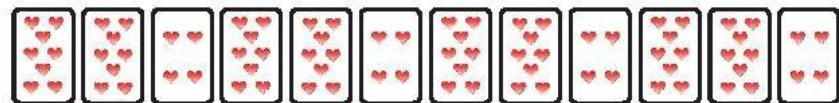
🌀 Μπορούμε να φτάσουμε στο 100 ανεβαίνοντας ανά 1. Υπάρχουν άλλοι τρόποι; Τα παιδιά παίζουν κρυφτό στο σχολείο. Ο Χρήστος τα φυλάει. Τα άλλα παιδιά έχουν πάει να κρυφτούν.



Ποιο παιδί έχει δίκιο; Με ποιον τρόπο μέτρησε κάθε παιδί; Συζητάμε στην τάξη.

- Βρίσκω τον κανόνα και συνεχίζω. Ελέγχω με τη μεζούρα ή με την αριθμογραμμή.

- Πόσες καρδούλες έχει η τελευταία κάρτα;
- Πόσες καρδούλες έχουν όλες οι κάρτες;



Υπάρχουν πολλοί τρόποι να υπολογίσουμε.

1ος τρόπος



Υπολογίζω όλες τις  και όλες τις 

8 φορές  ή 8×8

$$8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = \square + \square = \square$$

16 16 16 16

□ □

□

και

4 φορές  ή 4×4

$$4 + 4 + 4 + 4 = \square + \square = \square$$

8 8

□

Συνολικά

.... + =

ή

ΔM

.....

+

.....

2ος τρόπος



Βρίσκω ποιες κάρτες επαναλαμβάνονται!    Πόσες φορές;

$8 + 8 + 4$

4 φορές    ή 4×20

$20 + \dots + \dots + \dots = \dots$

ή

+

ΔM

.....

.....

.....

Συμπέρασμα

.....
Για να φτιάξουμε έναν αριθμό, μπορούμε να προσθέσουμε άλλους αριθμούς ακολουθώντας πολλούς διαφορετικούς κανόνες. Παραδείγματα:

$$\begin{array}{cccc} \bullet & 5 + 5 + 5 + 5 = 20 & \bullet & 6 + 4 + 6 + 4 = 20 & \bullet & 10 + 10 = 20 & \bullet & 9 + 1 + 9 + 1 = 20 \\ & 4 \times 5 = 20 & & \begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ 10 \quad 10 \end{array} & & 2 \times 10 = 20 & & \begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ 10 \quad 10 \end{array} \end{array}$$

Πενήντα ένα

51



22

Αναλύω αριθμούς μέχρι το 100. Εισαγωγή στην προπαίδεια

Στο χωράφι

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

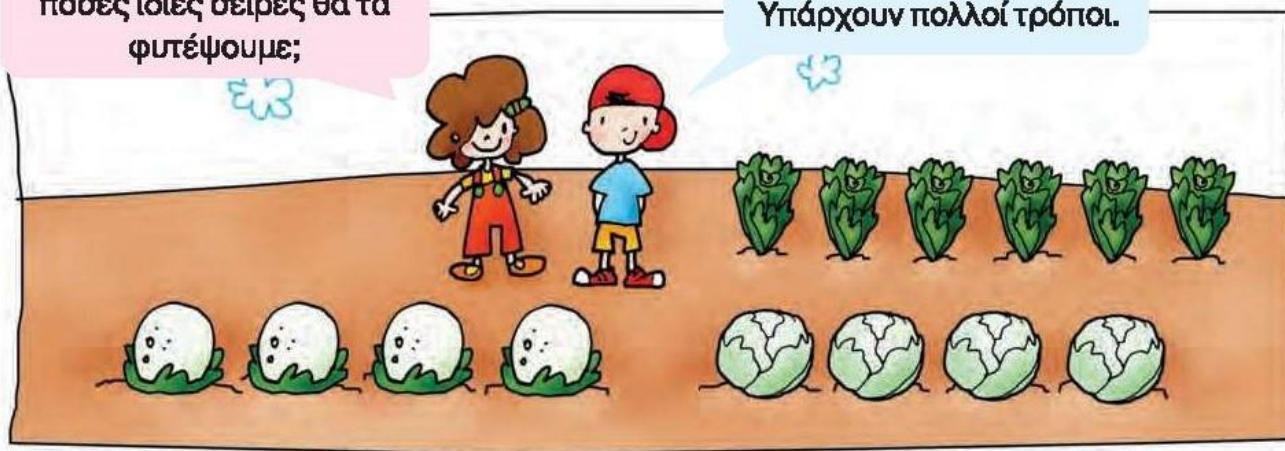
🕒 Με ποιους ίδιους αριθμούς μπορούμε να φτιάξουμε το 12;

Η Ελένη με τον φίλο της τον Χρήστο βοηθούν τους παππούδες τους στον κήπο: φυτεύουν λαχανικά σε σειρές.

