

# ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ ΚΑΙ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΙΚΩΝ ΚΙΝΔΥΝΩΝ

Καθ. Θεόδωρος Καρακασίδης  
Δρ Αθανάσιος Φράγκου

Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών  
«Βιώσιμη Διαχείριση Περιβαλλοντικών Αλλαγών και  
Κυκλική Οικονομία»

# Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης (autocorrelation function)

**Αυτοσυσχέτιση:** Ο βαθμός με τον οποίο οι παρατηρήσεις σε μια χρονοσειρά εξαρτώνται η μια από την άλλη, δηλαδή κάθε παρατήρηση εξαρτάται από τις προηγούμενές της.

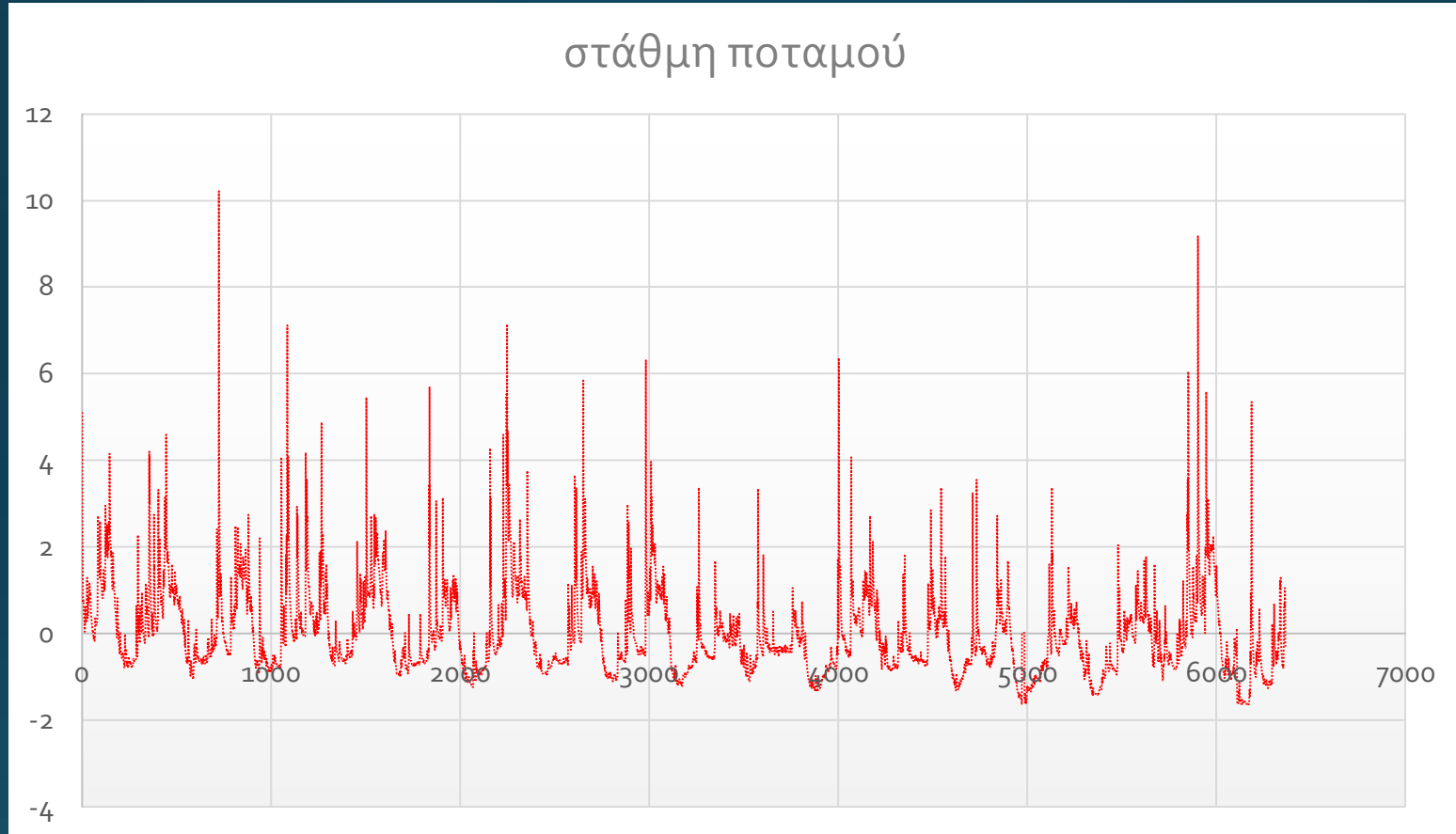
Η **Συνάρτηση Αυτοσυσχέτισης** αποτελεί ένα μέτρο συσχέτισης της χρονικής σειράς με τον εαυτό της με χρονική υστέρηση  $\tau$

$$c_{\tau} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(x_{i+\tau} - \bar{x})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

Από τη μορφή του διαγράμματος της αυτοσυσχέτισης μπορούν να εξαχθούν βασικές πληροφορίες για τη δυναμική του συστήματος, όπως κάποιες περιοδικότητες (κυρίως σε ημιτονοειδή γραφήματα) ή κατά πόσο γρήγορα αποσυσχετίζονται οι τιμές της χρονοσειράς.

# Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης παράδειγμα

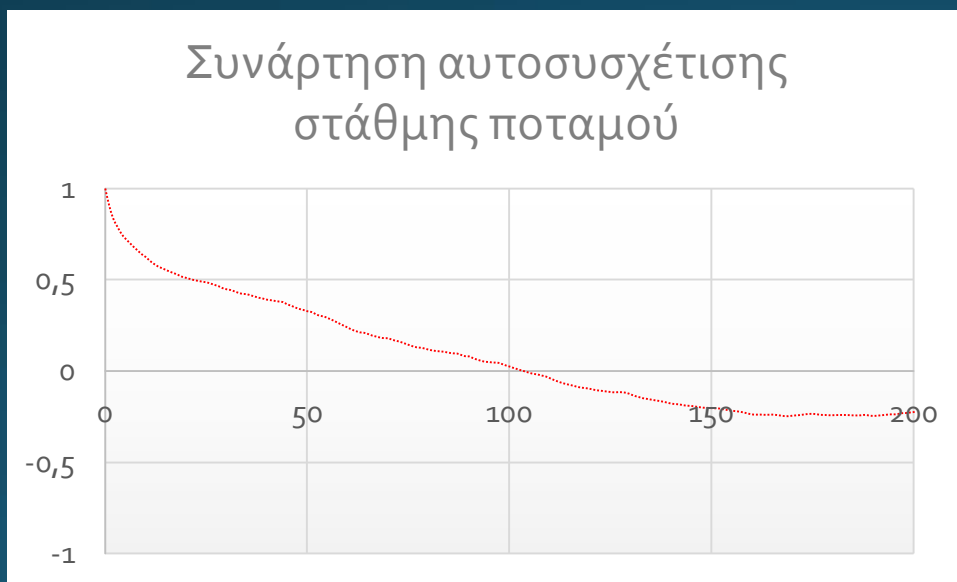
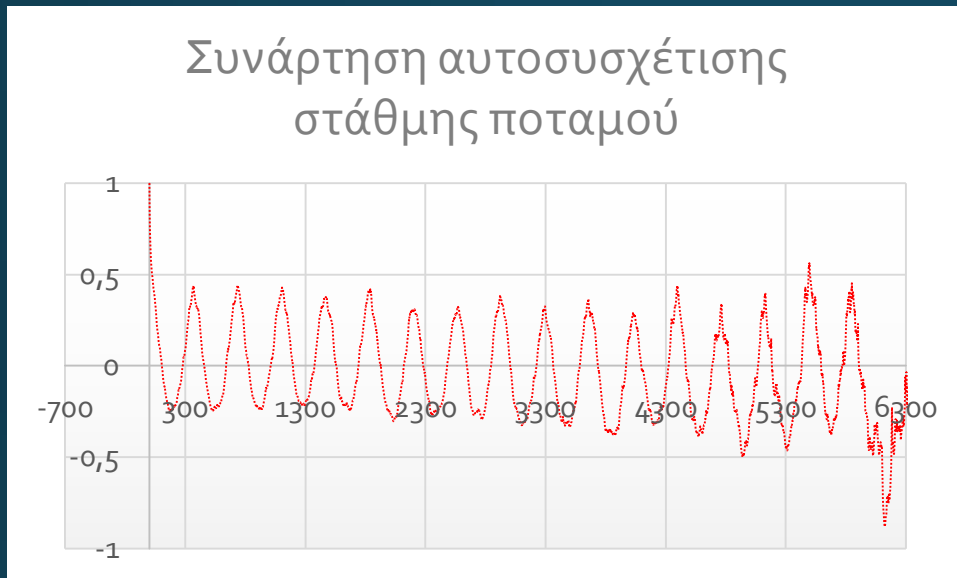
Η χρονοσειρά στάθμης ποταμού



Παρατηρούνται περιοδικότητες

# Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης παράδειγμα

## Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης στάθμης ποταμού



Οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης τείνουν να μηδενιστούν σε Αργές χρονικές υστερήσεις - > **Σχετικά αργή αποσυσχέτιση** των μετρήσεων της χρονοσειράς.

