Binary Decision Diagrams

Σαν binary decision diagram ορίζουμε κατευθυντικό ακυκλικό γράφο με μια αρχή (rooted, directed acyclic graph) ο οποίος έχει έναν ή δύο τερματικούς κόμβους που αντιστοιχούν στο λογικό 0 και στο λογικό 1 και ένα σύνολο από μη τερματικούς κόμβους από τους οποίους ξεκινούν δύο ακμές.

Binary Decision Diagrams

Στις δύο αυτές ακμές αντιστοιχούν δυο συναρτήσεις Fx και Fx' από το θεώρημα του Shannon

$$F(x_1,x_2,\ldots,x_i,\ldots,x_n) =$$

$$x_i\, F(x_1,x_2,\ldots,1,\ldots,x_n) + x_i'\, F(x_1,x_2,\ldots,0,\ldots,x_n)$$

Σε κάθε κόμβο αντιστοιχεί μια μεταβλητή

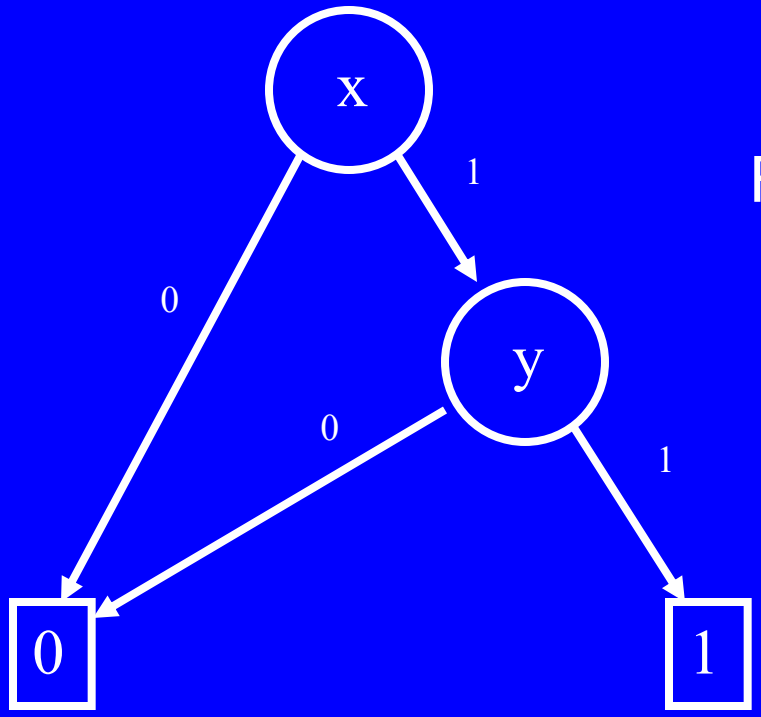
Binary Decision Diagrams

Ένα BDD λέγεται διατεταγμένο αν σε όλες τις διαδρομές μέσα στο γράφο οι μεταβλητές εμφανίζονται πάντα με την ίδια σειρά ($x_1 < x_2 < \ldots < x_i < \ldots < x_n$)

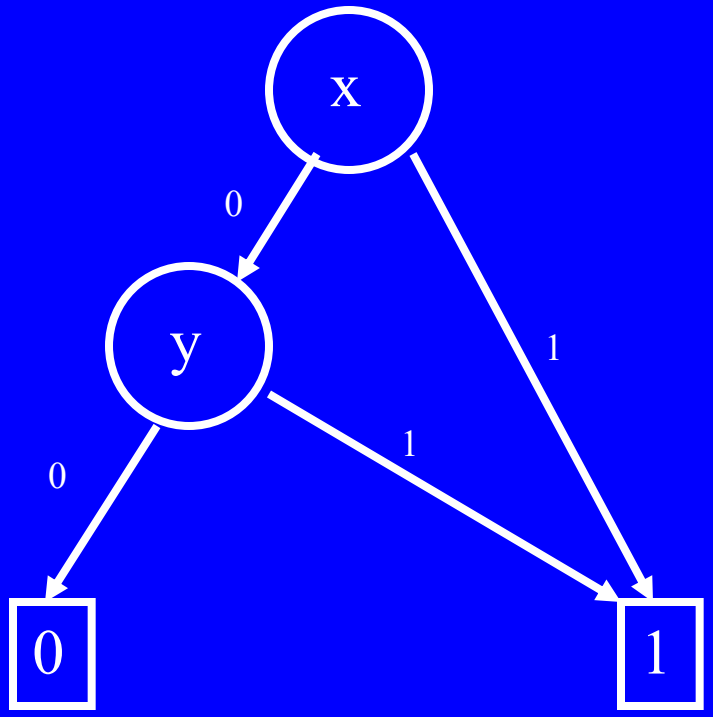
Ένα BDD λέγεται ελαχιστοποιημένο αν:

- δεν υπάρχουν δύο κόμβοι που να αντιστοιχούν στην ίδια μεταβλητή και να έχουν τους ίδιους υπογράφους
- κανένας κόμβος δεν έχει δύο ίδιους υπογράφους

Binary Decision Diagrams



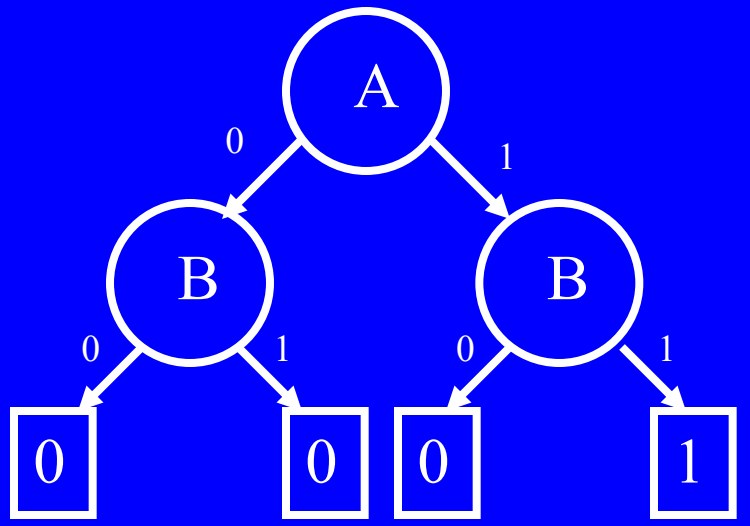
Binary Decision Diagrams



F = x+y

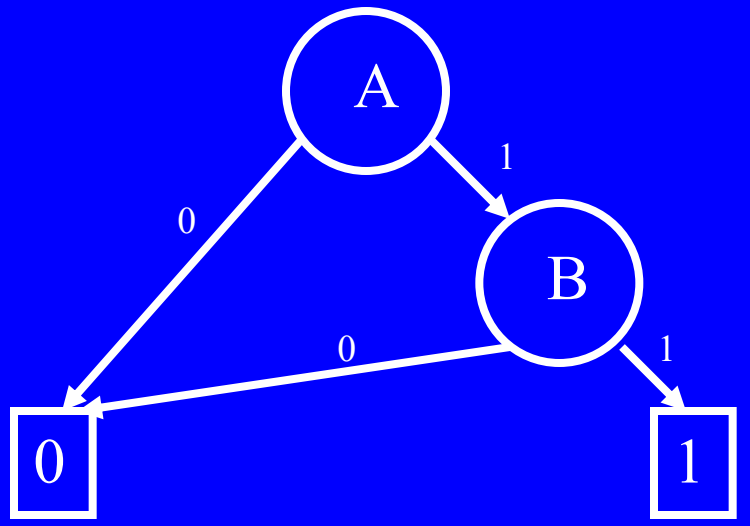
Binary Decision Diagrams

A	0	0	1	1
B	0	1	0	1
F	0	0	0	1



Binary Decision Diagrams

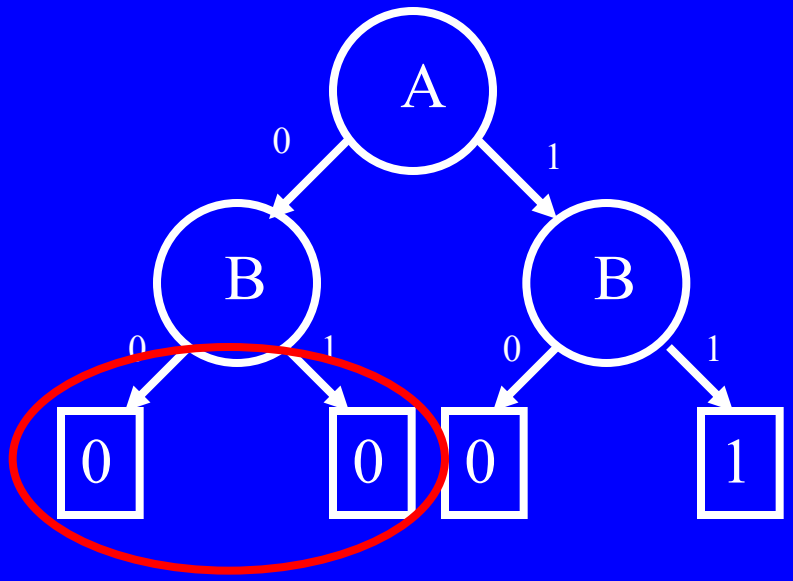
A	0	0	1	1
B	0	1	0	1
F	0	0	0	1



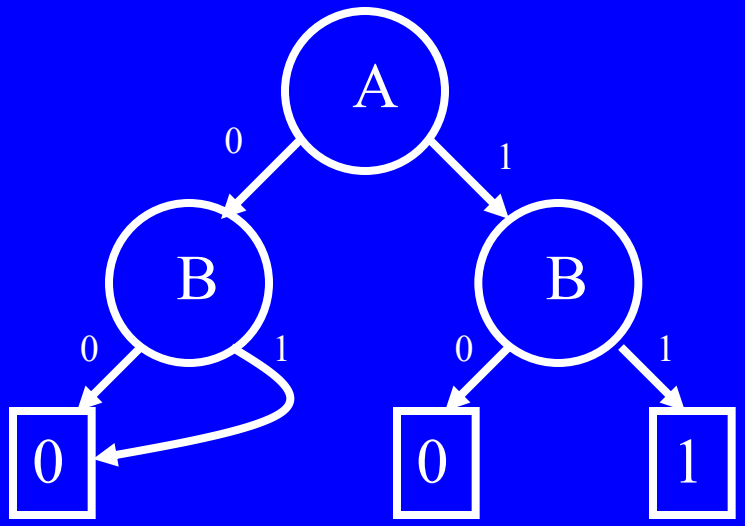
Διαδικασία απλοποίησης

- Ενώνουμε τους ίδιους κόμβους
- Αν και οι δύο ακμές που φεύγουν από ένα κόμβο Χ δείχνουν τον ίδιο κόμβο Υ, τότε αφαιρούμε τον κόμβο Χ και ενώνουμε κατευθείαν τον κόμβο ανώτερης βαθμίδας με τον Υ.
- Επαναλαμβάνουμε μέχρι να μην μπορούμε να ενώσουμε ή να αφαιρέσουμε άλλους κόμβους.

