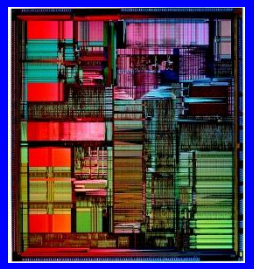
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

Ψηφιακή Σχεδίαση

Διδάσκων: Γιώργος Σταμούλης



Διαλέξεις: Δευτέρα 16:00 – 19:00

Εργαστήρια: Όπως έχουν ανακοινωθεί

Συγγράμματα:

- Ψηφιακή Σχεδίαση μετάφραση του Digital Design του M. Morris Mano
- Σημειώσεις
- Οδηγίες εργαστηριακών ασκήσεων

https://eclass.uth.gr/courses/E-CE_U_196/

Σκοπός του μαθήματος

- Το μάθημα αυτό σκοπό έχει να μεταδώσει τις αρχές της λειτουργίας των ψηφιακών κυκλωμάτων και να παρουσιάσει βασικές δομές που χρησιμοποιούνται στη λογική σχεδίαση
- Με την ολοκλήρωση του μαθήματος στόχος είναι να έχετε αποκτήσει ευχέρεια στη δυαδική λογική και στις βασικές δομές της λογικής σχεδίασης

Περιγραφή του μαθήματος

- Η ύλη περιλαμβάνει:
  - Εισαγωγή στη άλγεβρα Boole
  - Βασικές συνδυαστικές και ακολουθιακές δομές
  - Υποσυστήματα
- Θα ακολουθήσουμε το σύγγραμμα:
  - Κώδικες και άλγεβρα Boole
  - Συνδυαστική λογική
  - Ακολουθιακή λογική
  - Αλγοριθμικές μηχανές καταστάσεων

Βαθμολόγηση

8 σετ ασκήσεων	10%
Εργαστηριακές ασκήσεις	30%
Πρόοδοι	15%
Τελικό διαγώνισμα	45%

Προϋπόθεση για επιτυχή ολοκλήρωση του μαθήματος είναι βαθμός >2.9 στην πρόοδο και >4.9 στις εργαστηριακές ασκήσεις και το τελικό διαγώνισμα

Σετ ασκήσεων

Θα δοθούν 8 σετ ασκήσεων με 3 ή 4 ασκήσεις το καθένα. Οι ασκήσεις αυτές θα είναι πάνω στην ύλη που καλύπτεται και σκοπό έχουν την κατανόηση βασικών εννοιών.

Εισαγωγή στα ψηφιακά

Δυαδικοί αριθμοί

Μια γενική αναπαράσταση ενός αριθμού είναι:

$$a_n \cdot r^n + a_{n-1} \cdot r^{n-1} + \cdots + a_2 \cdot r^2 + a_1 \cdot r + a_0 + a_{-1} \cdot r^{-1} + \cdots + a_{-m} \cdot r^{-m}$$

όπου a_i είναι οι συντελεστές και r είναι η βάση

π.χ. ο αριθμός 26.75 περιγράφεται ως:

$$2x10^1 + 6x10^0 + 7x10^{-1} + 5x10^{-2}$$

αλλά και ως:

$$1x2^4 + 1x2^3 + 0x2^2 + 1x2^1 + 0x2^0 + 1x2^{-1} + 1x2^{-2}$$

Δεκαδικό	Δυαδικό	Οκταδικό	Δεκαεξαδικό
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Πράξεις με δυαδικούς αριθμούς

πρόσθεση

```
  101101
+ 100111
--------
 1010100
```

αφαίρεση

```
  101101
- 100111
--------
  000110
```

πολλαπλασιασμός

```
  1011
x  101
-------
  1011
 0000
1011
-------
110111
```

Πρόσθεση

$$\begin{array}{r} 101101 \\ +\ 100111 \\ \hline \end{array}$$

Πρόσθεση

$$
\begin{array}{rl}
 101101 & 1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0 \\
+\ 100111 & 1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0
\end{array}
$$

