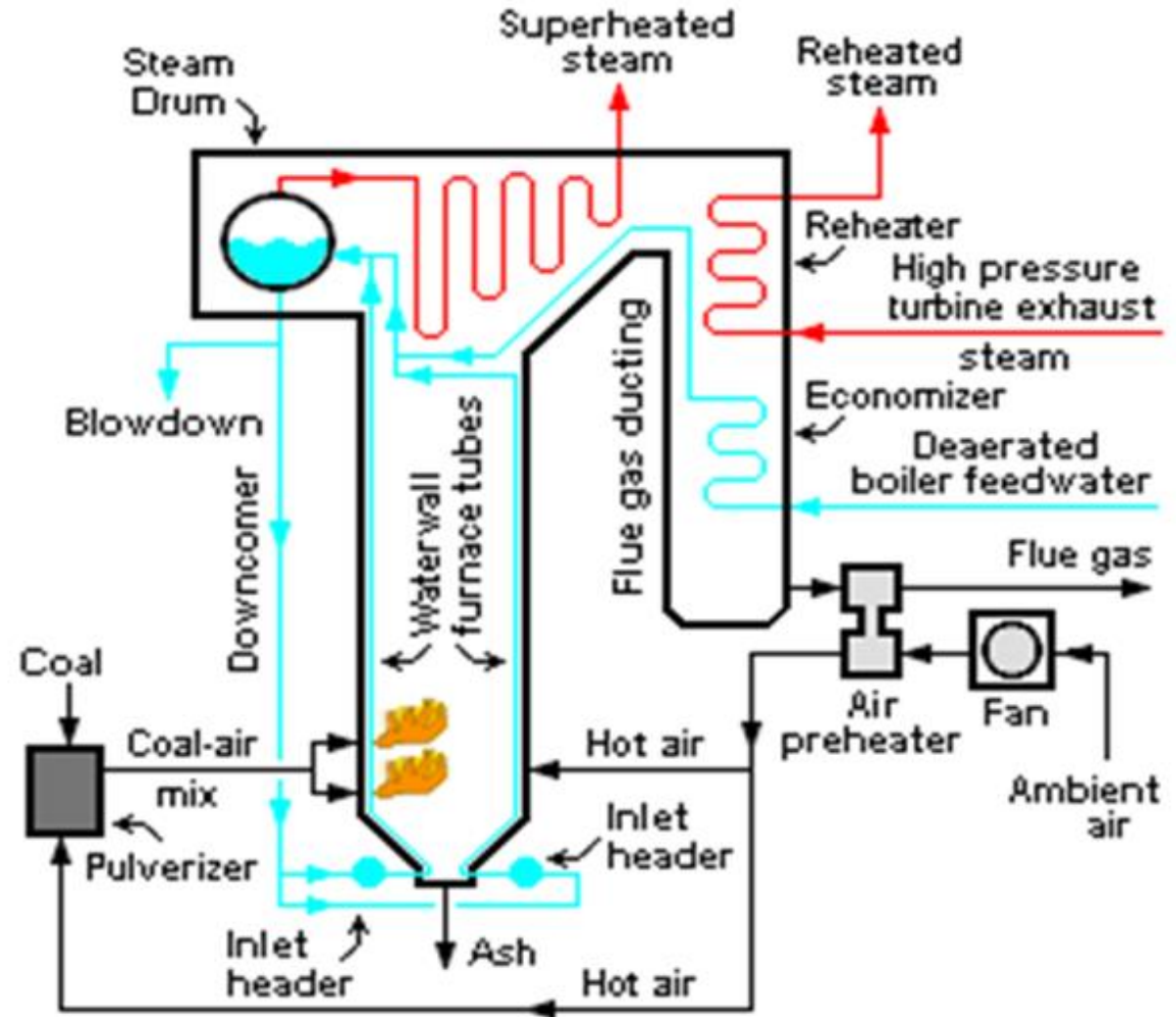
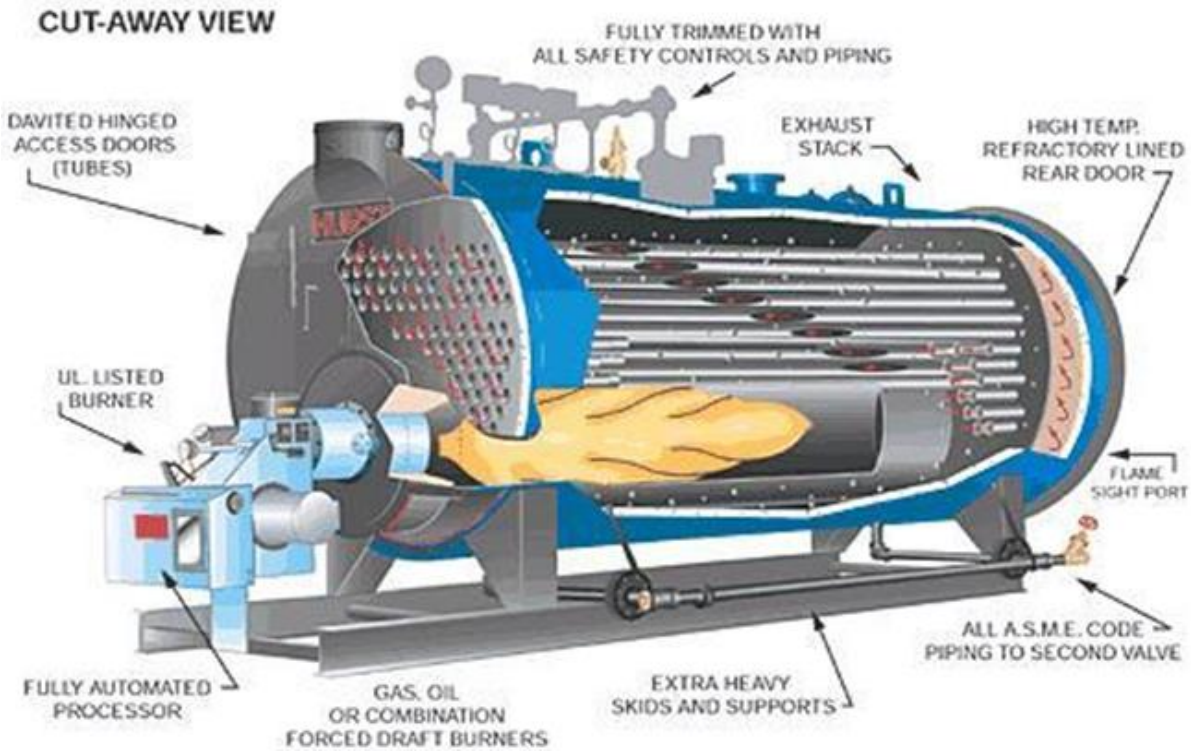