**Ζουμ**

Επιπλέον διαφαίνεται η περιοδικότητα της χρονοσειράς

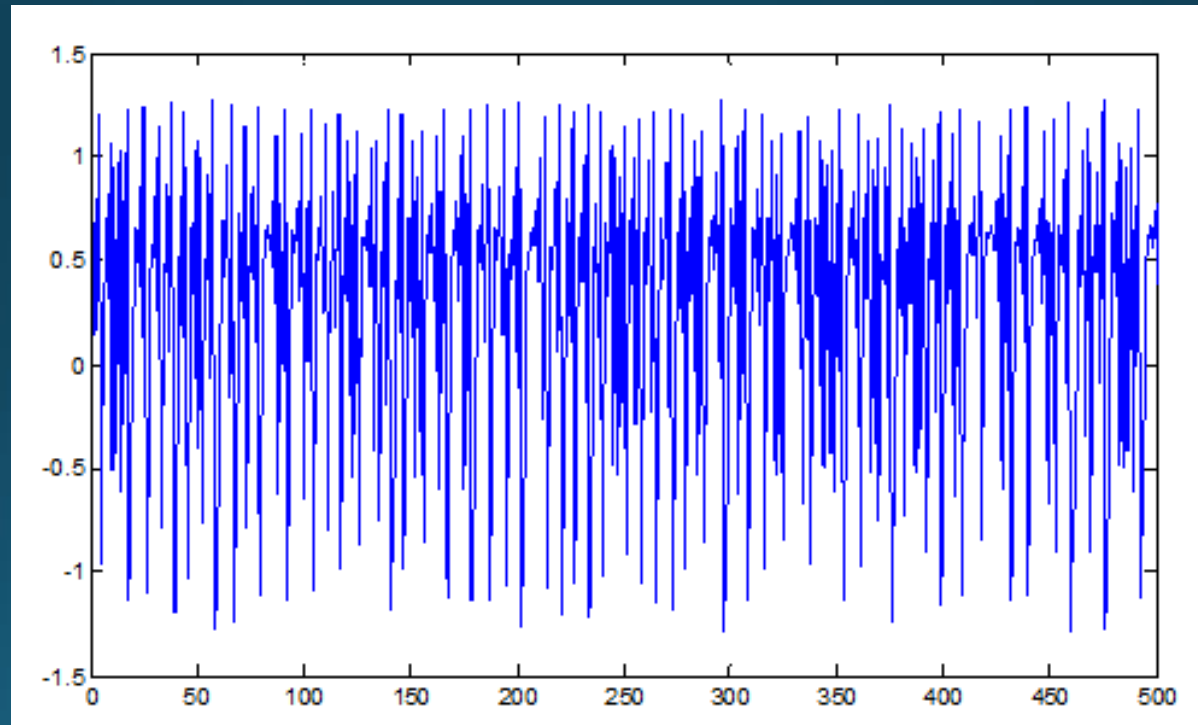
# Αυτοσυσχέτιση

Η χρονοσειρά HENON προέρχεται από τη λύση του συστήματος εξισώσεων διαφορών ( 5000 σημεία)

$$x_{n+1} = 1 - ax_n^2 + by_n$$

$$y_{n+1} = x_n$$

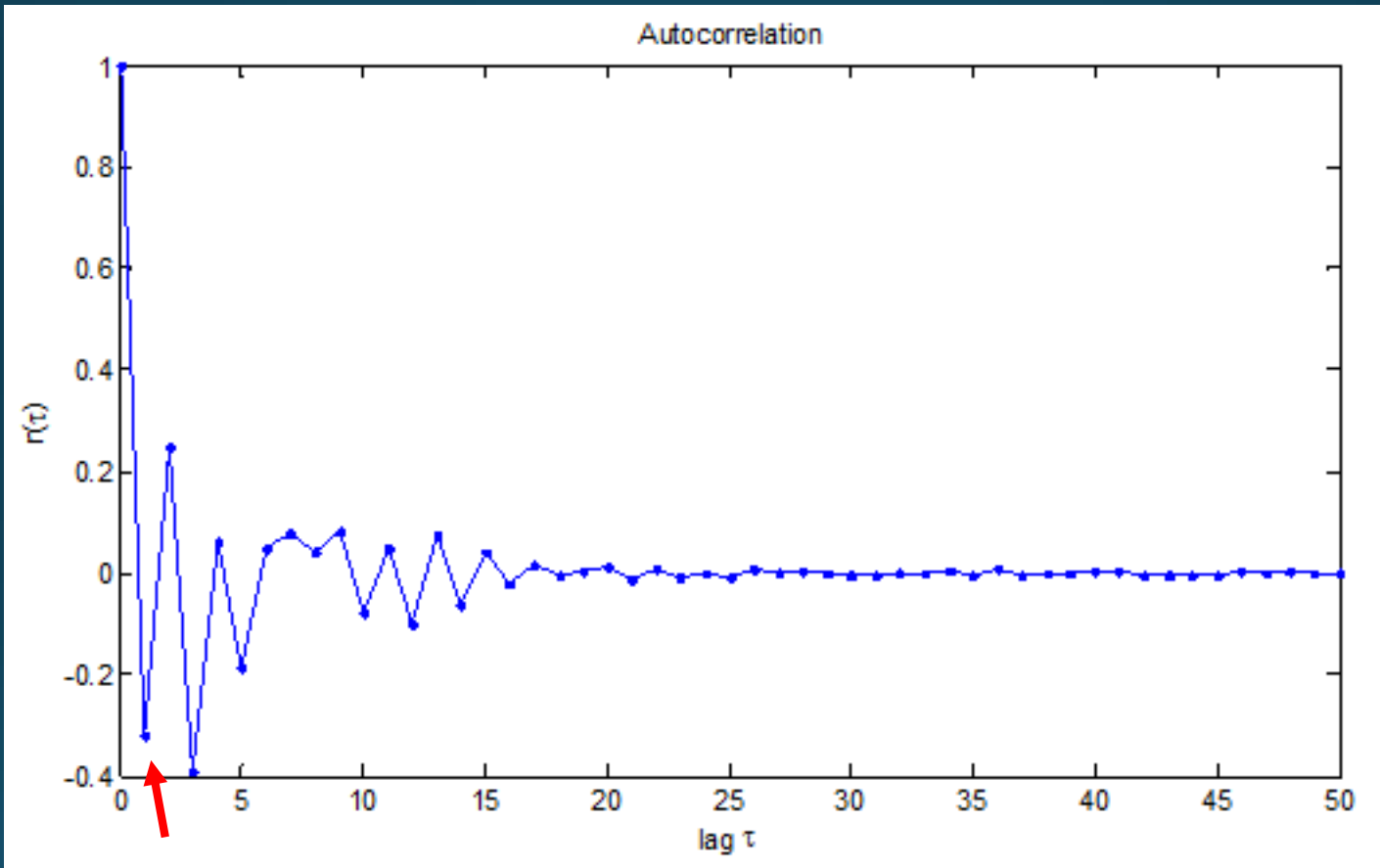
$a = 1.4$  και  
 $b = 0.3$



Υπολογισμός της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης (50 χρονικές υστερήσεις)

# Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης παράδειγμα

Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης της απεικόνισης της χρονοσειράς HENON



Οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης τείνουν να μηδενιστούν σε σύντομες χρονικές υστερήσεις -> **γρήγορη αποσυσχέτιση** των μετρήσεων της χρονοσειράς