Πρόσθεση

$$
\begin{array}{r}
101101 \\
+\ 100111 \\
\hline
\end{array}
$$

$1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0$

$1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0$

Πρόσθεση

$$
\begin{array}{r}
101101 \\
+\ 100111 \\
\hline
\end{array}
$$

$1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0$

$1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0$

2

1 κρατούμενο

Πρόσθεση

$$
\begin{array}{rl}
 101101 & 1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0 \\
+\ 100111 & 1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0 \\
\hline
 0 &
\end{array}
$$

1 κρατούμενο

Πρόσθεση

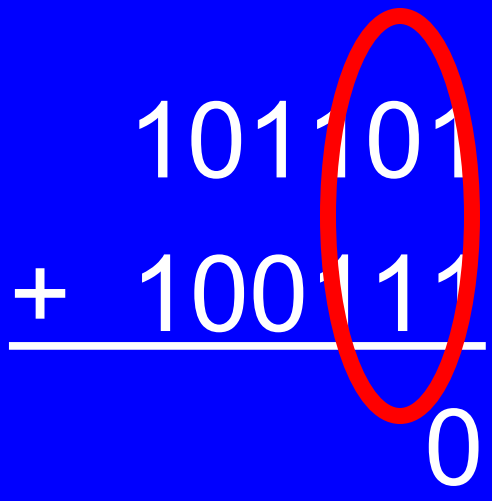
```
  101101
+ 100111
--------
 1010100
```

$1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0$

$1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0$

1 κρατούμενο

Πρόσθεση



$1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0$

$1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0$

1

Πρόσθεση

$$
\begin{array}{r}
101101 \\
+\ 100111 \\
\hline
\end{array}
$$

$1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0$

$1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0$

0

2

1 κρατούμενο

Πρόσθεση

101101	$1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0$
+ 100111	$1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0$
00	

1 κρατούμενο

Πρόσθεση

$$
\begin{array}{r}
101101 \\
+\ 100111 \\
\hline
00
\end{array}
$$

$1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0$

$1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0$

1 κρατούμενο

Πρόσθεση

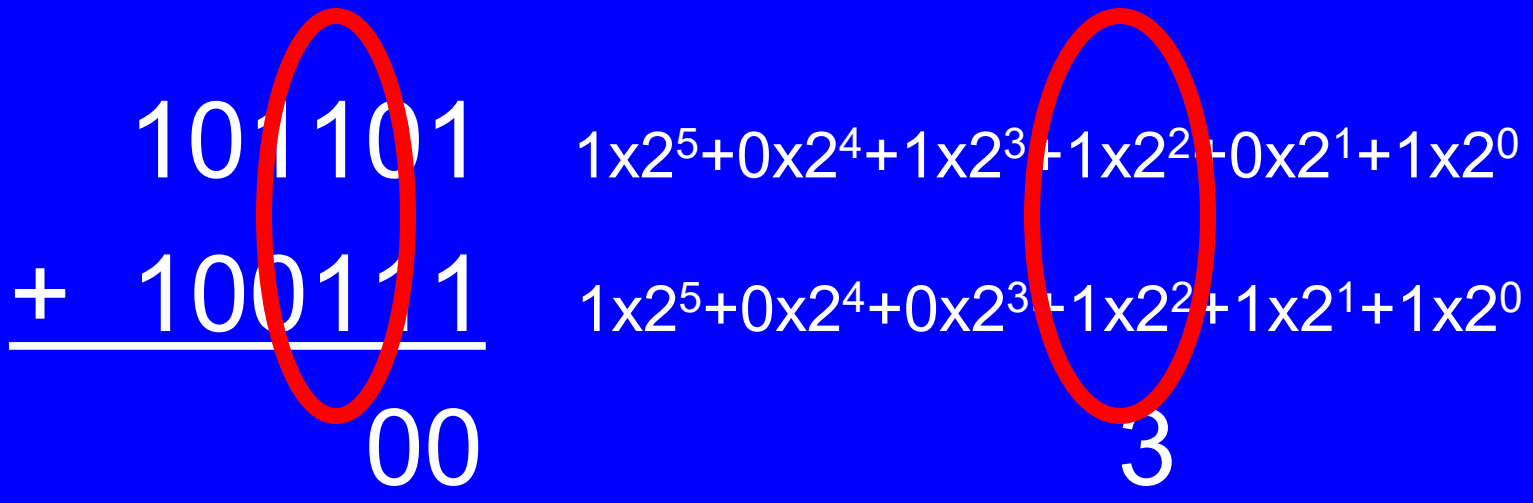
$$
\begin{array}{r}
101101 \\
+\ 100111 \\
\hline
00
\end{array}
$$