Τα 24 λαχανικά σε πόσες ίδιες σειρές θα τα φυτέψουμε;

Ε3

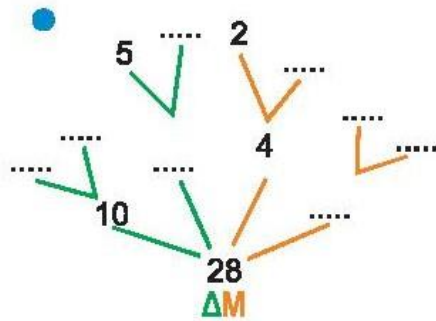
Υπάρχουν πολλοί τρόποι.



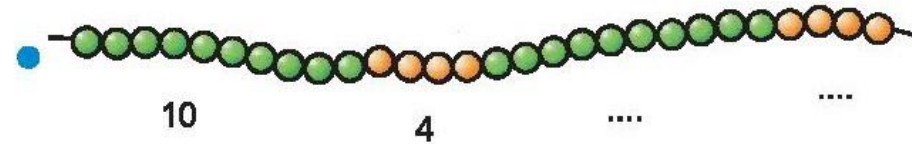
Εργασία

Παρατηρώ τα «μαγικά δέντρα» και τα μοτίβα που φτιάχνουν τους αριθμούς και συμπληρώνω.

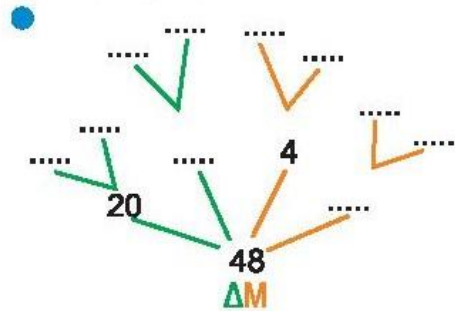
1. Ο αριθμός 28:



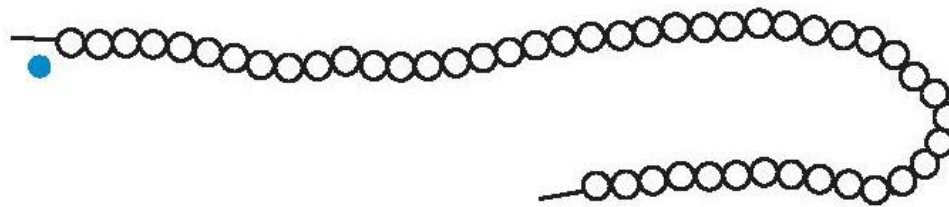
• $28 = \square + \square + \square + \square$ ή $28 = (\dots \times 10) + (\dots \times 4)$



2. Ο αριθμός 48:



• $48 = \square + \square + \square + \square$ ή $\dots = (\dots \times \dots) + (\dots \times \dots)$



• Βρίσκουμε και άλλους τρόπους για να φτιάξουμε διαφορετικά μοτίβα σε κάθε κορδόνι.

23

Υπολογίζω με πολλούς τρόπους: Το συμπλήρωμα του 100

Τα πακέτα

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

🕒 Πόσα πρέπει να προσθέσουμε στο 38 για να φτάσουμε στο 100;

Στις γιορτές, οι σύλλογοι γονέων, οι δάσκαλοι και τα παιδιά στα σχολεία της Ηλιούπολης μάζεψαν παιχνίδια, ρούχα και βιβλία, που δεν τα ήθελαν πια, για να τα προσφέρουν. Τα έβαλαν σε πακέτα για να τα δώσουν σε άλλα παιδιά που έχουν ανάγκη. Έβαλαν στόχο να φτιάξουν 100 πακέτα για κάθε είδος.

Για να γίνουν 100 τα πακέτα με τα παιχνίδια, χρειαζόμαστε ακόμα 38.

Έχουμε μαζέψει 62 πακέτα με ρούχα!



Δηλαδή έχουμε μαζέψει περίπου 60 πακέτα με ρούχα!

Στα βιβλία έχουμε φτιάξει τα πιο πολλά πακέτα! Λείπουν 19 μόνο για να γίνουν 100.



Συζητάμε στην τάξη για τις λύσεις που βρήκαμε.

Συμπέρασμα

Μπορούμε να φτάσουμε σε έναν αριθμό-στόχο με διαφορετικούς τρόπους:

α) αν κάνουμε **πρόσθεση**, προσθέτουμε στον αριθμό από τον οποίο ξεκινάμε πρώτα τις δεκάδες και μετά τις μονάδες ή πρώτα τις μονάδες και μετά τις δεκάδες:

π.χ.: $\xrightarrow{6 + \dots + \dots} 38, \quad 6 + 30 + 2 \text{ ή } 6 + 2 + 30$

β) αν κάνουμε **αφαίρεση**, αφαιρούμε από τον αριθμό από τον οποίο ξεκινάμε πρώτα τις δεκάδες, για να φτάσουμε στην πιο κοντινή δεκάδα, και μετά τις μονάδες, για να φτάσουμε στον αριθμό που θέλουμε ακριβώς:

π.χ.: $\xrightarrow{100 - \dots - \dots} 38 \quad 100 - 60 = 40, \text{ και στη συνέχεια } 40 - 2 = 38$

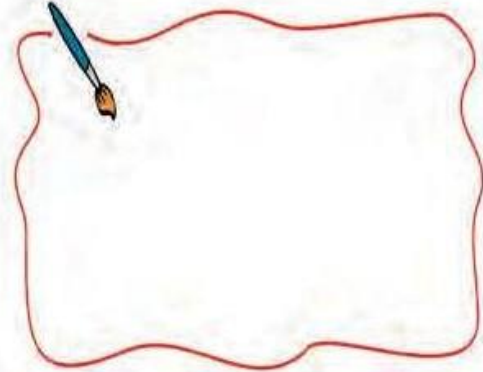
Εξήντα ένα

61



3. Λύνω προβλήματα.