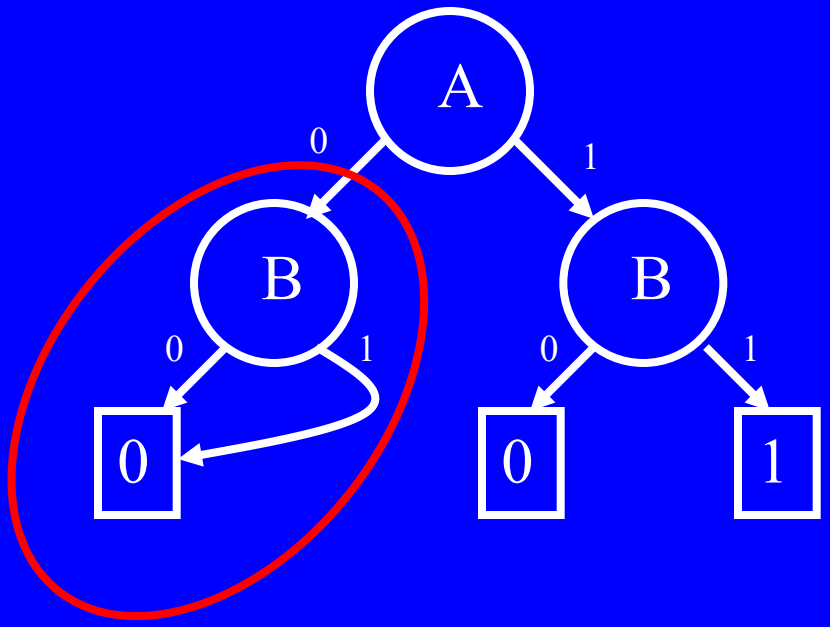
Διαδικασία απλοποίησης



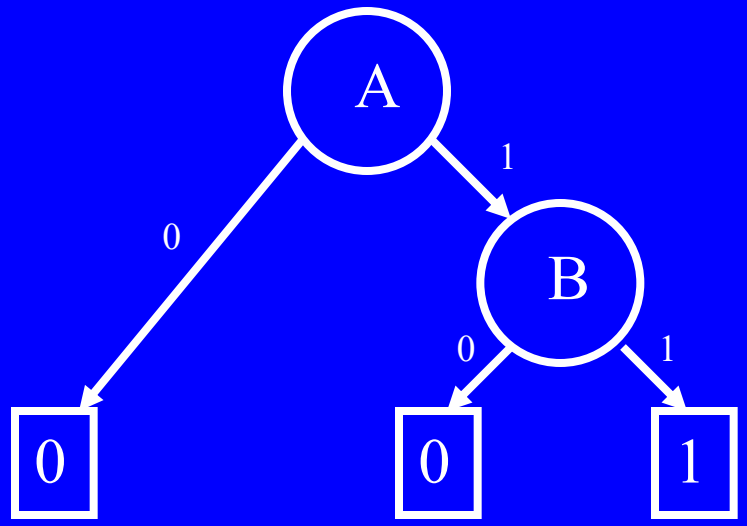
Διαδικασία απλοποίησης



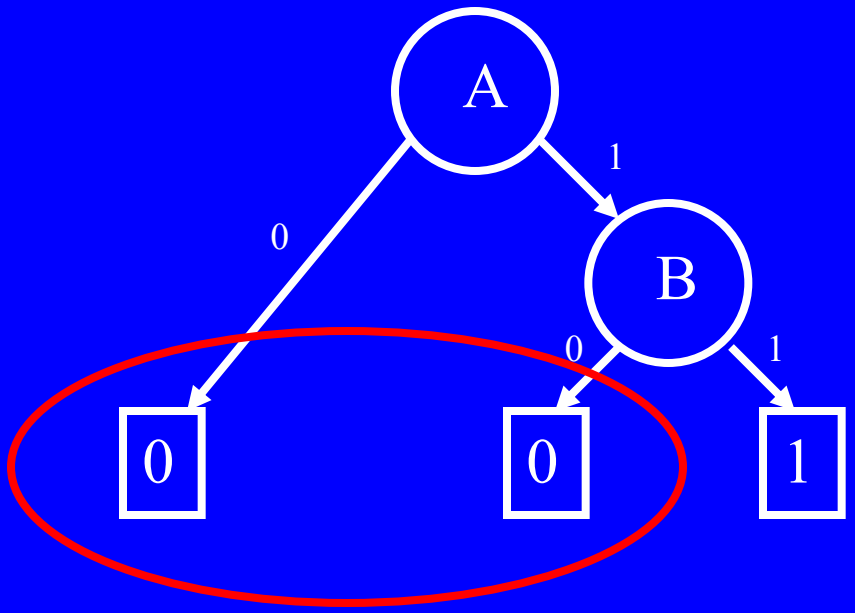
Διαδικασία απλοποίησης



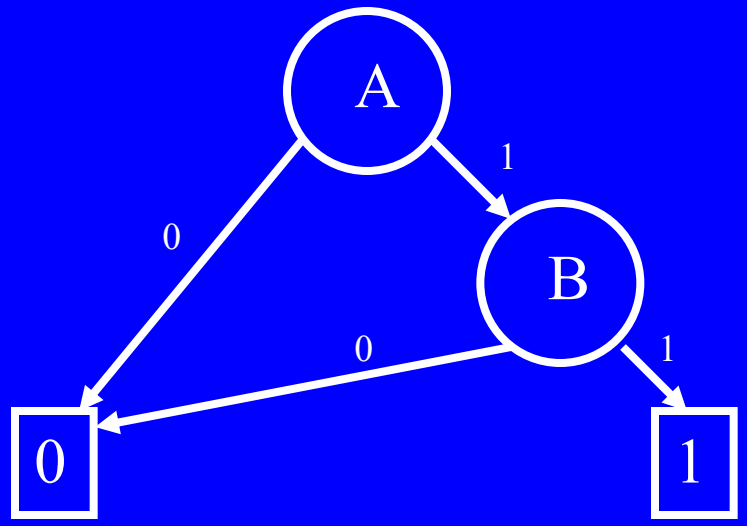
Διαδικασία απλοποίησης



Διαδικασία απλοποίησης



Διαδικασία απλοποίησης

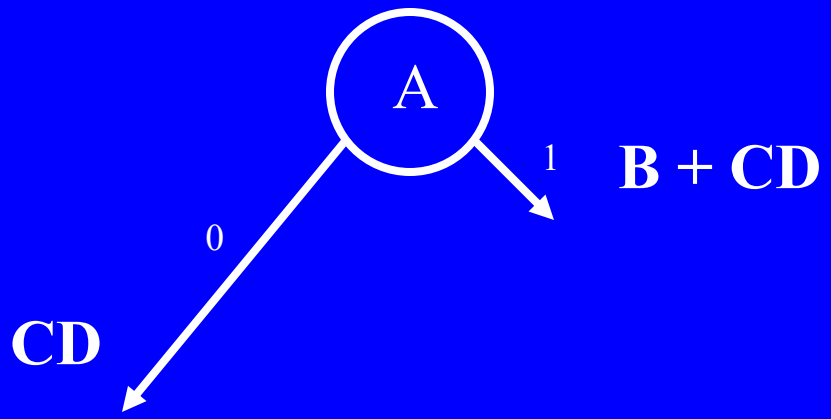


Παράδειγμα



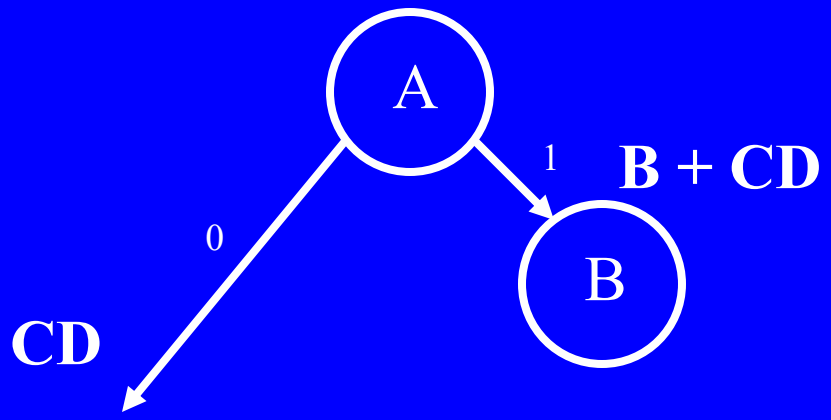
F = AB + CD
A<B<C<D

Παράδειγμα



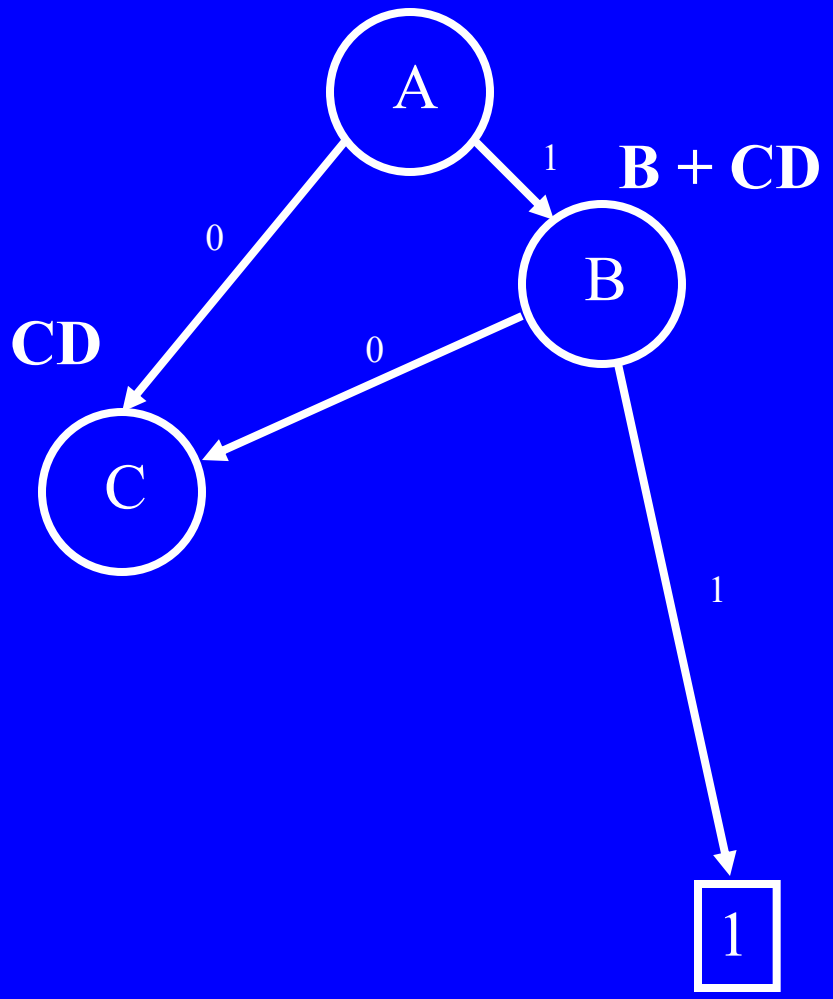
F = AB + CD
A<B<C<D

Παράδειγμα



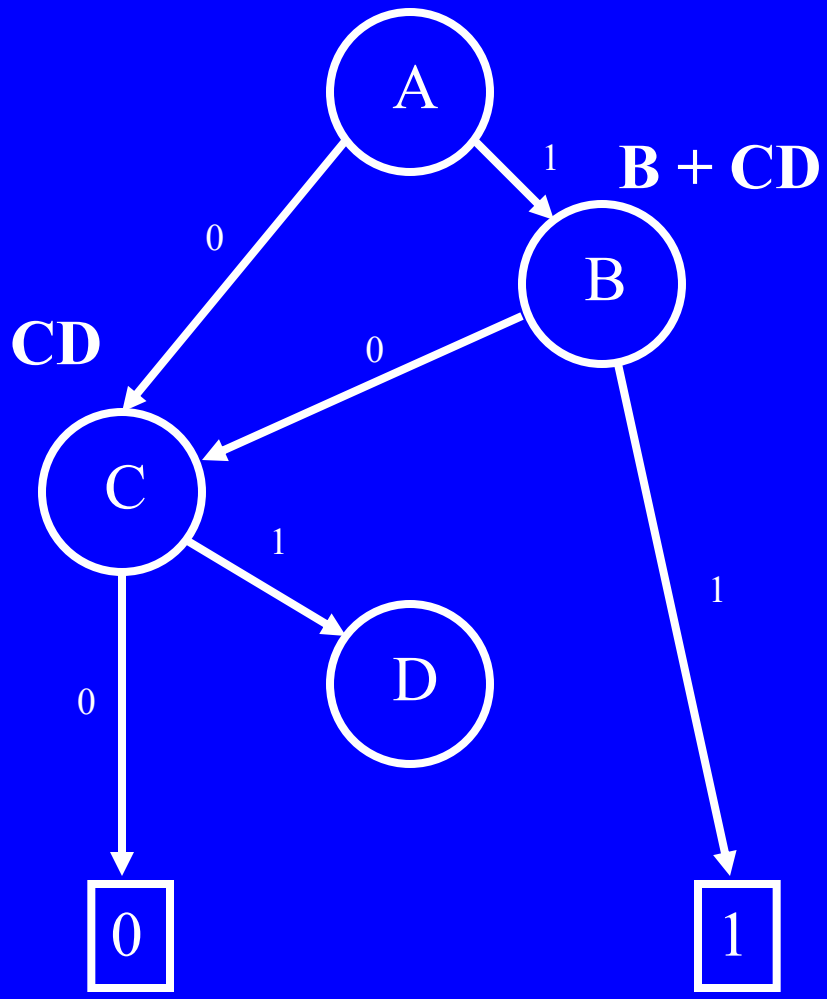
F = AB + CD
A<B<C<D

Παράδειγμα



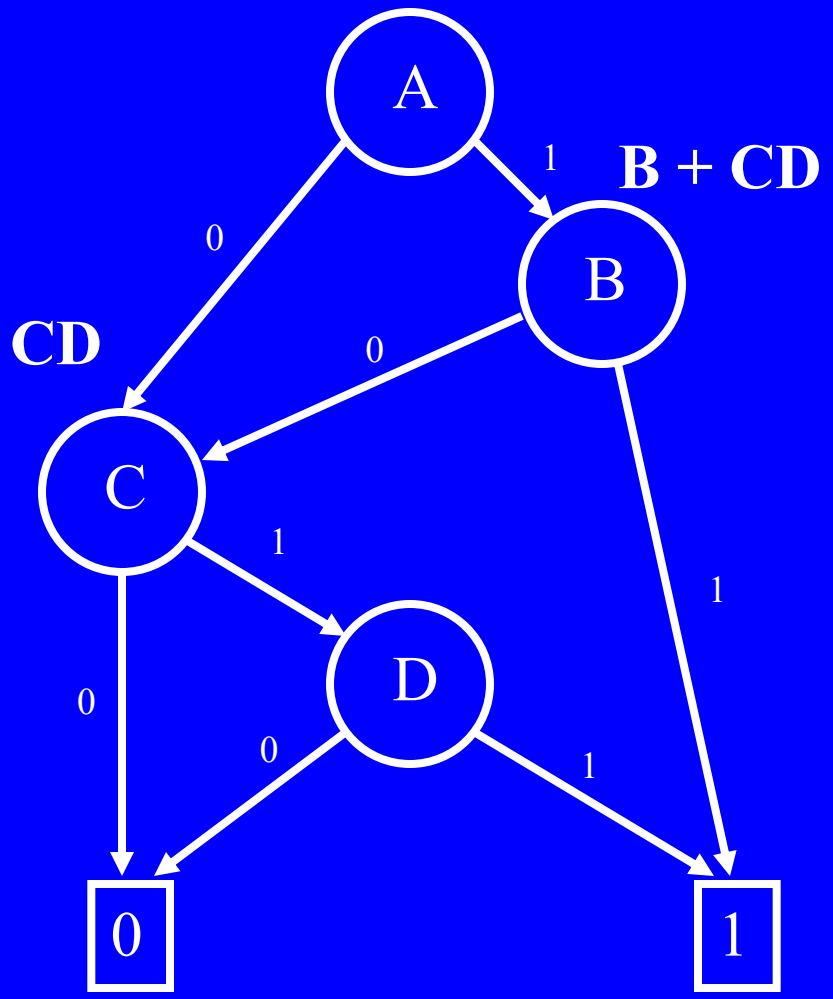
F = AB + CD
A<B<C<D

Παράδειγμα



F = AB + CD
A<B<C<D