$1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0$

$1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0$

2

Πρόσθεση


101101
+ 100111
00
1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0
1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0
3

1 κρατούμενο

Πρόσθεση

$$
\begin{array}{rl}
101101 & 1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0 \\
+\ 100111 & 1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0 \\
\hline
100 &
\end{array}
$$

1 κρατούμενο

Πρόσθεση

$$
\begin{array}{r}
101101 \\
+\ 100111 \\
\hline
100
\end{array}
$$

$1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0$

$1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0$

1 κρατούμενο

Πρόσθεση

$$
\begin{array}{r}
101101 \\
+\ 100111 \\
\hline
100
\end{array}
$$

$1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0$

$1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0$

1

Πρόσθεση

$$
\begin{array}{r}
101101 \\
+\ 100111 \\
\hline
100
\end{array}
$$

$1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0$

$1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0$

2

1 κρατούμενο

Πρόσθεση

$$
\begin{array}{rl}
 & 101101 \\
+ & 100111 \\
\hline
 & 0100
\end{array}
$$

$1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0$

$1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0$

1 κρατούμενο

Πρόσθεση

$$
\begin{array}{r}
101101 \\
+\ 100111 \\
\hline
0100
\end{array}
$$

$1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0$

$1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0$

1 κρατούμενο

Πρόσθεση

$$
\begin{array}{rl}
 & 101101 \\
+ & 100111 \\
\hline
 & 0100
\end{array}
$$

$1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0$

$1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0$

0

Πρόσθεση

$$
\begin{array}{rl}
 & 101101 \\
+ & 100111 \\
\hline
 & 0100
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0 \\
1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0 \\
\\
1
\end{array}
$$

Πρόσθεση

$$
\begin{array}{rl}
101101 & 1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0 \\
+\ 100111 & 1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0 \\
\hline
10100 &
\end{array}
$$

Πρόσθεση

$$
\begin{array}{r}
101101 \\
+\ 100111 \\
\hline
10100
\end{array}
$$

$1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0$

$1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0$

Πρόσθεση

101101	$1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0$
+ 100111	$1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0$
10100	2

1 κρατούμενο

Πρόσθεση

$$
\begin{array}{rl}
 & 101101 \\
+ & 100111 \\
\hline
 & 010100
\end{array}
$$

$1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0$

$1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0$

Πρόσθεση

101101	$1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0$
+ 100111	$1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0$
1010100	$1x2^6+0x2^5+1x2^4+0x2^3+1x2^2+0x2^1+0x2^0$

Πρόσθεση

$1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0$ 45

\+ $1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0$

$1x2^6+0x2^5+1x2^4+0x2^3+1x2^2+0x2^1+0x2^0$

Πρόσθεση

$1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0$ 45

\+ $1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0$ 39

$1x2^6+0x2^5+1x2^4+0x2^3+1x2^2+0x2^1+0x2^0$

Πρόσθεση

	$1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0$	45
+	$1x2^5+0x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0$	39
$1x2^6+0x2^5+1x2^4+0x2^3+1x2^2+0x2^1+0x2^0$		84