- Η Μαρία είχε 19 κάρτες. Ο Σπύρος είχε 13. Πόσες κάρτες πρέπει να αφήσει το κάθε παιδί για να έχει όσες και ο Χρήστος;



Ελέγχω με εποπτικό υλικό.

Υπολογίζω με ακρίβεια:



24

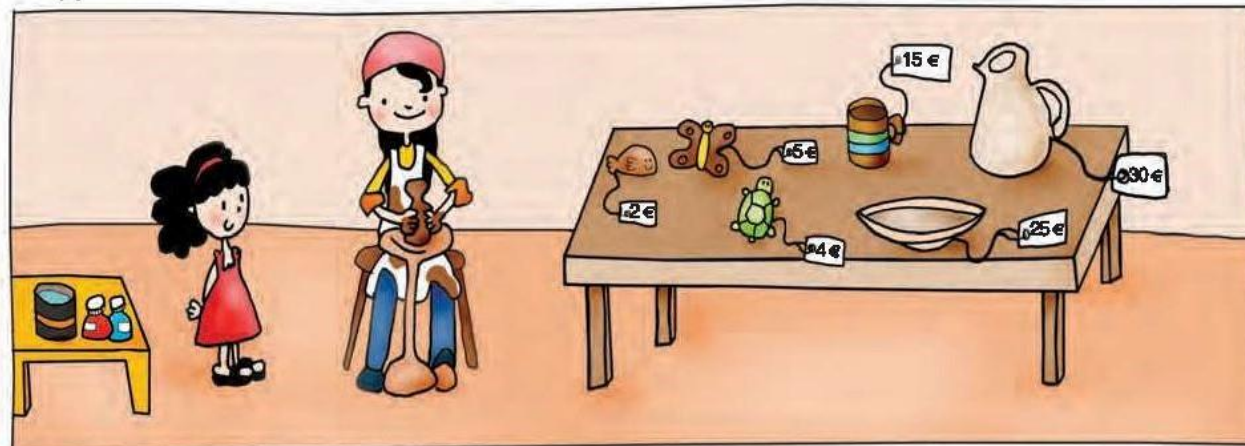
Βρίσκω την προπαίδια του 10 και του 5

Το εργαστήριο κεραμικής

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

🕒 Πώς υπολογίζουμε γρήγορα τα γινόμενα του 10;

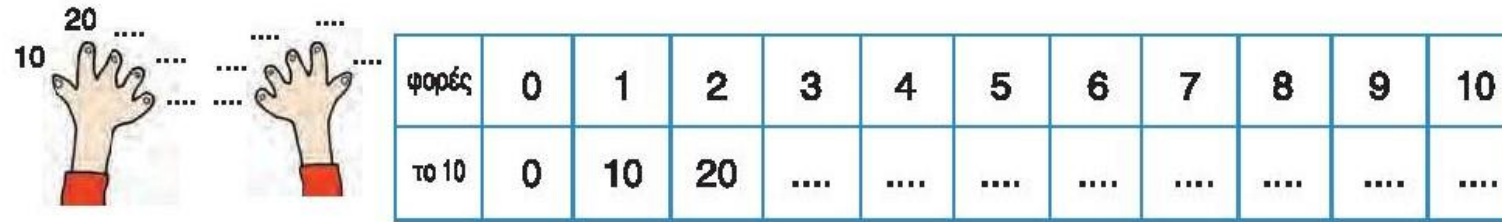
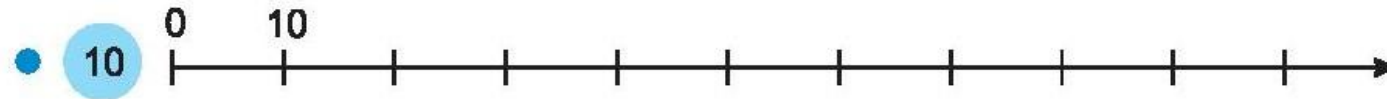
Η μητέρα της Ζωής κατασκευάζει διάφορα αντικείμενα από πηλό. Ύστερα τα ζωγραφίζει. Στη Ζωή αρέσουν πολύ τα μικρά πήλινα ζώακια που φτιάχνει η μητέρα της.



Συζητάμε στην τάξη ποιο από όλα τα πήλινα αντικείμενα είναι το πιο ακριβό, ή το πιο φτηνό.