Παράδειγμα



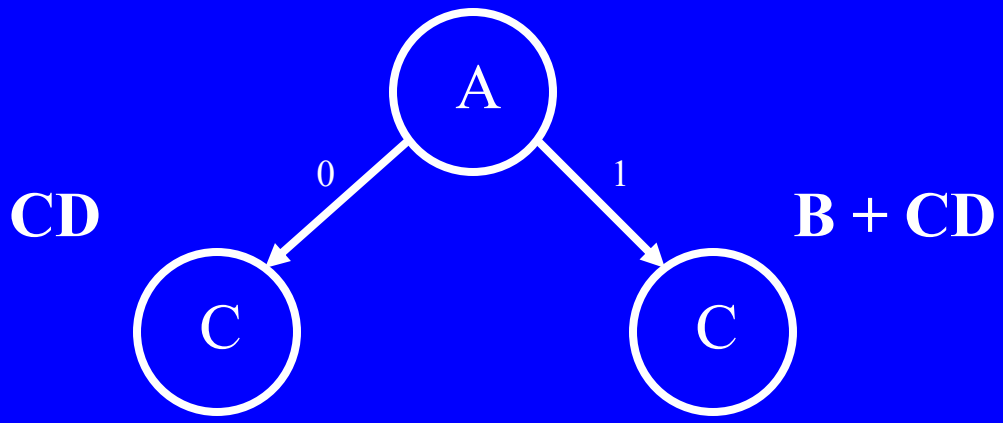
F = AB + CD
A<B<C<D

Άλλο ένα παράδειγμα



F = AB + CD
A<C<B<D

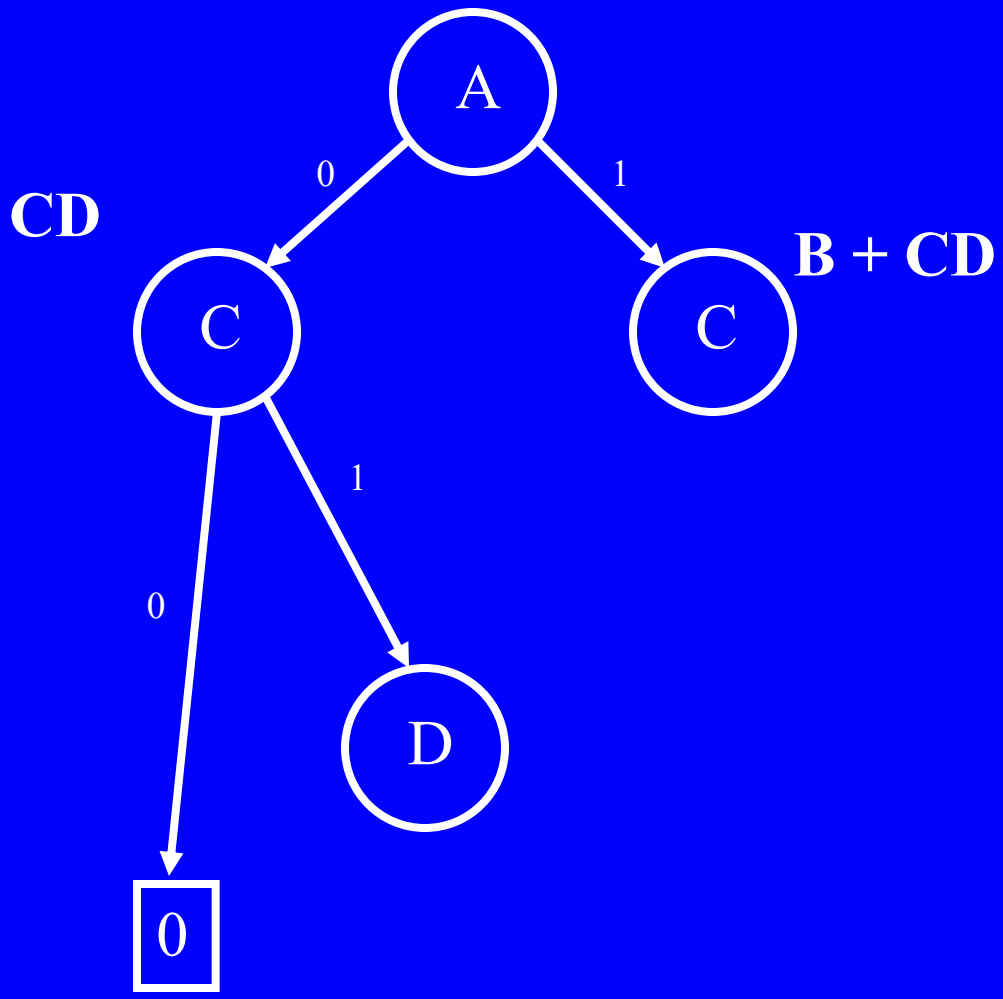
Άλλο ένα παράδειγμα



F = AB + CD

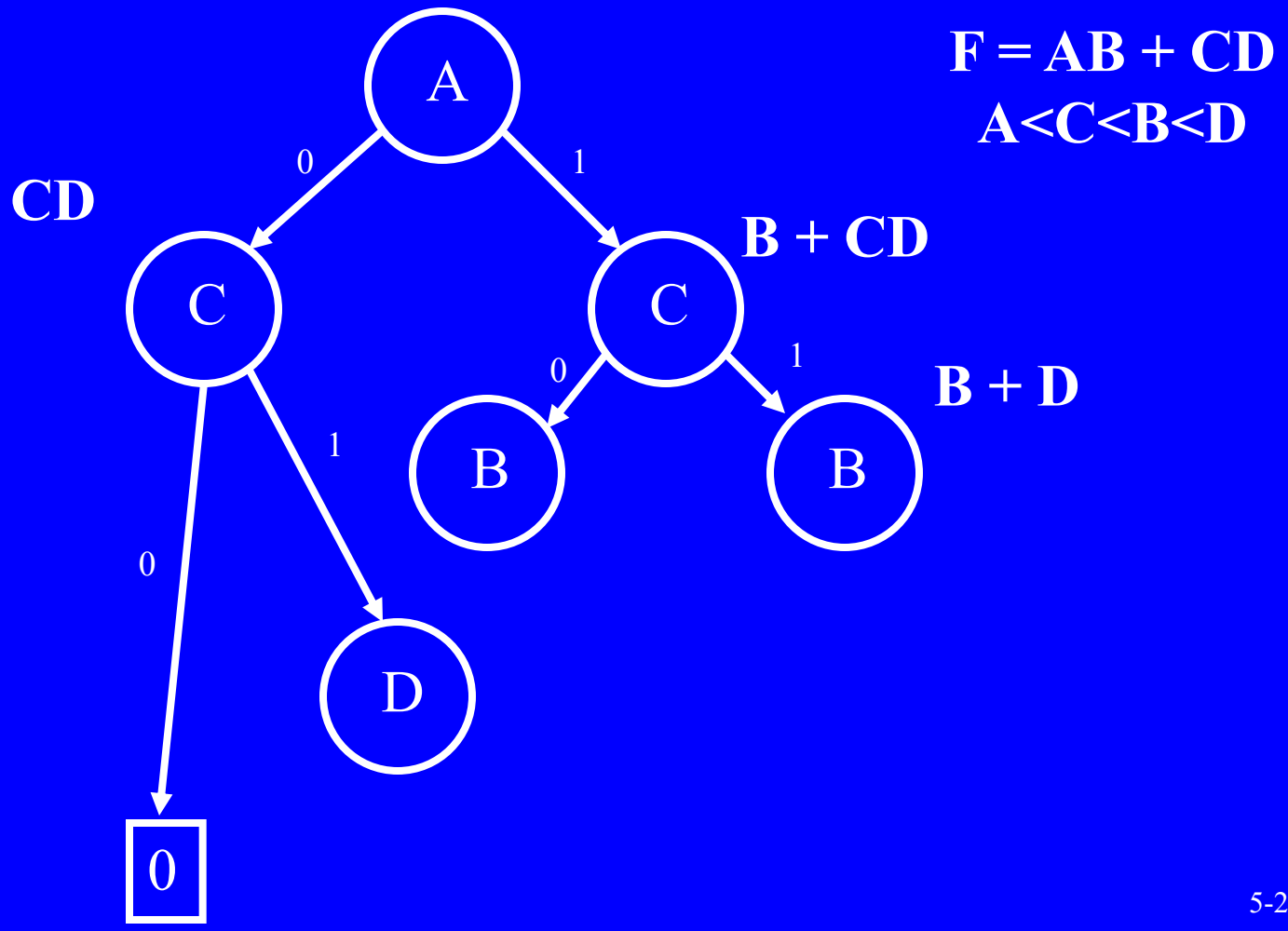
A<C<B<D

Άλλο ένα παράδειγμα

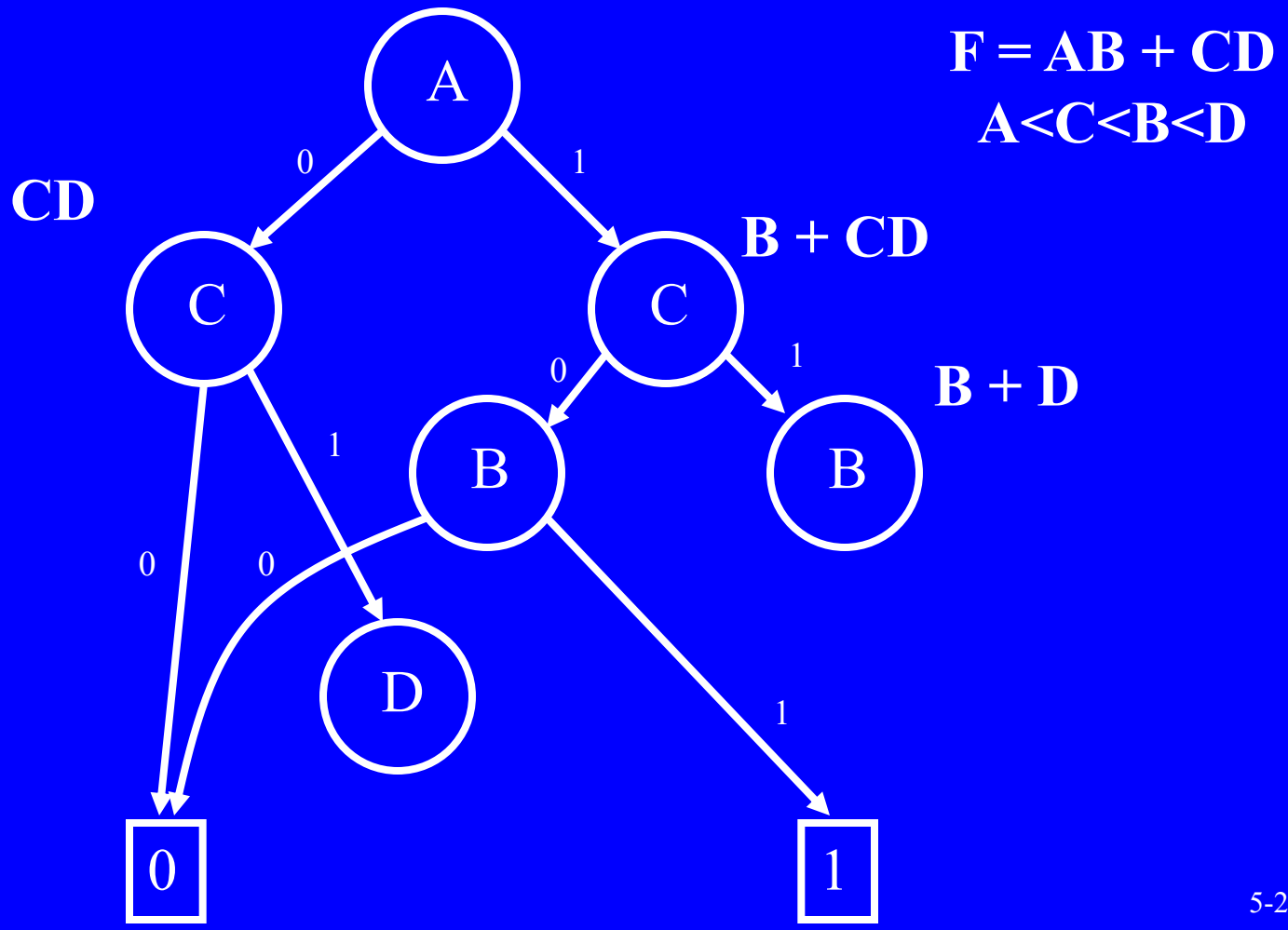


F = AB + CD
A<C<B<D

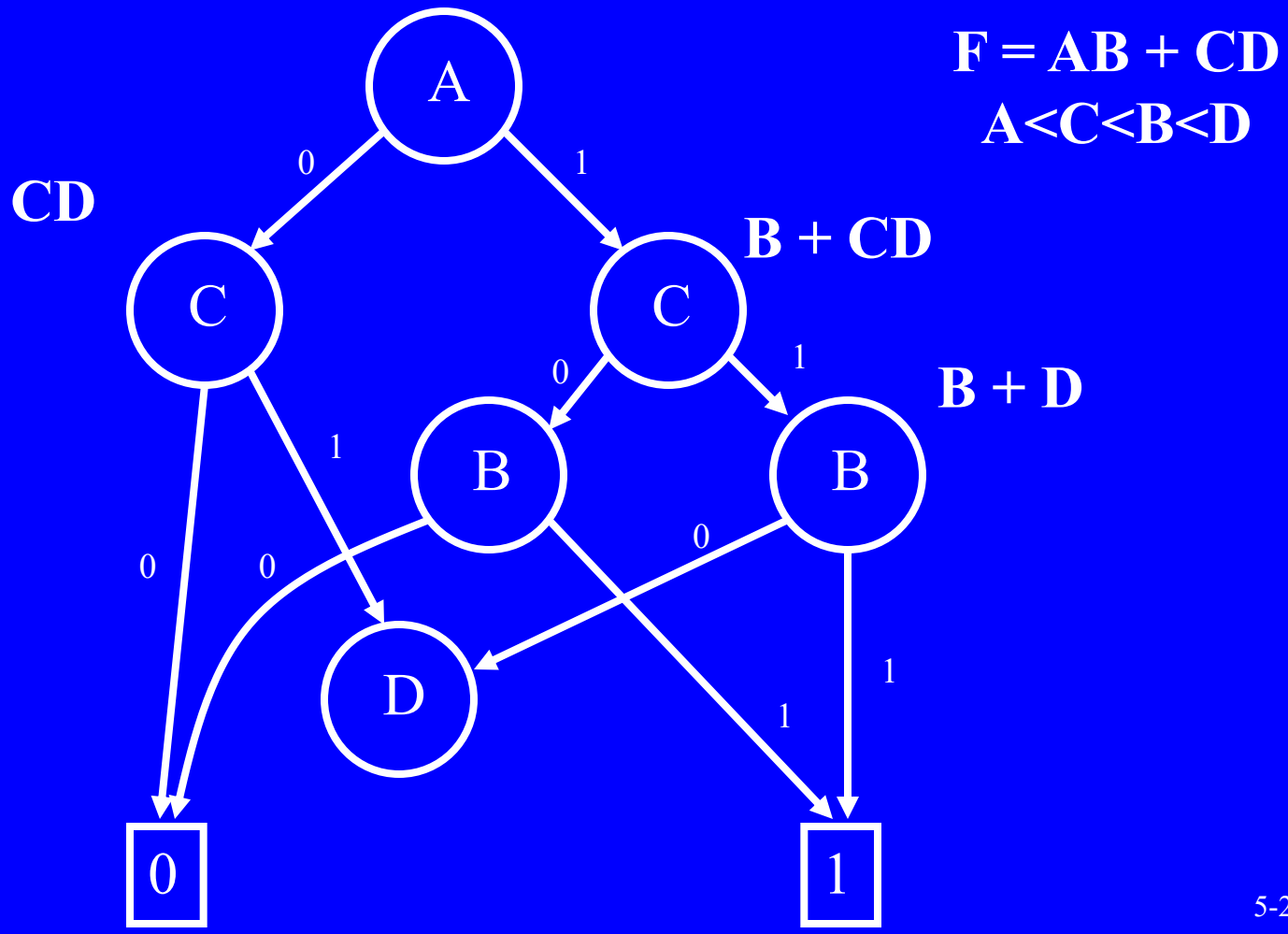
Άλλο ένα παράδειγμα



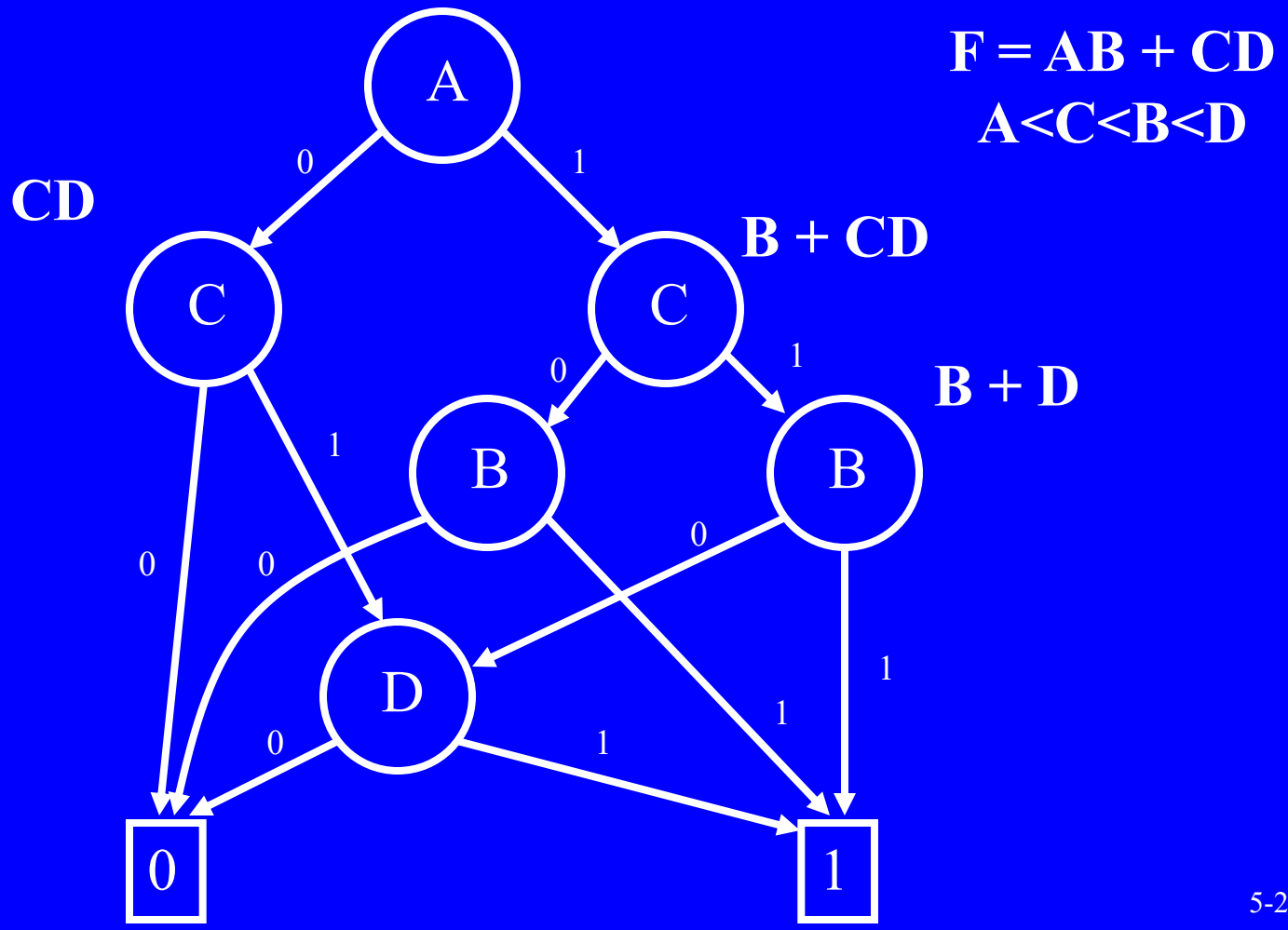
Άλλο ένα παράδειγμα



Άλλο ένα παράδειγμα



Άλλο ένα παράδειγμα

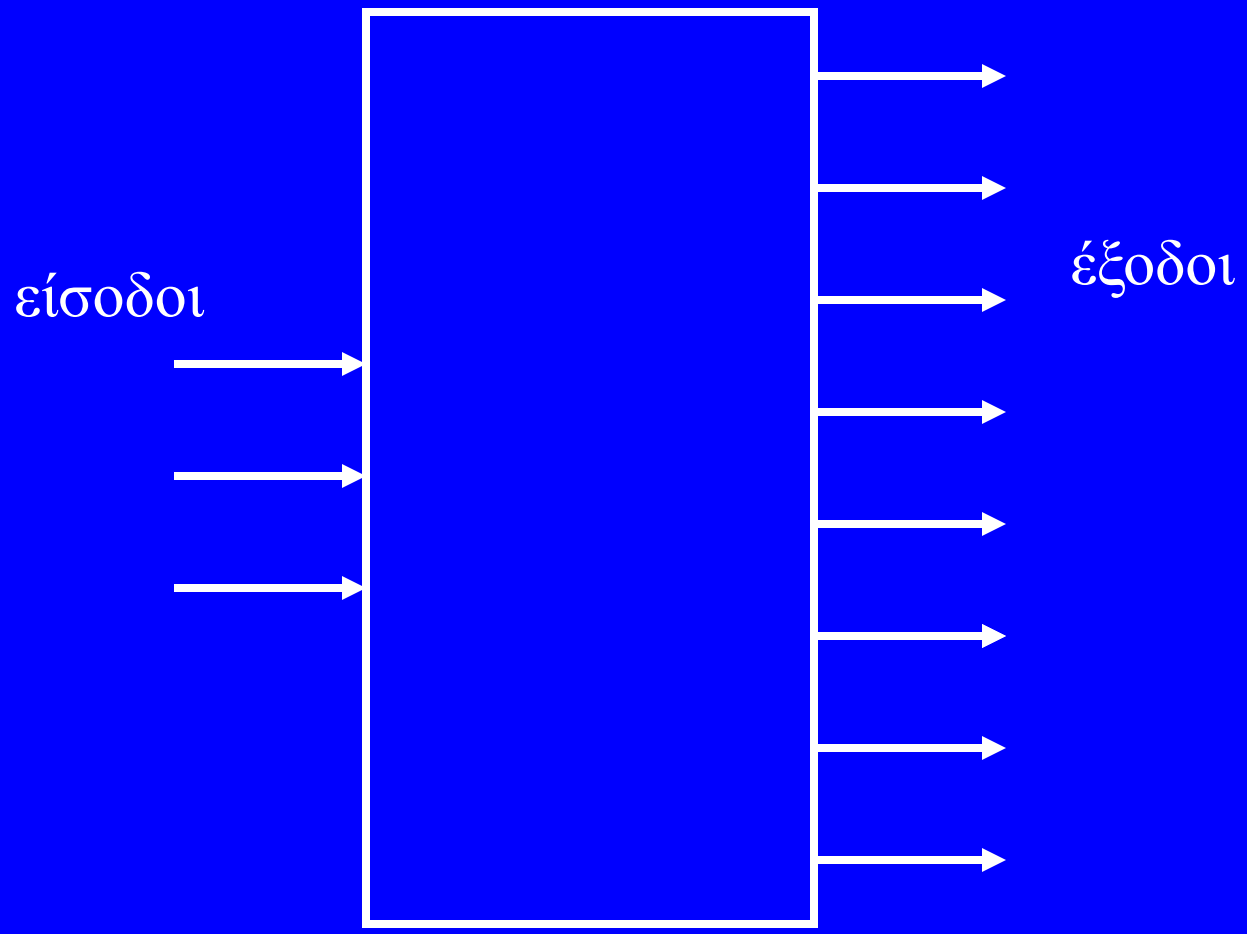


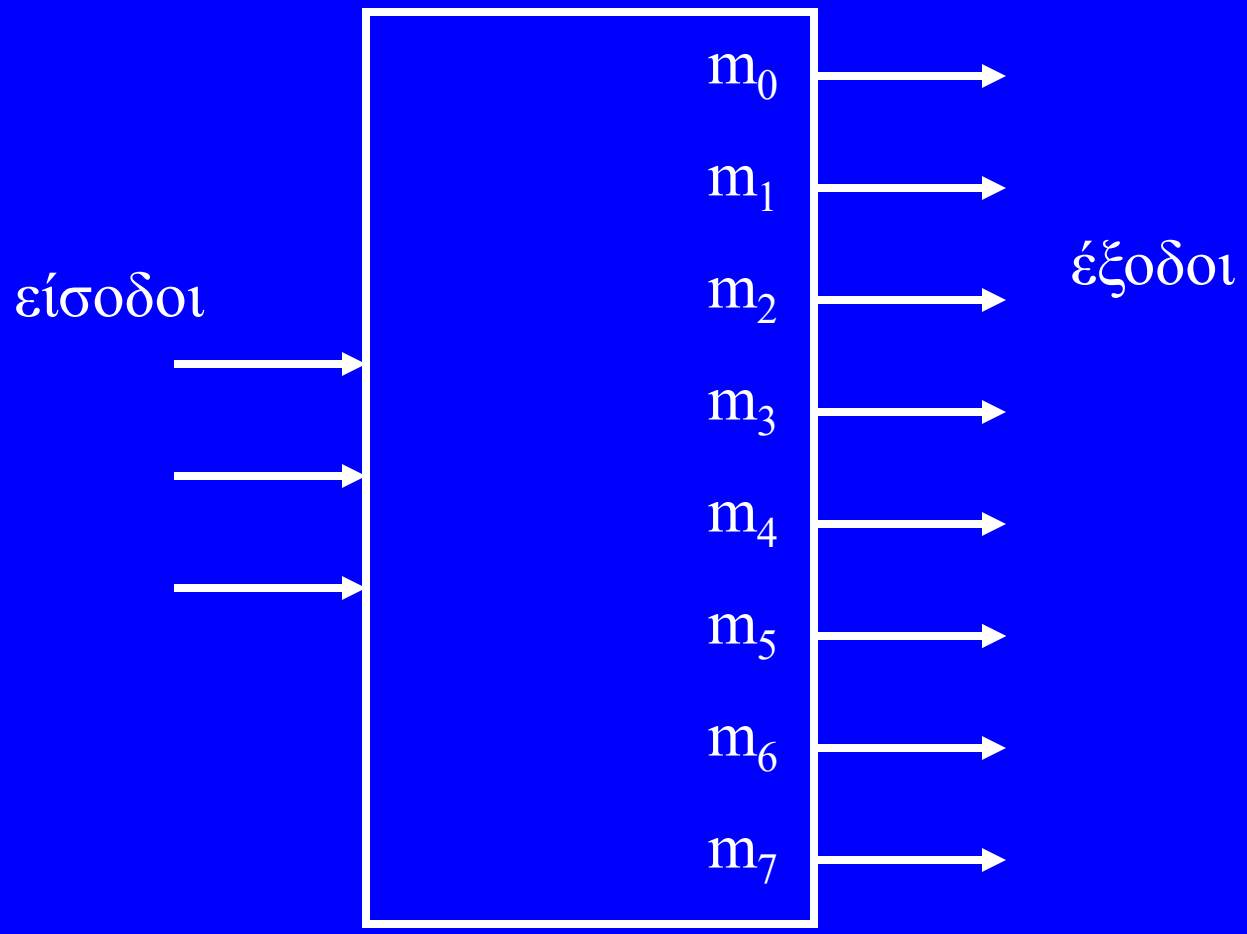
Ελαχιστόροι και μεγιστόροι

x	y	z	όρος	όνομα	όρος	όνομα
0	0	0	x'y'z'	m_0	x+y+z	M_0
0	0	1	x'y'z	m_1	x+y+z'	M_1