# Η συνάρτηση αμοιβαίας πληροφορίας (Mutual Information)

Η **Αμοιβαία Πληροφορία (mutual Information)** δύο μεταβλητών  $X, Y$  είναι το μέτρο με το οποίο μπορούμε να ποσοτικοποιήσουμε την **αμοιβαία εξάρτηση** των δύο αυτών μεταβλητών

$$I(X, Y) = \sum_{y \in Y} \sum_{x \in X} p(x, y) \log \left( \frac{p(x, y)}{p_1(x)p_2(y)} \right)$$

Όπου  $p(x, y)$  η συνάρτηση κατανομής πιθανότητας των  $X, Y$  και οι  $p_1(x), p_2(y)$  οι συναρτήσεις πιθανότητας των  $X$  και  $Y$  αντίστοιχα.

Η Συνάρτηση Αμοιβαίας Πληροφορίας μας αποδίδει την πληροφορία που κατανέμεται μεταξύ των  $X$  και  $Y$ , δηλαδή το κατά πόσο αρκετή πληροφορία υπάρχει για να «αναγνωρισθεί» η μία μεταβλητή, έτσι ώστε να μην «αναγνωρίζεται» η άλλη.

**Συμπερασματικά**, εάν  $I(X, Y) = 0$  τότε οι δύο μεταβλητές είναι ανεξάρτητες, ενώ εάν  $I(X, Y) > 0$ , τότε η μία μεταβλητή εξαρτάται από την άλλη.

## Η αμοιβαία πληροφορία στις χρονοσειρές

Για τις χρονοσειρές η **Αμοιβαία Πληροφορία (mutual Information)** αφορά στις επιμέρους μετρήσεις της χρονοσειράς και το ρόλο των μεταβλητών παίζουν οι μετρήσεις  $x_i, x_{i-\tau}$ . Οπότε η συνάρτηση παίρνει τη μορφή

$$I(\tau) = I(x_i, x_{i-\tau})$$

με τιμές πάντα θετικές.

Το **πρώτο ελάχιστο** της  $I(\tau)$  δηλώνει την χρονική υστέρηση για την επαρκή πληροφορία που ήδη έχουμε για τη επόμενη κατάσταση  $x_i$  αν γνωρίζουμε τη προηγούμενη κατάσταση  $x_{i-\tau}$ .