Εργασίες

1. Βρίσκω με την αριθμογραμμή, τα δάχτυλα και με τον πίνακα την προπαίδεια του 10 και την προπαίδεια του 5:



Θυμάμαι: Ο πρώτος αριθμός θυμίζει τα δάχτυλα (φορές).





Αν θέλω να βρω πόσο κάνει 5 φορές ένας αριθμός (προπαίδεια του 5), μπορώ να βρω πόσο κάνει 10 φορές αυτός ο αριθμός και μετά να υπολογίσω το μισό του.

Όταν θέλω να υπολογίσω την προπαίδεια του 10, μπορώ να πάρω την προπαίδεια του 5 και να διπλασιάσω!



Συμπέρασμα

- Στον πολλαπλασιασμό το αποτέλεσμα είναι το ίδιο αν αλλάξουν θέση οι αριθμοί που πολλαπλασιάσαμε.

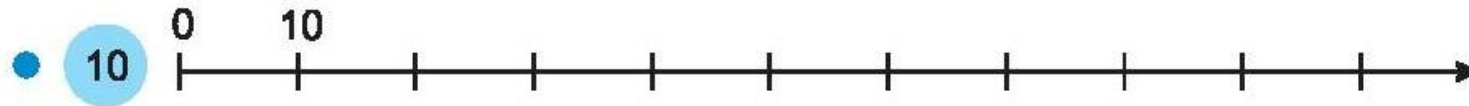
Παραδείγματα:

- $2 \times 10 = 20$

- $10 \times 2 = 20$

Εργασίες

1. Βρίσκω με την αριθμογραμμή, τα δάχτυλα και με τον πίνακα την προπαίδεια του 10 και την προπαίδεια του 5:



φορές	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
το 10	0	10	20

Θυμάμαι: Ο πρώτος αριθμός θυμίζει τα δάχτυλα (φορές).



φορές	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
το 5	0	5	10



25

Βρίσκω την προπαίδια του 2 και του 4

Το τσίρκο

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

🕒 Πώς μπορούμε να βρούμε την προπαίδια του 4;



Τα παιδιά πήγαν στο τσίρκο. Στην Άννα άρεσαν πολύ οι καλλιτέχνες του τσίρκου.

- Πόσοι καλλιτέχνες υπάρχουν στην εικόνα;
- Ποιος παίζει με τα περισσότερα αντικείμενα;
- Τα παιδιά που πήγαν στο τσίρκο ήταν 8. Πόσα χρήματα πλήρωσαν;

των παιδιών:



Υπολογίζω με τα δάχτυλα
μετρώντας 5 φορές τους 4 κρίκους!

Συνολικά θα χρησιμοποιούσαν κρίκους.

Θα ζωγραφίσω
5 φορές το 4!



1 φορά 2 φορές 3 φορές 4 φορές 5 φορές

Συνολικά:

4 8



Ενότητα 4

Εργασίες

1. Συμπληρώνω τον πίνακα της προπαίδειας του 2 και του 4. Ελέγχω με τα δάχτυλα.

φορές	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
το 2	0	2	4									

φορές	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
το 4	0	4	8									

● Τι παρατηρούμε για τα γινόμενα κάθε ζευγαριού;

$2 \times 2 = \square$	$3 \times 2 = \square$	$4 \times 2 = \square$	$5 \times 2 = \square$	$6 \times 2 = \square$
$2 \times 4 = \square$	$3 \times 4 = \square$	$4 \times 4 = \square$	$5 \times 4 = \square$	$6 \times 4 = \square$

3. Αντιστοιχίζω όσα είναι ίσα.

$4 \times 5 = \dots \bullet$

$3 \times 4 = \dots \bullet$

$8 \times 2 = \dots \bullet$

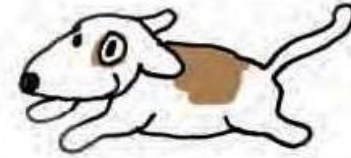
$4 \times 6 = \dots \bullet$

$\bullet 2 \times (2 \times 5) = \dots$

$\bullet 8 + 8 = \dots$

$\bullet 4 \times 3 = \dots$

$\bullet 2 \times (2 \times 6) = \dots$



Συμπέρασμα

Για να υπολογίσουμε την προπαίδεια του 2 και του 4, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το μισό ή το διπλάσιο στους υπολογισμούς μας.

Παραδείγματα: 3 φορές το 2 είναι: $2 + 2 + 2$ δηλαδή 6

3 φορές το 4 είναι: $4 + 4 + 4$ δηλαδή 12 (διπλάσιο του 6).



