Εισαγωγή στη Λογική και την Κριτική Σκέψη ΠΤΔΕ 2920

1. Δείξε ότι το παρακάτω επιχείρημα είναι άκυρο, βρίσκοντας μία κατάσταση στην οποία αληθεύουν οι προκείμενες αλλά δεν αληθεύει το συμπέρασμα.

$$\frac{p \vee (r \rightarrow s),\ r,\ p \rightarrow q,}{s}$$

Επαλήθευση (ότι στην κατάσταση Κ όλες οι προκείμενες είναι αληθείς αλλά το συμπέρασμα ψευδές, δηλ. ότι το επιχείρημα είναι άκυρο).

Κ : p: Α, q: Α, r: Α, s: Ψ.

Άρα $r \rightarrow s$: Ψ και $p \vee (r \rightarrow s)$: Α

Άρα $p \rightarrow q$: Α, r: Α, $p \vee (r \rightarrow s)$: Α, (όλες οι προκείμενες αληθείς), το συμπέρασμα s: Ψ. Άρα επιχείρημα άκυρο.

ΠΡΑΓΜΑΤΙΣΤΙΚΑ

Έστω s: Ψ και έστω όλες οι προκείμενες αληθείς. Άρα r: Α. Τότε για να είναι η πρώτη προκείμενη αληθής (αφού $r \rightarrow s$: Ψ) πρέπει p: Α. Τότε αν πάρω και q: Α, όλες οι προκείμενες είναι αληθείς.

ΔΕΝΔΡΑ

<table>
<tr><td colspan="10">ΣΑΕ = $\{ p \vee (r \rightarrow s),\ r,\ p \rightarrow q,\ \neg s\}$</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>r</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>$\neg s$</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="3">p</td><td></td><td colspan="6">$r \rightarrow s$</td></tr>
<tr><td>$\neg p$</td><td></td><td>q</td><td></td><td colspan="3">$\neg r$</td><td colspan="3">s</td></tr>
<tr><td>#</td><td></td><td></td><td></td><td colspan="3">#</td><td colspan="3">#</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td colspan="3"></td><td colspan="3"></td></tr>
</table>

Αλλιώς,

<table>
<tr><td colspan="10">ΣΑΕ = $\{ p \vee (r \rightarrow s),\ r,\ p \rightarrow q,\ \neg s\}$</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>r</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>$\neg s$</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="3">p</td><td></td><td colspan="6">$r \rightarrow s$</td></tr>
<tr><td>$\neg p$</td><td></td><td>q</td><td></td><td colspan="3">$\neg p$</td><td colspan="3">q</td></tr>
<tr><td>#</td><td></td><td></td><td></td><td>$\neg r$</td><td colspan="2">s</td><td colspan="2">¬r</td><td>s</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>#</td><td colspan="2">#</td><td colspan="2">#</td><td>#</td></tr>
</table>

2. Μελέτησε την εγκυρότητα του επιχειρήματος:

$$\frac{\forall x \neg \varphi(x) \rightarrow \forall x \psi(x)}{\forall x(\varphi(x) \rightarrow \psi(x))}$$

<table>
<tr><td colspan="4" align="center">ΣAE = { $\forall x \neg \varphi(x) \rightarrow \forall x \psi(x), \neg (\forall x(\varphi(x) \rightarrow \psi(x)))$}
{ $\forall x \neg \varphi(x) \rightarrow \forall x \psi(x), \exists x \neg (\varphi(x) \rightarrow \psi(x))$}</td></tr>
<tr><td colspan="4" align="center">$\neg (\varphi(\alpha) \rightarrow \psi(\alpha))$}</td></tr>
<tr><td colspan="4" align="center">$\varphi(\alpha)$</td></tr>
<tr><td colspan="4" align="center">$\neg \psi(\alpha)$</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">$\exists x \varphi(x)$</td><td align="center">$\forall x \psi(x)$</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">$\varphi(\beta)$</td><td align="center">$\psi(\alpha)$</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td align="center">#</td></tr>
</table>

K: [{α, β} : $\varphi(\beta)$, $\varphi(\alpha)$, $\neg \psi(\alpha)$]