Μετατροπή βάσης αριθμού

ακέραιος	υπόλοιπο
41	

Μετατροπή βάσης αριθμού

20x2+1

ακέραιος	υπόλοιπο
41	

Μετατροπή βάσης αριθμού

20x2+1

ακέραιος	υπόλοιπο
41	
20	1

Μετατροπή βάσης αριθμού

10x2+0

ακέραιος	υπόλοιπο
41	
20	1

Μετατροπή βάσης αριθμού

10x2+0

ακέραιος	υπόλοιπο
41	
20	1
10	0

Μετατροπή βάσης αριθμού

5x2+0

ακέραιος	υπόλοιπο
41	
20	1
10	0

Μετατροπή βάσης αριθμού

5x2+0

ακέραιος	υπόλοιπο
41	
20	1
10	0
5	0

Μετατροπή βάσης αριθμού

2x2+1

ακέραιος	υπόλοιπο
41	
20	1
10	0
5	0

Μετατροπή βάσης αριθμού

2x2+1

ακέραιος	υπόλοιπο
41	
20	1
10	0
5	0
2	1

Μετατροπή βάσης αριθμού

1x2+0

ακέραιος	υπόλοιπο
41	
20	1
10	0
5	0
2	1

Μετατροπή βάσης αριθμού

1x2+0

ακέραιος	υπόλοιπο
41	
20	1
10	0
5	0
2	1
1	0

Μετατροπή βάσης αριθμού

0x2+1

ακέραιος	υπόλοιπο
41	
20	1
10	0
5	0
2	1
1	0

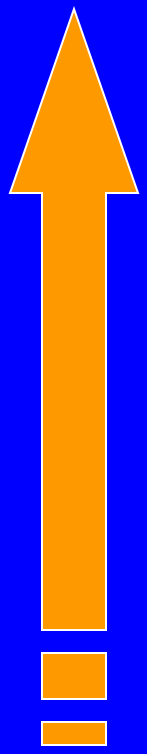
Μετατροπή βάσης αριθμού

0x2+1

ακέραιος	υπόλοιπο
41	
20	1
10	0
5	0
2	1
1	0
0	1

Μετατροπή βάσης αριθμού

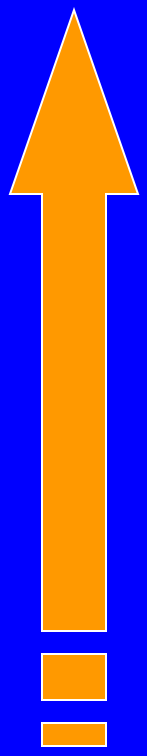
ακέραιος	υπόλοιπο
41	
20	1
10	0
5	0
2	1
1	0
0	1



=101001

Μετατροπή βάσης αριθμού

103	
51	1
25	1
12	1
6	0
3	0
1	1
0	1



Μετατροπή βάσης αριθμού

103	
51	1
25	1
12	1
6	0
3	0
1	1
0	1

$1X2^6+1X2^5+0X2^4+0X2^3+1X2^2+1X2^1+1X2^0$

Μετατροπή βάσης αριθμού

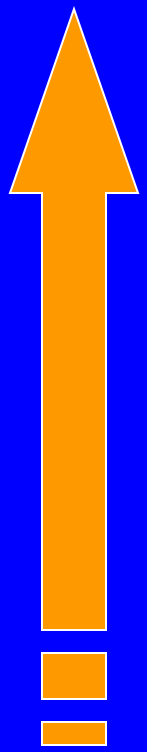
103	
51	1
25	1
12	1
6	0
3	0
1	1
0	1

$1X2^6+1X2^5+0X2^4+0X2^3+1X2^2+1X2^1+1X2^0$

64+ 32+ 0+ 0+ 4+ 2+ 1

Μετατροπή βάσης αριθμού (βάση 3)

103	
34	1
11	1
3	2
1	0
0	1



Μετατροπή βάσης αριθμού (βάση 3)

103	
34	1
11	1
3	2
1	0
0	1

$1X3^4+0X3^3+2X3^2+1X3^1+1X3^0$

Μετατροπή βάσης αριθμού (βάση 3)

103

34 1

11 1

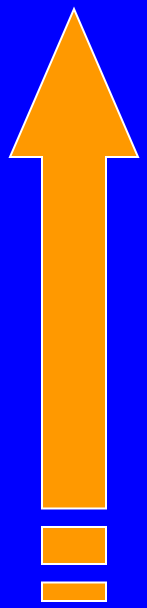
3 2 $1X3^4+0X3^3+2X3^2+1X3^1+1X3^0$

1 0 81+ 0+ 18+ 3+ 1

0 1

Μετατροπή βάσης αριθμού (βάση 4)

103	
25	3
6	1
1	2
0	1



Μετατροπή βάσης αριθμού (βάση 4)