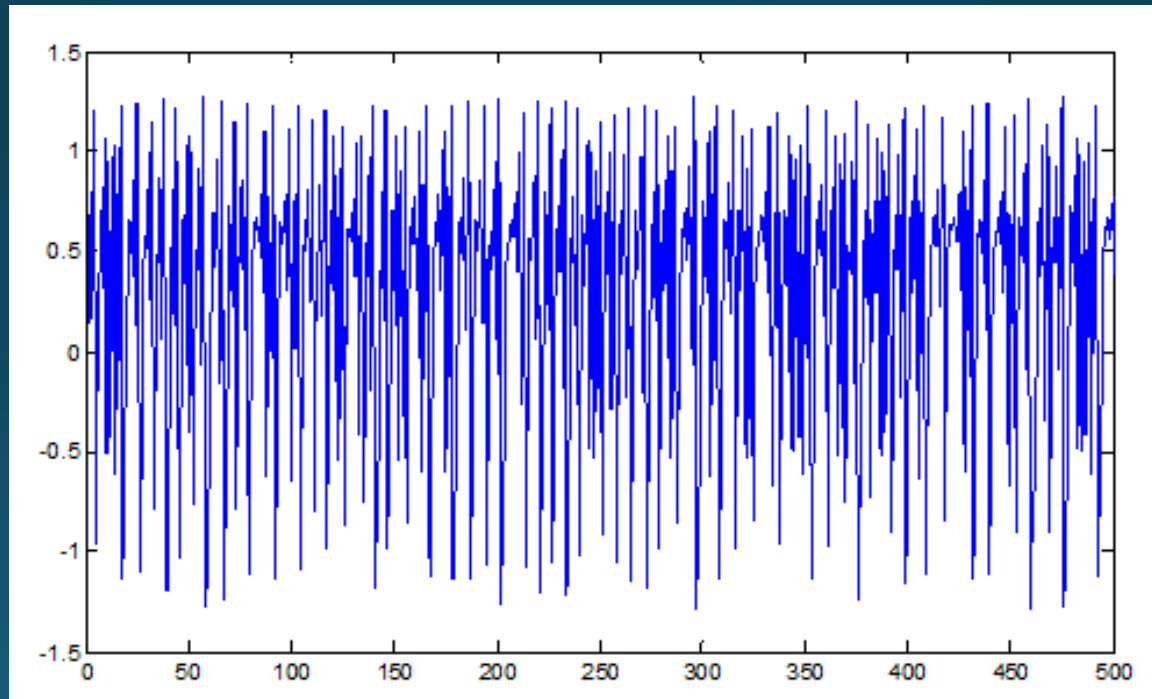
# Αμοιβαία Πληροφορία

## Χρονοσειρά του HENON

$$x_{n+1} = 1 - ax_n^2 + by_n$$

$$y_{n+1} = x_n$$

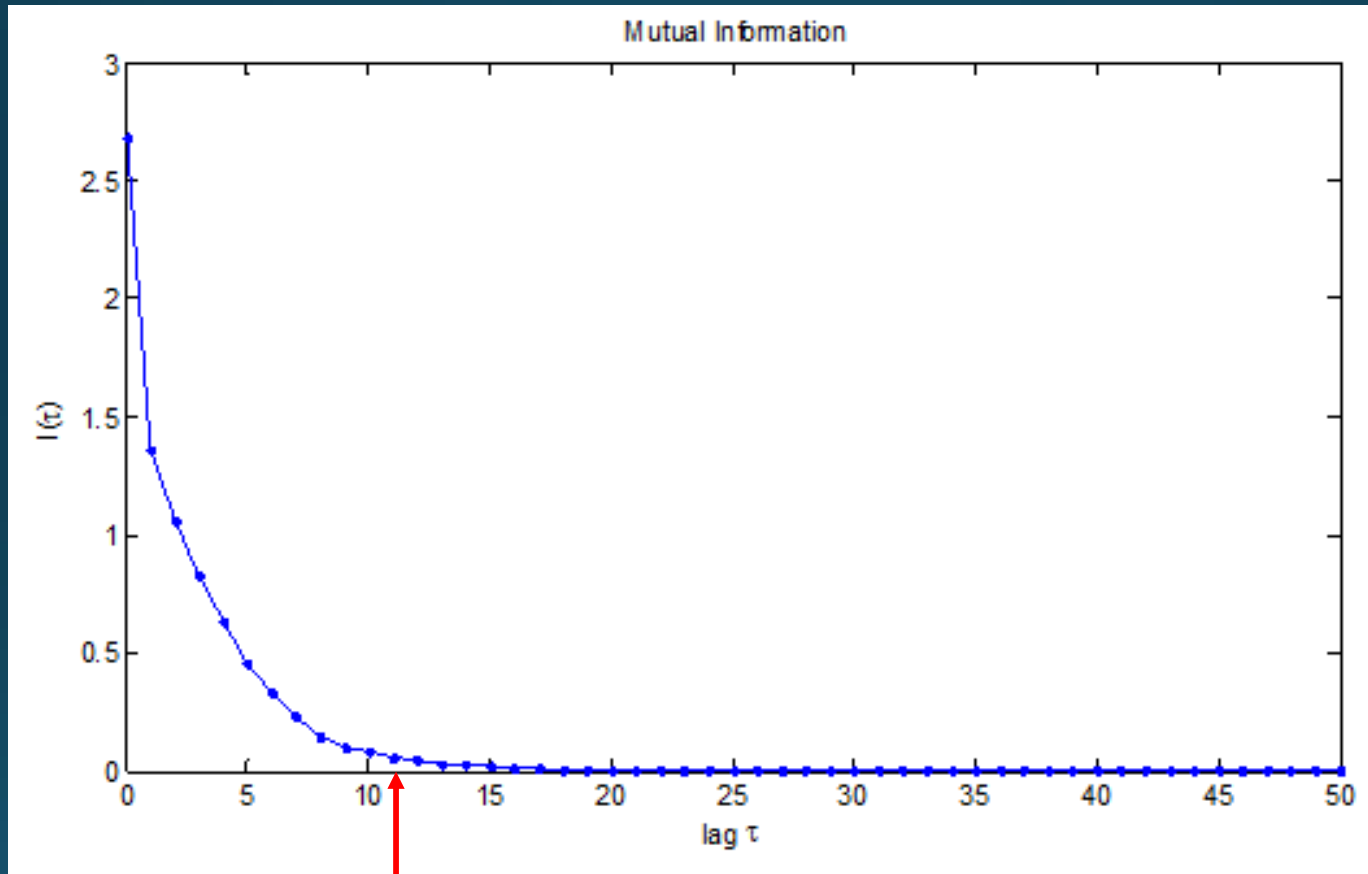
$a = 1.4$  και  
 $b = 0.3$



Υπολογισμός της αμοιβαίας πληροφορίας για 50 χρονικές υστερήσεις

# Η αμοιβαία πληροφορία για την απεικόνιση Henon

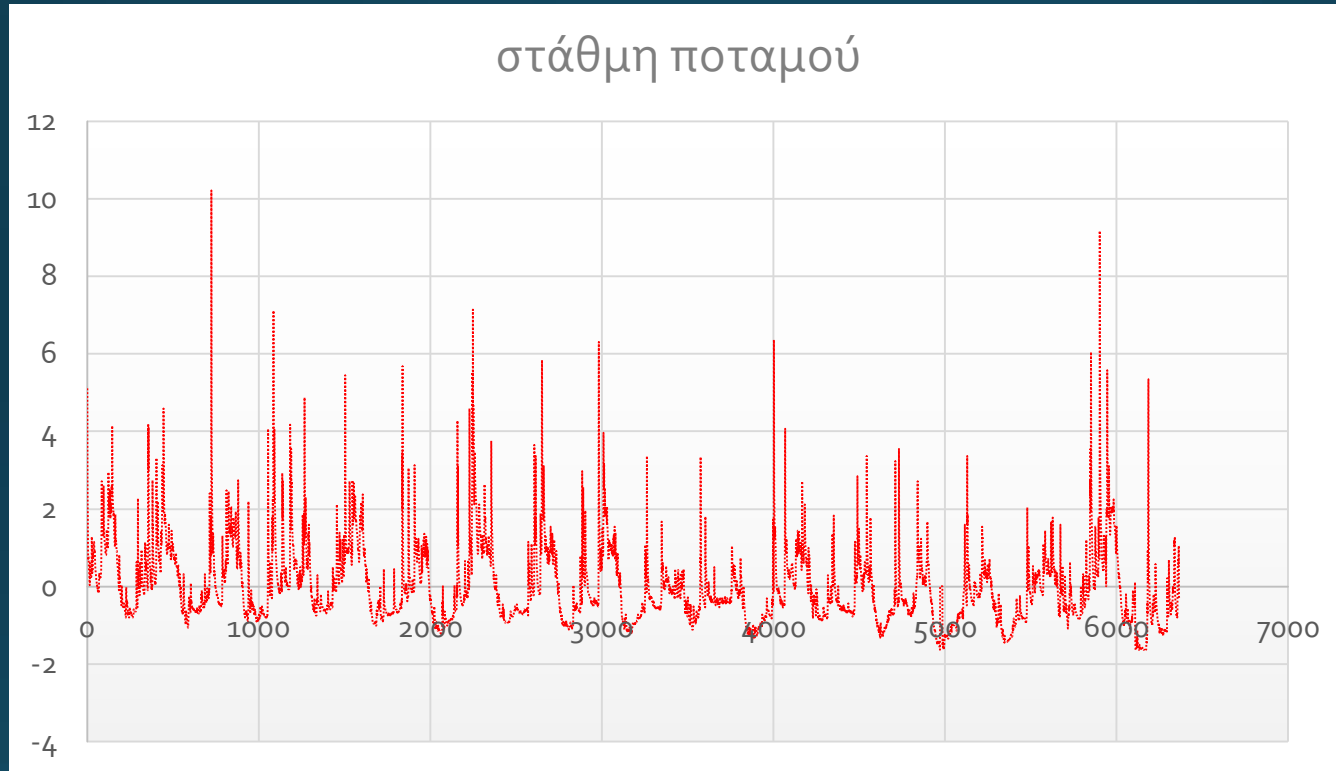
Για την χρονοσειρά του HENON η συνάρτηση αμοιβαίας πληροφορίας για 50 χρονικές υστερήσεις



