ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ ΚΑΙ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΙΚΩΝ ΚΙΝΔΥΝΩΝ

Καθ. Θεόδωρος Καρακασίδης
Δρ Αθανάσιος Φράγκου

Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών

«Βιώσιμη Διαχείριση Περιβαλλοντικών Αλλαγών και Κυκλική Οικονομία»

Έλεγχος Υποθέσεων

Έλεγχος υποθέσεων βάσει παραμέτρων.

- Υπάρχει φάρμακο για το οποίο εάν γίνει θεραπεία, εμφανίζονται τα πρώτα αποτελέσματα βελτίωσης μέσα σε 10 μέρες. Ανακαλύπτεται ένα καινούργιο φάρμακο για την ίδια ασθένεια και ισχυρίζεται η εταιρεία ότι φέρνει αποτελέσματα σε συντομότερο χρονικό διάστημα.
- Εάν ο μέσος χρόνος για το πρώτο φάρμακο είναι 10 ημέρες πρέπει να ελεγχθεί εάν πράγματι, για το δεύτερο φάρμακο ο μέσος χρόνος είναι μικρότερος.

Μηδενική Υπόθεση H_0: $X = 10$

Εναλλακτική Υπόθεση $H_{1:} X < 10$

Στατιστικό Τεστ: Εάν θα γίνει δεκτή η μηδενική υπόθεση ή θα απορριφθεί.

Έλεγχος Υποθέσεων

Στοιχεία στατιστικού τεστ.

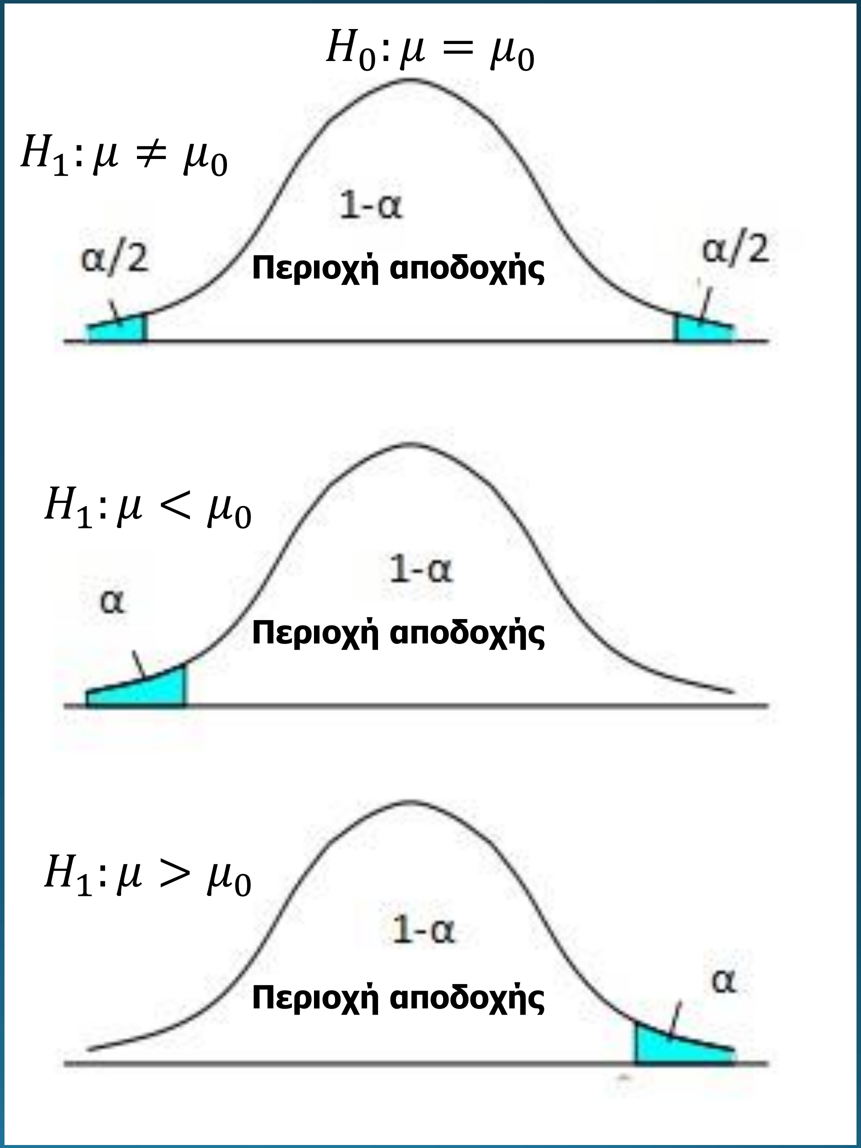
- Ορίζουμε τη μηδενική Υπόθεση
- Ορίζουμε την εναλλακτική Υπόθεση
- Ορίζουμε το στατιστικό του τεστ από το δείγμα
- Ορίζεται η απορριπτική περιοχή της μηδενικής υπόθεσης (σημεία της περιοχής που η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται)
- Υπολογίζουμε την τιμή της στατιστικής συνάρτησης
- Εξάγουμε συμπεράσματα