0	1	0	x'yz'	m_2	x+y'+z	M_2
0	1	1	x'yz	m_3	x+y'+z'	M_3
1	0	0	xy'z'	m_4	x'+y+z	M_4
1	0	1	xy'z	m_5	x'+y+z'	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	x'+y'+z	M_6
1	1	1	xyz	m_7	x'+y'+z'	M_7

Αποκωδικοποιητές

είσοδοι			έξοδοι							
x	y	z	e0	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1


είσοδοι
έξοδοι

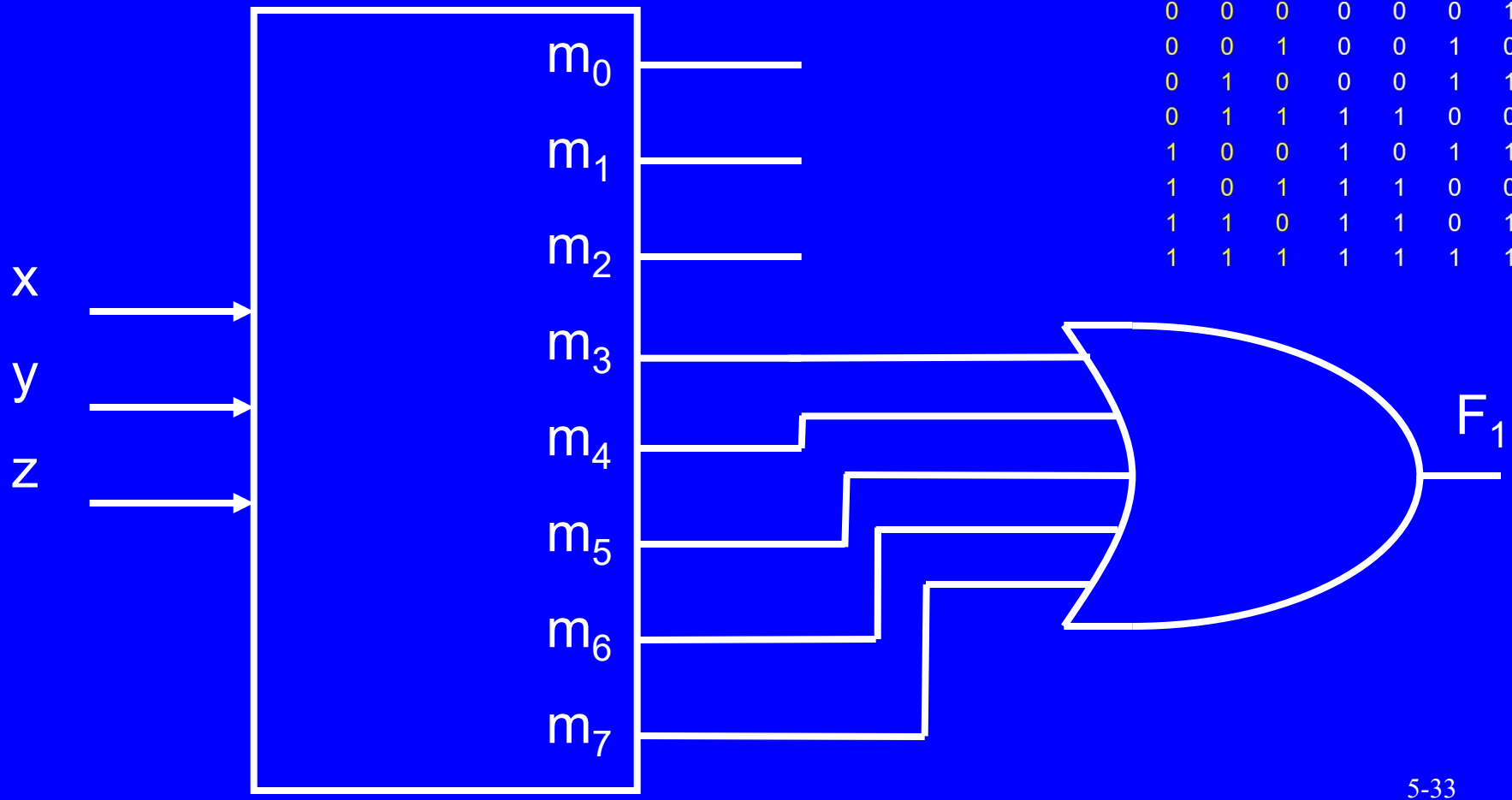

είσοδοι
m_0
m_1
m_2
m_3
m_4
m_5
m_6
m_7
έξοδοι

Πίνακες αλήθειας

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

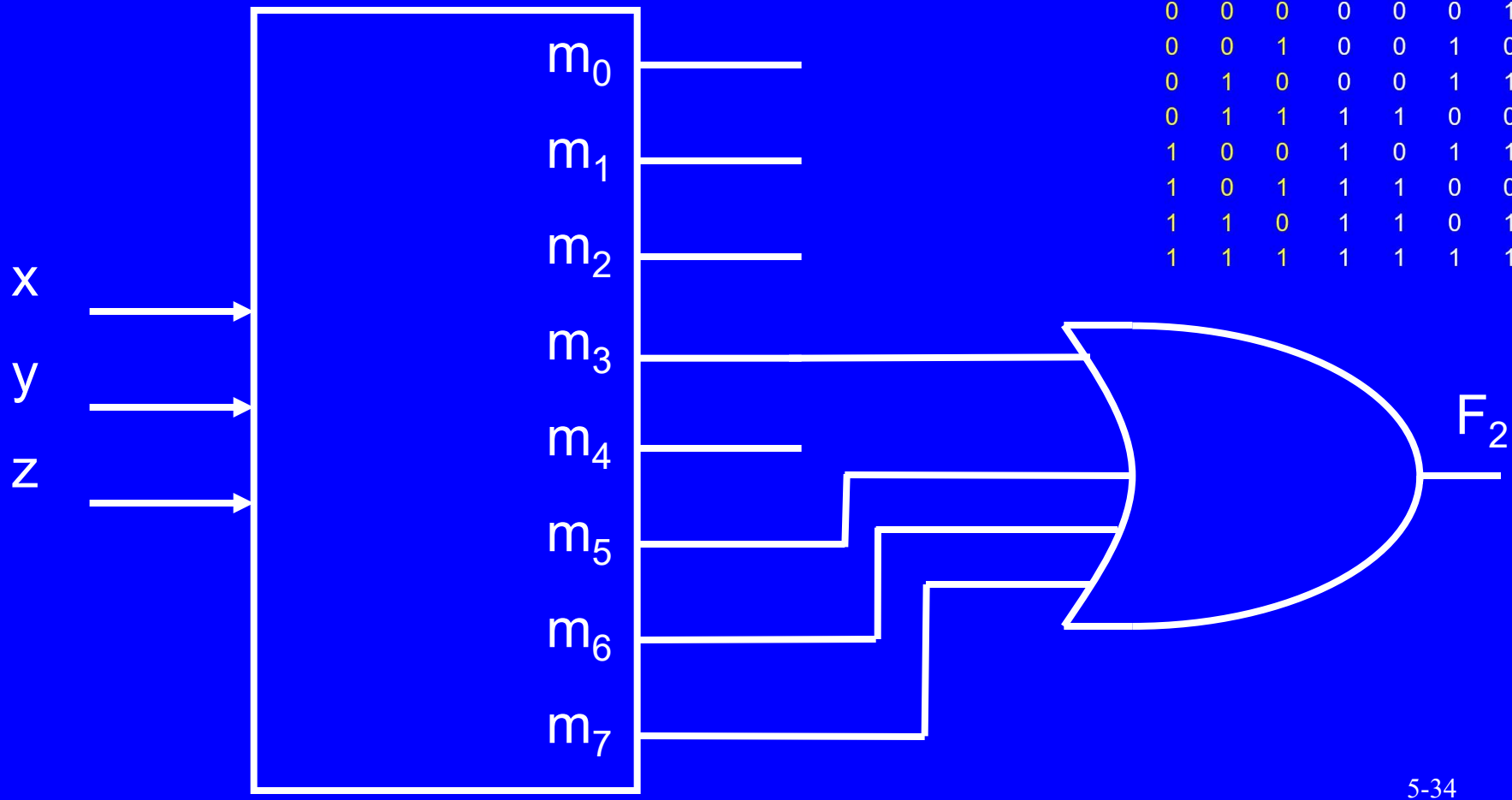
Υλοποίηση συναρτήσεων με αποκωδικοποιητές

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1



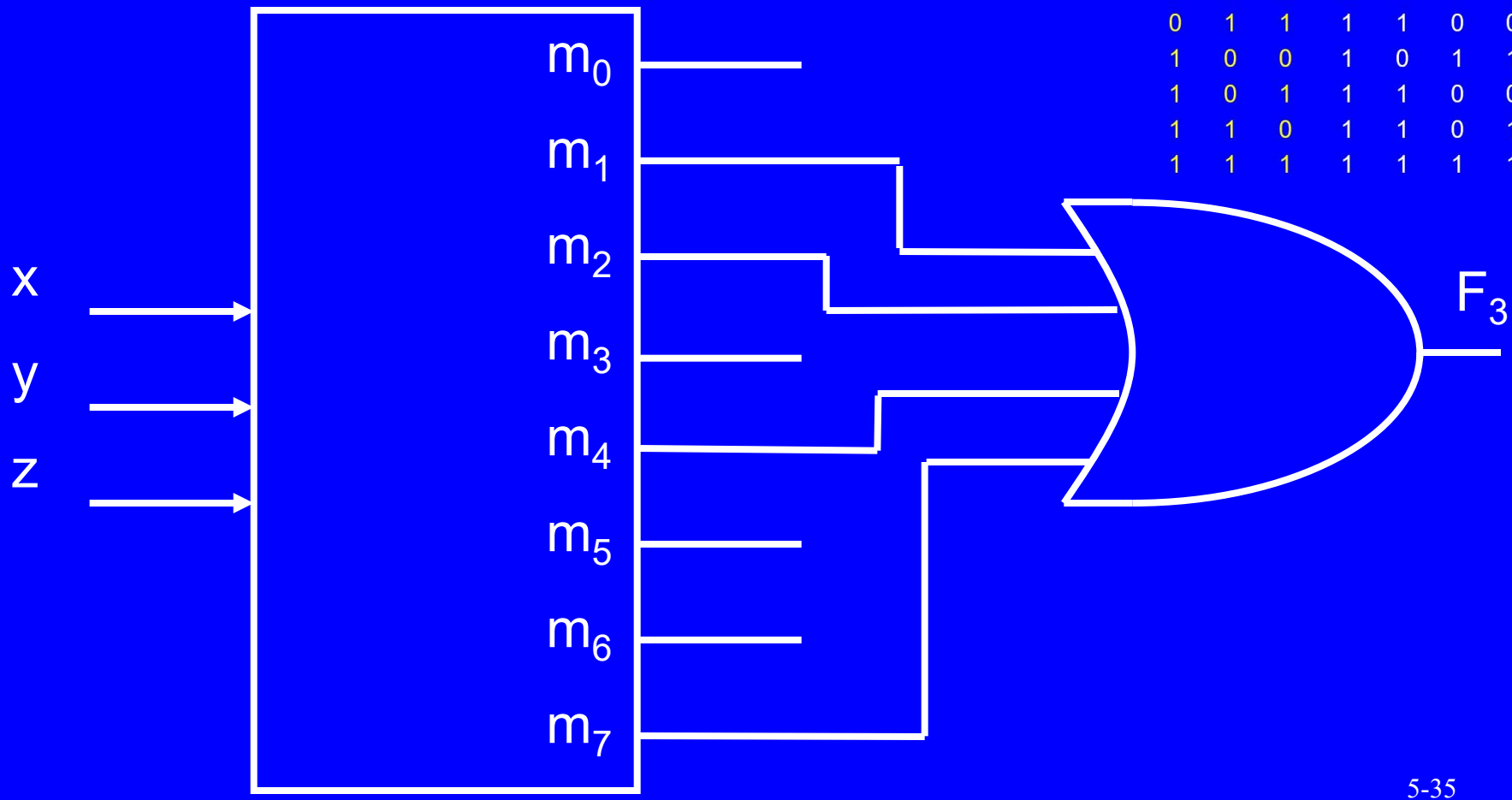
Υλοποίηση συναρτήσεων με αποκωδικοποιητές