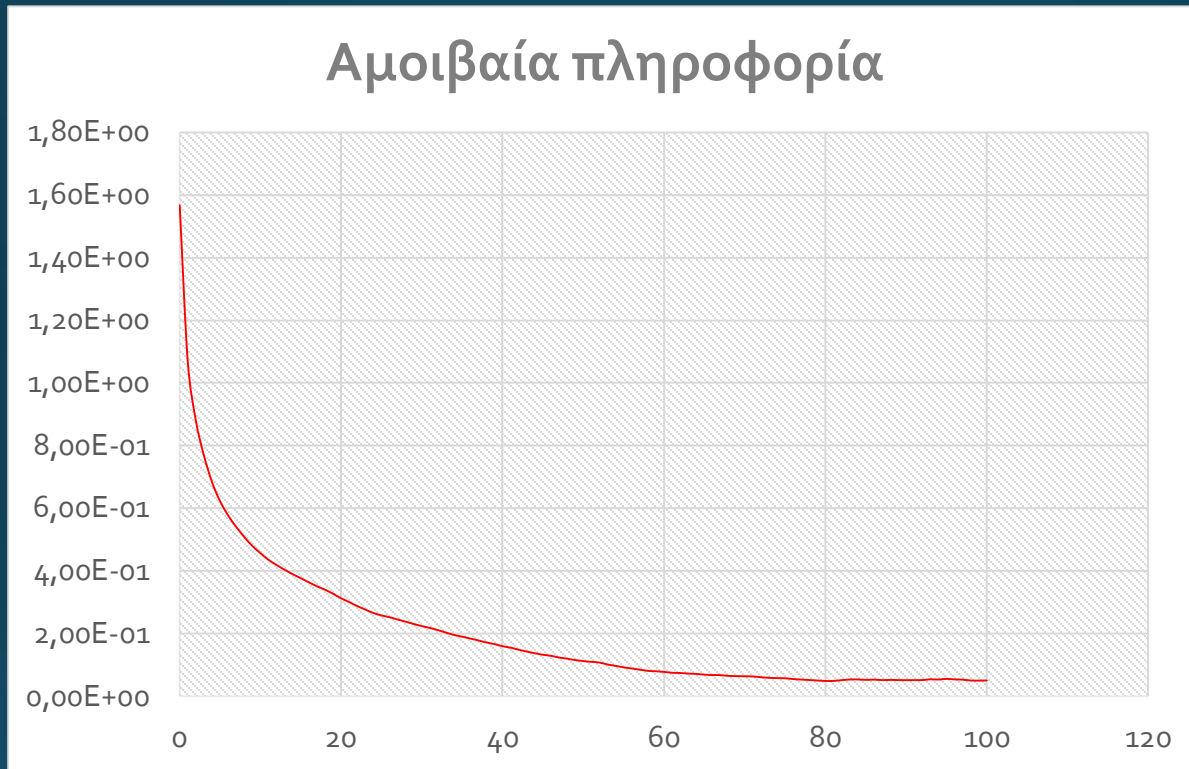
Παρατήρηση: Ελαχιστοποιείται στην χρονική υστέρηση  $\tau=11$ , γρήγορη αποσυσχέτιση των τιμών μεταξύ τους.

# Η συνάρτηση αμοιβαίας πληροφορίας

## Η χρονοσειρά στάθμης ποταμού



# Η αμοιβαία πληροφορία για την χρονοσειρά του ποταμού



Παρατήρηση: Μηδενίζεται κοντά στην χρονική υστέρηση  $\tau=55$ , σχετικά αργή αποσυσχέτιση των τιμών μεταξύ τους.

# Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης

Παράδειγμα της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης για το σύστημα διαφορικών εξισώσεων Lorenz κάνοντας χρήση των εντολών autocor και mutual του προγράμματος TISEAN

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -\sigma(x - y) \\ \frac{dy}{dt} &= -xz + \rho x - y \\ \frac{dz}{dt} &= xy - \beta z\end{aligned}$$

Είναι γνωστό ότι για τις παραμέτρους  $\sigma = 10$ ,  $\rho = 28$ ,  $\beta = \frac{8}{3}$  το ΣΔΕ Lorenz παρουσιάζει χαοτική συμπεριφορά

# Υπολογισμός συνάρτησης αυτοσυσχέτισης (TISEAN)

Έχοντας αρχείο `lorenz_X.dat` στον φάκελο `Tisean` μεταβαίνουμε στο φάκελο μέσω `DOS`.

```
C:\> Γραμμή εντολών
Microsoft Windows [Version 10.0.18363.1198]
(c) 2019 Microsoft Corporation. Με επιφύλαξη κάθε νόμιμου δικαιώματος.

C:\Users\THANASIS>cd C:\Tisean\bin_
```

# Υπολογισμός συνάρτησης αυτοσυσχέτισης (TISEAN)

Πληκτρολογούμε:

```
autocor lorenz_X.dat -c1 -o lorenz_x_autocor.dat
```

Όπου:

**autocor** -> εντολή για υπολογισμό αυτοσυσχέτισης

**lorenz\_X.dat** -> το όνομα του αρχείου δεδομένων

**-c1** -> η στήλη των δεδομένων

**-o lorenz\_x\_autocor.dat** -> το όνομα του αρχείου των αποτελεσμάτων

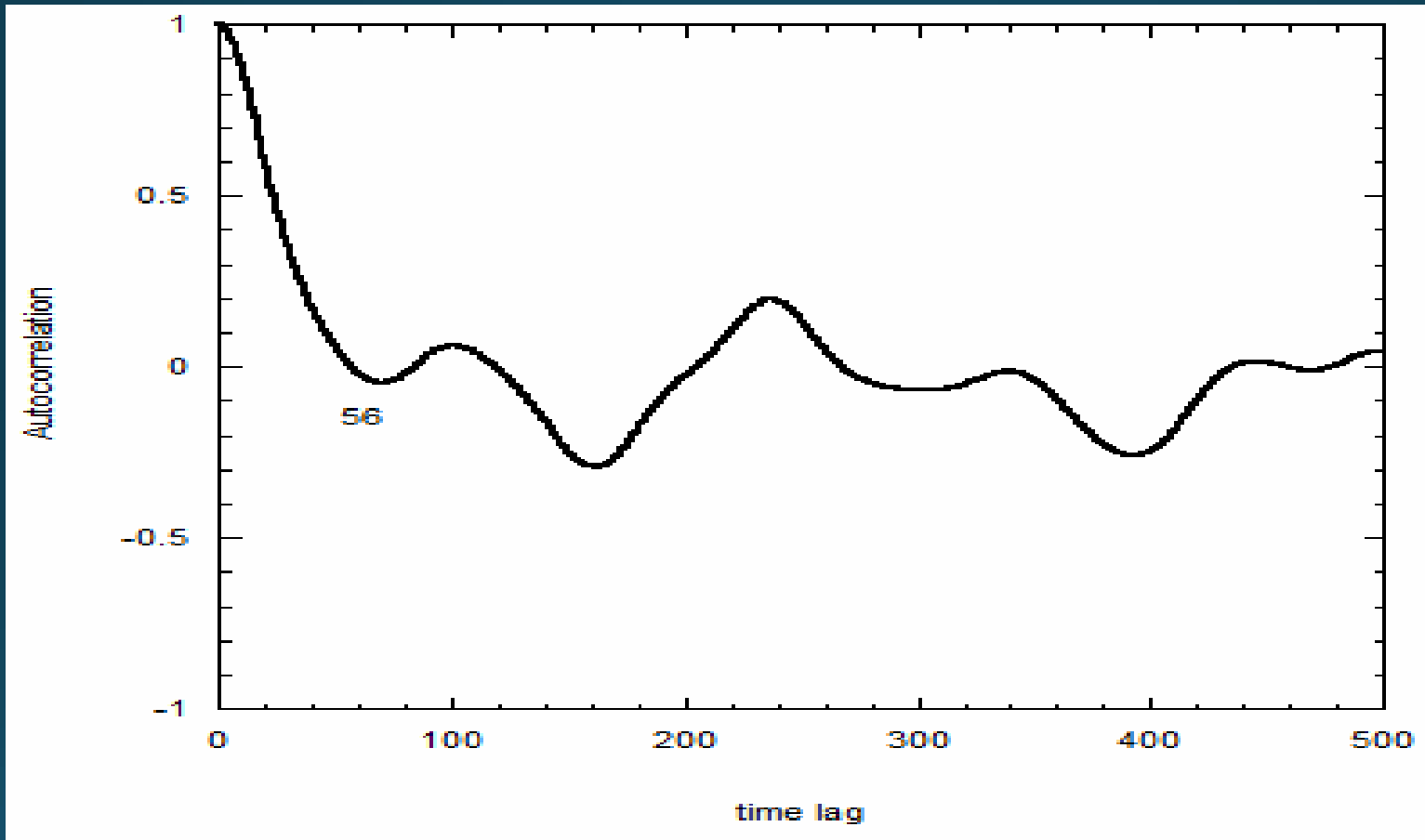
```
cmd: Γραμμή εντολών
Microsoft Windows [Version 10.0.18363.1198]
(c) 2019 Microsoft Corporation. Με επιφύλαξη κάθε νόμιμου δικαιώματος.

C:\Users\THANASIS>cd C:\Tisean\bin

C:\Tisean\bin>autocor lorenz_X.dat -c1 -o lorenz_x_autocor.dat
```

# Υπολογισμός συνάρτησης αυτοσυσχέτισης (TISEAN)

Κάνουμε τη γραφική παράσταση του αρχείου αποτελεσμάτων **lorenz\_x\_autocor.dat** το



Παρατηρούμε ότι αποσυσχετίζονται οι τιμές σε σχετικά γρήγορους χαρακτηριστικούς χρόνους ( $\tau=56$ ).