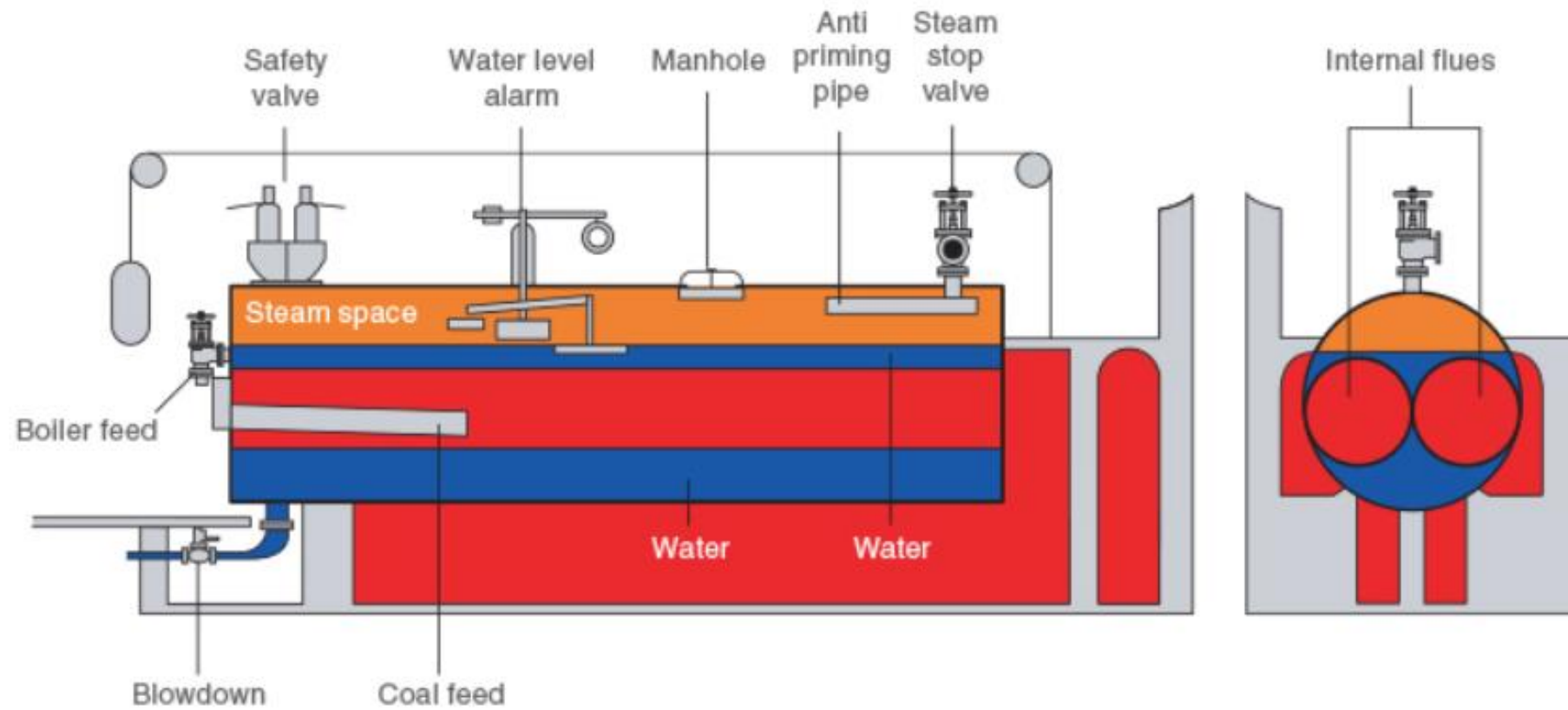
*Ατμοπαραγωγοί τύπου λέβητα*

## Ατμοπαραγωγός τύπου λέβητα (με φλογοσωλήνα και αεριαλούς)

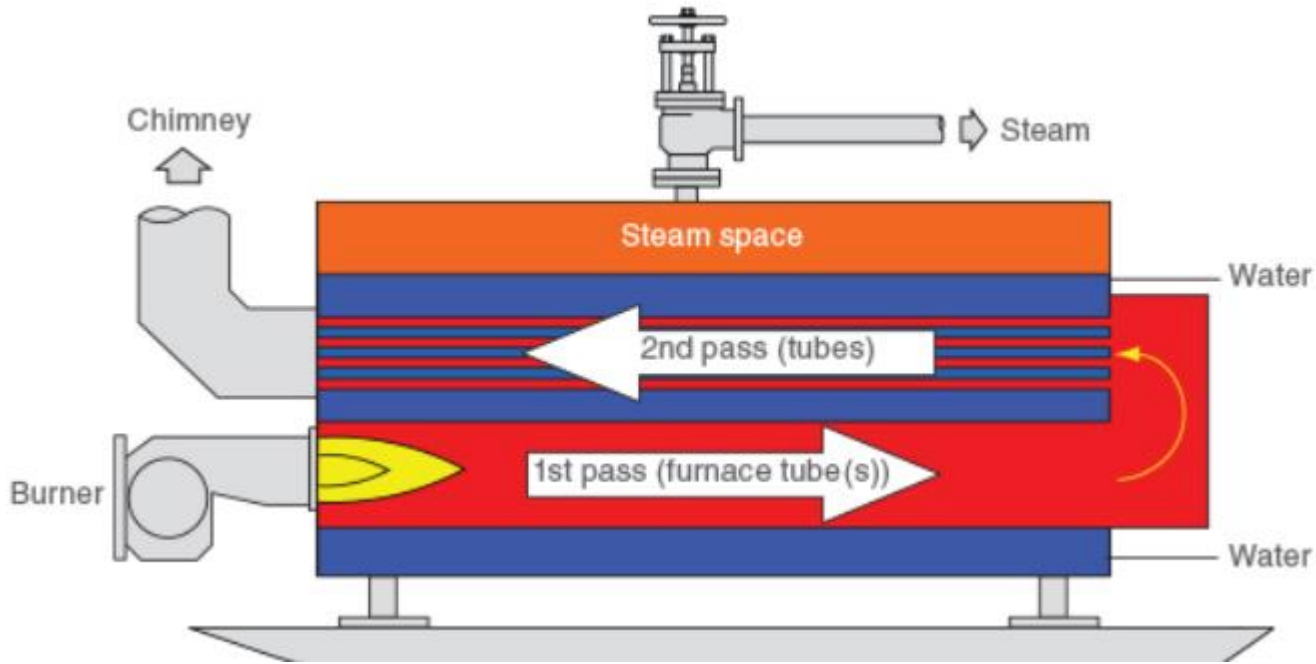
## Ατμοπαραγωγός με υδραλούς



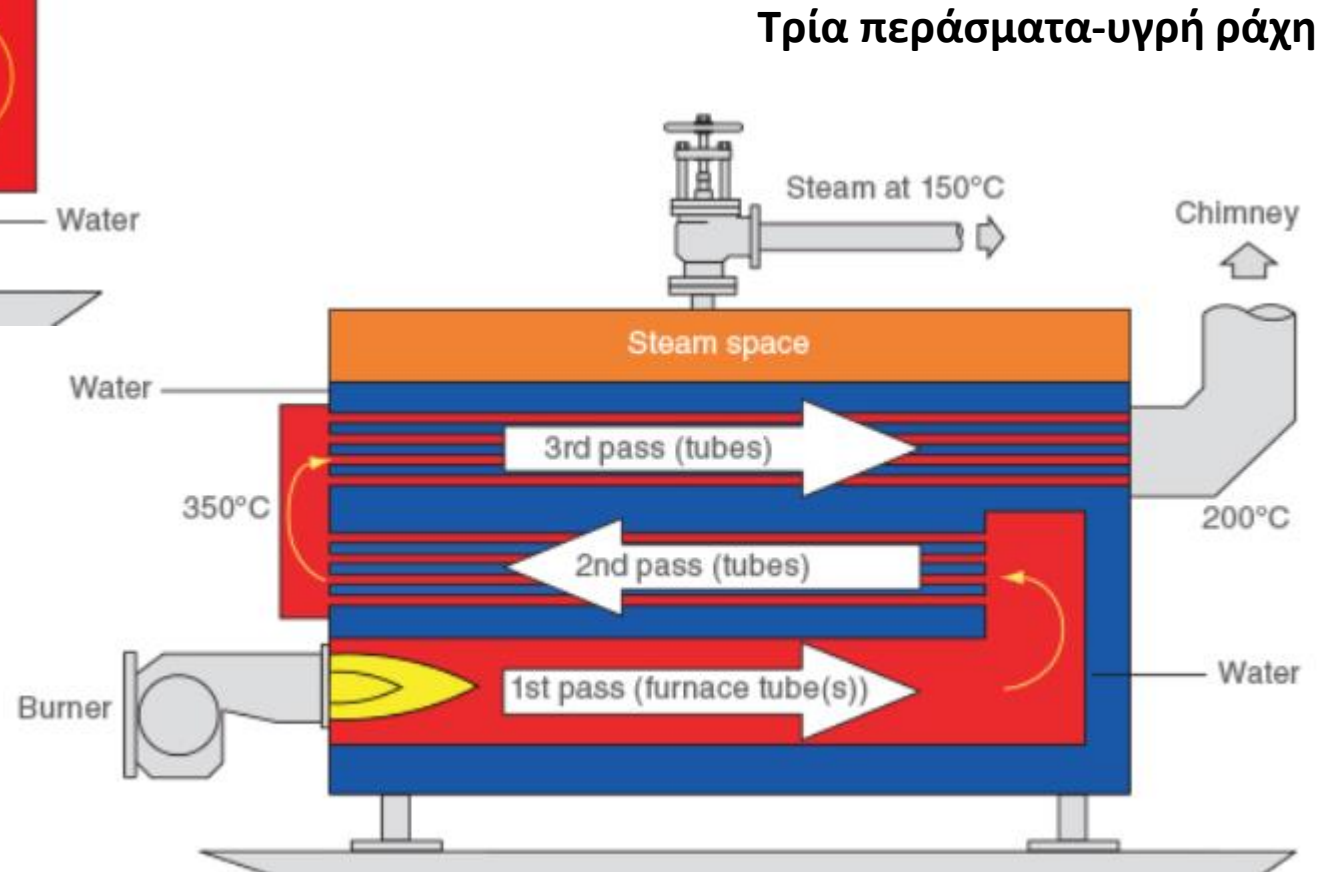
# Λέβητας τύπου Lancashire

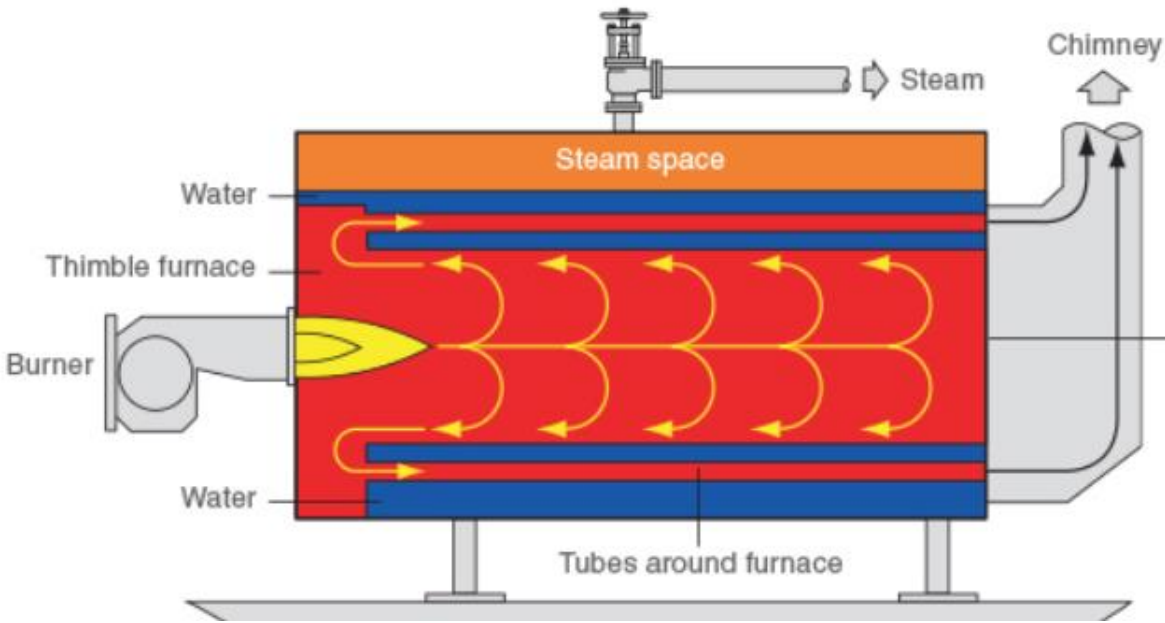


# Λέβητας εξοικονόμησης (Economic boiler)



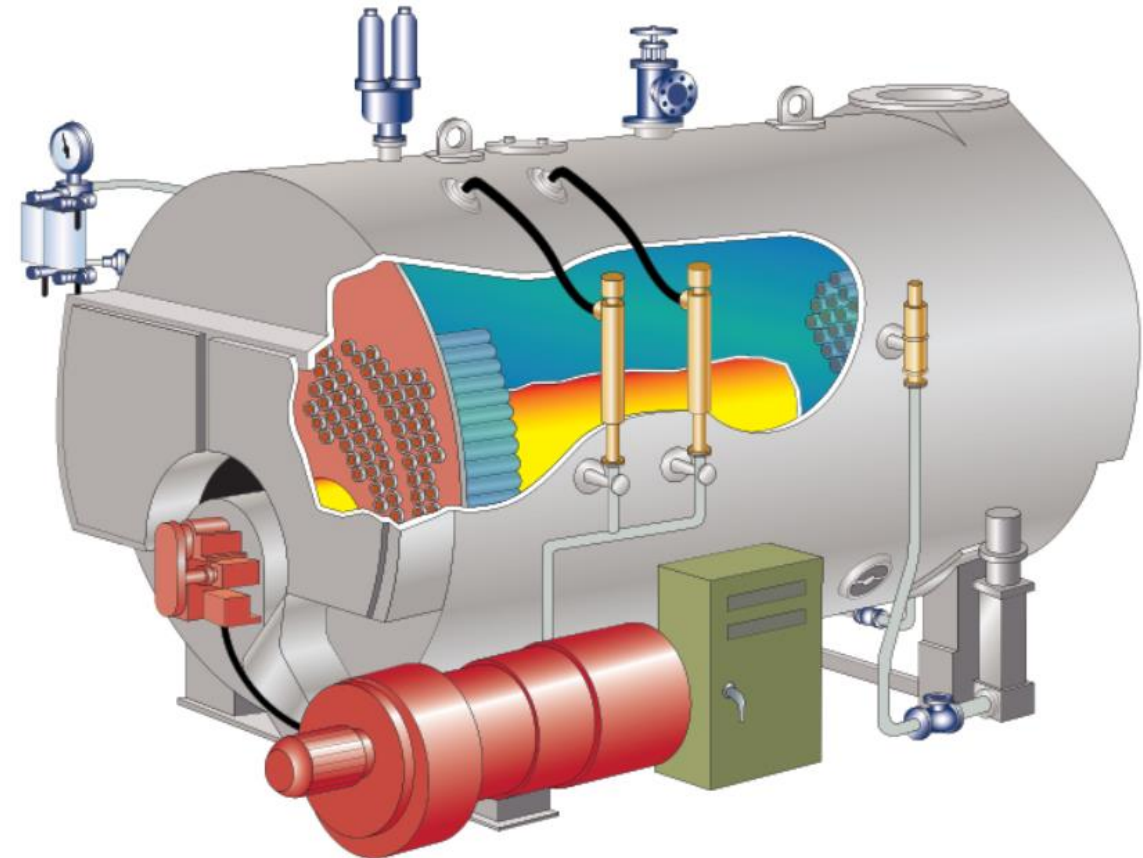
Δύο περάσματα-ξηρή ράχη





Λέβητας με αντιστροφή φλόγας

Αυτοματοποιημένος λέβητας (package boiler)



«Απαιτούμενος» όγκος λέβητα:  
Θερμική αδράνεια και ευελιξία

Θερμική φόρτιση όγκου

$$q_v = \frac{Q_{thermal}}{V_{water}}$$

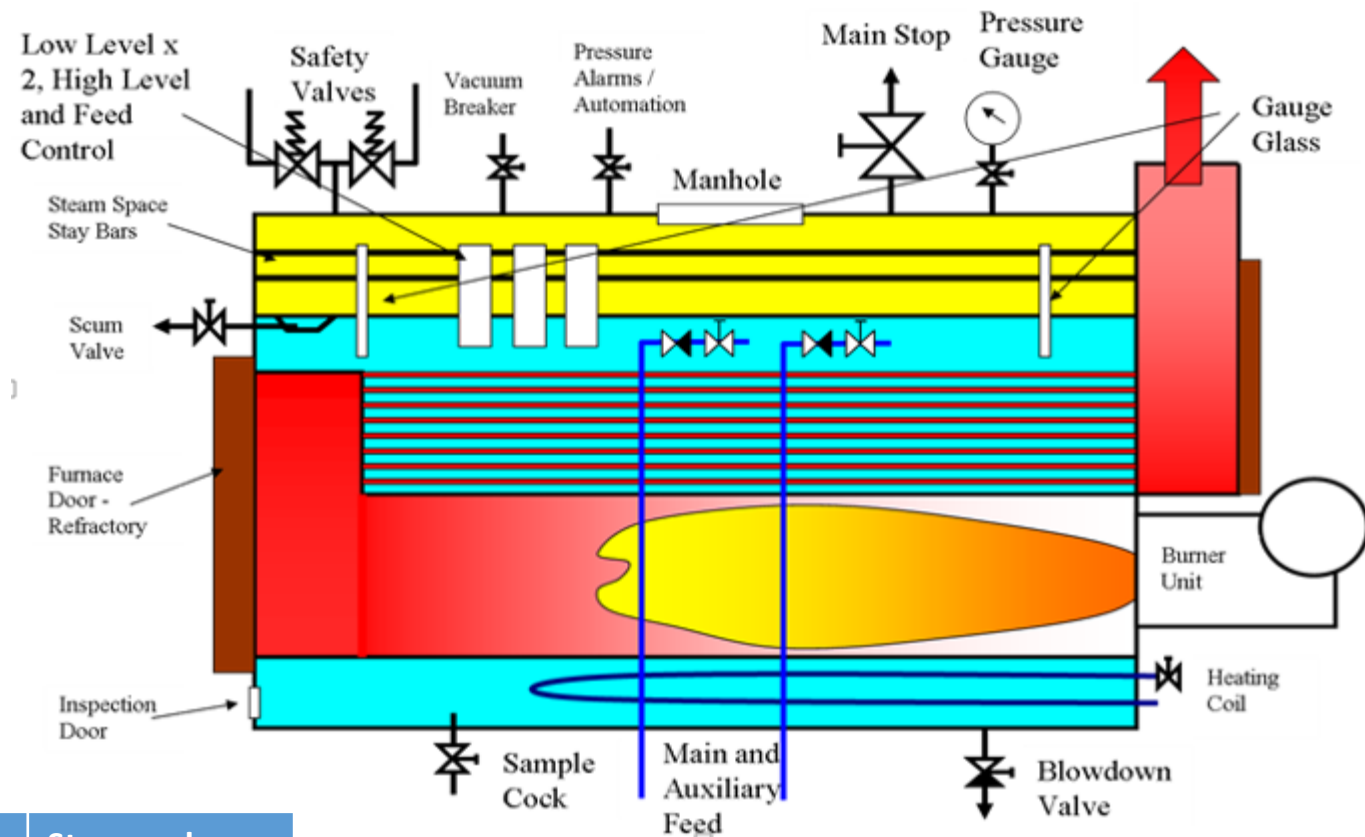
Μαζική ταχύτητα ατμού

$$G_{st} = \frac{\dot{m}_{st}}{A_{interface}}$$

Θερμική φόρτιση φλογοσωλήνα

$$1 \text{ MW/m}^3 \leq q_f \leq 2 \text{ MW/m}^3$$

Δυναμικότητα 5000 kg/h



Αυτοματισμοί λέβητα

Παράδειγμα θερμικής αδράνειας

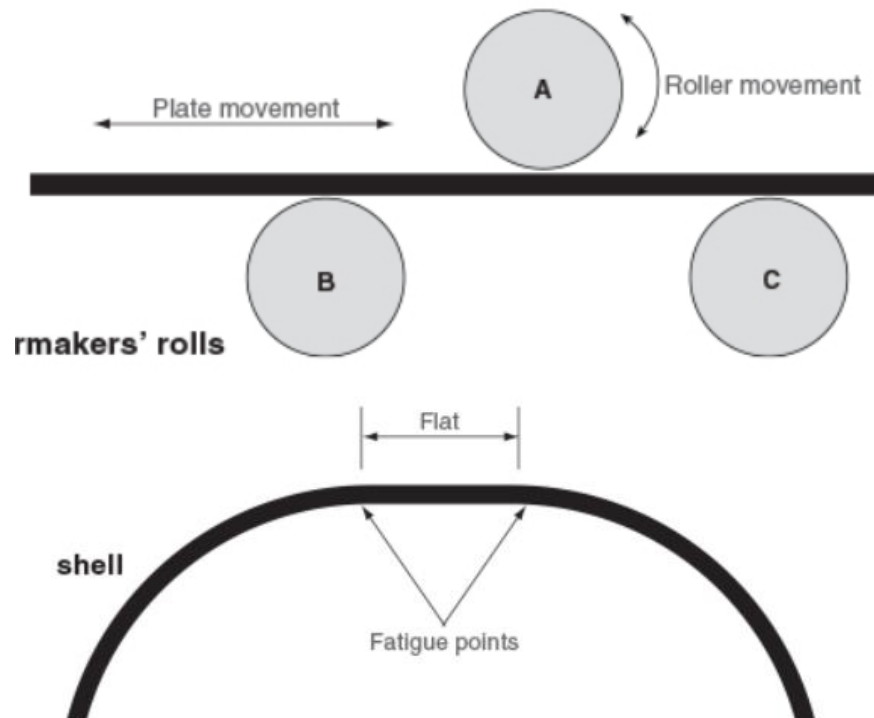
Type	Fuel	Length (m)	Diameter (m)	Thermal efficiency (%)	Volumetric heat (MW/m <sup>3</sup> )	Steam release rate (kg/m <sup>2</sup> s)
Lancashire	Coal	9,0	2,75	65-75	0,34	0,07
Economic	Coal	6,0	3,00	75-80	0,73	0,12
Packaged	Oil	3,9	2,50	82-87	2,33	0,20
Packaged	Gas	3,9	2,50	80-85	2,60	0,20

Πάχος ελασμάτων

$$\Delta x = \frac{PD}{2\sigma}$$

$$q = k \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Κατασκευαστική διαμόρφωση κυλινδρικού λέβητα