26

Βρίσκω την προπαίδεια του 8

Ο φούρνος του κυρ Σταμάτη

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

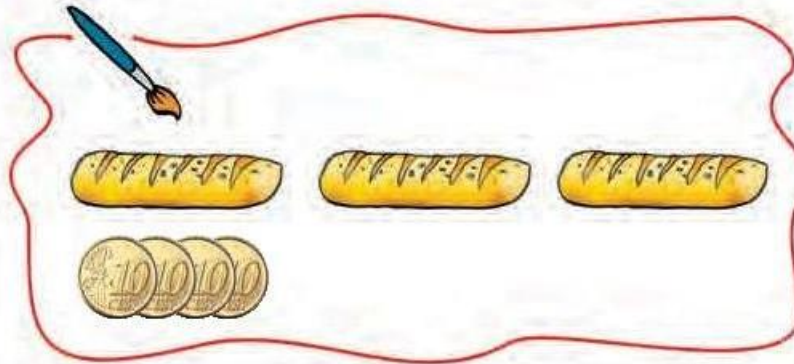
🕒 Πώς μπορούμε να βρούμε την προπαίδεια του 8;

Ο φούρνος του κυρ Σταμάτη είναι διάσημος. Είναι παραδοσιακός φούρνος με ξύλα. Στο ψωμί δε βάζουν συντηρητικά. Όλος ο κόσμος αγοράζει ψωμί. Τα ψωμιά τελειώνουν συχνά πριν από το μεσημέρι.



- Αν ένα ψωμί κοστίζει , πόσα  πρέπει να πληρώσει η γιαγιά ώστε να αγοράσει 3 ψωμιά;

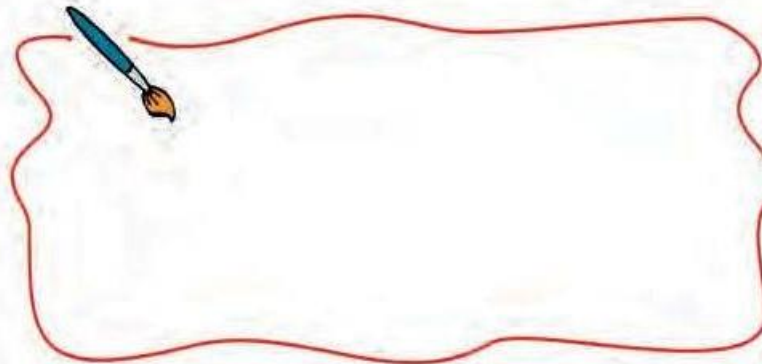
- Αν ένα ψωμί κοστίζει , πόσα  πρέπει να πληρώσει η γιαγιά ώστε να αγοράσει 3 ψωμιά;



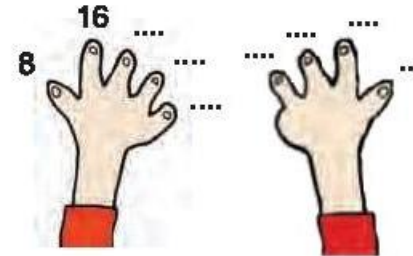
Ελέγχω με τα δάχτυλά μου.



- Ο κυρ Σταμάτης γέμισε ως τώρα 9 φορές το καλάθι με τα ψωμιά. Αν το καλάθι χωράει 8 ψωμιά, πόσες συνολικά φραντζόλες έφτιαξε μέχρι τώρα;

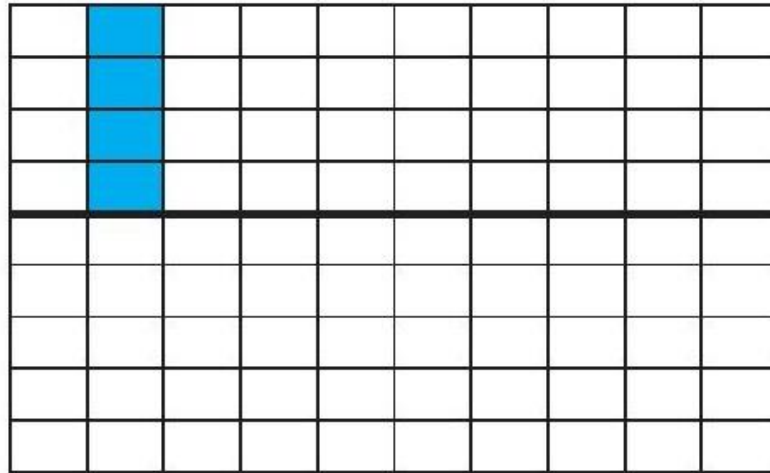


Ελέγχω με τα δάχτυλά μου.

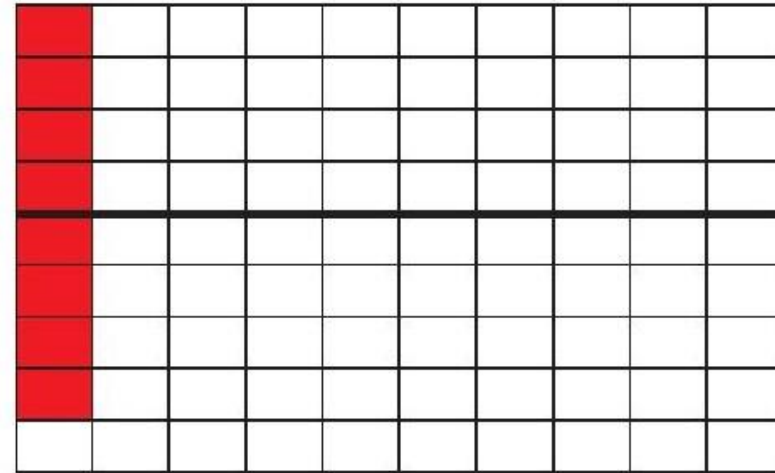


2. Σχεδιάζουμε στο πλέγμα τα γινόμενα.

$$9 \times 4 =$$



$$9 \times 8 =$$



Τι παρατηρούμε για το αποτέλεσμα;

Υπολογίζω με τα δάχτυλά μου μετρώντας ανά 7.