# Υπολογισμός αμοιβαίας πληροφορίας (TISEAN)

Πληκτρολογούμε:

```
mutual lorenz_X.dat -c1 -D30 -o lorenz_x_mutual.dat
```

Όπου:

**mutual** -> εντολή για υπολογισμό αμοιβαίας πληροφορίας

**lorenz\_X.dat** -> το όνομα του αρχείου δεδομένων

**-c1** -> η στήλη των δεδομένων

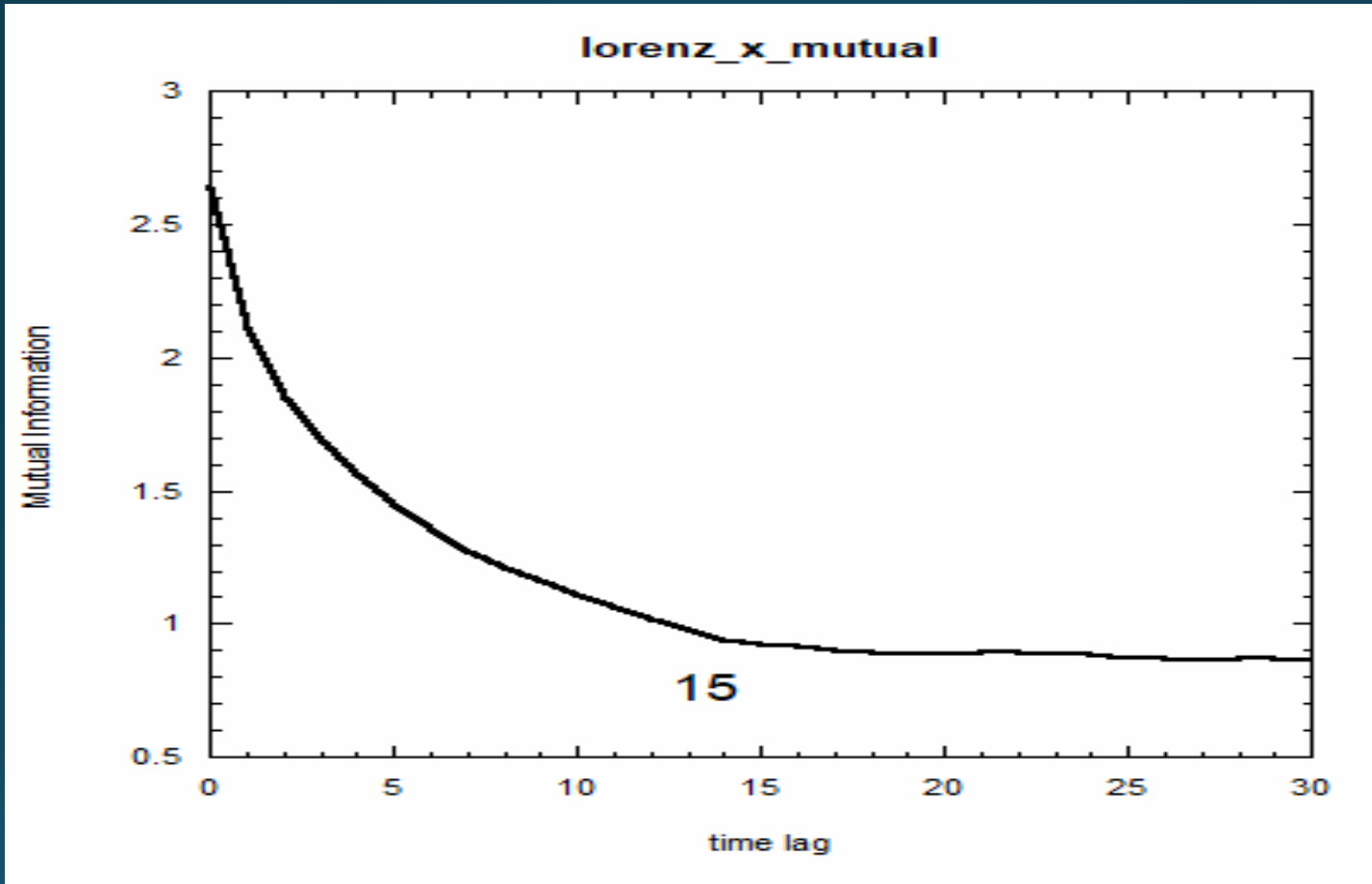
**-D30** -> η μέγιστη χρονική υστέρηση υπολογισμού

**-o lorenz\_x\_mutual.dat** -> το όνομα του αρχείου των αποτελεσμάτων

```
C:\Tisean\bin>mutual lorenz_X.dat -c1 -D30 -o lorenz_x_mutual.dat
```

# Η αμοιβαία πληροφορία

Κάνουμε τη γραφική παράσταση του αρχείου αποτελεσμάτων **lorenz\_x\_mutual.dat**



Παρατηρούμε ότι παρουσιάζει πρώτο ελάχιστο σε σχετικά γρήγορους χαρακτηριστικούς χρόνους ( $\tau=15$ ), άρα οι τιμές σταματούν να εναλλάσσουν πληροφορία σε σύντομα. Δύσκολο στην πρόβλεψη.