Μέγιστο οδικά μεταφερόμενο μέγεθος



$$P < 27 \text{ bar}, m_{st} < 27000 \text{ kg/h}$$

*Ατμοπαραγωγοί με υδραυλούς*



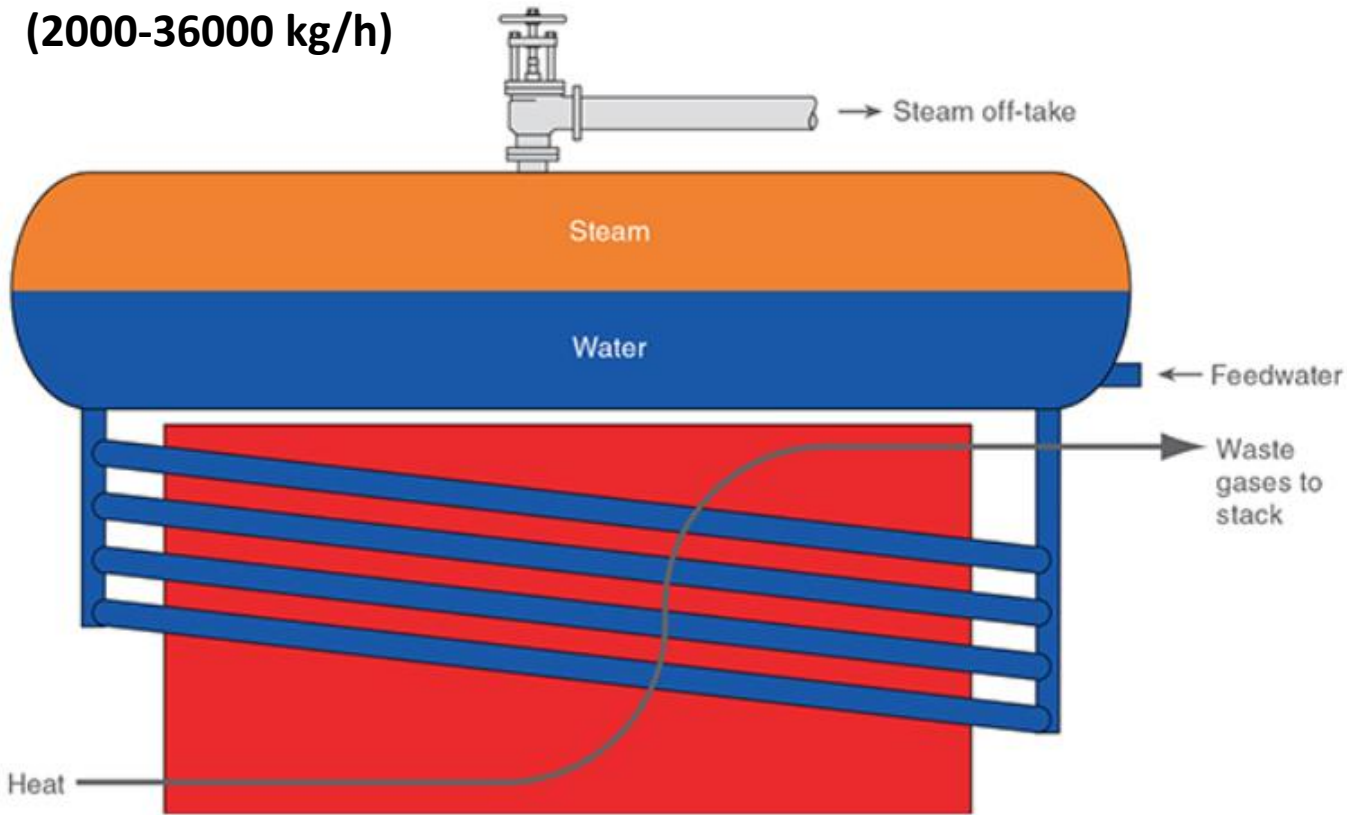
# Ατμοπαραγωγοί με υδραυλούς

## Στόχοι ανάπτυξης

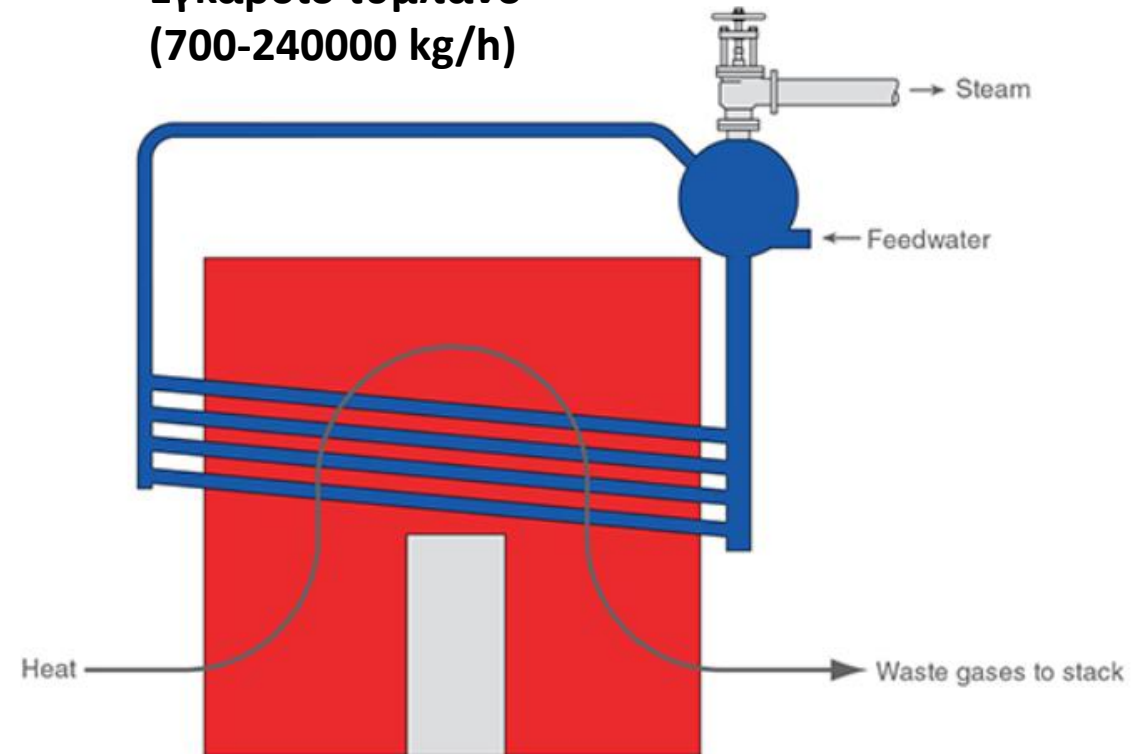
- Μείωση διαμέτρου τυμπάνου
- Φυσική ανακυκλοφορία

$$\Delta x = \frac{PD}{2\sigma}$$

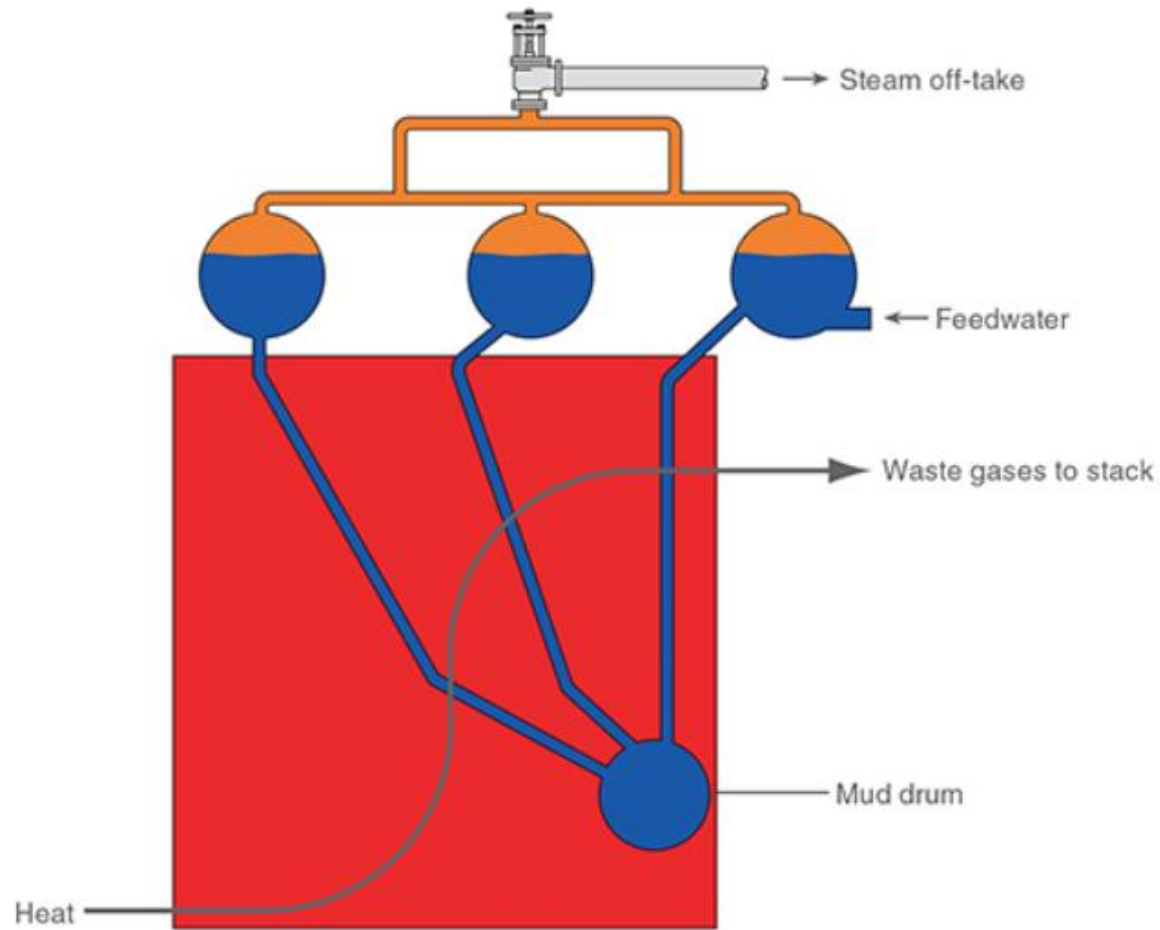
Διαμήκες τύμπανο  
(2000-36000 kg/h)



Εγκάρσιο τύμπανο  
(700-240000 kg/h)

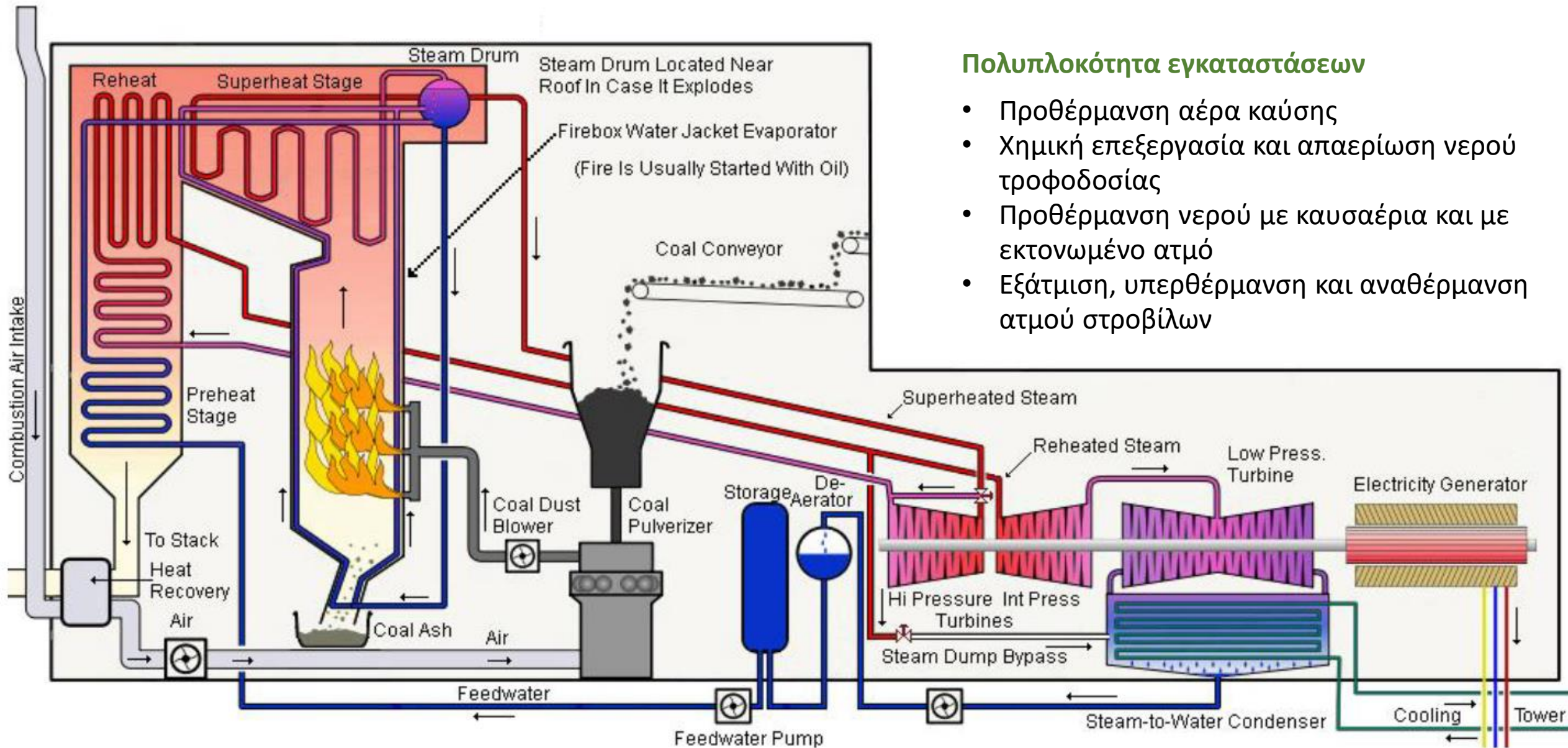


## Ατμοπαραγωγός τύπου Sterling



## Πλεονεκτήματα ατμοπαραγωγών με υδραυλούς

- Μικρός όγκος νερού με αποτέλεσμα γρήγορη απόκριση σε μεταβολές ισχύος και φορτίου
- Η μικρή διάμετρος αυλών και (μικρότερη) τυμπάνου επιτρέπουν υψηλότερες πιέσεις
- Καλύτερος έλεγχος θερμοκρασίας με πολλαπλούς καυστήρες



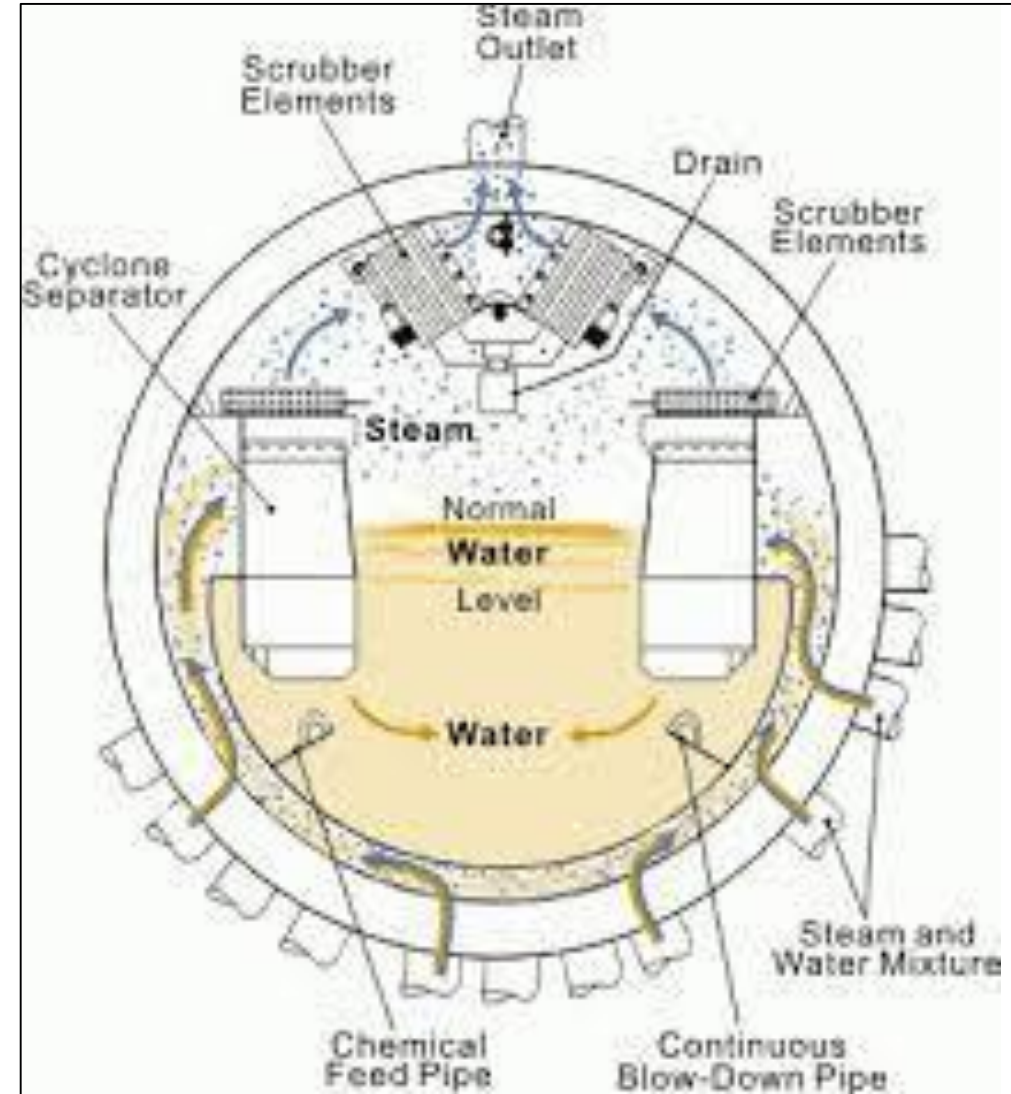
## Πολυπλοκότητα εγκαταστάσεων

- Προθέρμανση αέρα καύσης
- Χημική επεξεργασία και απαερίωση νερού τροφοδοσίας
- Προθέρμανση νερού με καυσαέρια και με εκτονωμένο ατμό
- Εξάτμιση, υπερθέρμανση και αναθέρμανση ατμού στροβίλων