Υπολογίζω με τις προπαίδειες του 2 και του 5 αφού $7 = 2 + 5$.

8 φορές το 7 ή
8 φορές το $(2 + 5)$

● $8 \times 2 = \dots\dots\dots$

● $8 \times 5 = \dots\dots\dots$

Άρα, $8 \times 7 = \dots\dots\dots$



Συμπέρασμα

*Πώς μπορώ να βρω την προπαίδεια του 7 από τις προπαίδειες του 5 και του 2:
Σπάω το 7 σε $5 + 2$, κάνω τις προπαίδειες του 5 και του 2, και μετά προσθέτω.*

$$\text{Παράδειγμα: } 6 \times 7 = 6 \times (5 + 2) \quad \left. \begin{array}{l} 6 \times 5 = 30 \\ 6 \times 2 = 12 \end{array} \right\} \boxed{42} \quad \text{δηλαδή } 6 \times 7 = \boxed{42}$$

28

Βρίσκω την προπαίδεια του 3 και του 6

Παιχνίδια και σπαζοκεφαλιές

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

🕒 Πώς μπορούμε να φτιάξουμε την προπαίδεια του 6;

Η Αλεξάνδρα κάλεσε το Σάββατο το απόγευμα τους φίλους της να παίξουν.



Για να φτιάξω Δ υπολογίζω με την προπαίδεια του 3 και συμπληρώνω.



Για τα διπλά τρίγωνα χρειαζόμαστε διπλάσια ξυλάκια! Υπολογίζω με την προπαίδεια του 6 και συμπληρώνω.



29

Βρίσκω την προπαίδεια του 9 και του 11

Κατασκευές

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

🕒 Αν ξέρουμε την προπαίδεια του 10, ποιες άλλες προπαίδειες μπορούμε να βρούμε εύκολα;

Στην τάξη του Χρήστου τα παιδιά διαγωνίζονται σε φανταστικές κατασκευές και παιχνίδια με ξυλάκια αρίθμησης. Προσπαθώ και εγώ με την ομάδα μου να τα φτιάξω.



• Πόσα ξυλάκια χρειάζονται για να φτιάξουμε:

• ένα καραβάκι



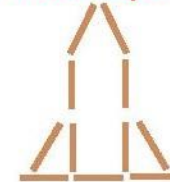
.... ξυλάκια

• ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο



.... ξυλάκια

• έναν πύραυλο



.... ξυλάκια



Η ομάδα μου έφτιαξε
3 πυραύλους.
Χρησιμοποιήσαμε 33 ξυλάκια.



Η δική μου ομάδα έφτιαξε
7 καραβάκια και
χρησιμοποίησε 63 ξυλάκια.




Η δική μου ομάδα έφτιαξε
6 παραλληλόγραμμα και
χρησιμοποίησε 60 ξυλάκια.



Υπολόγισαν όλα τα παιδιά σωστά;
Συζητάμε στην τάξη άλλους τρόπους για να ελέγξουμε τις απαντήσεις μας.

Η προπαίδεια του 9 και του 11 αξιοποιώντας την προπαίδεια του 10. Επιμερισμός του παλλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και την αφαίρεση.

- Για τα 7 караβάκια:



$7 \times 9 = \dots$
 $9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 = \dots$

Θα χρησιμοποιήσω την προπαίδεια του 9. Υπολογίζω μετρώντας ανά 9.

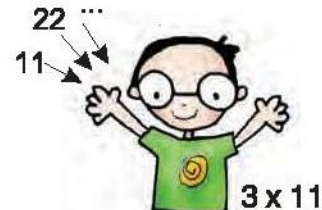
Κι εγώ θα υπολογίσω, αλλά με τη βοήθεια της προπαίδειας του 10, γιατί $9 = 10 - 1$.

$$7 \times 9$$

δηλαδή $7 \times (10 - 1)$
ή $(7 \times 10) - (7 \times 1)$
ή $\dots - 7 = \dots$



- Για τους 3 πυραύλους:



$3 \times 11 = \dots$
 $11 + 11 + 11 = \dots + 11 = \dots$

Μετρώ ανά 11 ή χρησιμοποιώ την προπαίδεια του 11.

Υπολογίζω με τη βοήθεια της προπαίδειας του 10, γιατί $11 = 10 + 1$.

$$3 \times 11$$

$3 \times (10 + 1)$
 $(3 \times 10) + (3 \times 1)$
ή $\dots + \dots = \dots$



- Για τα 6 παραλληλόγραμμα:

$$6 \times \square = \square$$

- Ποια ομάδα χρησιμοποίησε περισσότερα ξυλάκια;



Εργασίες

1. Συμπληρώνω τις κάθετες προσθέσεις.