103		
25	3	
6	1	
1	2	$1X4^3+2X4^2+1X4^1+3X4^0$
0	1	

Μετατροπή βάσης αριθμού (βάση 4)

103

25 3

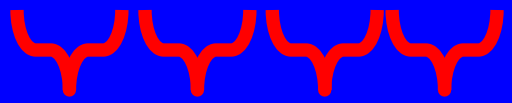
6 1

1 2 $1X4^3+2X4^2+1X4^1+3X4^0$

0 1 64+ 32+ 4+ 3

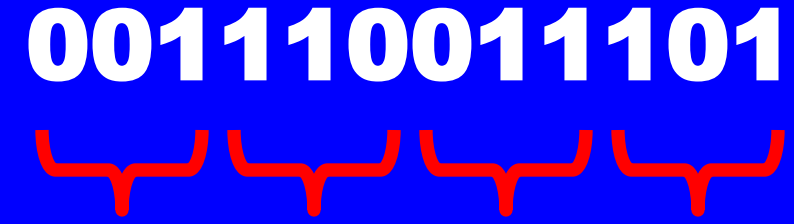
Μετατροπή από δυαδικό σε τετραδικό

01100111



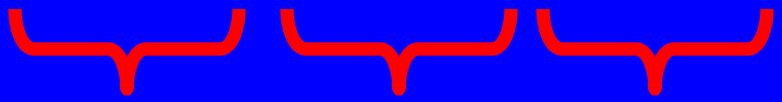
1 2 1 3

Μετατροπή από δυαδικό σε οκταδικό



Μετατροπή από δυαδικό σε δεκαεξαδικό

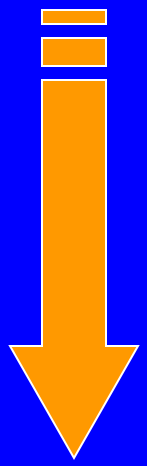
001110011101



3 9 D

Μετατροπή βάσης αριθμού

κλάσμα	ακέραιο μέρος
0.6875	1
0.3750	0
0.7500	1
0.5000	1



=.1011

Συμπληρώματα

- Ως προς r-1 (βάση-1) είναι r^n-1-N
  - με βάση το 10 έχουμε συμπλήρωμα προς 9 π.χ. το συμπλήρωμα ως προς 9 του 245 είναι το 754
- Ως προς r (βάση) είναι r^n-N
  - με βάση το 10 έχουμε συμπλήρωμα προς 10 π.χ. το συμπλήρωμα ως προς 10 του 245 είναι το 755

Χρησιμεύει στην αφαίρεση

- Προσθέτουμε στο μειωτέο το συμπλήρωμα ως προς r του αφαιρετέου
- Αν $M \geq N$ το άθροισμα θα έχει τελικό κρατούμενο το οποίο αγνοούμε
- Αν $M < N$ τότε το αποτέλεσμα είναι το συμπλήρωμα προς r του M-N

Παράδειγμα

Ας δοκιμάσουμε το 76 - 23

- ✓ Το συμπλήρωμα ως προς 10 του 23 είναι 77
- ✓ Υπολογίζουμε το 76 + 77 = 153
- ✓ Αγνοούμε το κρατούμενο 153
- ✓ Το τελικό αποτέλεσμα είναι 53

Παράδειγμα

Ας δοκιμάσουμε το 103 - 23

- ✓ Το συμπλήρωμα ως προς 10 του 23 είναι 977
- ✓ Υπολογίζουμε το 103 + 977 = 1080
- ✓ Αγνοούμε το κρατούμενο 1080
- ✓ Το τελικό αποτέλεσμα είναι 80

Παράδειγμα

Ας δοκιμάσουμε τώρα το 23 - 76

- ✓ Το συμπλήρωμα ως προς 10 του 76 είναι 24
- ✓ Υπολογίζουμε το 23 + 24 = 47
- ✓ Δεν υπάρχει κρατούμενο άρα υπολογίζουμε το συμπλήρωμα ως προς 10 του 47
- ✓ Το τελικό αποτέλεσμα είναι -53

