

- Η λογική πρόταση p είναι εν γένει μία γραμματική περίοδος που εκφράζει μια κρίση.
 - Ως κρίση ή είναι αληθής (A) ή δεν είναι αληθής, οπότε είναι ψευδής (Ψ).
- Παράδειγμα
- I. Ο χρυσός είναι μέταλλο (αληθής λογική πρόταση)
 - II. Οι ακέραιοι διαιρέτες του τρία είναι μόνον το ένα και το τρία. (αληθής λογική πρόταση)
 - III. Ο πενήντα ένα είναι πρώτος αριθμός και το τριπλάσιο του δέκα επτά είναι το πενήντα ένα. (ψευδής λογική πρόταση)
- Η λογική πρόταση p είναι αληθής αν και μόνον αν (ανν) η άρνησή της $\neg p$ είναι ψευδής.

- Ένα σύνολο λογικών προτάσεων $\Sigma = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ είναι Συνεπές, δηλαδή υπάρχει τουλάχιστον μία κατάσταση στην οποία ΟΛΕΣ οι προτάσεις του Σ είναι αληθείς
ή
Μη συνεπές (ασυνεπές), δηλαδή δεν υπάρχει κατάσταση στην οποία όλες οι προτάσεις του Σ είναι αληθείς, δηλαδή, σε κάθε κατάσταση υπάρχει τουλάχιστον μία πρόταση του Σ που είναι ψευδής
- Παράδειγμα
 - I. {Ο Γιώργος είναι ανύπαντρος, Η κόρη του Γιώργου (της προηγούμενης πρότασης) είναι δασκάλα} (συνεπές)
 - II. {Ο Γιώργος είναι ανύπαντρος, Η σύζυγος του Γιώργου (της προηγούμενης πρότασης) είναι δασκάλα} (μη συνεπές)
- Πρόταση που είναι πάντα αληθής λέγεται ταυτολογία, ενώ πρόταση που είναι πάντα ψευδής λέγεται αντινομία
 - $\{p\}$ μη συνεπές ανν σε κάθε κατάσταση η p είναι ψευδής ανν η p είναι αντινομία.
 - $\{\neg p\}$ μη συνεπές ανν σε κάθε κατάσταση η $\neg p$ είναι ψευδής ανν σε κάθε κατάσταση η p είναι αληθής ανν η p είναι ταυτολογία.

- **Επιχείρημα E** : Έγκυρο ή μη έγκυρο (άκυρο).

- Το επιχείρημα E είναι ένα σύνολο λογικών προτάσεων

$$E = \{p_1, p_2, \dots, p_n, q\} = \{p_1, p_2, \dots, p_n\} \cup \{q\}$$

για το οποίο υπάρχει ο ισχυρισμός (λογική πρόταση)

ε : Σε κάθε κατάσταση στην οποία είναι αληθείς όλες οι προτάσεις του $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$, η πρόταση q είναι επίσης αληθής.

- Οι προτάσεις του P λέγονται προκείμενες του επιχειρήματος

E, η πρόταση q λέγεται συμπέρασμα του επιχειρήματος E.

- Το επιχείρημα E

λέγεται έγκυρο αν ο ισχυρισμός (ε) είναι αληθής και

λέγεται άκυρο αν ο ισχυρισμός (ε) είναι ψευδής.

- Αν E είναι ένα επιχείρημα, το αντεπιχείρημα του E είναι ένα σύνολο λογικών προτάσεων Αντ-E,

$$\text{Αντ-E} = E = \{p_1, p_2, \dots, p_n, \neg q\} = \{p_1, p_2, \dots, p_n\} \cup \{\neg q\}$$

για το οποίο υπάρχει ο ισχυρισμός (λογική πρόταση)

ε^* : Το Αντ-E είναι συνεπές σύνολο προτάσεων.

- **ΘΕΩΡΗΜΑ:** Το επιχείρημα E είναι έγκυρο αν η ε^* είναι ψευδής αν το $\text{Αντ-}E$ είναι μη συνεπές.
 - **Απόδειξη:** Αν το E είναι έγκυρο, τότε κάθε σε κατάσταση στην οποία είναι αληθείς όλες οι προτάσεις του P αληθεύει και η q , άρα δεν υπάρχει καμία κατάσταση στην οποία να είναι αληθείς όλες οι προτάσεις του $\text{Αντ-}E$, άρα το $\text{Αντ-}E$ είναι μη συνεπές σύνολο προτάσεων και η ε^* είναι ψευδής. Αντίστροφα, αν η ε^* είναι ψευδής, το $\text{Αντ-}E$ είναι μη συνεπές σύνολο προτάσεων και άρα σε κάθε κατάσταση που αληθεύουν όλες οι προτάσεις του P , η $\neg q$ είναι ψευδής, δηλαδή η q είναι αληθής και άρα το επιχείρημα E είναι έγκυρο.
 - **ΠΟΡΙΣΜΑ:** Το επιχείρημα E είναι άκυρο αν η ε^* είναι ψευδής αν το $\text{ΑΝΤ-}E$ είναι συνεπές.
 - Επομένως η Λογική που ορίστηκε ως ο γνωστικός κλάδος που μελετά την εγκυρότητα των επιχειρημάτων θα μπορούσε να οριστεί και ως ο γνωστικός κλάδος που μελετά τη συνέπεια των συνόλων λογικών προτάσεων.
- Ερωτηματική παρατήρηση: Το επιχείρημα $E = \{p_1, p_2, \dots, p_n, q\} = \{p_1, p_2, \dots, p_n\} \cup \{q\}$ εντέλει είναι και αυτό ένα σύνολο

προτάσεων. Άρα καταρχήν μπορεί και αυτό να χαρακτηριστεί ως συνεπές η μη.

Τι σημαίνει να είναι το E συνεπές; Σημαίνει ότι υπάρχει τουλάχιστον μία κατάσταση στην οποία αληθεύουν όλες οι προτάσεις του, αλλά αυτός είναι προφανώς ένας ασθενέστερος ισχυρισμός από τον ϵ .

Τι σημαίνει να είναι το E μη συνεπές; Σημαίνει ότι δεν υπάρχει ούτε μία κατάσταση στην οποία να συναληθεύουν όλες οι προτάσεις του E , οπότε σε οποιαδήποτε κατάσταση αληθεύουν όλες οι προκειμένες το συμπέρασμα είναι ψευδές, αλλά αυτός είναι προφανώς ένας ισχυρισμός ισχυρότερος από τον ϵ .