Αλλιώς,

$$\frac{\exists x \varphi(x) \rightarrow \forall x \psi(x)}{\forall x(\varphi(x) \rightarrow \psi(x))}$$

<table>
<tr><td colspan="5" align="center">ΣAE = { $\exists x \varphi(x) \rightarrow \forall x \psi(x), \neg (\forall x(\varphi(x) \rightarrow \psi(x)))$}
{ $\exists x \varphi(x) \rightarrow \forall x \psi(x), \exists x \neg (\varphi(x) \rightarrow \psi(x))$}
{ $\exists x \varphi(x) \rightarrow \forall x \psi(x), \exists x(\varphi(x) \wedge \neg \psi(x))$}</td></tr>
<tr><td colspan="5" align="center">$\varphi(\alpha) \wedge \neg \psi(\alpha)$</td></tr>
<tr><td colspan="5" align="center">$\varphi(\alpha)$</td></tr>
<tr><td colspan="5" align="center">$\neg \psi(\alpha)$</td></tr>
<tr><td align="center">$\neg (\exists x \varphi(x))$</td><td></td><td></td><td align="center">$\forall x \psi(x)$</td><td></td></tr>
<tr><td align="center">$\forall x \neg \varphi(x)$</td><td></td><td></td><td align="center">$\psi(\alpha)$</td><td></td></tr>
<tr><td align="center">$\neg \varphi(\alpha)$</td><td></td><td></td><td align="center">#</td><td></td></tr>
<tr><td align="center">#</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

3. Να μεταγράψεις στην πρωτοβάθμια λογική των σχέσεων τον αριστοτελικό συλλογισμό τρόπου Ε, Ι, Ι στο δεύτερο σχήμα. Στη συνέχεια να μελετήσεις αν είναι έγκυρος ή άκυρος με τη βοήθεια της τεχνικής των δένδρων.

Κ Ε Μ
Υ Ι Μ
Υ Ι Κ

$\forall x(K(x) \rightarrow \neg M(x))$
$\exists x(Y(x) \wedge M(x))$
$\exists x(Y(x) \wedge K(x))$

<table>
<tr><td colspan="3">ΣΑΕ= $\{\forall x\big(K(x) \rightarrow \neg M(x)\big), \exists x\big(Y(x) \wedge M(x)\big), \neg(\exists x\big(Y(x) \wedge K(x)\big))\ \}$
$\{\forall x\big(K(x) \rightarrow \neg M(x)\big), \exists x\big(Y(x) \wedge M(x)\big), \forall x \neg\big(Y(x) \wedge K(x)\big)\ \}$</td></tr>
<tr><td colspan="3">$Y(\alpha) \wedge M(\alpha)$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Υ(α)</td></tr>
<tr><td colspan="3">Μ(α)</td></tr>
<tr><td colspan="3">$K(\alpha) \rightarrow \neg M(\alpha)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\neg K(\alpha)$</td><td>$\neg M(\alpha)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\neg\big(Y(\alpha) \wedge K(\alpha)\big)$</td><td rowspan="4">#</td></tr>
<tr><td>$\neg\big(Y(\alpha)\big)$</td><td>$\neg\big(K(\alpha)\big)$</td></tr>
<tr><td>#</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

Άκυρο, αντεπιχείρημα:

Κ [{α}: Υ(α), Μ(α), $\neg\big(K(\alpha)\big)$]

ΣΗΜΕΙΩΣΗ:

ΕΙΔΟΣ ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΙΚΗΣ ΠΡΟΤΑΣΗΣ	ΜΕΤΑΓΡΑΦΗ ΣΤΗ ΓΛΩΣΣΑ ΤΗΣ ΠΡΩΤΟΤΑΞΙΑΣ ΛΟΓΙΚΗΣ ΤΩΝ ΣΧΕΣΕΩΝ
ΥΑΚ	$\forall x(Y(x) \rightarrow K(x))$
ΥΙΚ	$\exists x(Y(x) \wedge K(x))$
ΥΕΚ	$\forall x(Y(x) \rightarrow \neg K(x))$
ΥΟΚ	$\exists x(Y(x) \wedge \neg K(x))$