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ \Delta M \\ 25 \\ + 9 \\ \hline 34 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ \Delta M \\ 35 \\ + 19 \\ \hline \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ \Delta M \\ 45 \\ + 29 \\ \hline \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ \Delta M \\ \dots 5 \\ + 9 \\ \hline 6 \dots \end{array}$$

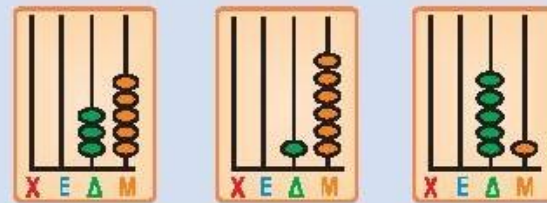
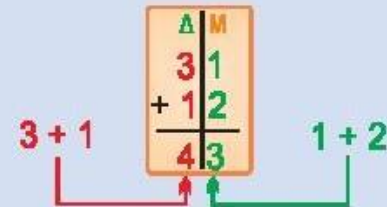
Εξοικείωση με τον αλγόριθμο της κάθετης πρόσθεσης /
Επαλήθευση με ναερούς υπολογισμούς και αφαίρεση.

Συμπέρασμα

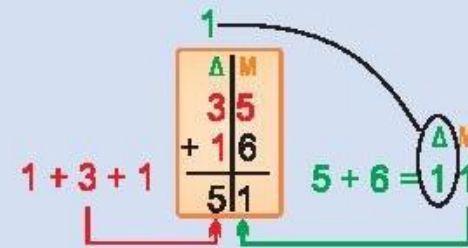
Όταν κάνουμε κάθετες πράξεις, προσέχουμε να τοποθετούμε τις μονάδες και τις δεκάδες τη μία κάτω από την άλλη, όπως στον άβακα. Προσθέτουμε πρώτα τις μονάδες και μετά τις δεκάδες. Αν οι μονάδες που προσθέσαμε ξεπερνούν τη δεκάδα, έχουμε κρατούμενο και το προσθέτουμε στη συνέχεια στη στήλη των δεκάδων.



$$31 + 12 = 43$$



$$35 + 16 = 51$$



35

Υπολογίζω ένα αποτέλεσμα κάνοντας κάθετη αφαίρεση με δανεικό (α)

Στο κατάστημα με τα κατοικίδια ζώα

Δραστηριότητα - Ανακάλυψη

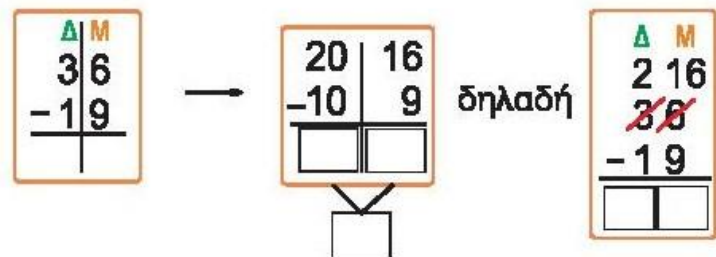
🕒 Πώς μπορούμε να αφαιρέσουμε κάθετα έναν αριθμό από έναν άλλο;

Ο Μιχάλης ζήτησε από τους γονείς του ως δώρο για τα γενέθλιά του ψαράκια. Πήγαν μαζί να τα αγοράσουν στο κατάστημα με τα κατοικίδια ζώα.



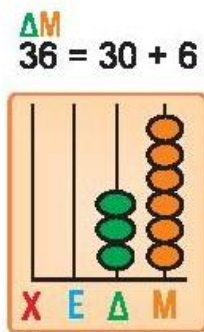
- Πόσα κόκκινα ψαράκια ήταν στην αρχή στη γυάλα;
- Πόσα κόκκινα ψαράκια έμειναν μετά; Δείχνω στον άβακα.

- Υπολογίζω με κάθετη αφαίρεση.

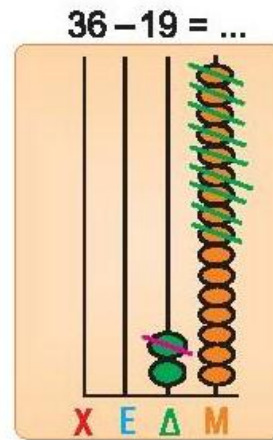
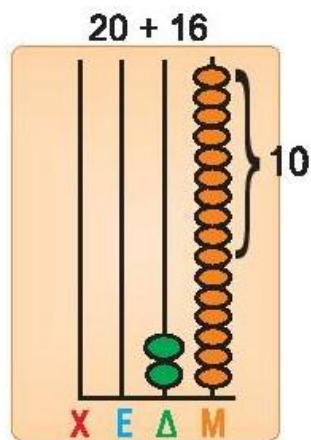


Από τα 6 δεν μπορούμε να βγάλουμε 9! Γι' αυτό παίρνω μια δεκάδα: αναλύω το 36 σε $20 + 16$. Τώρα μπορώ να βγάλω τις 9 μονάδες από τις 16 μονάδες, γιατί $16 - 9 = 7$.

- Δείχνω στον άβακα.



