**Επί συναρτήσεις (γενικός περίπτωση).**

**|A| = μ, |Β| = ν (μ**$ \geq $$ν$**) .**

**Προφανώς οι επί συναρτήσεις φ: A**→**B είναι όλες εκτός από αυτές που δεν είναι επί. Άρα πρέπει να ξέρω πόσες δεν είναι επί;**

**Γιατί κάποια τέτοια συνάρτηση φ: A**→**B να μην είναι επί;**

**Γιατί υπάρχει τουλάχιστον ένα στοιχείο β του Β χωρίς ταίρι στο Α. Άρα ορίζω ως Xβ το σύνολο των συναρτήσεων φ: A**→**B που αφήνουν το β** $\in $**Β χωρίς ταίρι.**

**Τότε είναι φανερό ότι το πλήθος των συναρτήσεων φ: A**→**B που ΔΕΝ είναι επί είναι ο πληθικός αριθμός της ένωσης όλων των Xβ (με β** $\in $**Β), δηλ. |** $\bigcup\_{β\in Β}^{}Χ\_{β}$**|.**

**Άρα το πλήθος των ΕΠΙ συναρτήσεων φ: A**→**B ισούται με:**

 **νμ ‒ |** $\bigcup\_{β\in Β}^{}Χ\_{β}$**| .**

**Παράδειγμα. |Α| = 4, |Β| = 3. (Β = {Ε, Φ, Γ}).**

**Οι συναρτήσεις που δεν είναι επί συναρτήσεις**

**|**$Χ\_{Ε }∪ Χ\_{F }∪ Χ\_{G }$**| = |**$Χ\_{Ε }$**| + |**$Χ\_{F }$**| + |**$Χ\_{G }$**| ‒ |**$Χ\_{Ε }∩Χ\_{F }$**| ‒ |**$Χ\_{Ε }∩Χ\_{G }$**| ‒ |**$Χ\_{G }∩Χ\_{F }$**| + |**$Χ\_{Ε }∩ Χ\_{F }∩Χ\_{G }$**| = 24 + 24 + 24 ‒ 14 ‒ 14‒ 14 + 0 = 3∙24‒3∙14.**

**Άρα όλες οι επί είναι**

**34‒ (3∙24‒3∙14) = 34‒ 3∙24 + 3∙14 = 81‒ 48 + 3 = 36.**

**Γενικά, αν μ = |Α| ≥ |Β| = ν, το πλήθος των επί συναρτήσεων φ: Α**→ **Β δίνεται από τον τύπο: νμ – νΣ1 ∙ (ν –1)μ + νΣ2 ∙ (ν –2)μ – . . . + (–1)ν-1 ∙ νΣν-1 ∙1μ.**

****

**Παράδειγμα. |Α| = 7, |Β| = 5.**

1. **Πόσες είναι όλες οι συναρτήσεις φ:Α**→**Β; 57.**
2. **Πόσες είναι όλες οι συναρτήσεις ψ:Β**→**Α; 75.**
3. **Πόσες είναι όλες οι αμφί συναρτήσεις ψ:Β**→**Α;**

**7Δ5 = 7∙6∙5∙4∙3 = 210∙12 = 360∙7 = 2520**

1. **Πόσες είναι όλες οι αμφί συναρτήσεις φ:Α**→**Β; 0**
2. **Πόσες είναι όλες οι επί συναρτήσεις ψ:Β**→**Α; 0**
3. **Πόσες είναι όλες οι επί συναρτήσεις φ:Α**→**Β;**

**57 – 5Σ1 ∙ 47 + 5Σ2 ∙ 37 – 5Σ3 ∙ 27 + 5Σ4 ∙ 17 =**

**57 – 5∙47 + 10 ∙ 37 – 10 ∙ 27 + 5∙ 17 = 78125–81920+21870–1280+5 = 100000 –83200 = 16800.**