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1



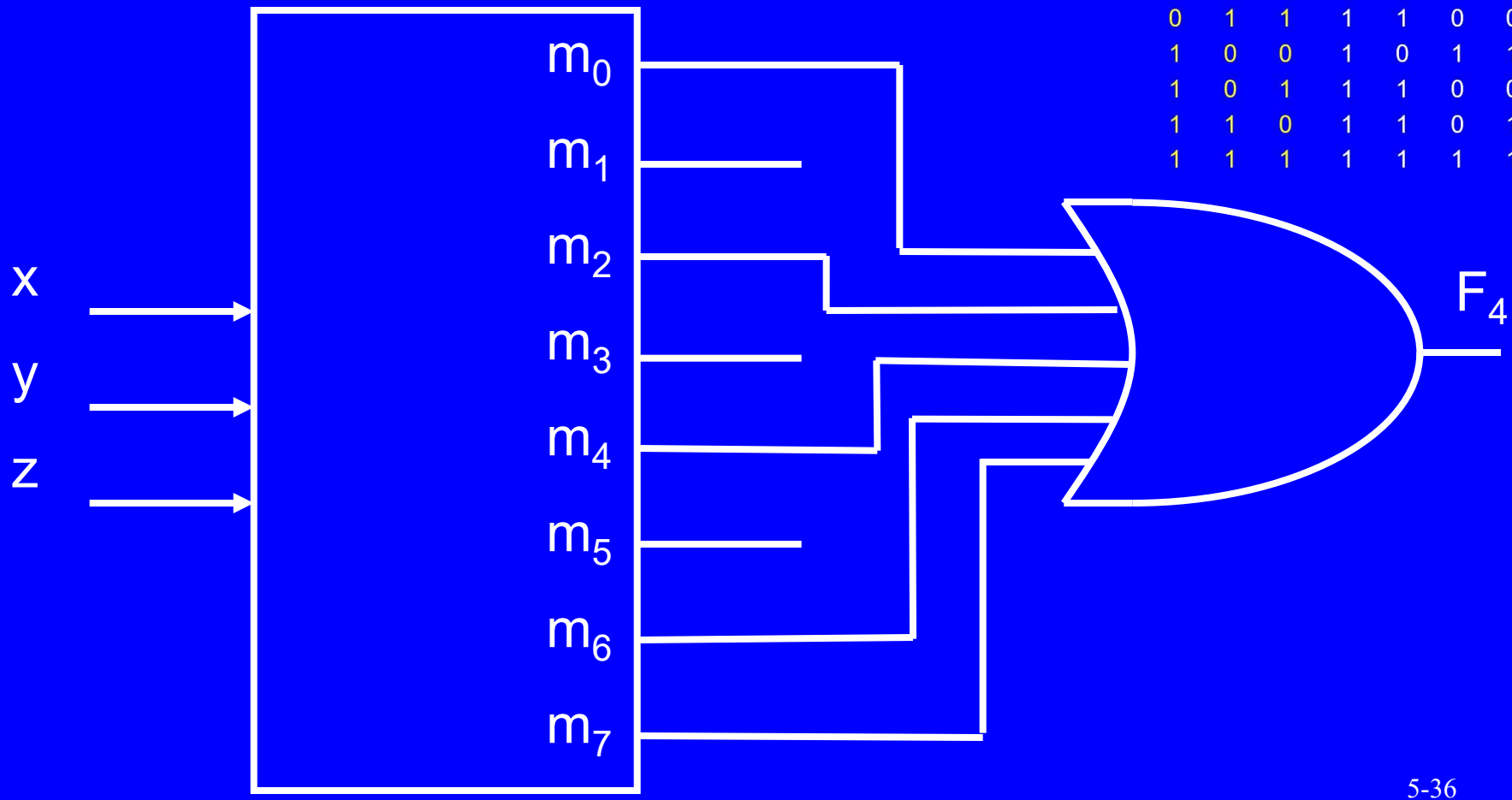
Υλοποίηση συναρτήσεων με αποκωδικοποιητές

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1



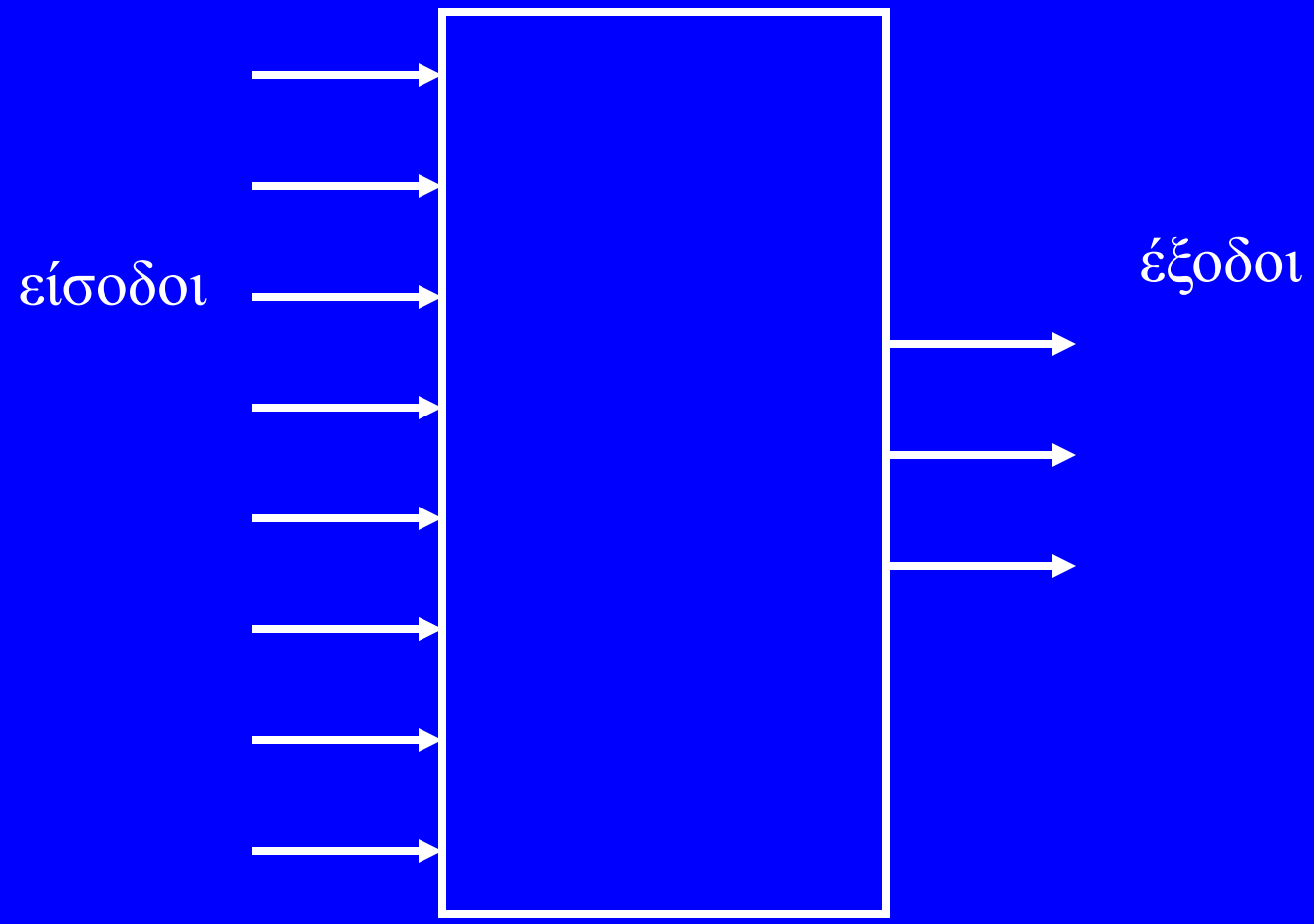
Υλοποίηση συναρτήσεων με αποκωδικοποιητές

x	y	z	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

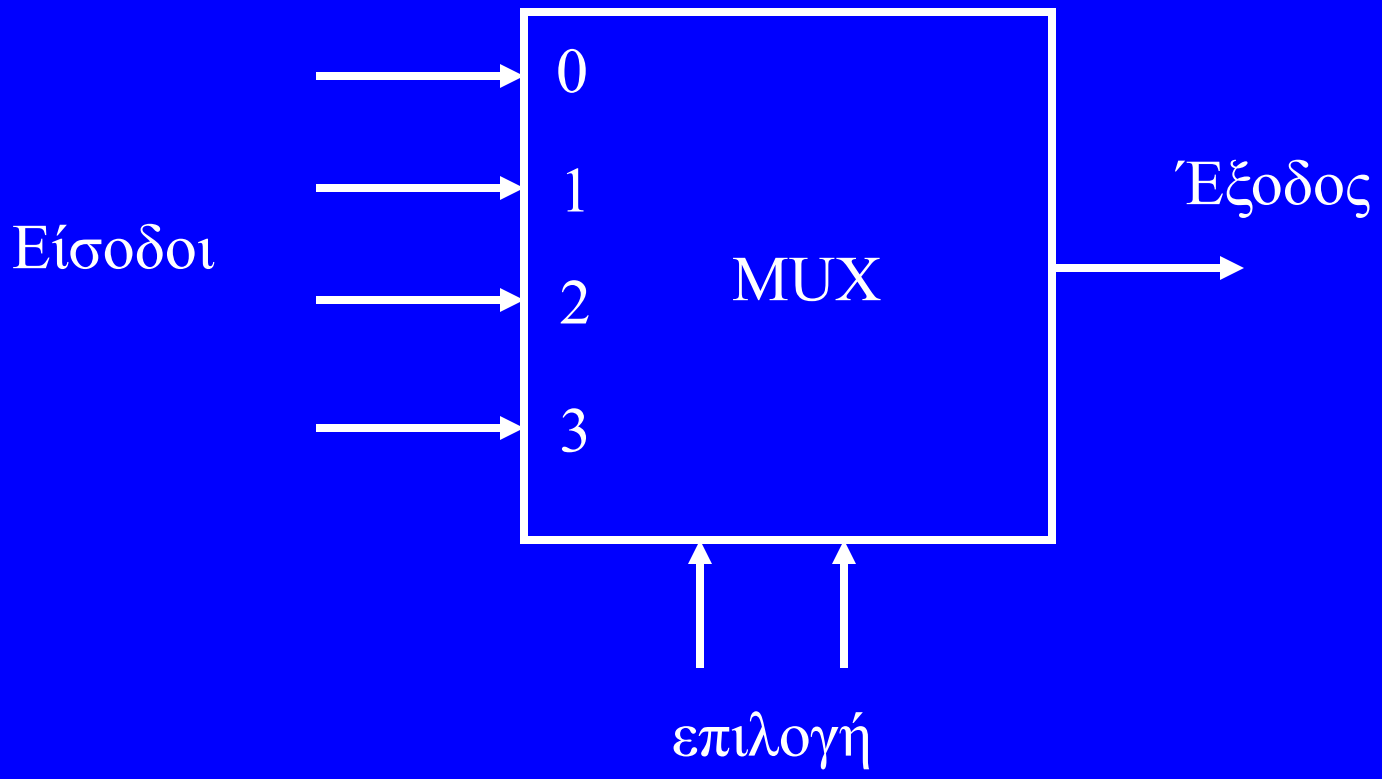


Κωδικοποιητές

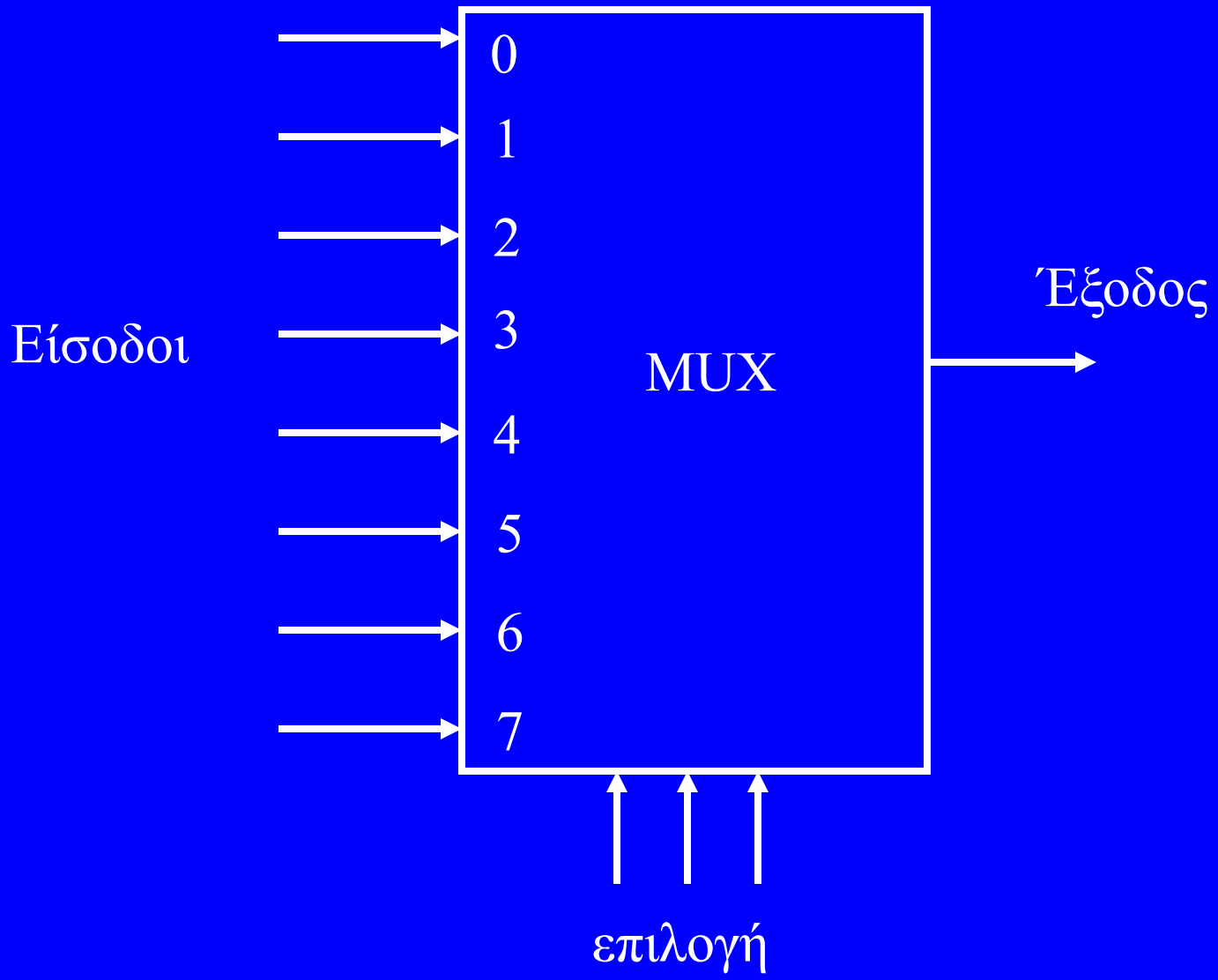
έξοδοι			είσοδοι							
x	y	z	e0	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1


είσοδοι
έξοδοι

Πολυπλέκτες



Πολυπλέκτες



Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

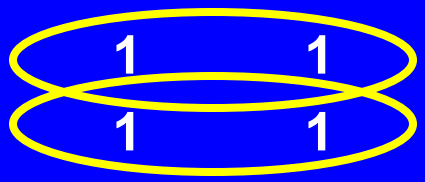
x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

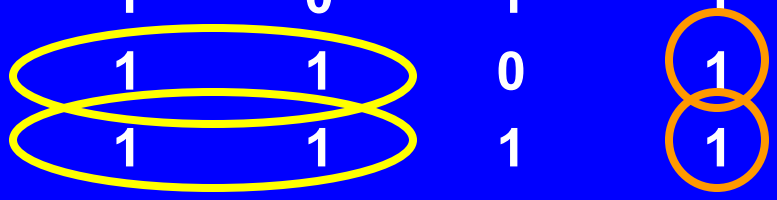
Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1



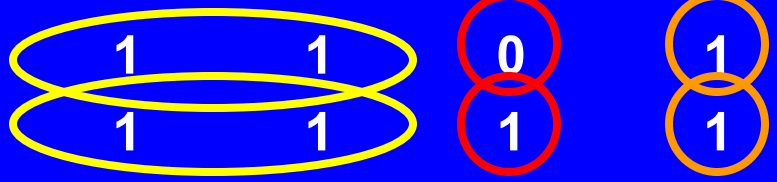
Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