Έλεγχος Υποθέσεων

Η εξαγωγή **συμπεράσματος** γίνεται υπολογίζοντας την τιμή της αριθμητικής συνάρτησης.

Περιοχή απόρριψης (α ή α/2) μηδενικής υπόθεσης: Εάν πέσει μέσα η τιμή της στατιστικής συνάρτησης απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση.

Περιοχή αποδοχής (1-α) μηδενικής υπόθεσης: περιοχή τιμών της στατιστικής συνάρτησης που αποδεχόμαστε τη μηδενική υπόθεση.



Έλεγχος Υποθέσεων

Απορριπτικές περιοχές για μονόπλευρα και δίπλευρα τεστ με τις στατιστικές συναρτήσεις για τη μέση τιμή μ.

H_0	H_1	Προϋποθέσεις	Απορρ. Περιοχή	Στατιστικές Συναρτήσεις
$\mu = \mu_0$	$\mu > \mu_0$	σ^2 γνωστό	$R = \{z > z_a\}$	
		σ^2 άγνωστο, $n \geq 30$	$R = \{t > z_a\}$	$z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$
		σ^2 άγνωστο, $n < 30$	$R = \{t > t_{n-1;\,a}\}$	
	$\mu < \mu_0$	σ^2 γνωστό	$R = \{z < -z_a\}$	
		σ^2 άγνωστο, $n \geq 30$	$R = \{t < -z_a\}$	$t = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$
		σ^2 άγνωστο, $n < 30$	$R = \{t < -t_{n-1;\,a}\}$	
	$\mu \neq \mu_0$	σ^2 γνωστό	$R = \{\lvert z\rvert > z_a\}$	
		σ^2 άγνωστο, $n \geq 30$	$R = \{\lvert t\rvert > z_a\}$	
		σ^2 άγνωστο, $n < 30$	$R = \{\lvert t\rvert > t_{n-1;\,a}\}$	

Έλεγχος Υποθέσεων

Μετρήσαμε 10 ημέρες του Ιουνίου το ύψος της στάθμης ενός ποταμού σε εκατοστά και βρήκαμε τα εξής αποτελέσματα 53, 69, 62, 78, 81, 55, 66, 62, 74, 60.

Αν υποθέσουμε ότι το ύψος της στάθμης του ποταμού ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή 68 εκ. και τυπική απόκλιση 10 $N(68, 10^2)$ μπορούμε να ισχυριστούμε ότι:

Α) το μέσο ύψος της είναι 68 εκατοστά ή

Β) μικρότερο των 68 εκατοστών (a=0,05);

Έλεγχος Υποθέσεων

Σκεφτόμαστε ότι το μέσο ύψος είναι μικρότερο των 68 εκατοστών θα είναι η εναλλακτική υπόθεση. Το μέσο ύψος είναι 68 εκατοστά θα είναι η μηδενική υπόθεση.