Παράδειγμα

Ας δοκιμάσουμε τώρα το 23 - 103

- ✓ Το συμπλήρωμα ως προς 10 του 103 είναι 897
- ✓ Υπολογίζουμε το 23 + 897 = 920
- ✓ Δεν υπάρχει κρατούμενο άρα υπολογίζουμε το συμπλήρωμα ως προς 10 του 920
- ✓ Το τελικό αποτέλεσμα είναι -80

Παράδειγμα με δυαδικούς

78=1001110 23=0010111

78	1001110
+23	+0010111
101	1100101

Παράδειγμα με δυαδικούς

78=1001110 23=0010111

Συμπλήρωμα ως προς 2 του 23=1101001

78	1001110
-23	+1101001
	10110111

Παράδειγμα με δυαδικούς

78=1001110 23=0010111

Συμπλήρωμα ως προς 2 του 23=1101001

78	1001110
-23	+1101001
	10110111
55	0110111

Παράδειγμα με δυαδικούς

78=1001110 23=0010111

Συμπλήρωμα ως προς 2 του 78=0110010

23	0010111
-78	+0110010
	1001001
-55	-0110111

Προσημασμένοι δυαδικοί αριθμοί

- Απεικόνιση προσημασμένου μέτρου
  - το πρώτο ψηφίο δείχνει το πρόσημο και τα υπόλοιπα την απόλυτη τιμή
- Απεικόνιση προσημασμένου συμπληρώματος ως προς 2
  - πιο φιλική αναπαράσταση για δυαδικές πράξεις

Συστήματα μικτής βάσης

Είναι συστήματα όπου κάθε ψηφίο δεν εκφράζει δυνάμεις του ίδιου αριθμού (βάσης).

Παράδειγμα: (χρόνια, μήνες, ημέρες, ώρες, λεπτά, δευτερόλεπτα)

(48,3,22,0,15,30)

Συστήματα αρνητικής βάσης

Είναι συστήματα στα οποία η βάση είναι αρνητικός αριθμός π.χ. -2 (negbinary).

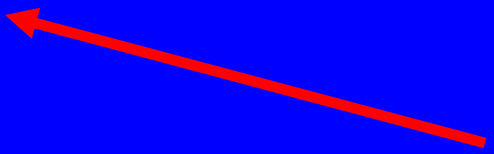
Οι μετατροπές γίνονται όπως και σε συστήματα με θετική βάση.

Οι αριθμοί από 1-10 σε negbinary

δεκαδικοί	δυαδικοί	negbinary
0	0000	00000
1	0001	00001
2	0010	00110
3	0011	00111
4	0100	00100
5	0101	00101
6	0110	11010
7	0111	11011
8	1000	11000
9	1001	11001
10	1010	11110

Δυαδικοί κώδικες

- Δεκαδικοί κώδικες
  - BCD (8421)
  - excess-3
  - 84-2-1
  - 2421
  - 5043210



αυτοσυμπληρωματικοί

Δεκαδικό	BCD	Excess-3	84-2-1
0	0000	0011	0000
1	0001	0100	0111
2	0010	0101	0110
3	0011	0110	0101
4	0100	0111	0100
5	0101	1000	1011
6	0110	1001	1010
7	0111	1010	1001
8	1000	1011	1000
9	1001	1100	1111

Δεκαδικό	BCD	Biquinary	2421
00	0000	0100001	0000
01	0001	0100010	0001
02	0010	0100100	0010
03	0011	0101000	0011
04	0100	0110000	0100
05	0101	1000001	1011
06	0110	1000010	1100
07	0111	1000100	1101
08	1000	1001000	1110
09	1001	1010000	1111

Δυαδικοί κώδικες

- Κώδικες ανίχνευσης σφαλμάτων
  - bit ισοτιμίας
  - κώδικας 5043210 (biquinary)
- Κώδικας Gray
- Αλφαριθμητικοί κώδικες
  - American Standard Code for Information Interchange (ASCII)
  - Extended Binary Coded Decimal Interchange Code (EBCDIC)

Δεκαδικό	Δυαδικό	άρτια ισοτιμία	περιττή ισοτιμία
0	0000	0	1
1	0001	1	0
2	0010	1	0
3	0011	0	1
4	0100	1	0
5	0101	0	1
6	0110	0	1
7	0111	1	0
8	1000	1	0
9	1001	0	1
10	1010	0	1
11	1011	1	0
12	1100	0	1
13	1101	1	0
14	1110	1	0
15	1111	0	1