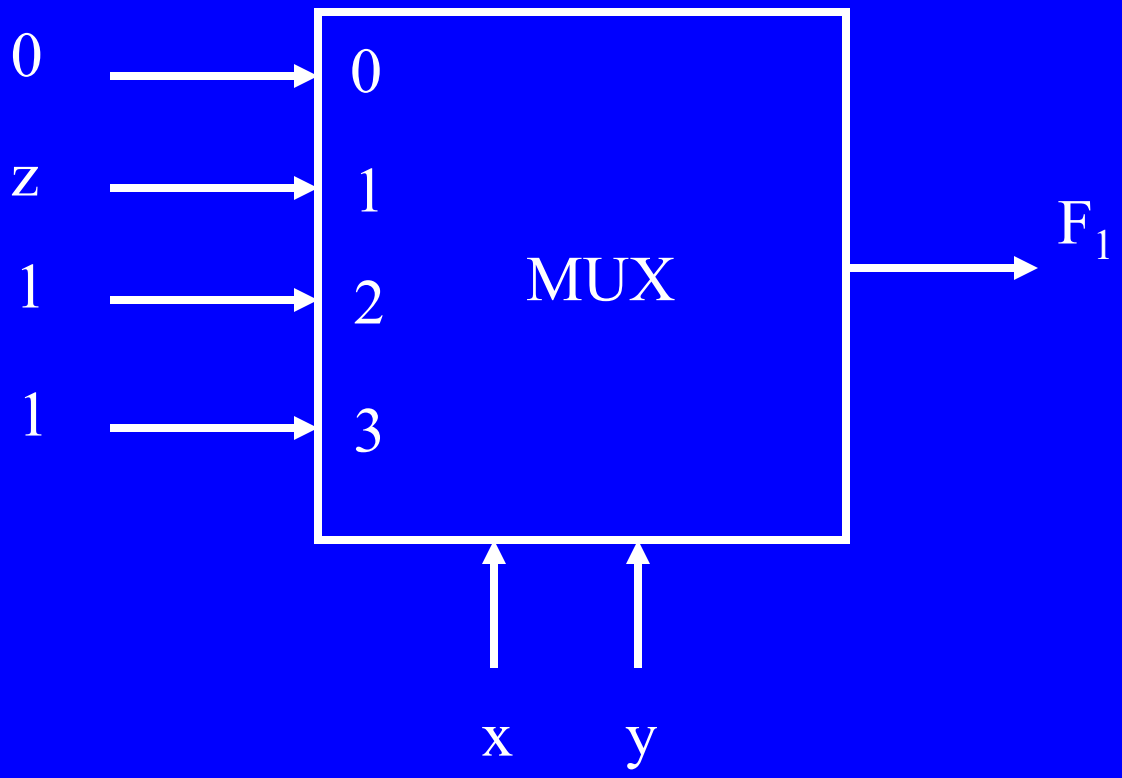
x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

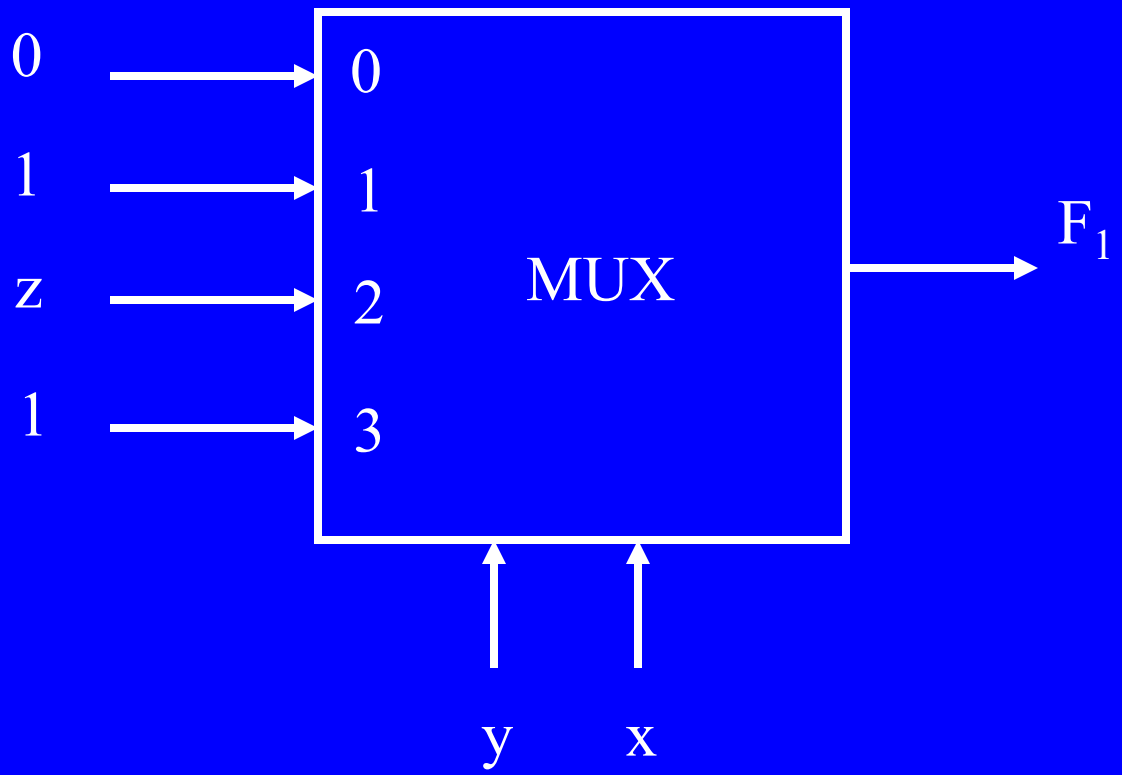


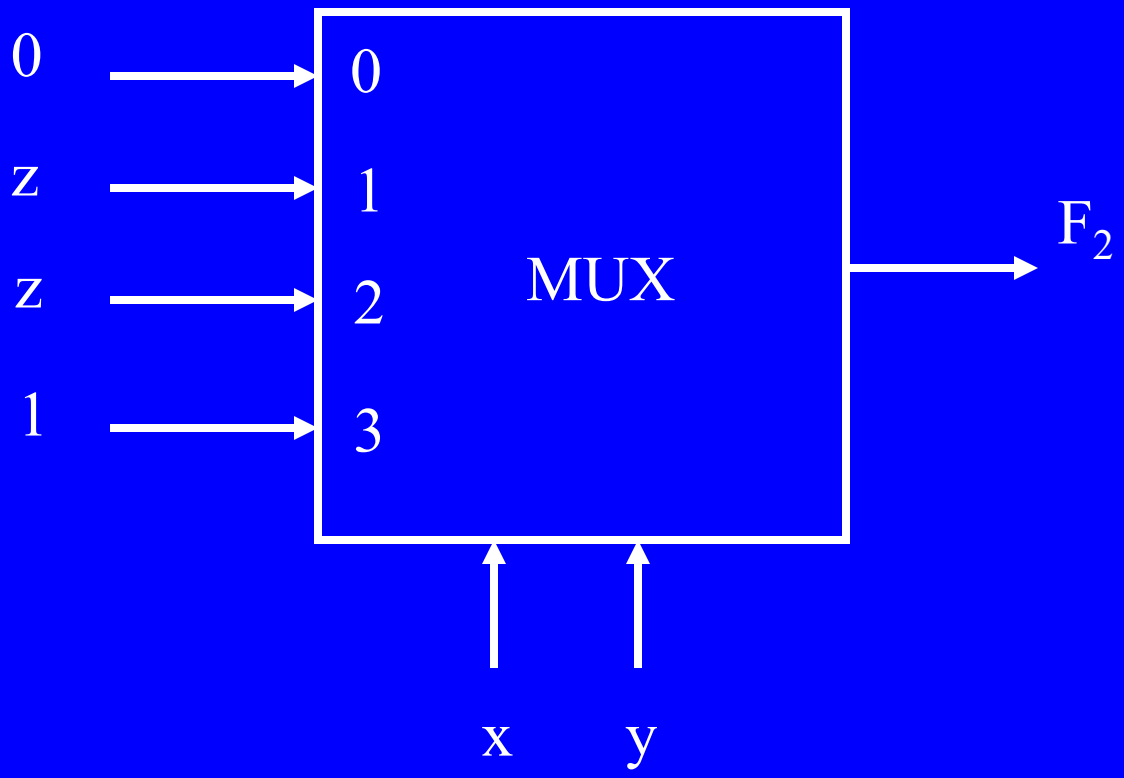
Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

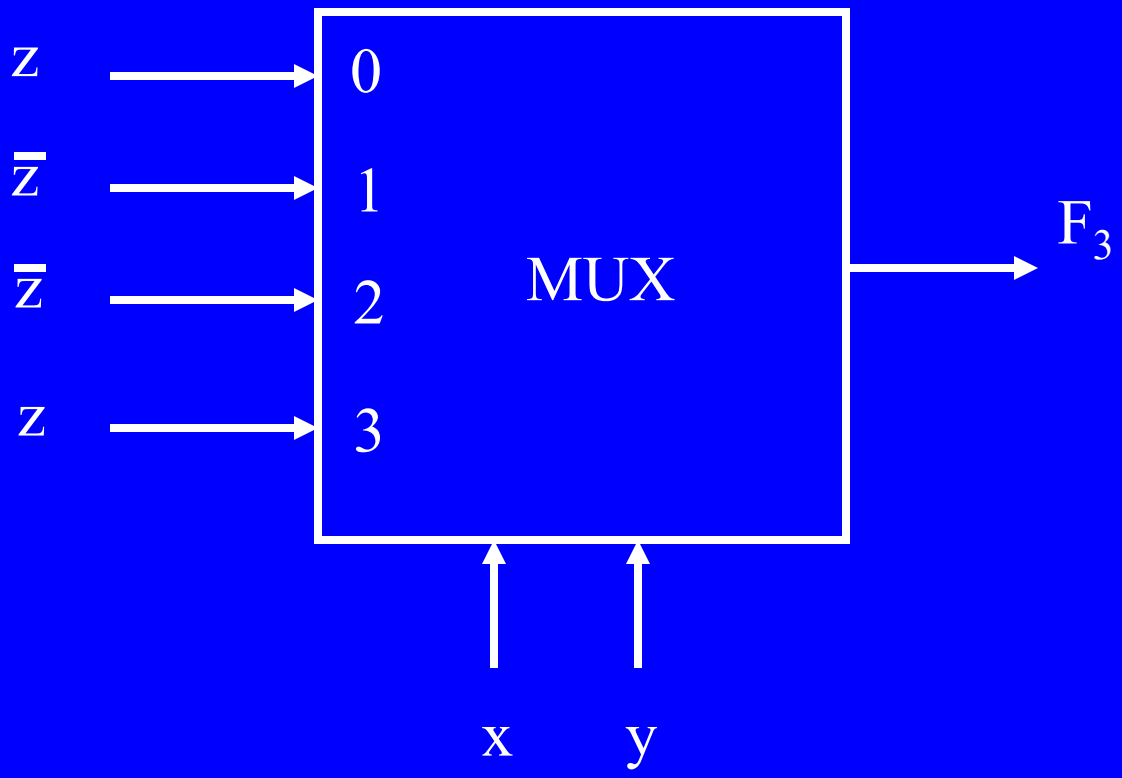
x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

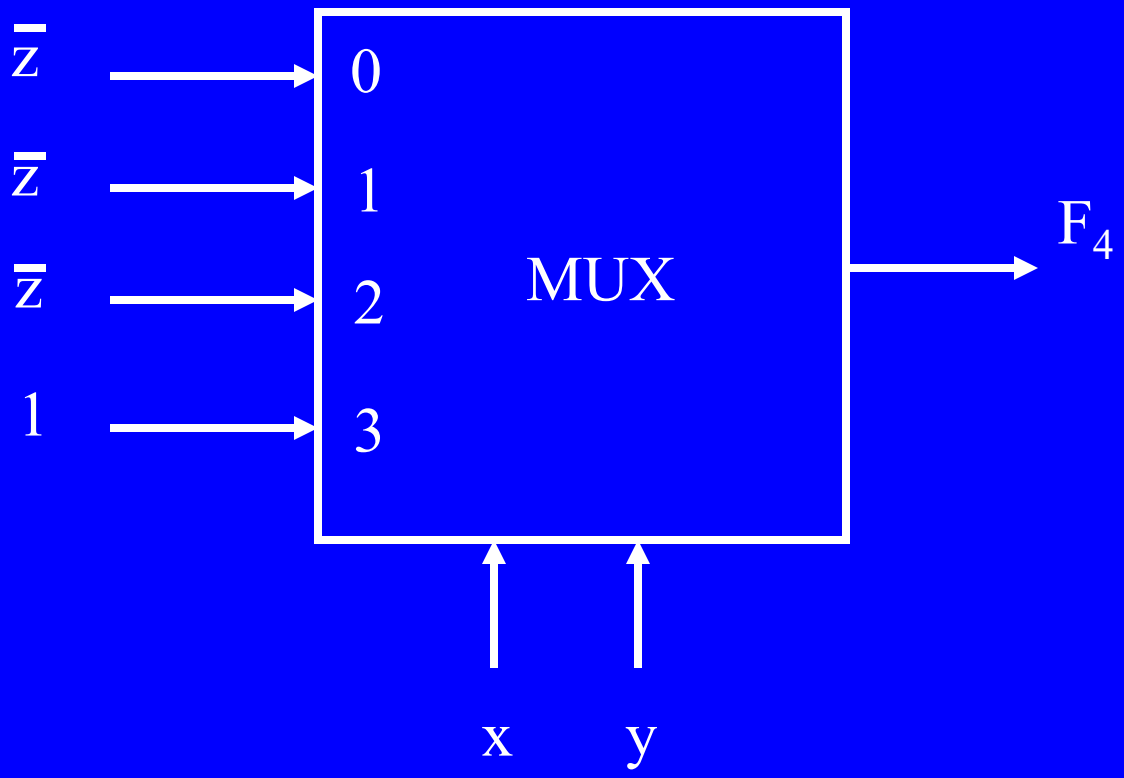



0
z
1
1
0
1
2
3
MUX
F_1
x
y


0
1
z
1
0
1
2
3
MUX
F_1
y
x


0
z
z
1
0
1
2
3
MUX
F_2
x
y


z
$\bar{z}$
$\bar{z}$
z
0
1
2
3
MUX
F_3
x
y


$\bar{z}$
$\bar{z}$
$\bar{z}$
1
0
1
2
3
MUX
F_4
x
y

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

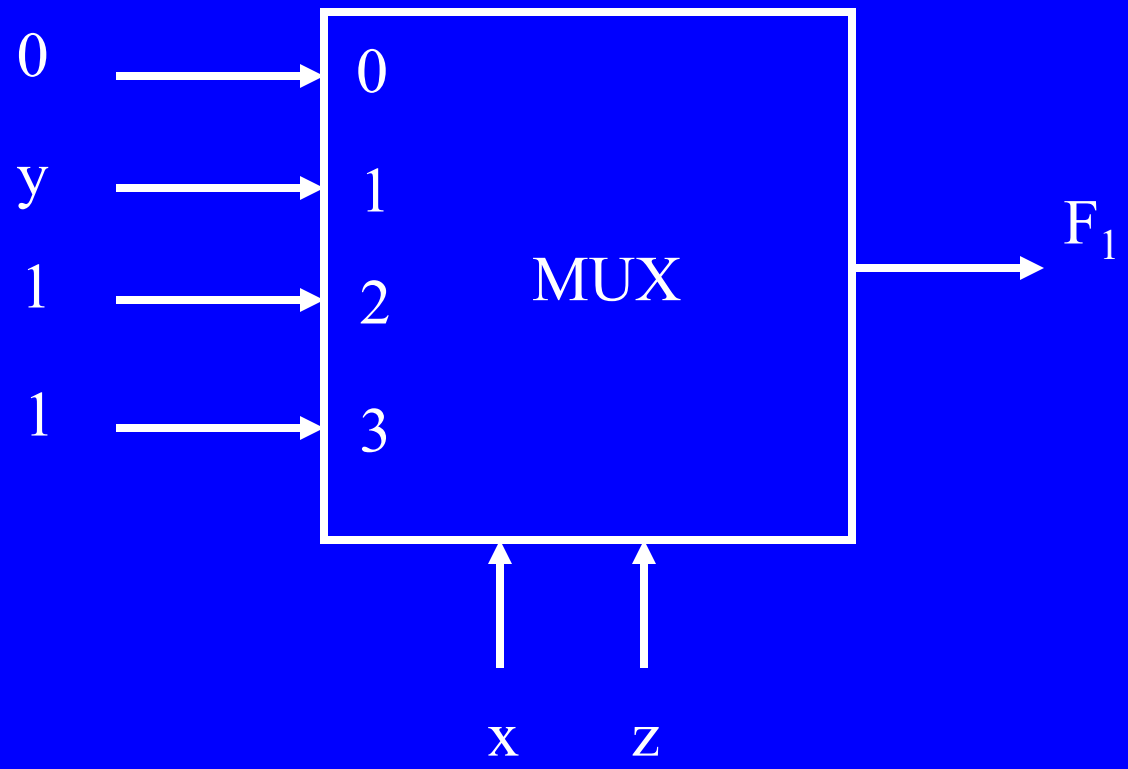
x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1