## Επιφάνειες εναλλαγής θερμότητας



# Διαστάσεις και λειτουργία τυμπάνου



# Κυκλοφορία εργαζόμενου μέσου

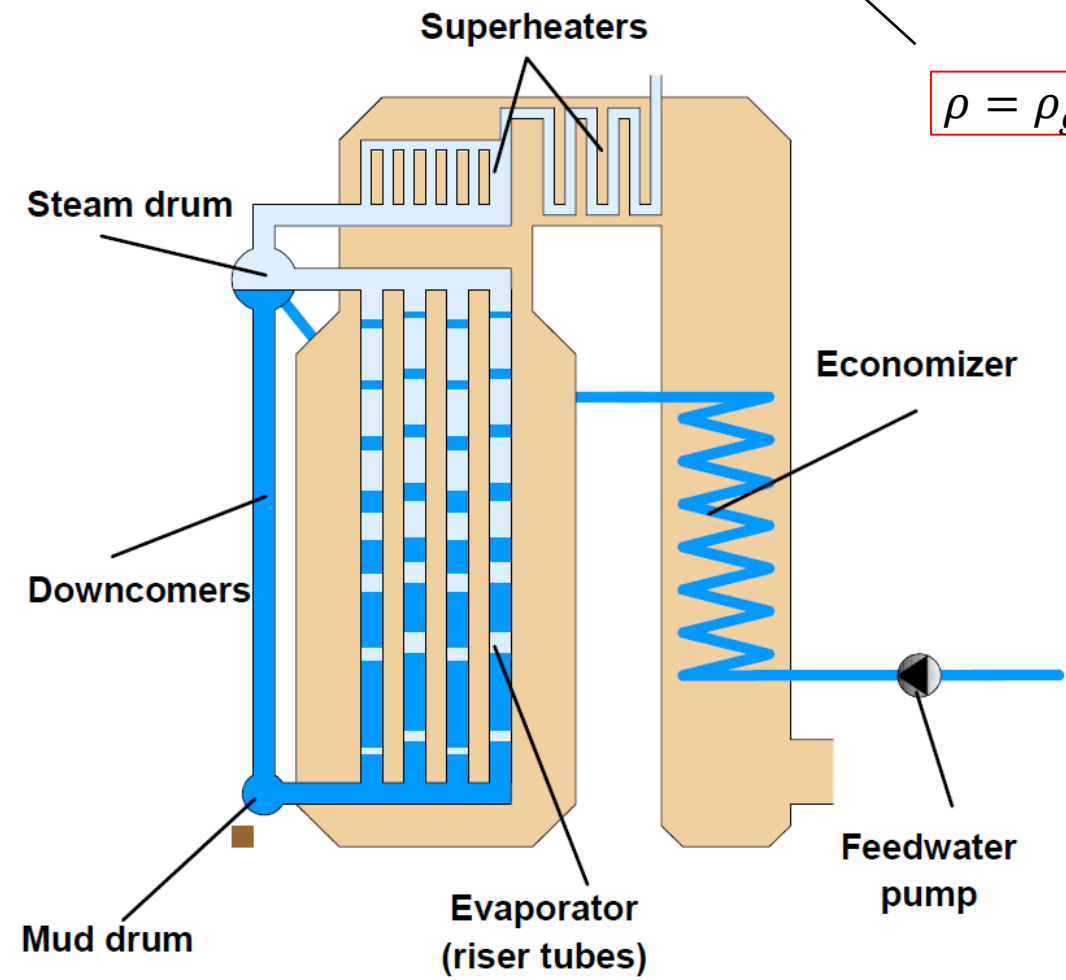
## Φυσική ανακυκλοφορία

$P < 70$  bar:  $CR = 50-10$ ,  $D = 50-80$  mm

$70 \text{ bar} < P < 160$  bar:  $CR = 10-5$

$$\text{Λόγος ανακυκλοφορίας: } CR = \frac{1}{x_{exit}}$$

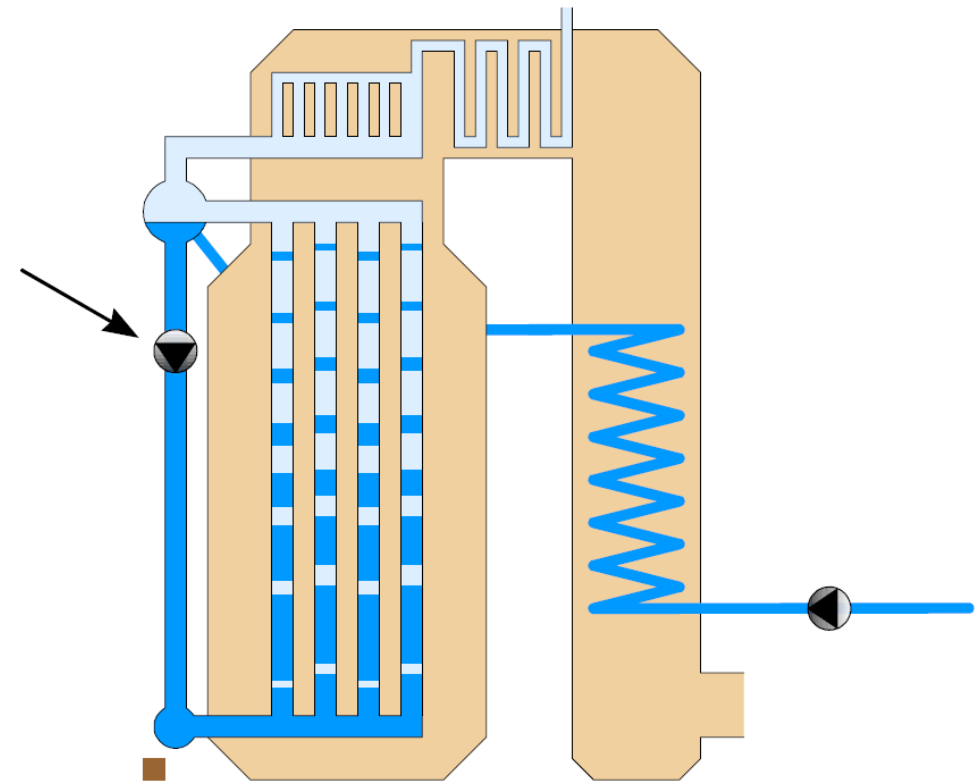
$$\rho = \rho_g \alpha + \rho_l (1 - \alpha)$$



## Εξαναγκασμένη ανακυκλοφορία

$P < 200$  bar:  $CR = 10-3$ ,  $D = 30-50$  mm

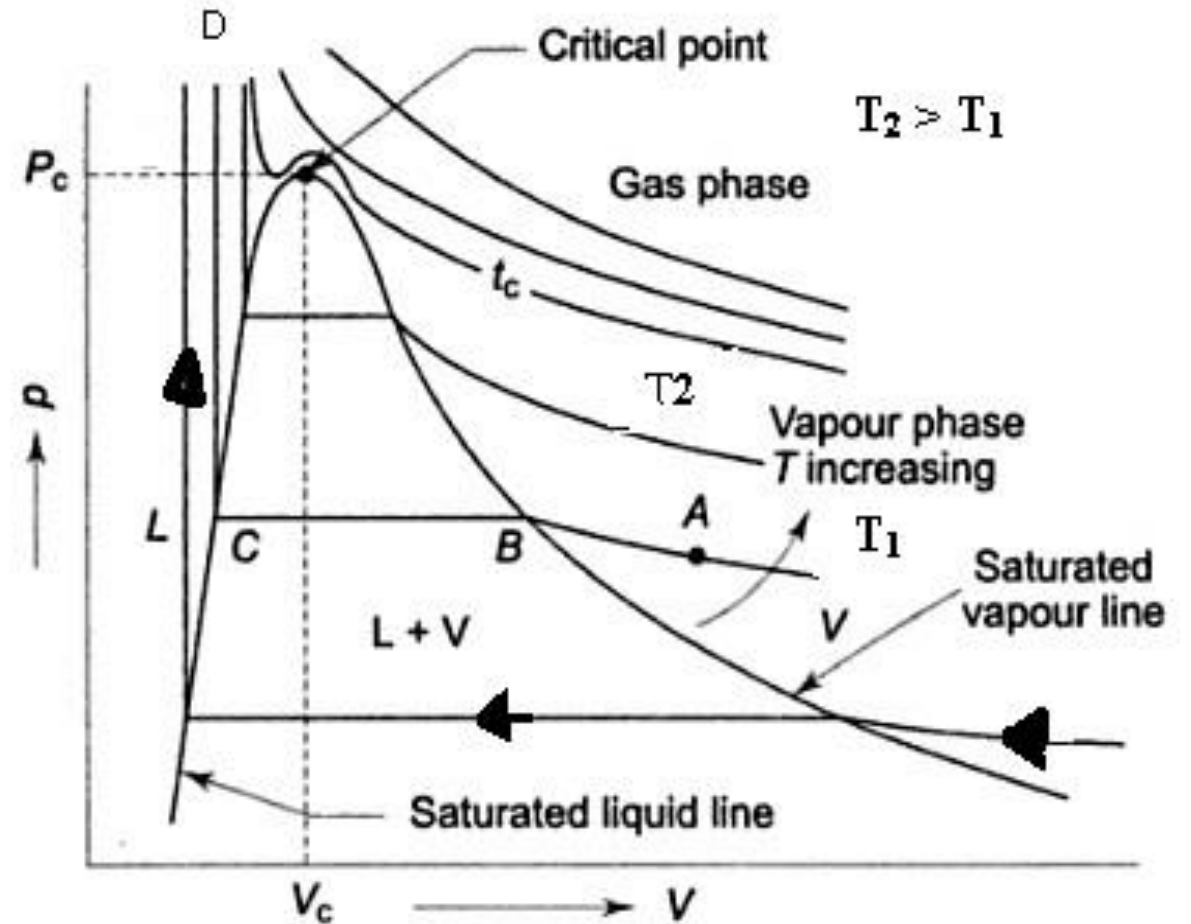
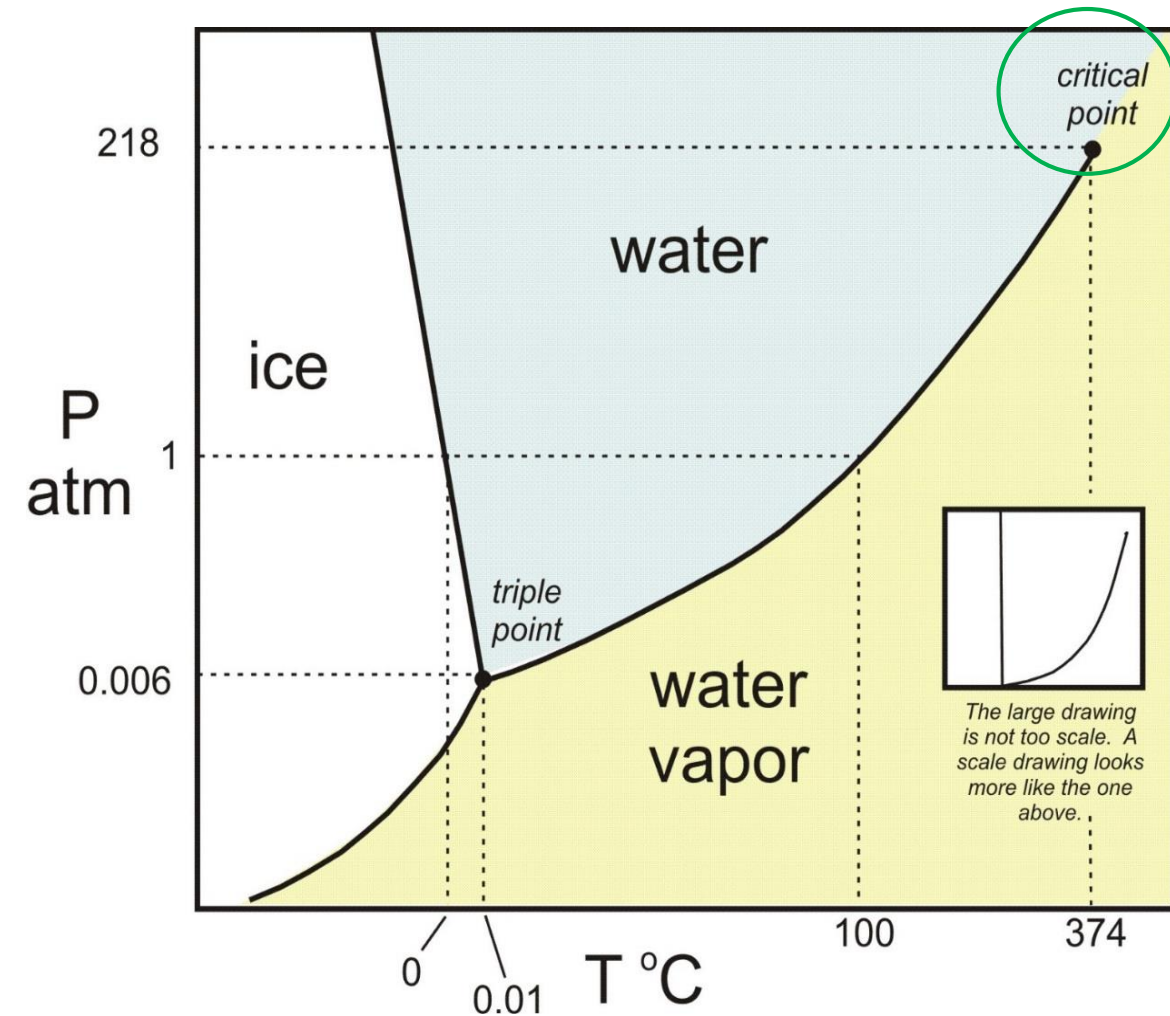
Ισχύς αντλίας: 0,5-1% της παραγόμενης