ή



- Επαληθεύω με πρόσθεση $17 + 19 = \dots$

Συμπέρασμα

Όταν κάνουμε υπολογισμούς με κάθετη αφαίρεση, αφαιρούμε πρώτα τις μονάδες από τις μονάδες. Αν δεν μπορούμε να το κάνουμε, αναλύουμε τον αριθμό και δανειζόμαστε 10 μονάδες από τις δεκάδες ώστε να μπορεί να γίνει η αφαίρεση.

Παράδειγμα: $91 - 36$

$$\begin{array}{r} \Delta \text{ M} \\ 91 \\ -36 \\ \hline \end{array}$$

από το 1
δε βγαίνει
το 6

$$\begin{array}{r|l} 80 & 11 \\ -30 & 6 \\ \hline 50 & 5 \\ & \swarrow \searrow \\ & 5 & 5 \end{array}$$

ή

$$\begin{array}{r} \Delta \text{ M} \\ 8 \quad 11 \\ \quad \cancel{9} \quad \cancel{1} \\ -36 \\ \hline 55 \end{array}$$

- Ελέγχω με κάθετες πράξεις.

1ος τρόπος:
πρόσθεση

Ε	Δ	Μ
□	□	
+	□	□
1 0 0		



Μπερδεύομαι όταν έχω να βγάλω από το 0 άλλον αριθμό.

2ος τρόπος:
αφαίρεση

Ε	Δ	Μ
1	0	0
-	□	□
□ □		

Και εγώ μπερδεύομαι, και γι' αυτό χρησιμοποιώ το υλικό για τις δεκάδες και τις μονάδες.

3ος τρόπος:
αφαίρεση

Ε	Δ	Μ
1	0	0
-	□	□
□ □		



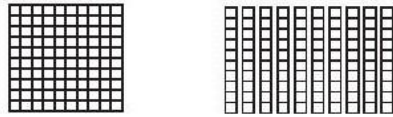
Παρατηρώ τον τρόπο που χρησιμοποιεί ο Μανώλης:



Ενότητα 6

100 - 59

1 εκατοντάδα = 10 δεκάδες



1 δεκάδα = 10 μονάδες



■ 1ος τρόπος

	E	Δ	M
Έχω 10 δεκάδες.			
Βγάζω 5 δεκάδες 9 μονάδες.			

Έμειναν 4 δεκάδες και 1 μονάδα.



	E	Δ	M
Έχω 100 μονάδες.			
Βγάζω 59 μονάδες.			

	E	Δ	M
Έχω 9 δεκάδες 10 μονάδες.			
Βγάζω 5 δεκάδες 9 μονάδες.			

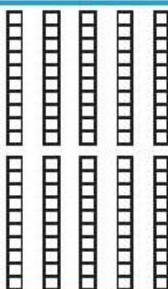
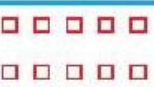
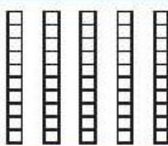

10 μονάδες βγάλω 9 = 1

9 δεκάδες βγάλω 5 = 4

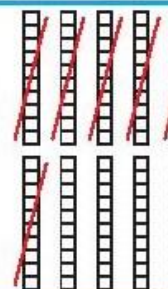
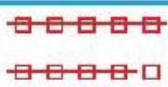
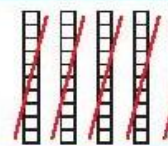
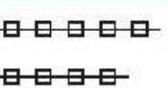
$$\begin{array}{r} 9 \ 10 \\ \cancel{100} \\ - 59 \\ \hline \end{array}$$

.....

■ 2ος τρόπος

	Ε	Δ	Μ
Έχω 10 δεκάδες και δανείζομαι άλλη μία.			
Βγάζω 59 και επιπλέον τη δεκάδα που δανείστηκα.			

→

	Ε	Δ	Μ
Έμειναν 4 δεκάδες και 1 μονάδα.			
			

$$\begin{array}{r}
 10 \text{ μονάδες βγάλω } 9 = 1 \\
 5 \text{ και } 1 \text{ το κρατούμενο} = 6 \\
 10 \text{ δεκάδες βγάλω } 8 = 4 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 100 \\
 - 59 \\
 \hline
 41
 \end{array}
 \end{array}$$

Συμπέρασμα

Υπάρχει και άλλος τρόπος να κάνουμε κάθετη αφαίρεση:

- Το 9 δε βγαίνει από το 0. Γι' αυτό, δανείζομαι 1 δεκάδα (10 μονάδες).
- Το 9 βγαίνει από το 10 και περισσεύει 1.
- Μία η δανεική δεκάδα και οι 5 δεκάδες που έχουμε μας κάνουν 6 δεκάδες.
- Το 6 βγαίνει από το 10 και περισσεύουν 4 δεκάδες.

$$\begin{array}{r}
 \text{Ε} \quad \text{Δ} \quad \text{Μ} \\
 100 \\
 - 59 \\
 \hline
 41
 \end{array}$$

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1										
2		4									
3			9								
4				16							
5					25						
6						36					
7							49				
8								64			
9									81		
10										100	
11											121