$$H_0: \mu = 68$$
$$H_1: \mu < 68$$

H_0	H_1	Προϋποθέσεις	Απορρ. Περιοχή	Στατιστικές Συναρτήσεις
$\mu = \mu_0$	$\mu > \mu_0$	σ^2 γνωστό	$R = \{z > z_a\}$	
		σ^2 άγνωστο, $n \geq 30$	$R = \{t > z_a\}$	$z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$
		σ^2 άγνωστο, $n < 30$	$R = \{t > t_{n-1;\,a}\}$	
	$\mu < \mu_0$	σ^2 γνωστό	$R = \{z < -z_a\}$	
		σ^2 άγνωστο, $n \geq 30$	$R = \{t < -z_a\}$	$t = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$
		σ^2 άγνωστο, $n < 30$	$R = \{t < -t_{n-1;\,a}\}$	
	$\mu \neq \mu_0$	σ^2 γνωστό	$R = \{\lvert z\rvert > z_a\}$	
		σ^2 άγνωστο, $n \geq 30$	$R = \{\lvert t\rvert > z_a\}$	
		σ^2 άγνωστο, $n < 30$	$R = \{\lvert t\rvert > t_{n-1;\,a}\}$	

Γνωστό σ^2 άρα από τον πίνακα η απορριπτική περιοχή (πίνακας) είναι η παραπάνω

Έλεγχος Υποθέσεων

Γνωστό σ^2 άρα από τον πίνακα η απορριπτική περιοχή (πίνακας) είναι:

$R = \{z < -z_a\}$ με $z = \frac{(\bar{x} - \mu_0)\sqrt{n}}{\sigma}$

Όπου $\bar{x}$ η μέση τιμή του δείγματος

n το πλήθος του δείγματος

μ_0 η μέση τιμή και

σ η τυπική απόκλιση του συνόλου του πληθυσμού.

Έλεγχος Υποθέσεων

Η μέση τιμή του δείγματος είναι $\bar{x} = 66, n = 10, \sigma = 10$

$z = \frac{(66-68)\sqrt{10}}{10} = -0{,}6325$ και $z_a = z_{0,05} = 1{,}64$ (από πίνακα κανονικής κατανομής)

$\boldsymbol{\alpha}$	0.0005	0.001	0.005	0.01	0.025	0.05	0.10
$\boldsymbol{z_a}$	3.29	3.09	2.576	2.326	1.960	1.645	1.282

Αφού $z = -0{,}6325$ και $z_a = 1{,}64$ δηλαδή $z > -z_a$ δεν βρισκόμαστε στην απορριπτική περιοχή $R = \{z < -z_a\}$ της μηδενικής υπόθεσης συνεπώς δεχόμαστε την μηδενική υπόθεση ότι η μέση τιμή της στάθμης είναι 68 εκατοστά.

Έλεγχος Υποθέσεων
Σφάλματα – Έλεγχος Σημαντικότητας

Σε ελέγχους υποθέσεων μπορεί να υπάρξουν δύο τύπου σφάλματα:

Σφάλμα τύπου Ι: Όταν απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση ενώ είναι σωστή.

Σφάλμα τύπου ΙΙ: Όταν δεχόμαστε την μηδενική υπόθεση ενώ είναι λάθος.

Πιθανότητα Σφάλματος τύπου Ι: Στάθμη σημαντικότητας α

Πιθανότητα Σφάλματος τύπου ΙΙ: Στάθμη σημαντικότητας β (δύσκολη στον υπολογισμό)

Έλεγχος Υποθέσεων – Έλεγχος Σημαντικότητας

Έλεγχος σημαντικότητας με p-value (τιμή): Η p-τιμή ενός στατιστικού ελέγχου είναι η μικρότερη τιμή του επιπέδου σημαντικότητας α για την οποία απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση

Στην p-τιμή στηρίζεται η λήψη απόφασης για το αποτέλεσμα του ελέγχου.

Πρακτικά εάν η p- τιμή είναι μικρότερη από το επίπεδο σημαντικότητας α τότε απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση

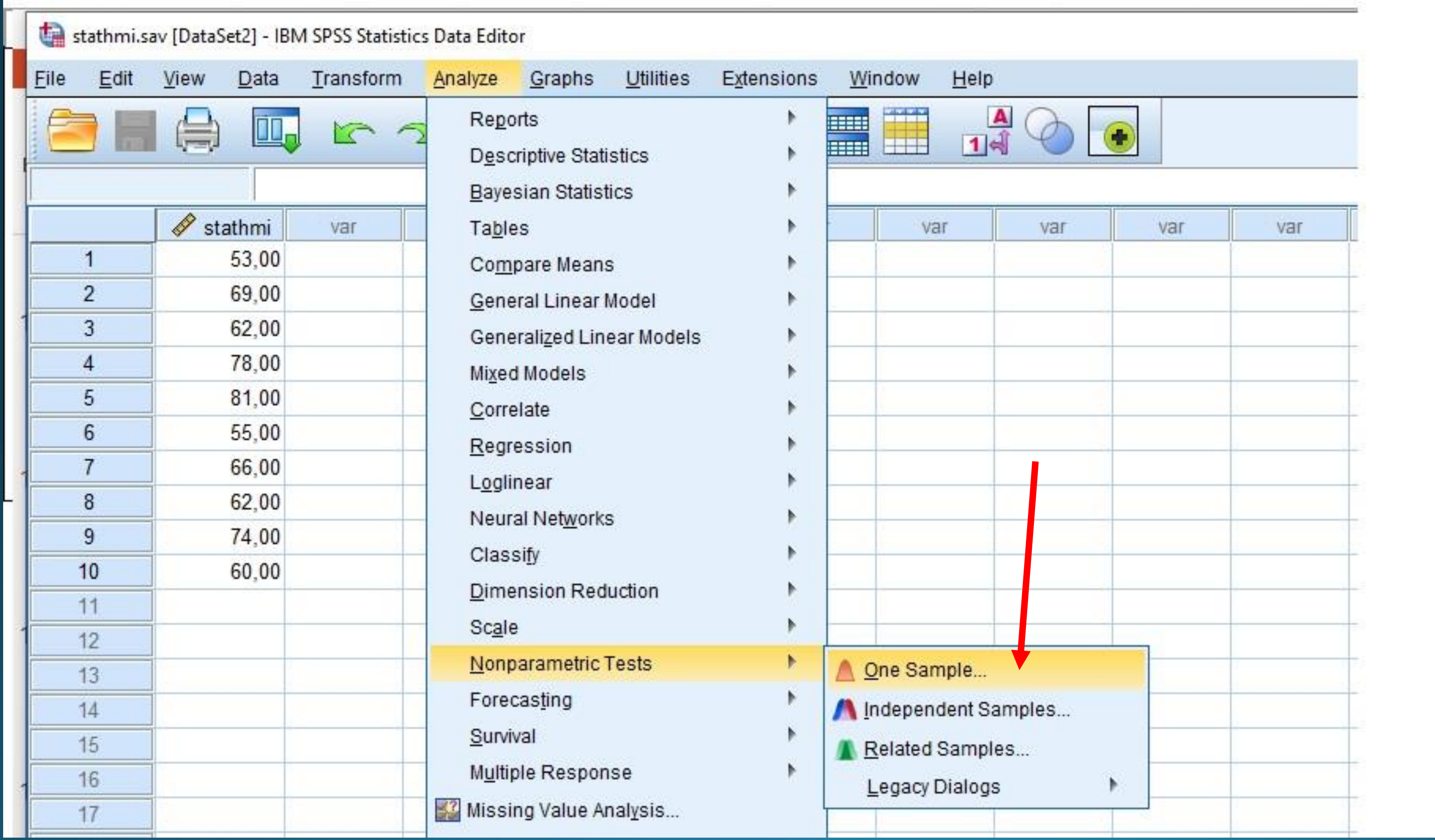
Πχ απόρριψη μηδενικής απόφασης εάν α=0,05 (επίπεδο σημαντικότητας 5% και η p- τιμή = 0,035

Ο υπολογισμός της p-τιμής γίνεται με τη διαδικασία του ελέγχου υποθέσεων ορίζοντας τις αντίστοιχες απορριπτικές περιοχές.

Παράδειγμα για α=0.05 (επίπεδο σημαντικότητας 5%, η p- τιμή = 0.2483 , -> Μη σημαντική, άρα δεχόμαστε την H_0 δηλ. το μέσο ύψος της στάθμης του ποταμού είναι 68 εκατοστά