# Κρίσιμες συνθήκες καθαρού συστατικού

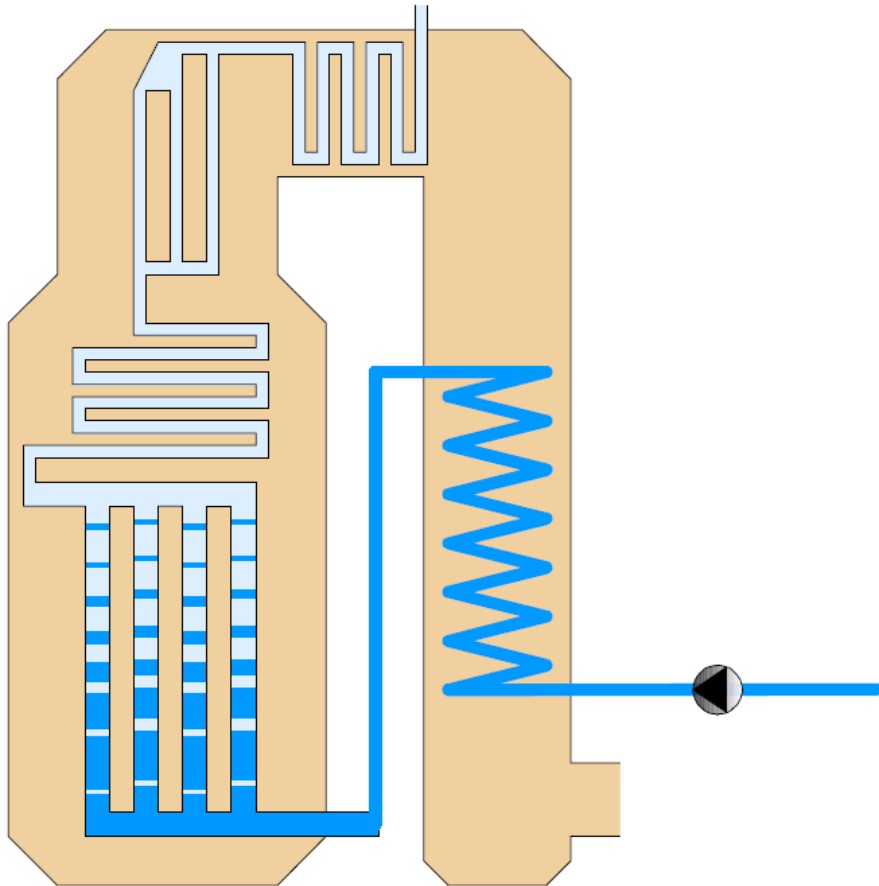
Καμπύλη τάσης ατμών  $P^{sat} = f(T)$

Νερό:  $P_{cr}=221 \text{ bar}$ ,  $T_{cr}=374 \text{ }^\circ\text{C}$

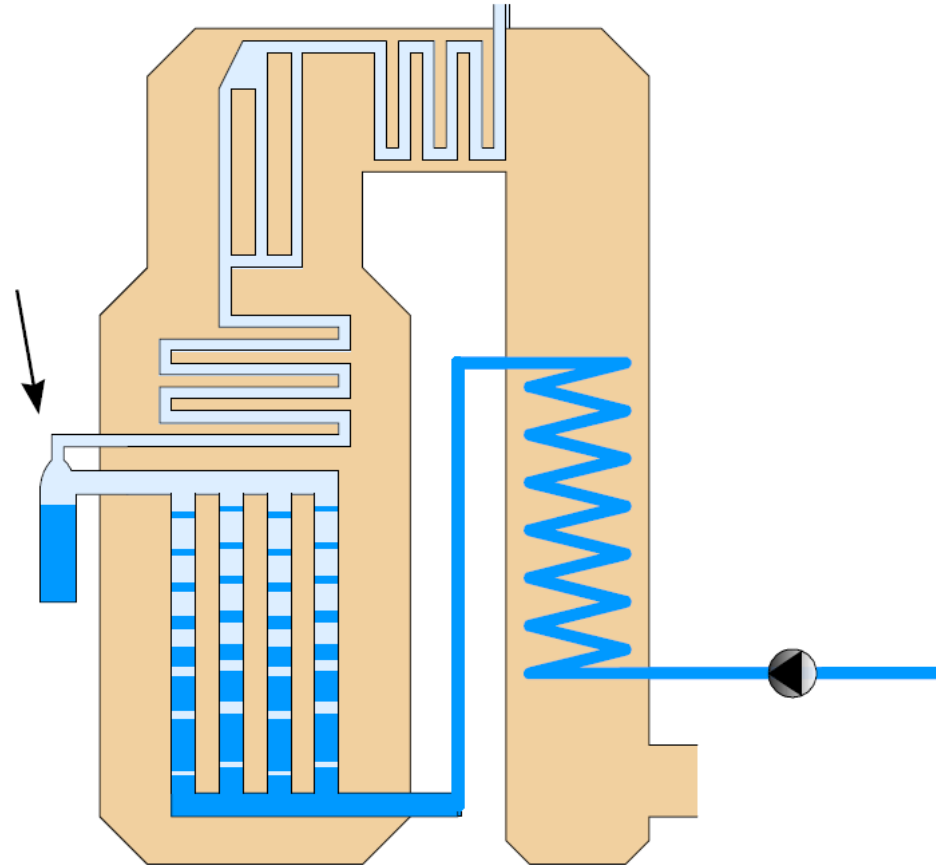


# Ατμοπαραγωγοί ενός περάσματος

Τύπος Benson



Τύπος Sulzer



Υπερκρίσιμες συνθήκες

$P=250-300 \text{ bar}$

$T=550-600 \text{ }^\circ\text{C}$

$(P_{cr}=221 \text{ bar}, T_{cr}=374 \text{ }^\circ\text{C})$

Χαρακτηριστικά ροής

$CR=1$

$G>2000 \text{ kg/m}^2\text{s}$

$D=20-30 \text{ mm}$

$\Delta P \sim 30-50 \text{ bar}$

Ελάχιστο εργαζόμενο μέσο -> Εξελεγμένα συστήματα ελέγχου



*Θερμικός Βαθμός απόδοσης ατμοπαραγωγού*

# Διαθέσιμη θερμότητα και ωφέλιμο φορτίο ατμοπαραγωγού

Θερμικός βαθμός απόδοσης:

$$\eta = \frac{Q_{\omega\phi}}{Q_{\text{καυσ}}}$$

Διαθέσιμη θερμότητα καυσίμου

$$Q_{\text{καυσ}} = m_B H_{\text{LHV}} [=] \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} [=] \text{kW}$$

$m_B$  : Μαζική παροχή καυσίμου

$H_{\text{LHV}}$  : Κατώτερη θερμογόνος δύναμη καυσίμου

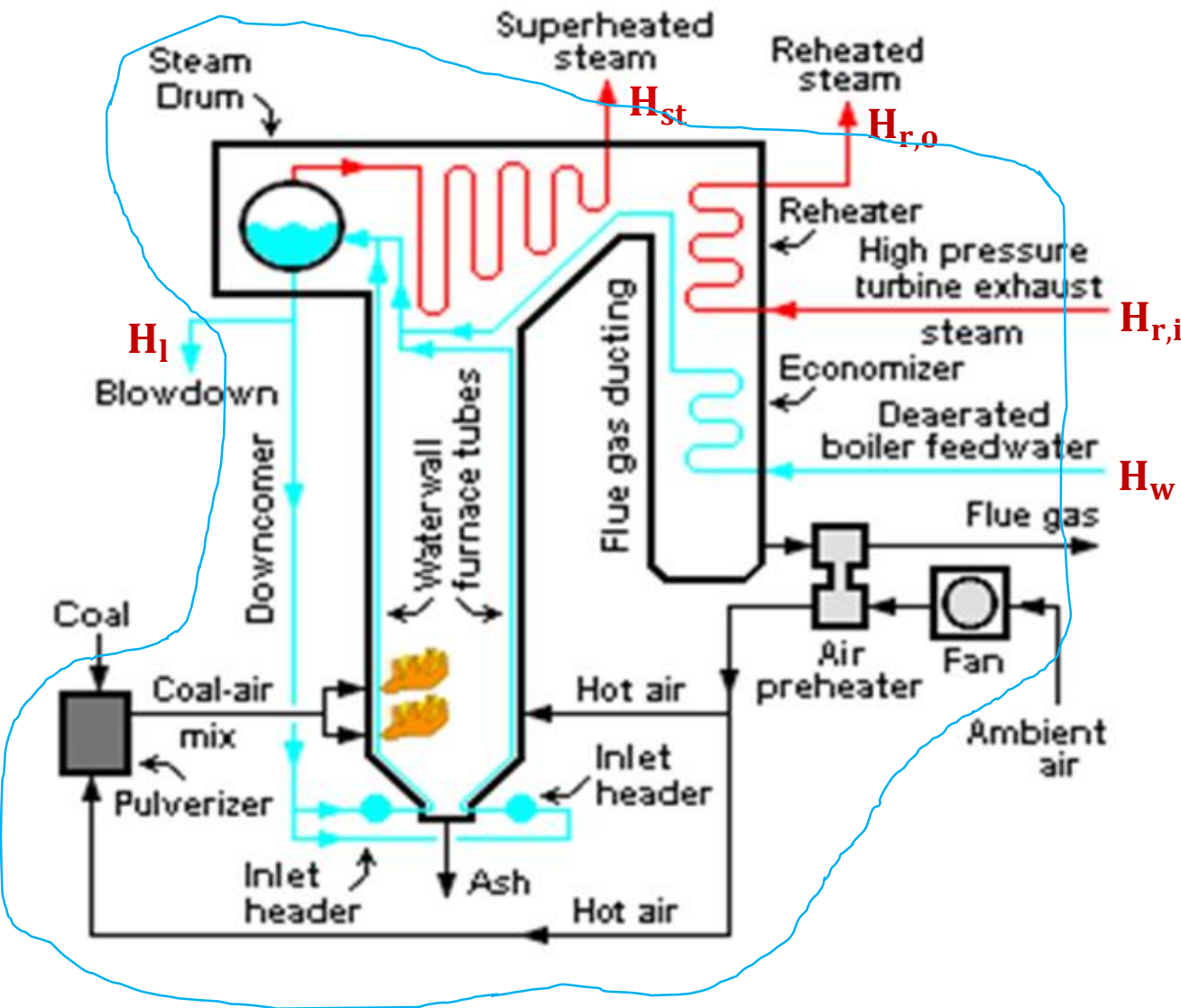
$$H_{\text{LHV}} [=] \text{kJ/kg} \equiv \Delta H_r^0 [=] \text{kJ/mol}$$

Θερμότητα που αξιοποιείται\*

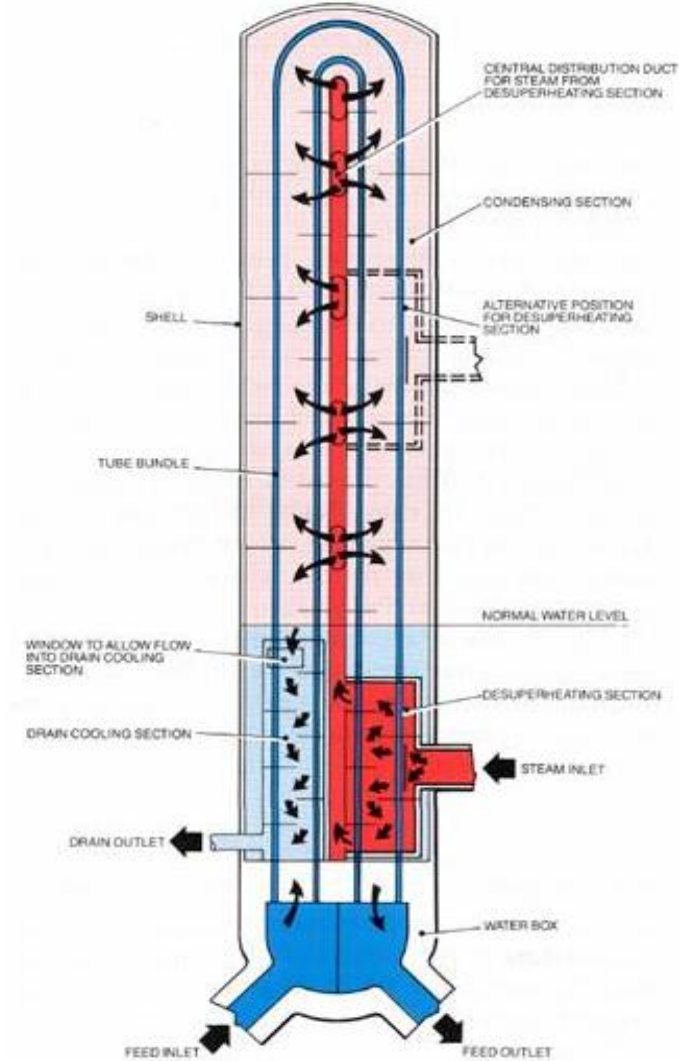
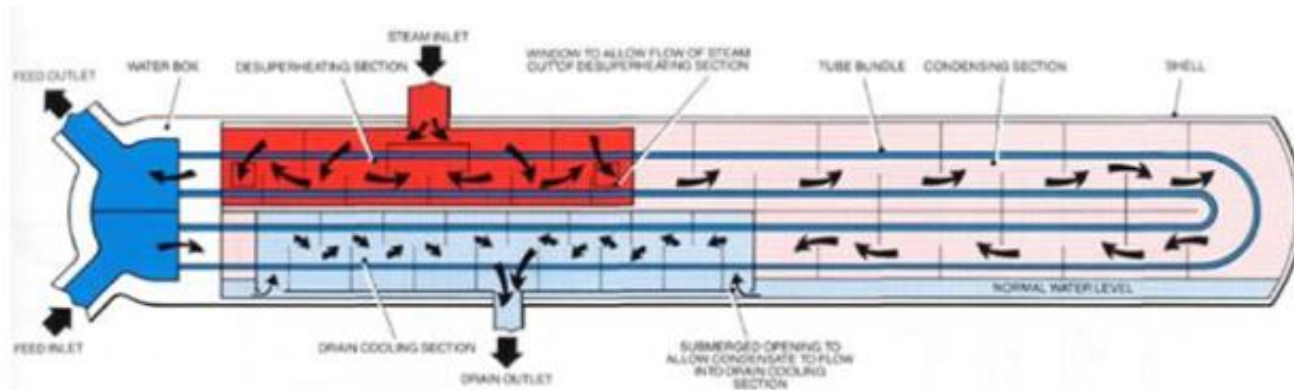
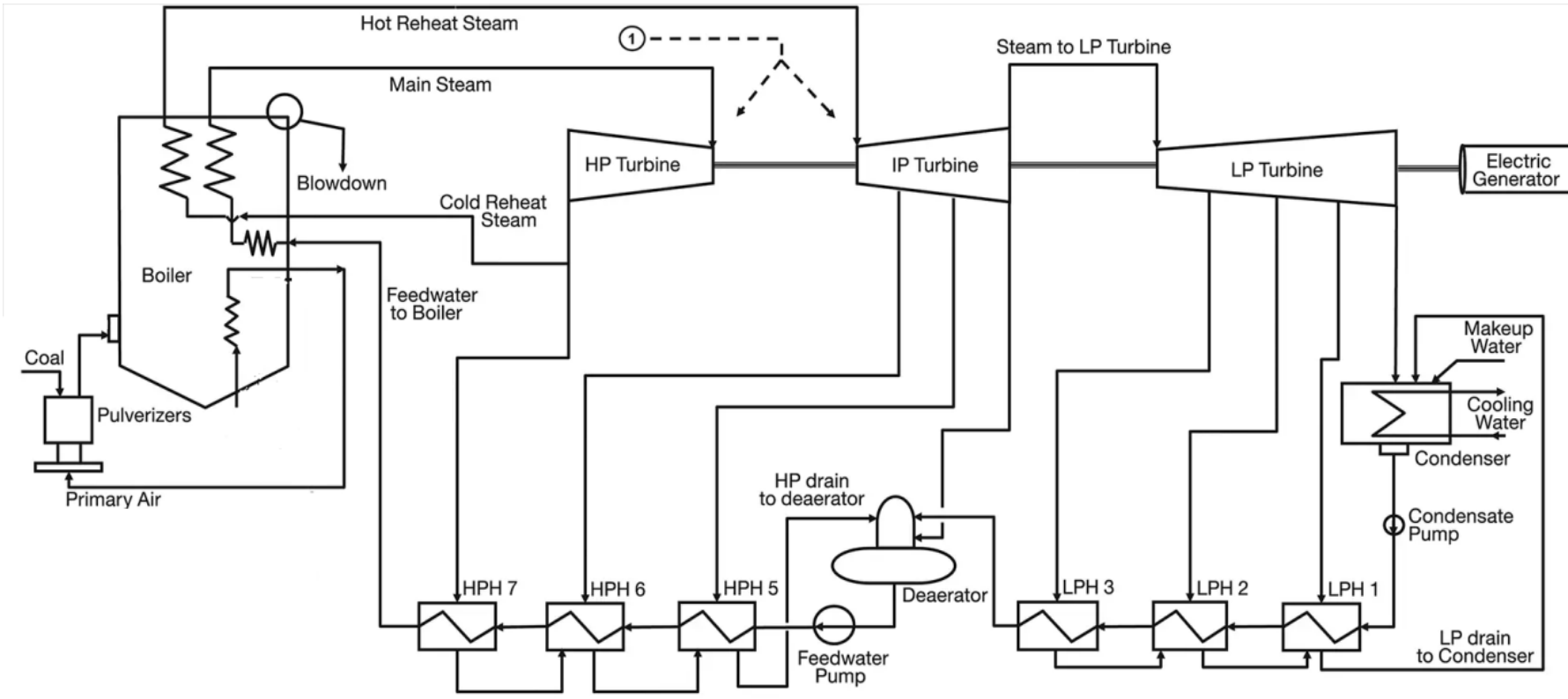
$$Q_{\omega\phi} = m_{\text{st}}(H_{\text{st}} - H_w) + m_{\text{rst}}(H_{\text{r,o}} - H_{\text{r,i}}) + m_{\text{bd}}(H_1 - H_w)$$