0
y
1
1
0
1
2
3
MUX
F_1
x
z

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

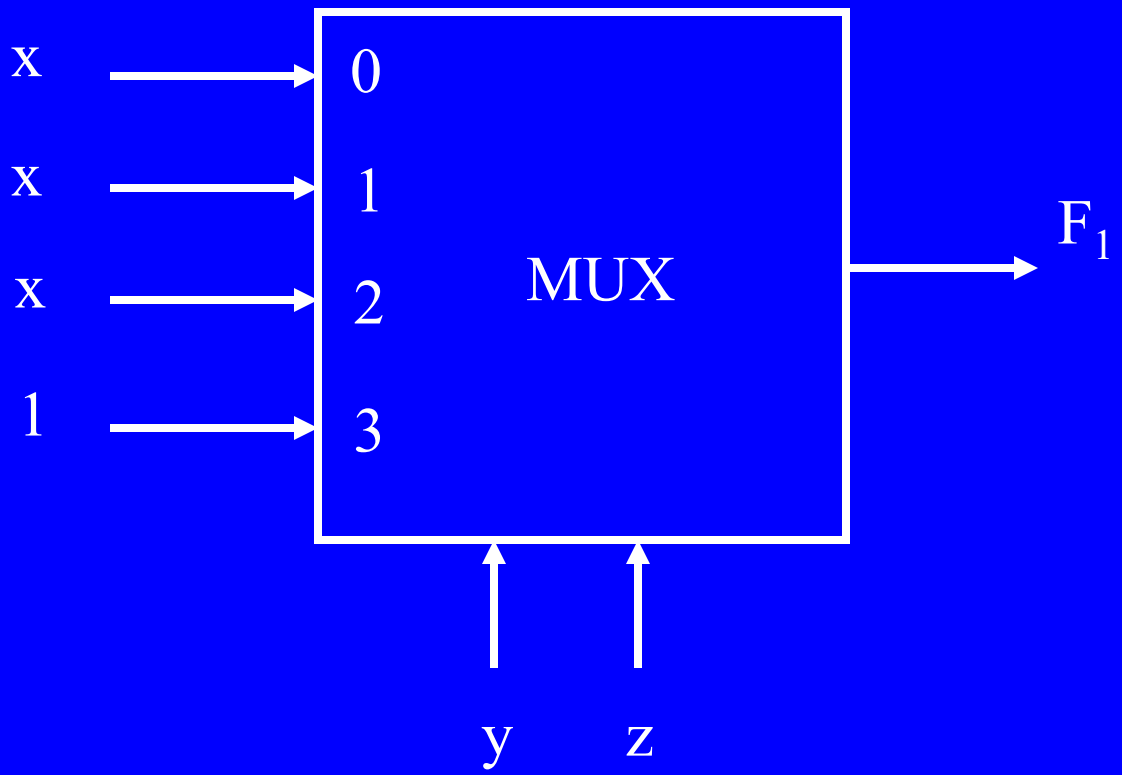
x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

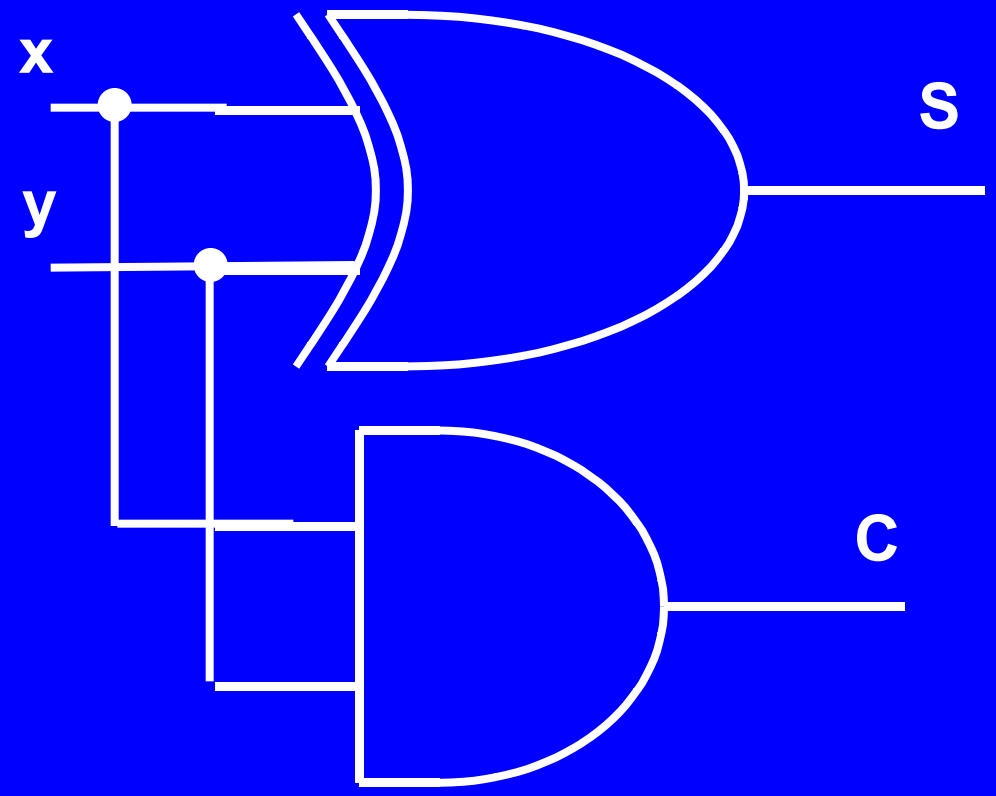
x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Υλοποίηση συναρτήσεων με πολυπλέκτες

x	y	z	F1	F2	F3	F4
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

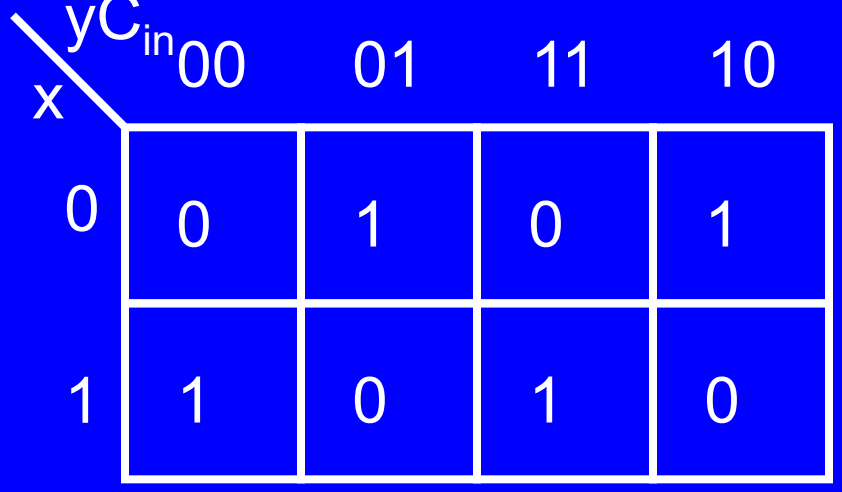

x
x
x
1
0
1
2
3
MUX
F_1
y
z

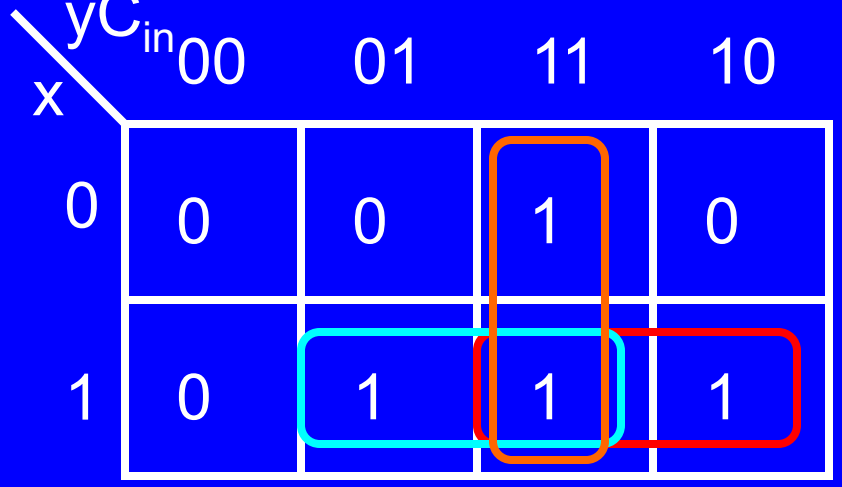
Ημιαθροιστής



x	y	C	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

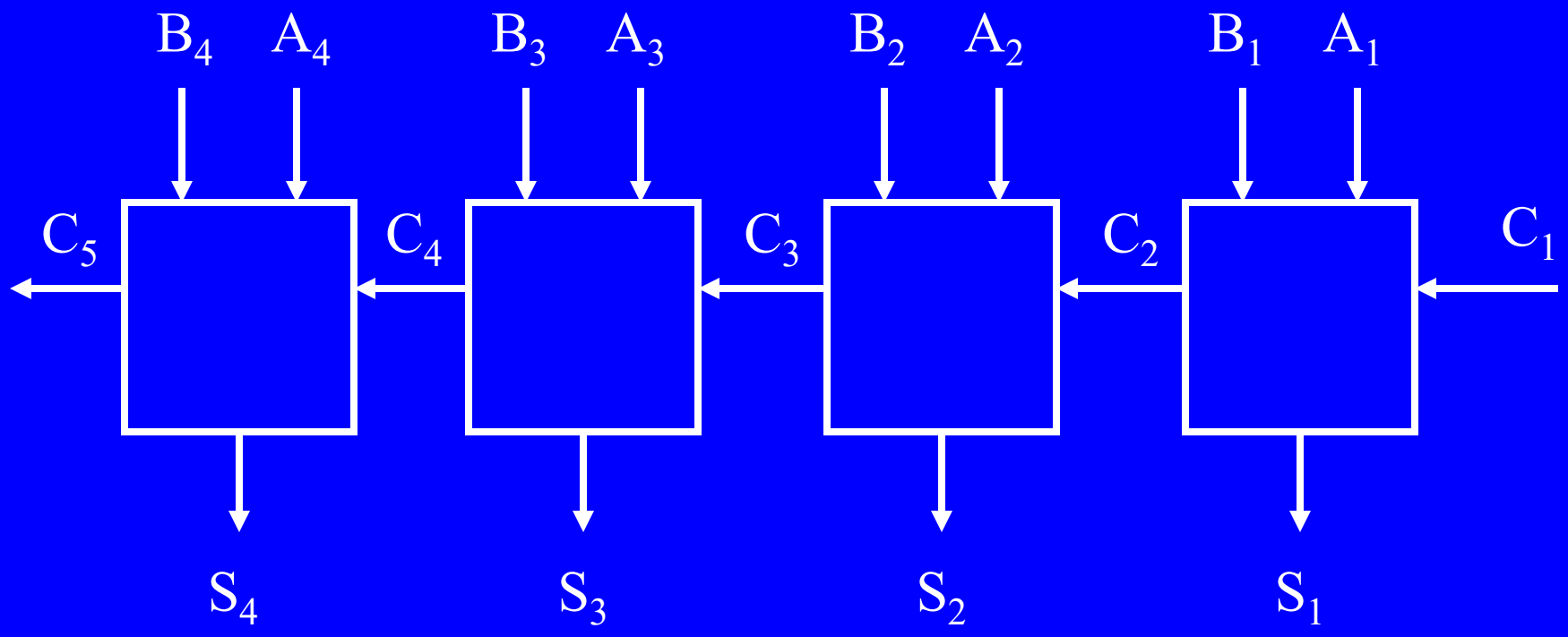
Πλήρης αθροιστής



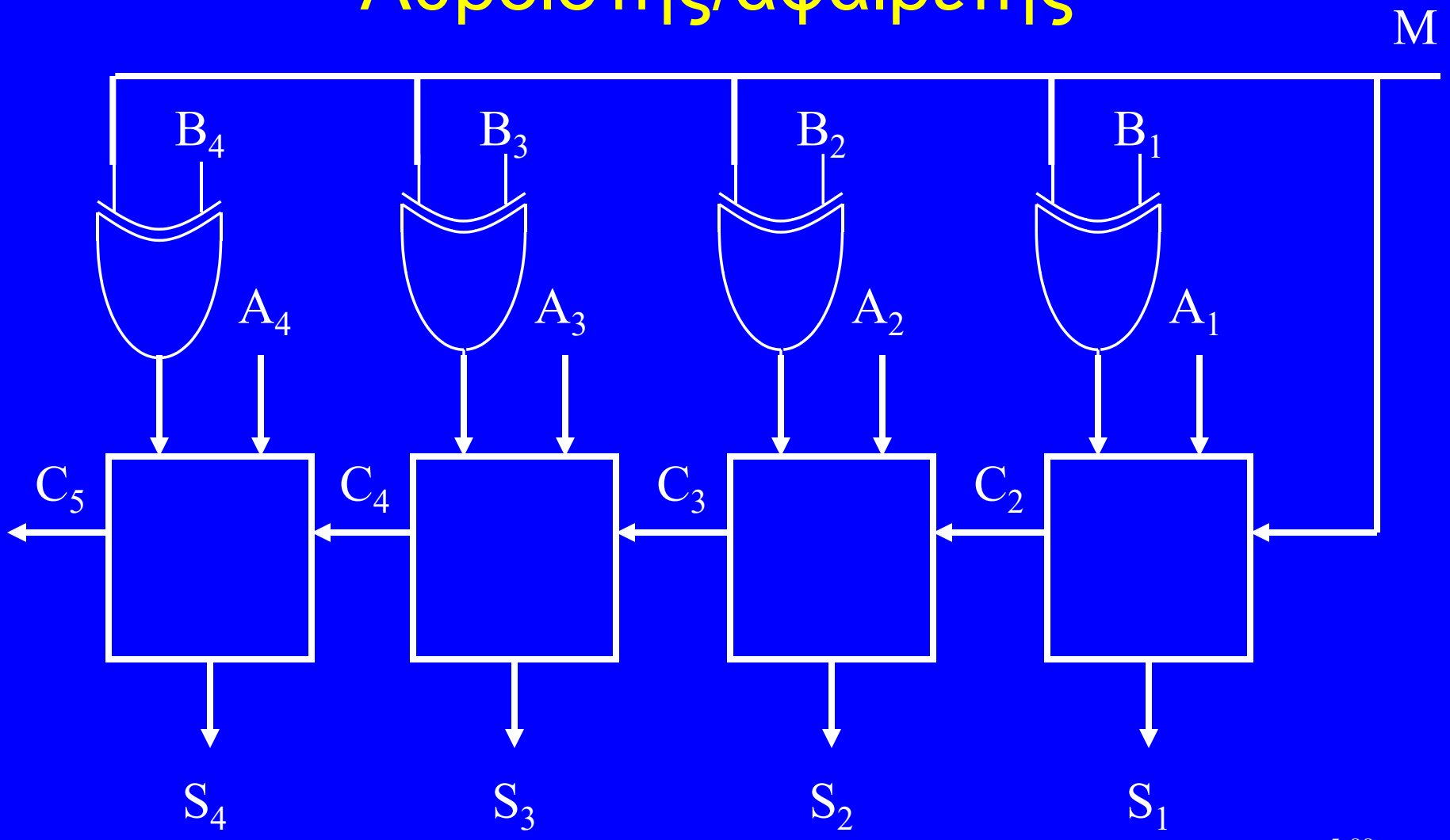


x	y	C_{in}	C	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Παράλληλος αθροιστής