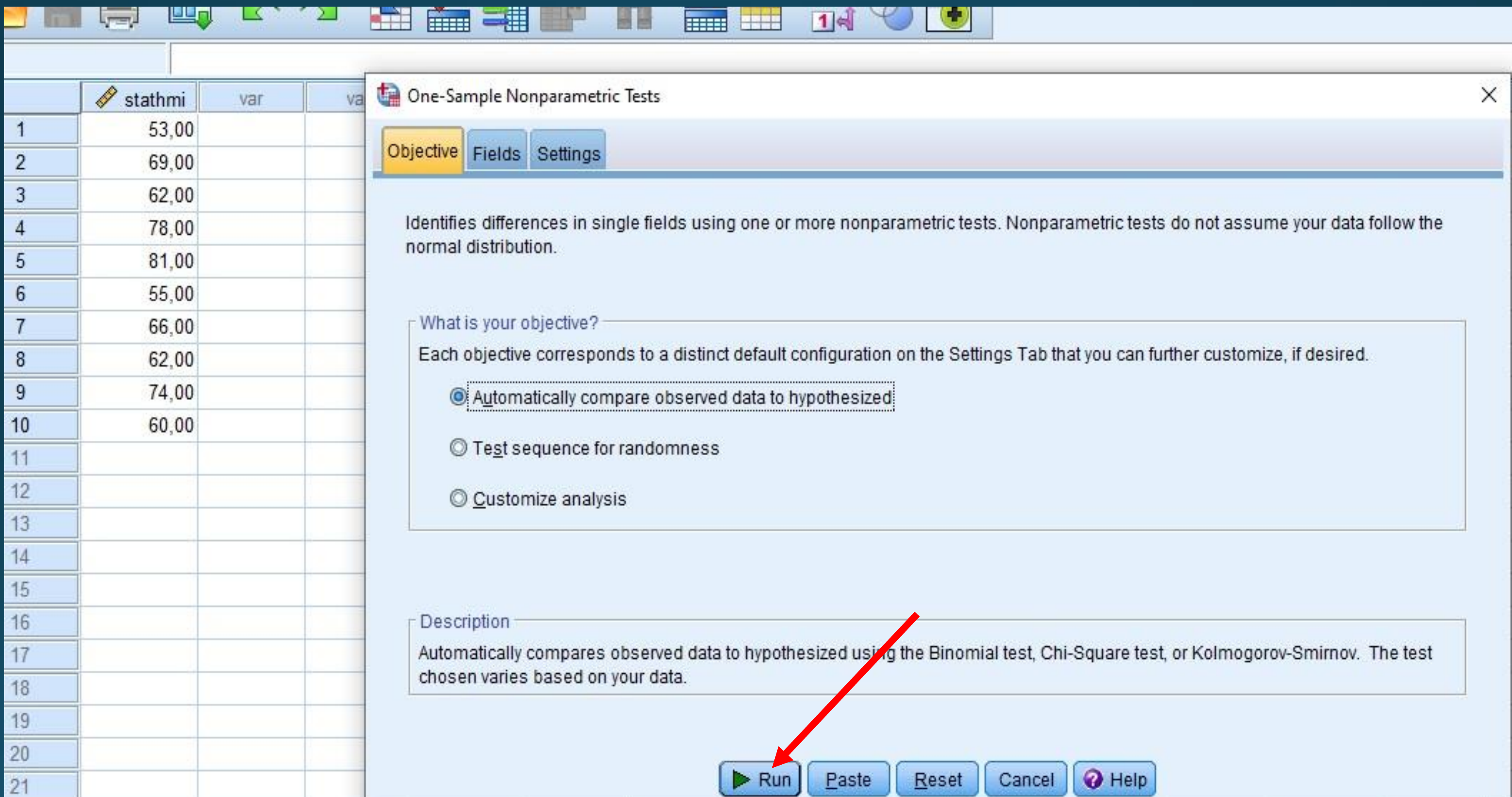
Έλεγχος Υποθέσεων με SPSS

Έλεγχος με μονοπαραμετρικό τεστ



Έλεγχος Υποθέσεων με SPSS

Έλεγχος με μονοπαραμετρικό τεστ



Έλεγχος Υποθέσεων με SPSS

Nonparametric Tests

Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The distribution of stathmi is normal with mean 66,00 and standard deviation 9,42809.	One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test	,200[a,b]	Retain the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is ,050.

a. Lilliefors Corrected

b. This is a lower bound of the true significance.

Η p –τιμή μεγαλύτερη από 0.05 - >

1. Δεν απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση
2. Ακολουθούν την κανονική κατανομή

Έλεγχος Υποθέσεων με SPSS

Τεστ Kolmogorov – Smirnov

Ακολουθούν την κανονική κατανομή