$H_w$  : Ενθαλπία νερού τροφοδοσίας (εξαρτάται από τον τρόπο προθέρμανσης)

\* Εύκολα υπολογίζεται στο σχεδιασμό αλλά δύσκολα μετρείται στη λειτουργία



# Προθερμαντήρες νερού τροφοδοσίας σε σύγχρονο ΑΗΣ



# Θερμικές απώλειες ατμοπαραγωγού

$$\eta = \frac{Q_{\omega\phi}}{Q_{\text{καυσ}}} = \frac{Q_{\text{καυσ}} - Q_{\text{απωλ}}}{Q_{\text{καυσ}}}$$

$$Q_{\text{απωλ}} = Q_G + Q_L + Q_E = \text{καυσαέρια} + \text{κλύφος} + \text{ατελής καύση}$$

$$\eta = \frac{Q_{\text{καυσ}} - Q_G - Q_L - Q_E}{Q_{\text{καυσ}}} = 1 - u_G - u_L - u_E$$

## Απώλειες καυσαερίων

$$u_G = \frac{Q_G}{Q_{\text{καυσ}}} = \frac{m_G c_{p,G} (T_G - T_0)}{m_B H_{\text{LHV}}} = \frac{\mu_G c_{p,G} (T_G - T_0)}{H_{\text{LHV}}}$$

$\mu_G$ : kg καυσαερίων/kg καυσίμου

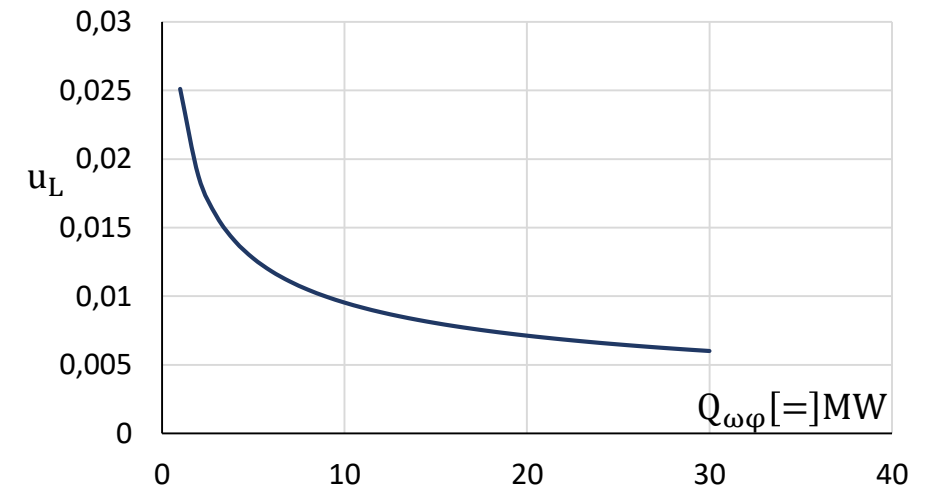
$$T_0 = 25^\circ\text{C}$$

$T_G$ : θερμοκρασία εισόδου στην καμινάδα

## Απώλειες κελύφους

$$u_L = 10^{-1,6-0,42 \log Q_{\omega\phi}} \quad Q_{\omega\phi} [=] \text{MW}$$

(επίδραση μερικού φορτίου)



## Απώλειες ατελούς καύσης

(επίδραση προθέρμανσης αέρα)

$$u_E = \frac{\Delta m_B}{m_B} + \frac{y_{\text{CO}}}{y_{\text{CO}} + y_{\text{CO}_2}} \frac{23600 \text{ C}}{H_{\text{LHV}}}$$

καύσιμο	100 $u_E$
Φυσικό αέριο	<0,5 %
Πετρέλαιο	0,5-1 %
Άνθρακας-Βιομάζα	1-2 %

# Υπολογισμοί καύσης με βάση στοιχειακή ανάλυση καυσίμου

## Στοιχειακή ανάλυση καυσίμου

% wt C, H, O, S

## Στοιχειομετρικός αέρας καύσης

$$\mu_{A0} = 11,51 C + 34,30 H + 4,31 S - 4,32 O$$

[=] kg αέρα/kg καυσίμου

## Λόγος αέρα

$$\lambda = \frac{\mu_A}{\mu_{A0}}, \quad \lambda - 1 : \text{περίσσεια αέρα}$$

Καύσιμο	100 (λ-1)
Φυσικό αέριο	10-15 %
Πετρέλαιο	15-20 %
Άνθρακας-Βιομάζα	20-30 %

## Μέτρηση περίσσειας αέρα

$$\lambda - 1 = e = K \frac{\xi}{21 - \xi}$$

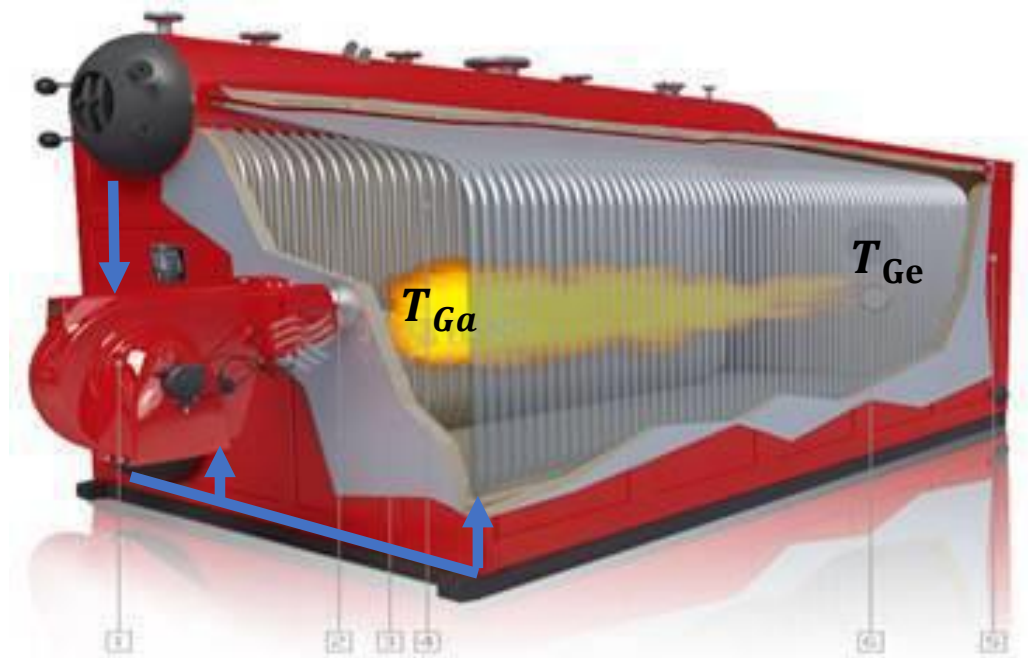
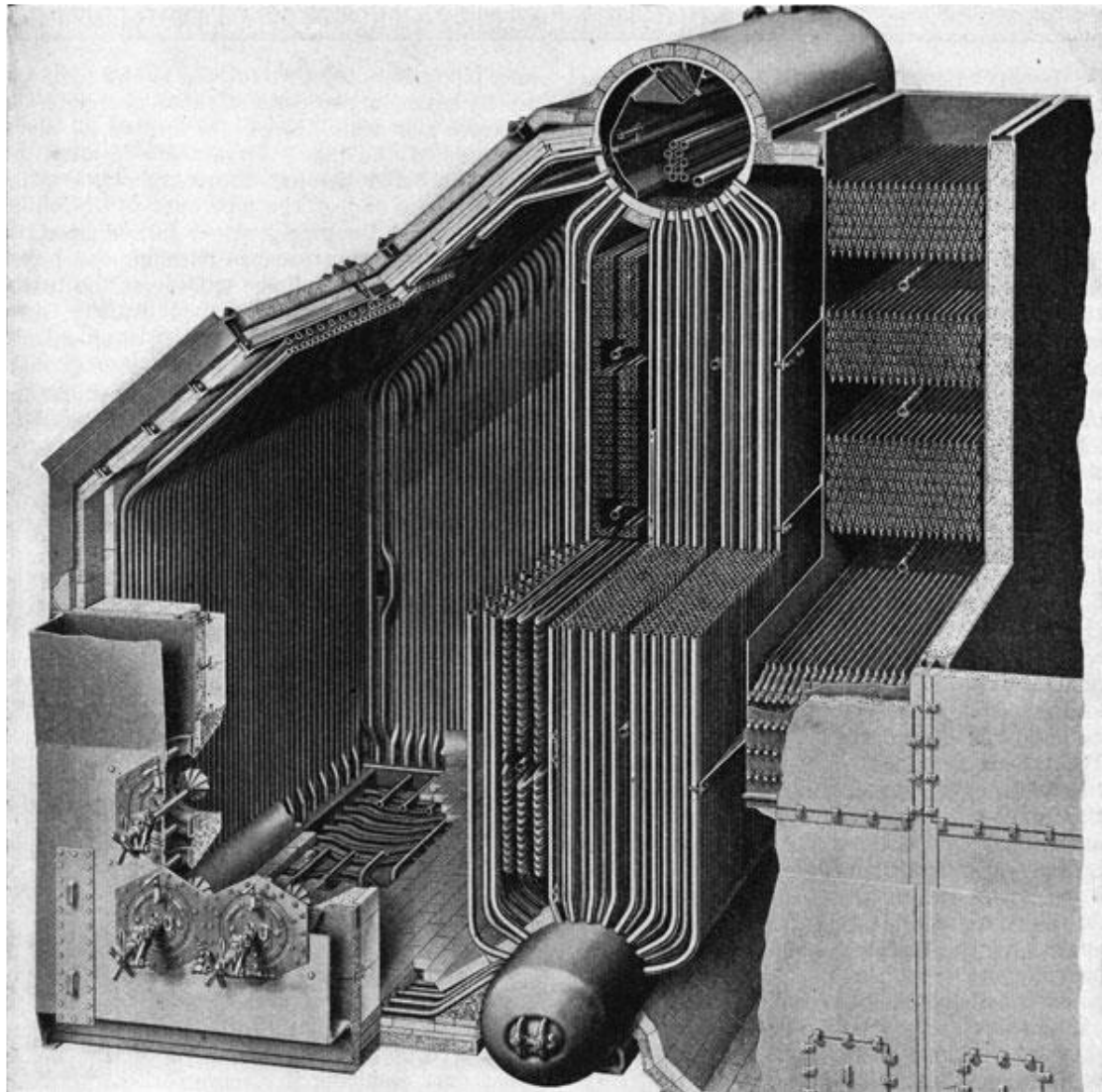
$\xi$  = % κατ' όγκο O<sub>2</sub> στα ξηρά καυσαέρια

Καύσιμο	K
Carbon	1,0
Hydrogen	0,8
Carbon monoxide	1,21
Sulfur	1,0
Methane	0,9
Oil	0,95
Coal	0,97

## Παροχή καυσαερίων ανά kg καυσίμου

$$\mu_G = \mu_A(1 + w) + 1 = \lambda\mu_{A0}(1 + w) + 1$$

*Σχεδιασμός χώρου καύσης/ ακτινοβολίας*



# Χαρακτηριστικές θερμικές φορτίσεις χώρου καύσης

## Θερμική φόρτιση όγκου

$$V_{\kappa} = m_B \mu_{GV} t_{\kappa} \Rightarrow q_V = \frac{Q_{o\lambda}}{V_{\kappa}} = \frac{m_B (H_{LHV} + c_{p,B} T_B + \mu_A c_{p,A} T_A)}{l_{\kappa} w_{\kappa} h_{\kappa}}$$

## Θερμική φόρτιση διατομής

$$q_S = \frac{Q_{o\lambda}}{S} = \frac{m_B (H_{LHV} + c_{p,B} T_B + \mu_A c_{p,A} T_A)}{l_{\kappa} w_{\kappa}}$$

Ενδεικτικές διαστάσεις φλόγας

$$L_f = m_B^{0,4} [0,60 + 0,1(e^{-16(\lambda-1)} - 1)], [=] m$$

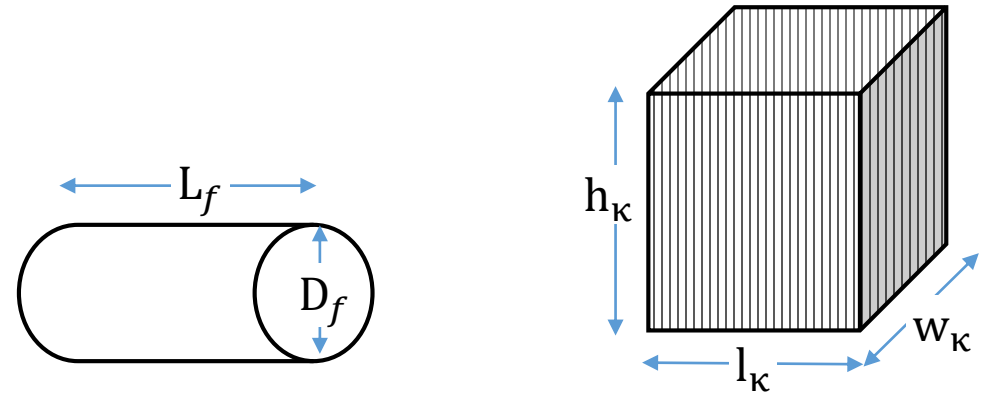
$$D_f = m_B^{0,4} [0,1 + 0,01(e^{-22(\lambda-1)} - 1)], m_B [=] g/s$$