Αθροιστής/αφαιρέτης



Διάδοση κρατουμένου

$P_i = A_i \oplus B_i$

$G_i = A_i B_i$

$S_i = P_i \oplus C_i$

$C_{i+1} = G_i + P_i C_i$

Διάδοση κρατουμένου

$P_1 = A_1 \oplus B_1$

$G_1 = A_1 B_1$

$S_1 = P_1 \oplus C_1$

$C_2 = G_1 + P_1 C_1$

Διάδοση κρατουμένου

$P_2 = A_2 \oplus B_2$

$G_2 = A_2 B_2$

$S_2 = P_2 \oplus C_2$

$C_2 = G_1 + P_1 C_1$

$C_3 = G_2 + P_2 C_2$

Διάδοση κρατουμένου

$P_2 = A_2 \oplus B_2$

$G_2 = A_2 B_2$

$S_2 = P_2 \oplus C_2$

$C_2 = G_1 + P_1 C_1$

$C_3 = G_2 + P_2 G_1 + P_2 P_1 C_1$

Διάδοση κρατουμένου

$P_3 = A_3 \oplus B_3$

$G_3 = A_3 B_3$

$S_3 = P_3 \oplus C_3$

$C_2 = G_1 + P_1 C_1$

$C_3 = G_2 + P_2 G_1 + P_2 P_1 C_1$

$C_4 = G_3 + P_3 C_3$

Διάδοση κρατουμένου

$P_3 = A_3 \oplus B_3$

$G_3 = A_3 B_3$

$S_3 = P_3 \oplus C_3$

$C_2 = G_1 + P_1 C_1$

$C_3 = G_2 + P_2 G_1 + P_2 P_1 C_1$

$C_4 = G_3 + P_3 G_2 + P_3 P_2 G_1 + P_3 P_2 P_1 C_1$

Διάδοση κρατουμένου

$P_4 = A_4 \oplus B_4$

$G_4 = A_4 B_4$

$S_4 = P_4 \oplus C_4$

$C_2 = G_1 + P_1 C_1$

$C_3 = G_2 + P_2 G_1 + P_2 P_1 C_1$

$C_4 = G_3 + P_3 G_2 + P_3 P_2 G_1 + P_3 P_2 P_1 C_1$

$C_5 = G_4 + P_4 C_4$

Διάδοση κρατουμένου

$P_4 = A_4 \oplus B_4$

$G_4 = A_4 B_4$

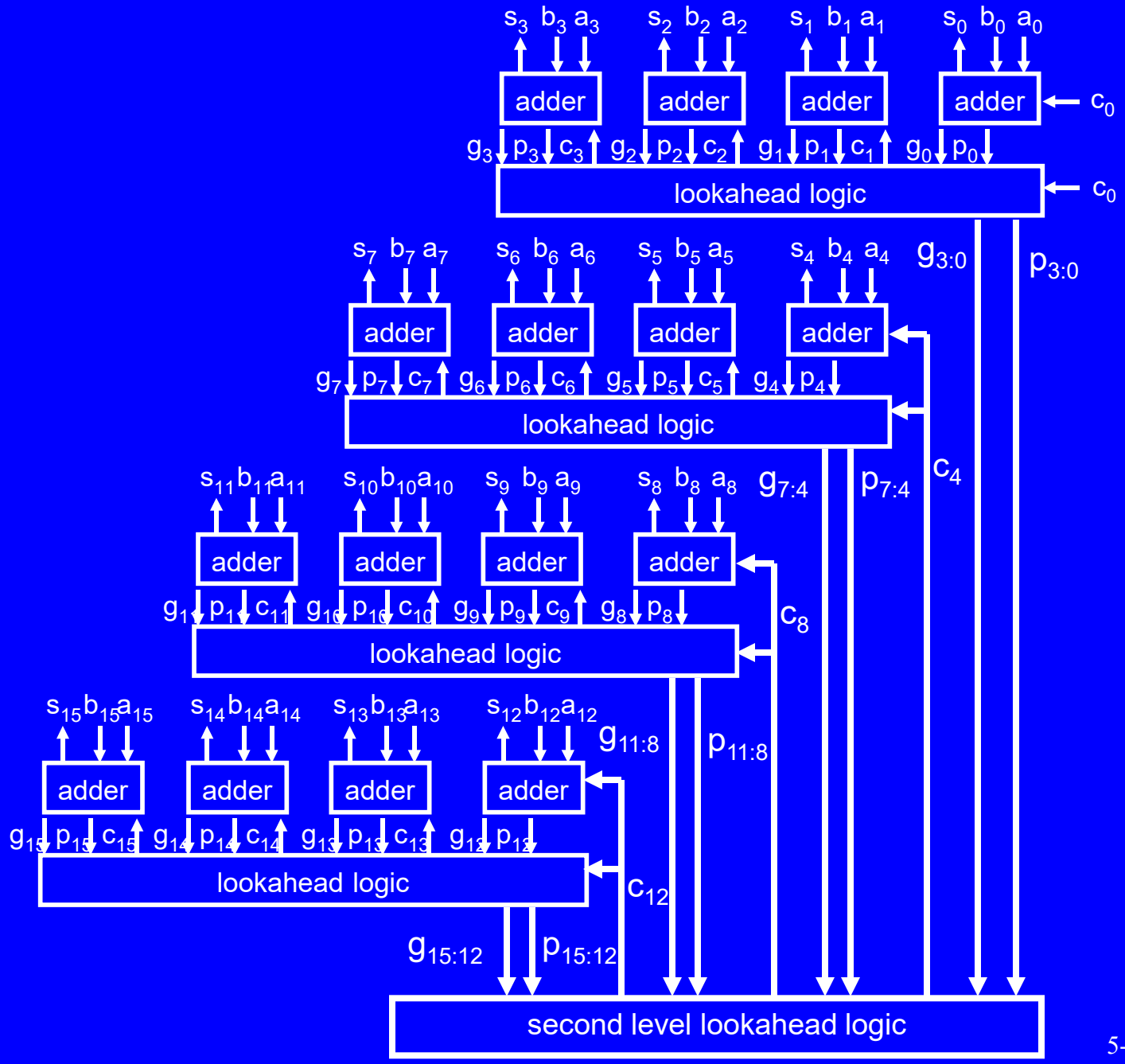
$S_4 = P_4 \oplus C_4$

$C_2 = G_1 + P_1 C_1$

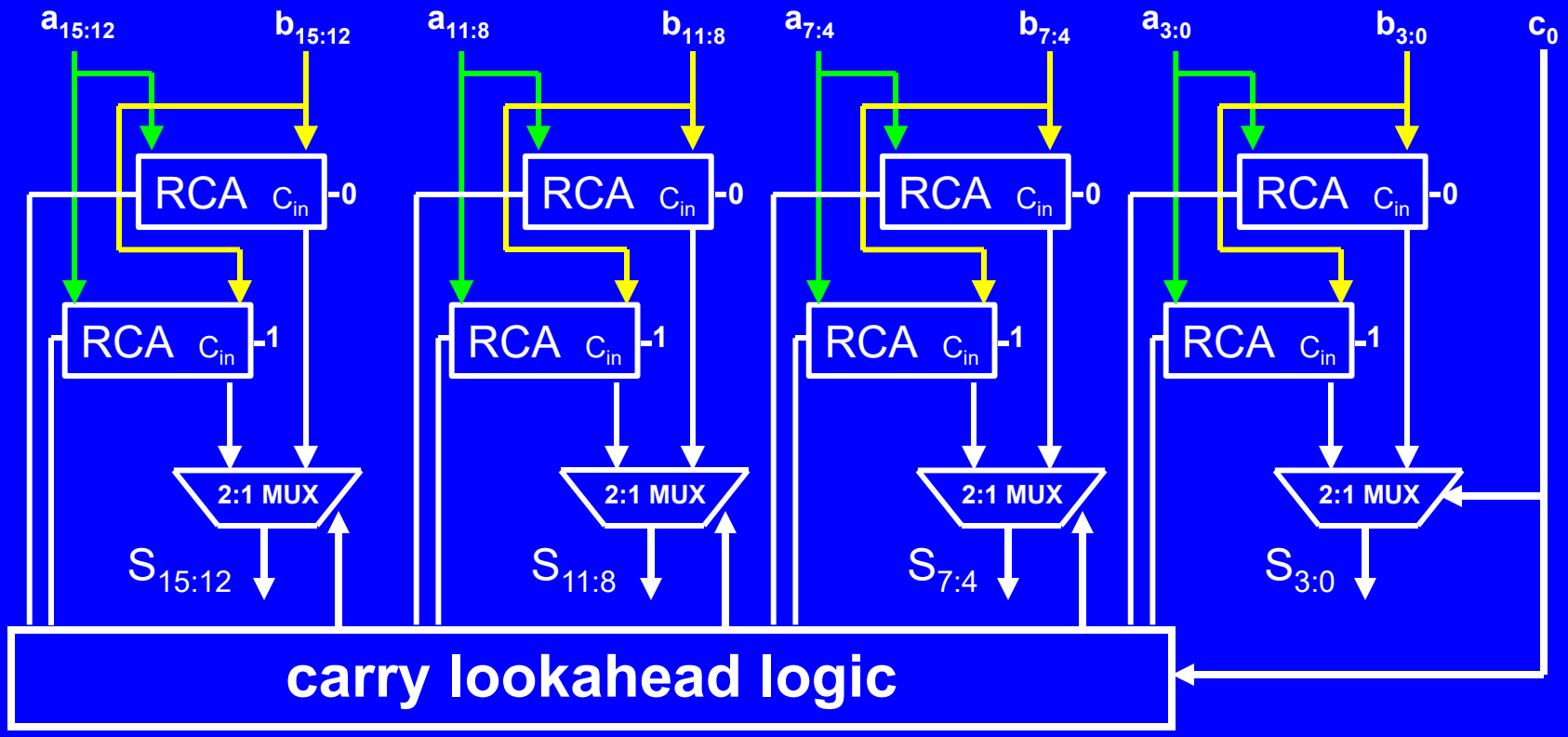
$C_3 = G_2 + P_2 G_1 + P_2 P_1 C_1$

$C_4 = G_3 + P_3 G_2 + P_3 P_2 G_1 + P_3 P_2 P_1 C_1$

$C_5 = G_4 + P_4 G_3 + P_4 P_3 G_2 + P_4 P_3 P_2 G_1 + P_4 P_3 P_2 P_1 C_1$


s3 b3 a3
s2 b2 a2
s1 b1 a1
s0 b0 a0
adder
c0
g3 p3 c3
g2 p2 c2
g1 p1 c1
g0 p0
lookahead logic
c0
s7 b7 a7
s6 b6 a6
s5 b5 a5
s4 b4 a4
g3:0
p3:0
g7 p7 c7
g6 p6 c6
g5 p5 c5
g4 p4
c4
s11 b11 a11
s10 b10 a10
s9 b9 a9
s8 b8 a8
g7:4
p7:4
g11 p11 c11
g10 p10 c10
g9 p9 c9
g8 p8
c8
s15 b15 a15
s14 b14 a14
s13 b13 a13
s12 b12 a12
g11:8
p11:8
g15 p15 c15
g14 p14 c14
g13 p13 c13
g12 p12
c12
g15:12
p15:12
second level lookahead logic

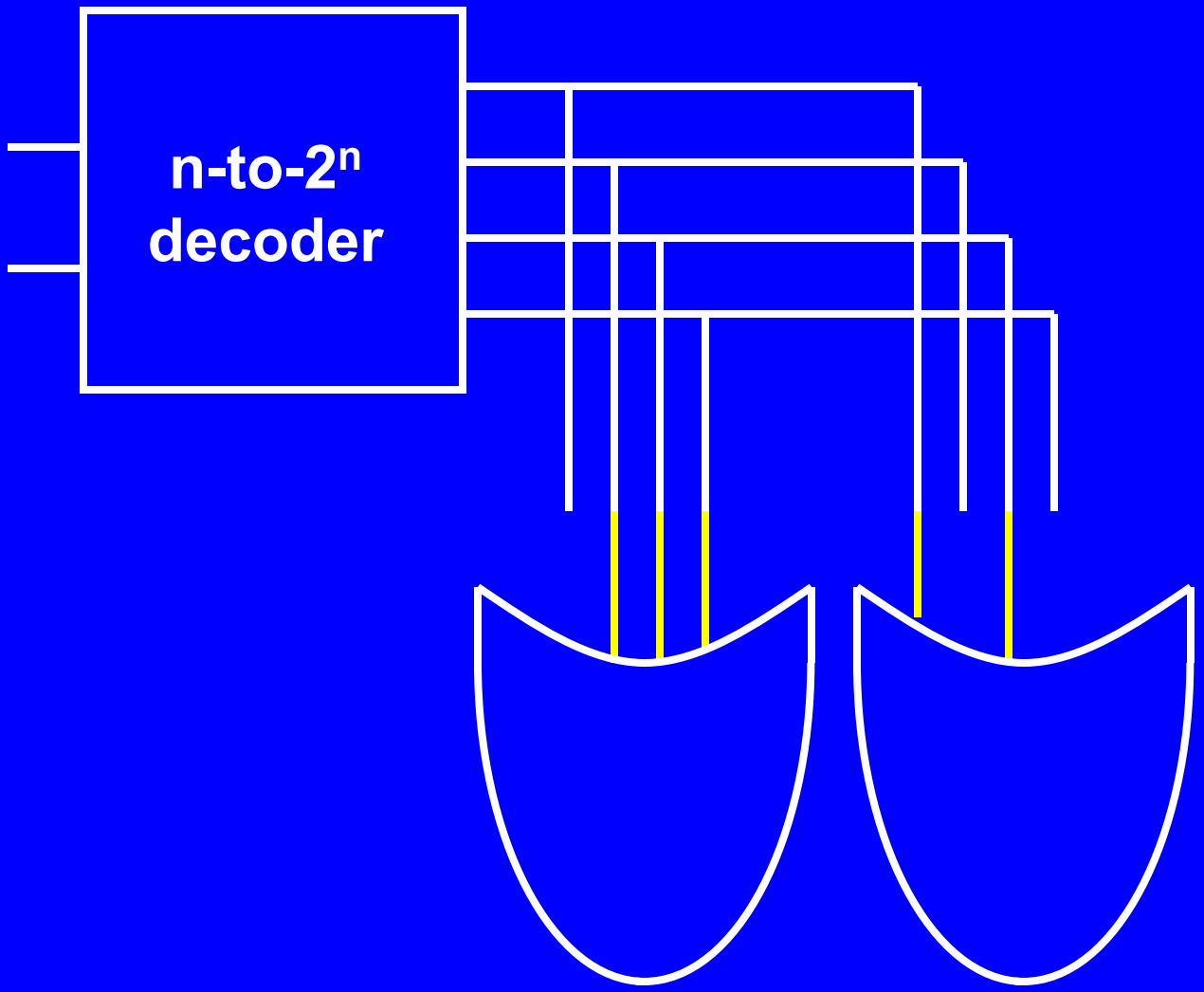
Carry select adder



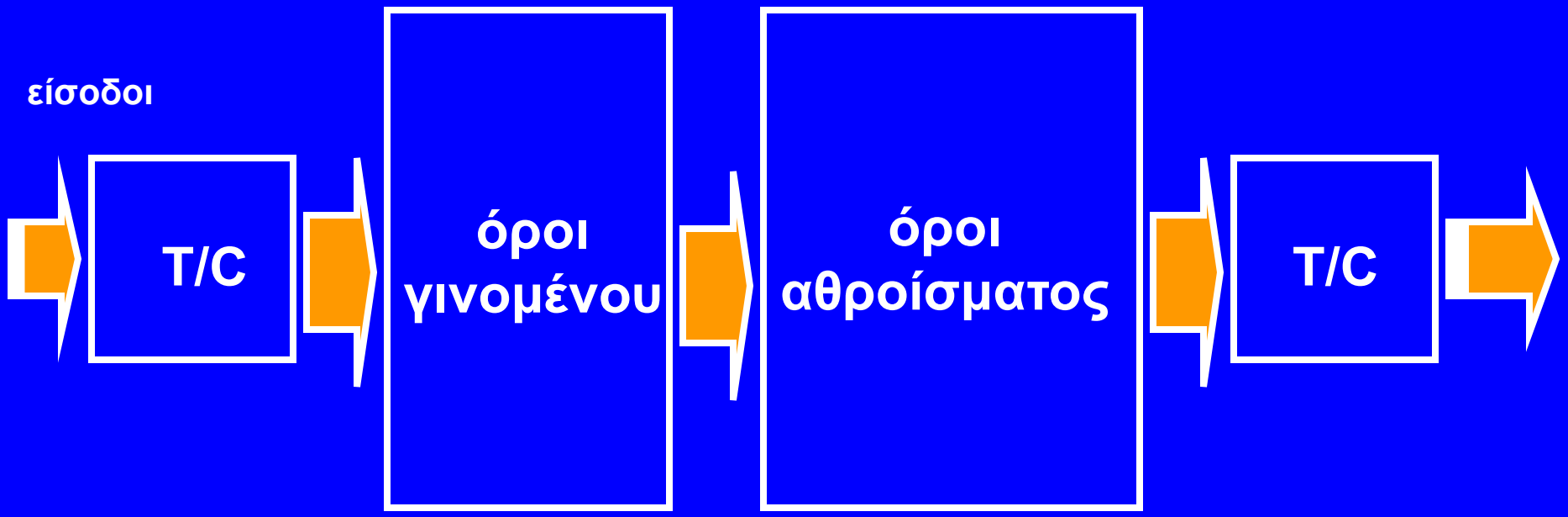
Κωδικοποιητής προτεραιότητας

Είσοδοι				Έξοδοι		
D0	D1	D2	D3	A	B	V
0	0	0	0	X	X	0
1	0	0	0	0	0	1
x	1	0	0	0	1	1
x	x	1	0	1	0	1
x	x	x	1	1	1	1

Read-Only Memory (ROM)



Programmable Logic Arrays



Πίνακας προγραμματισμού PLA

Όρος Γινομένου	Είσοδοι A B C	Έξοδοι F1 F2
AB' 1	1 0 -	1 -
AC 2	1 - 1	1 1
BC 3	- 1 1	- 1

F1 = AB' + AC
F2 = AC + BC