## Θερμική φόρτιση επιφάνειας εναλλαγής

$$q_A = \frac{Q_{o\lambda}}{A} = \frac{m_B (H_{LHV} + c_{p,B} T_B + \mu_A c_{p,A} T_A)}{2 l_{\kappa} w_{\kappa} + 2 (l_{\kappa} + w_{\kappa}) h_{\kappa}}$$

Για φλογοσωλήνα

$$q_V \approx 0,9 - 1,9 \text{ MW/m}^3, \quad q_A \approx 0,3 - 0,6 \text{ MW/m}^2$$



Μέγιστη θερμική φόρτιση όγκου λέβητα ξηρής τέφρας [=] MW/m<sup>3</sup>

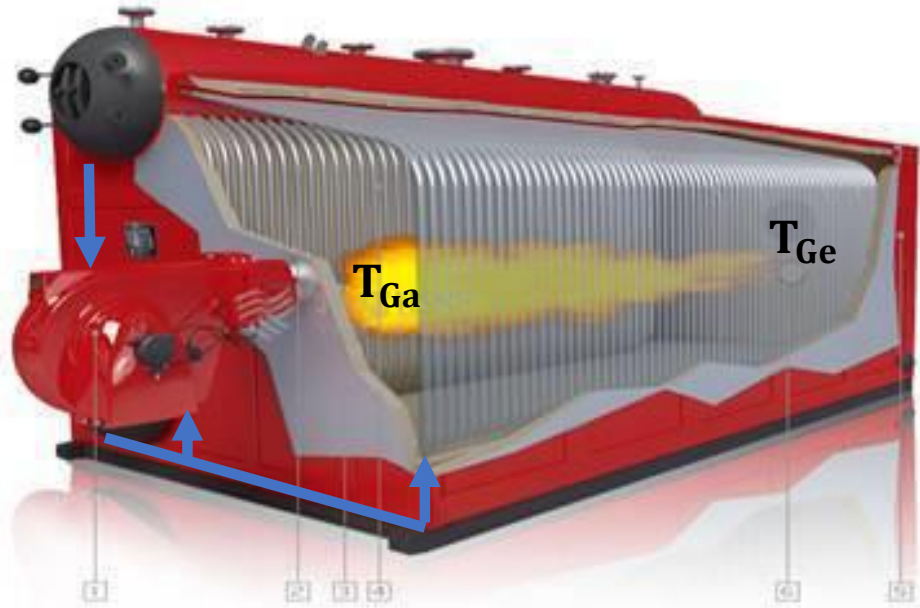
Καύσιμο / Μέθοδος καύσης	άνθρακας	λιγνίτης	πετρέλαιο	φυσικό αέριο
Καυστήρας	0,10-0,20	0,10-0,15	0,23-0,35	0,35
Εστία καύσης	0,2-0,3	0,2-0,3	-	-
Ρευστοστερεά κλίνη	1,7-2,1	1,7-2,1	-	-

Μέγιστη θερμική φόρτιση διατομής λέβητα ξηρής τέφρας [=] MW/m<sup>2</sup>

Δυναμικότητα (t/h)	200	400	700-1000	1000-1600
Άνθρακας	2,1-2,7	2,9-4,0	3,3-4,5	4-4,5
Αέριο ή πετρέλαιο	4,1-4,8	4,2-5,2	5,2-6,2	6,0-6,4

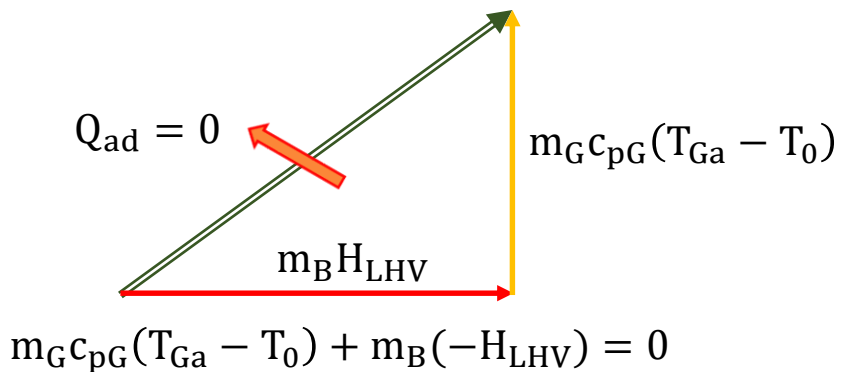


# Ισοζύγιο ενέργειας σε χώρο καύσης



Αδιαβατική θερμοκρασία φλόγας

$$T_{Ga} = \frac{m_B H_{LHV}}{m_G c_{pG}} = \frac{H_{LHV}}{\mu_G c_{pG}}$$



Μέση θερμοκρασία καυσαερίων

$$T_f = \sqrt{T_{Ga} T_{Ge}} \quad T_{Ge} = ?$$



Ισοζύγιο ενέργειας στα καυσαέρια

$$Q = m_G c_{pG} (T_{Ga} - T_{Ge})$$

Μεταφορά από τη φλόγα προς τα τοιχώματα

$$Q = \frac{\sigma(T_f^4 - T_w^4)}{\frac{1 - \epsilon_f}{\epsilon_f A_f} + \frac{1}{A_f F_{fw}} + \frac{1 - \epsilon_w}{\epsilon_w A_w}}$$

(Αγνοείται η συναγωγή  
συντηρητική εκτίμηση)



$$\left. \begin{array}{l} A_f \approx A_w \\ F_{fw} = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow Q = \sigma \epsilon A_w (T_f^4 - T_w^4) \approx \sigma \epsilon A_w T_f^4$$

$$\epsilon = \left( \frac{1}{\epsilon_f} + \frac{1}{\epsilon_w} - 1 \right)^{-1} = \epsilon_f \left[ \frac{\epsilon_w}{\epsilon_w + (1 - \epsilon_w) \epsilon_f} \right]$$

$\epsilon_w = ?$

$\epsilon_f = ?$

$$\left. \begin{aligned} Q &= \sigma \varepsilon A_w T_f^4 \\ Q &= m_G c_{pG} (T_{Ga} - T_{Ge}) \\ T_f &= \sqrt{T_{Ga} T_{Ge}} \end{aligned} \right\}$$

Τελική σχεδιαστική σχέση

$$\left( \frac{T_{Ge}}{T_{Ga}} \right)^2 = Bo \left( 1 - \frac{T_{Ge}}{T_{Ga}} \right)$$

$$Bo = \frac{m_G c_{p,G}}{\sigma \varepsilon A_w T_{Ga}^3}, \quad \varepsilon = \varepsilon_f \left[ \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_w + (1 - \varepsilon_w) \varepsilon_f} \right]$$

Οξειδωμένος ανθρακοχάλυβας (συμπαγές τοίχωμα)

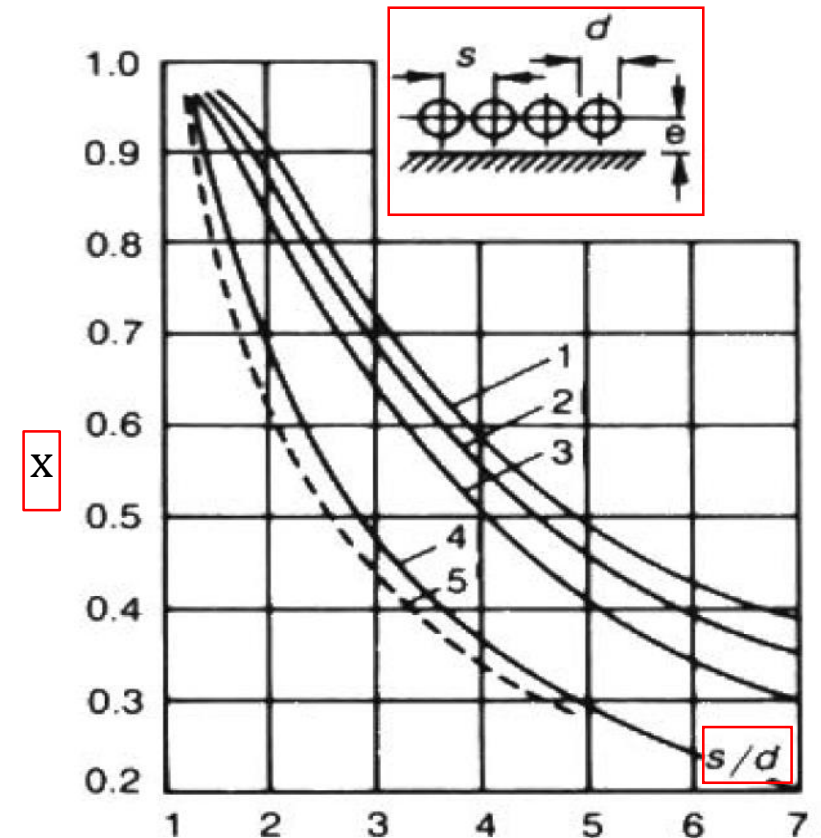
$$\varepsilon_w = 0,7 - 0,9 \quad (400-500^\circ\text{C})$$

Συστοιχία υδραυλών με επικαθήσεις και διάκενα

$$\varepsilon_w = x \xi$$

$\xi =$  0,65 αέριο καύσιμο  
0,55 υγρό καύσιμο  
0,4-0,5 άνθρακας  
0,1-0,2 κεραμική επικάλυψη

1:  $e > 1,4d$   
2:  $e = 0,8d$   
3:  $e = 0,5d$   
4:  $e = 0$

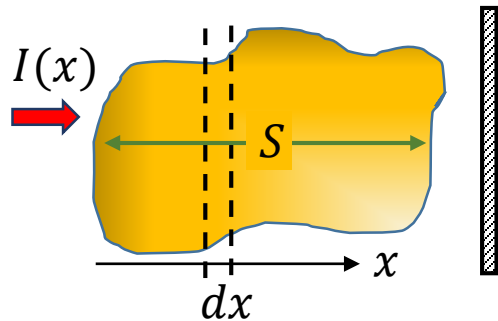


## Θερμική ακτινοβολία

O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O, CO<sub>2</sub>, SO<sub>2</sub>, αιθάλη, κωκ, τέφρα

## Βαθμός απορρόφησης καυσαερίων

Χαρακτηριστική διάσταση φλόγας:  $S = 3,6 \frac{V_f}{A_f}$



$I(x)$ : Ένταση ακτινοβολίας

$$dI = -k_f P I(x) dx \Rightarrow I(S) = I_0 e^{-k_f P S}$$

$k_f$ : συντελεστής απόσβεσης φλόγας

$S$ : [=]m,  $P$ : [=]MPa

$$a_f (= \varepsilon_f) = \frac{I_0 - I(S)}{I_0} = 1 - e^{-k_f P S}$$

## Πρόβλεψη βαθμού εκπομπής

$$\varepsilon_f = \omega_{lum} (1 - e^{-k_{lum} P S}) + (1 - \omega_{lum}) (1 - e^{-k_{non} P S})$$

Κλάσμα φωτεινού τμήματος:  $\omega_{lum} = 0,55$  (πετρέλαιο)

$\omega_{lum} = 0,10$  (φυσικό αέριο)

φωτεινό τμήμα καυσαερίων:  $k_f \equiv k_{lum} = k_G r + k_s$

μη-φωτεινό τμήμα καυσαερίων:  $k_f \equiv k_{non} = k_G r$

## Συντελεστής απόσβεσης αερίων

$$k_G r = 10 \left[ \frac{0,78 + 1,6 r_{H_2O}}{(10 P S r)^{1/2}} - 0,1 \right] \left( 1 - 0,37 \frac{T_{Ge}}{1000} \right) r$$

## Συντελεστής απόσβεσης αιθάλης

$$k_s = 0,3(1 - e) \left( 1,6 \frac{T_{Ge}}{1000} - 0,5 \right) \left( \frac{C}{H} \right)_B$$

$r$ : κλάσμα όγκου τριατομικών

$T_{Ge}$ : θερμοκρασία[=]K

$e = \lambda - 1$ : περίσσεια αέρα

$C/H$ : κλάσμα μάζας

*Σύνοψη τεχνικών υπολογισμών  
μεταφοράς θερμότητας με ακτινοβολία*

## Ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία

Characterization	Wavelength, $\lambda$
Cosmic rays	< 0.3 pm
Gamma rays	0.3-100 pm
X rays	0.01-30 nm
Ultraviolet light	3-400 nm
Visible light	0.4-0.7 $\mu\text{m}$
Near infrared radiation	0.7-30 $\mu\text{m}$
Far infrared radiation	30-1000 $\mu\text{m}$
Millimeter waves	1-10 mm
Microwaves	10-300 mm
Shortwave radio & TV	300 mm-100 m
Longwave radio	100 m-30 km

## Αλληλεπίδραση ακτινοβολίας με στερεό

$\alpha_\lambda, \rho_\lambda, \tau_\lambda$ : μονοχρωματικοί βαθμοί απορρόφησης, ανάκλασης και διαπέρασης

$$\alpha_\lambda + \rho_\lambda + \tau_\lambda = 1$$

## Μέλαν σώμα (μαύρη επιφάνεια)

$$\alpha_{\lambda,b} = \alpha_b = 1$$

$E_b, E_{b,\lambda}$ : ολική και μονοχρωματική εκπεμπόμενη ισχύς[=]W/m<sup>2</sup> επιφάνειας

## Κατανομή Planck

$$E_{b,\lambda}(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2/\lambda T) - 1]}$$

$$C_1 = 2\pi h c^2$$

$$C_2 = hc/k_B$$

$$T [=] K$$

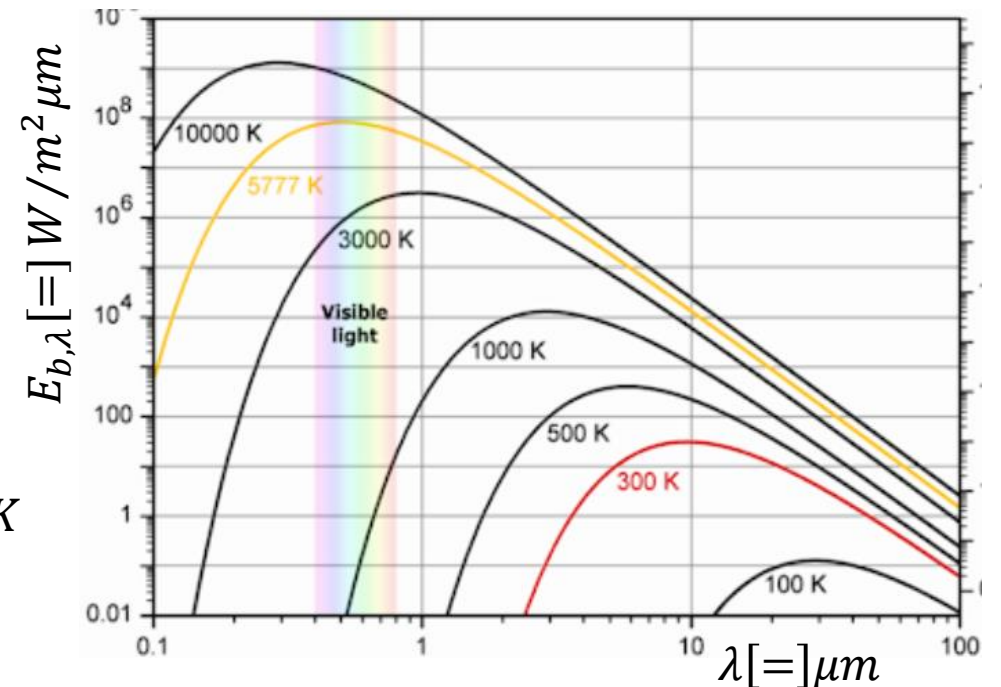
## Νόμος Stefan-Boltzmann

$$E_b(T) = \int_0^\infty E_{b,\lambda}(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4$$

$$(\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{K}^4)$$

## Νόμος Wien

$$E_{b,\lambda}(\lambda, T) = \max \Rightarrow (\lambda T)_{max} = 2898 \mu\text{m K}$$



# Σχέση εκπομπής και απορρόφησης

## Βαθμός εκπομπής

$$\varepsilon_\lambda = \frac{E_\lambda}{E_{b,\lambda}}$$

### Γενική συμπεριφορά

$$\varepsilon_\lambda = \varepsilon'_\lambda(\lambda, \varphi, \theta, T)$$

Η εκπεμπόμενη (όπως και η απορροφούμενη και ανακλώμενη) ισχύς εξαρτώνται και από την κατεύθυνση

### Ημισφαιρικός βαθμός εκπομπής

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, T)$$

## Ολικός βαθμός εκπομπής

$$\varepsilon(T) = \frac{\int_0^\infty E_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty E_{b,\lambda} d\lambda} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_{b,\lambda} d\lambda}{\sigma T^4}$$

### Κλάσμα εκπεμπόμενης ισχύος στο εύρος (0,λ)

$$\frac{\int_0^\lambda E_{b,\lambda} d\lambda}{\sigma T^4} = \int_0^{\lambda T} \frac{C_1/\sigma}{(\lambda T)^5 [\exp(C_2/\lambda T) - 1]} d(\lambda T) = f(\lambda T)$$

## NOMΟΣ KIRCHHOFF

$$\alpha'_\lambda(\lambda, \varphi, \theta, T) = \varepsilon'_\lambda(\lambda, \varphi, \theta, T)$$

### Διάχυτη επιφάνεια (ή ακτινοβολία)

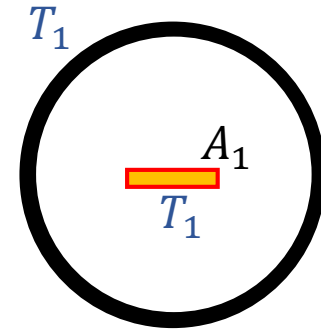
$$\alpha_\lambda(\lambda, T) = \varepsilon_\lambda(\lambda, T)$$

### Γκρίζα και διάχυτη επιφάνεια (ή ακτινοβολία\*)

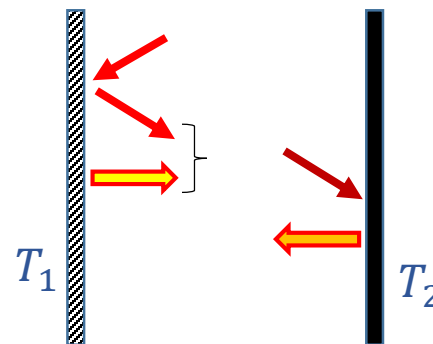
$$\alpha(T) = \varepsilon(T) \quad \text{*γκρίζα ακτινοβολία} \sim E_{b,\lambda}(T)$$

Θερμική ισορροπία μικρής επιφάνειας σε μαύρη κοιλότητα

$$(\varepsilon_1 E_{b1}) A_1 = (\alpha_1 E_{b1}) A_1 \Rightarrow \varepsilon_1(T_1) = \alpha_1(T_1)$$



Θερμική ισορροπία επιφανειών που ακτινοβολούν



$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \varepsilon_1 E_{b1} + (1 - \alpha_1) E_{b2} \\ q_2 &= E_{b2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_{1-2} = q_1 - q_2 = \varepsilon_1 E_{b1} - \alpha_1 E_{b2}$$

$$T_1 = T_2 = T \Rightarrow \varepsilon_1(T) = \alpha_1(T)$$

## Βασικές παραδοχές

- Εναλλαγή ακτινοβολίας μεταξύ επιφανειών χωρίς επίδραση του ενδιάμεσου ρευστού
- Η ακτινοβολία προέρχεται από γκρίζες επιφάνειες, είναι διάχυτη και διαδίδεται ευθύγραμμα

*Συντελεστής όψης μεταξύ  $A_i$  και  $A_j$*

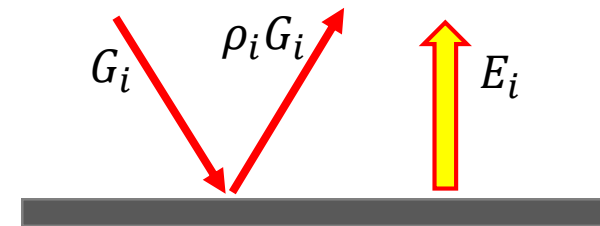
$F_{ij}$  : το κλάσμα της ακτινοβολίας που φεύγει από την επιφάνεια  $A_i$  και προσπίπτει στην επιφάνεια  $A_j$  εξαρτάται από το σχήμα, την απόσταση και τον σχετικό προσανατολισμό των επιφανειών

- Κάθε απλή επιφάνεια έχει ομοιόμορφη θερμοκρασία και θερμορροή
- Η έκθεση,  $G_i$ , της επιφάνειας  $A_i$  προέρχεται από όλες τις υπόλοιπες

*Ισοζύγιο ενέργειας σε επιφάνεια  $A_i$*

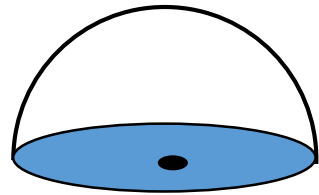
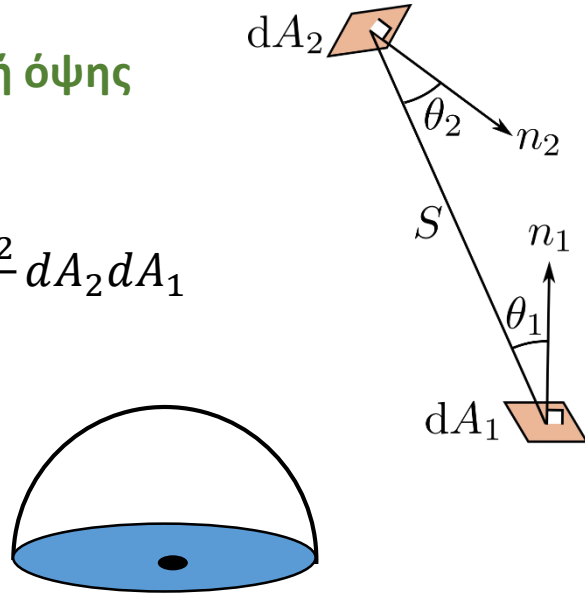
$$q_i = q_{i,εκπ} - q_{i,απορ} = E_i - \alpha_i G_i \quad \text{ή ισοδύναμα,}$$

$$q_i = q_{i,out} - q_{i,in} = (q_{i,εκπ} + q_{i,ανακλ}) - q_{i,εκθεση} = E_i + \rho_i G_i - G_i$$



## Γενικός ορισμός συντελεστή όψης

$$F_{12} = \frac{1}{A_1} \iint_{A_1 A_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi S^2} dA_2 dA_1$$



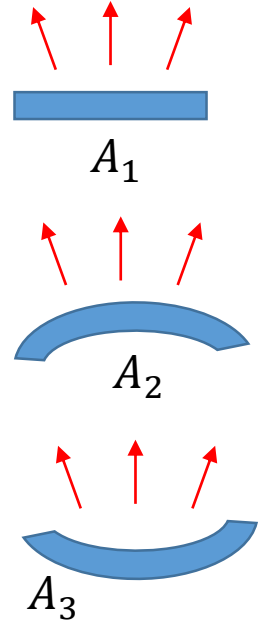
## Κανόνας αμοιβαιότητας

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji} \quad (F_{ij} \neq F_{ji})$$

## Κανόνας αθροίσματος

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1 \quad (F_{ii} \geq 0)$$

$$F_{11} = F_{22} = 0, F_{33} > 0$$



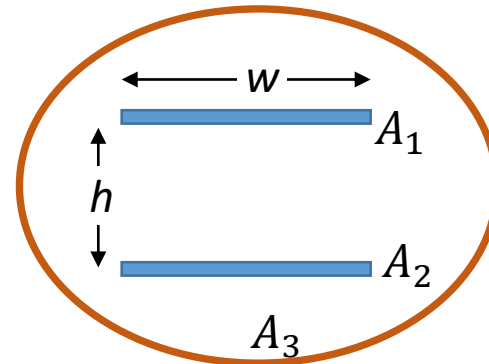
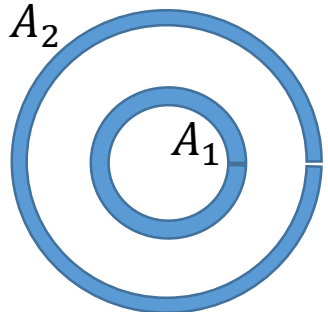
## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

$$F_{22} = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} F_{11} + F_{12} = 1 \\ F_{11} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow F_{12} = 1$$

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \Rightarrow F_{21} = \frac{A_1}{A_2} F_{12} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

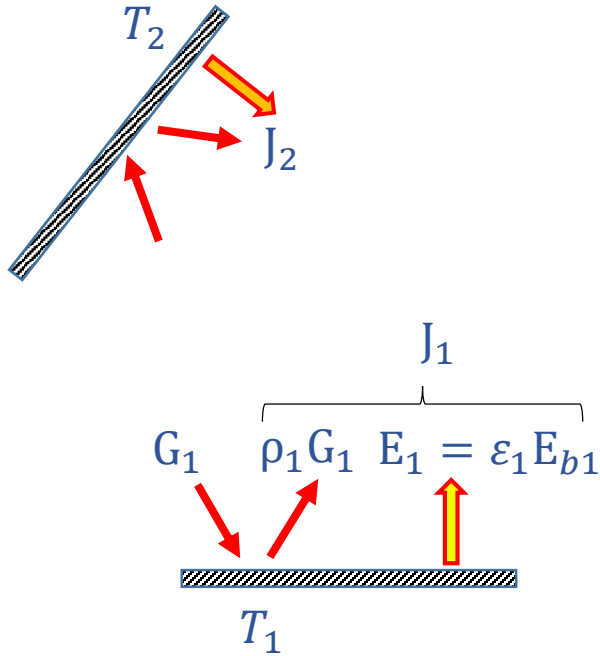
$$F_{21} + F_{22} = 1 \Rightarrow F_{22} = 1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}$$



$$F_{12} = F_{21} = \sqrt{1 + \left(\frac{h}{w}\right)^2} - \left(\frac{h}{w}\right)$$



# Εναλλαγή ακτινοβολίας μεταξύ γκρίζων επιφανειών



$G_1$ : έκθεση επιφάνειας (1)

$J_1$ : ακτινοβολήση από επιφάνεια (1)

(ακτινοβολία που προσπίπτει και που απομακρύνεται αντίστοιχα)

$$J_1 = \rho_1 G_1 + \epsilon_1 E_{b1}$$

Γκρίζες επιφάνειες:  $\epsilon_i = \alpha_i \neq f(\lambda)$

Απώλειες ακτινοβολίας,  $Q_i$ , από επιφάνεια  $i$

$$\left. \begin{aligned} Q_i &= A_i J_i - A_i G_i \Rightarrow q_i = J_i - G_i \\ J_i &= \epsilon_i E_{bi} + \rho_i G_i \\ \rho_i &= 1 - \alpha_i = 1 - \epsilon_i \end{aligned} \right\} \Rightarrow G_i = \frac{J_i - \epsilon_i E_{bi}}{1 - \epsilon_i} \Rightarrow q_i = \frac{\epsilon_i}{1 - \epsilon_i} (E_{bi} - J_i)$$

Εναλλαγή ακτινοβολίας της επιφάνειας  $i$  με τις υπόλοιπες

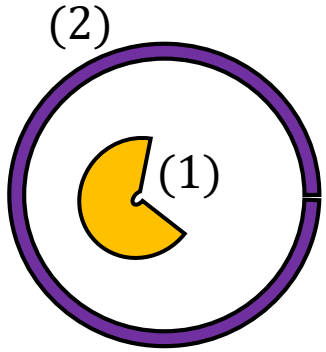
$$\left. \begin{aligned} Q_{ij} &= (A_i J_i) F_{ij} - (A_j J_j) F_{ji} \\ A_i F_{ij} &= A_j F_{ji} \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q_{ij} = A_i F_{ij} (J_i - J_j) = -Q_{ji}$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^N Q_{ij} = \sum_{j=1}^N A_i F_{ij} (J_i - J_j) \Rightarrow q_i = \sum_{j=1}^N F_{ij} (J_i - J_j)$$

## Ερωτήματα

- Πόση θερμότητα εναλλάσσουν επιφάνειες γνωστής θερμοκρασίας;
- Ποια η θερμοκρασία επιφανειών με γνωστή θερμορροή;

## Κλειστό σύστημα δύο επιφανειών



$$Q_1 = Q_{12} = Q$$

$$Q_2 = Q_{21} = -Q$$

$$Q_1 = \frac{A_1 \varepsilon_1}{1 - \varepsilon_1} (E_{b1} - J_1) = Q \Rightarrow E_{b1} - J_1 = Q \left( \frac{1 - \varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1} \right)$$

$$Q_{12} = A_1 F_{12} (J_1 - J_2) = Q \Rightarrow J_1 - J_2 = Q \left( \frac{1}{A_1 F_{12}} \right)$$

$$Q_2 = \frac{A_2 \varepsilon_2}{1 - \varepsilon_2} (E_{b2} - J_2) = -Q \Rightarrow J_2 - E_{b2} = Q \left( \frac{1 - \varepsilon_2}{A_2 \varepsilon_2} \right)$$

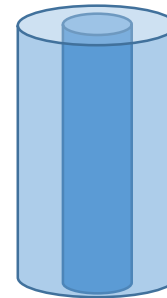
$$\Rightarrow Q = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1 - \varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{A_2 \varepsilon_2}}$$

### Ειδικές περιπτώσεις



Παράλληλες πλάκες άπειρου μεγέθους

$$A_1 = A_2 = A, F_{12} = 1 \Rightarrow Q = \frac{A \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$



Επιμήκεις ομοαξονικοί κύλινδροι

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2}, F_{12} = 1 \Rightarrow Q = \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left( \frac{r_1}{r_2} \right)}$$

Μικρό σώμα σε μεγάλη κοιλότητα

$$A_1 \ll A_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} \approx 0, F_{12} = 1 \Rightarrow Q = \varepsilon_1 A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$