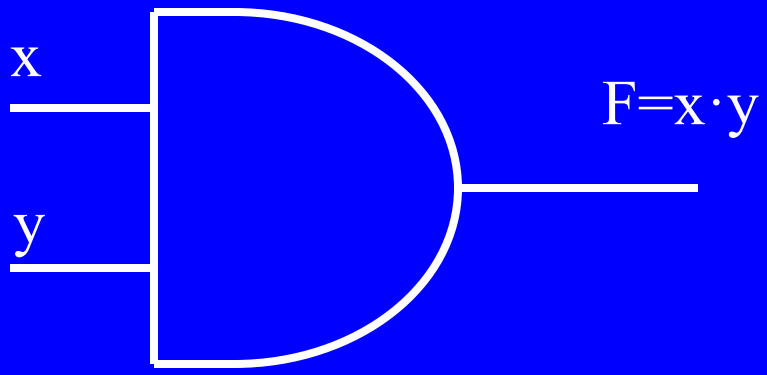
Δεκαδικό	Δυαδικό	Gray
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111
11	1011	1110
12	1100	1010
13	1101	1011
14	1110	1001
15	1111	1000

Δυαδική λογική

- ΚΑΙ (AND)
- Η (OR)
- ΟΧΙ (NOT)

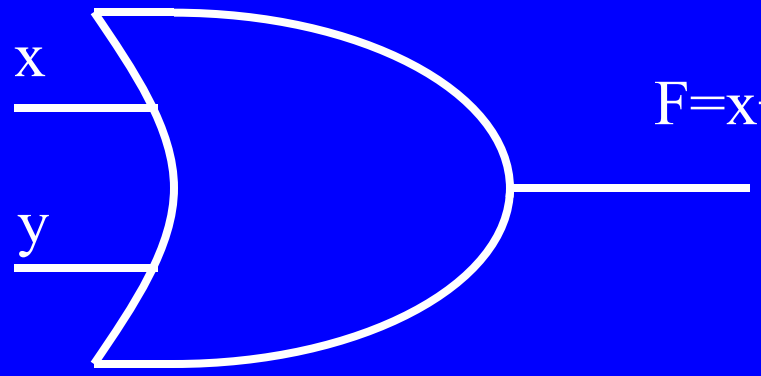
x	y	AND (x·y)	OR (x+y)	NOT (x')
0	0	0	0	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	0
1	1	1	1	0

Πύλη ΚΑΙ (AND)



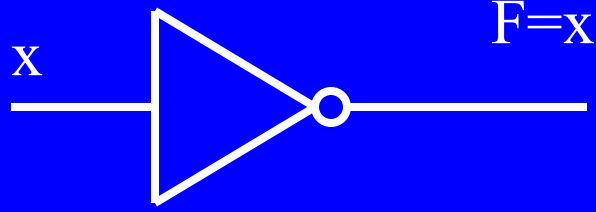
x	y	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Πύλη Ή (OR)



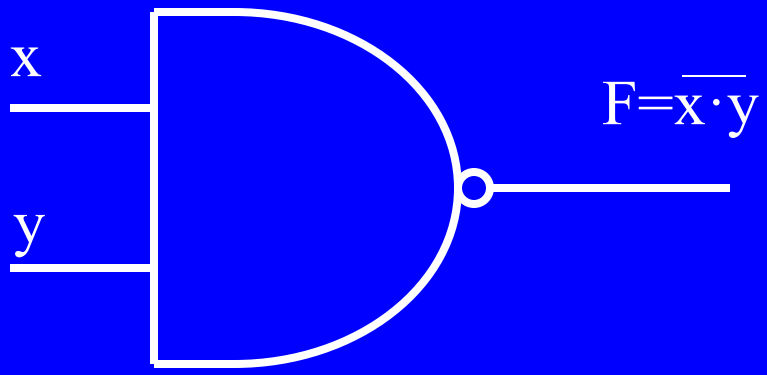
x	y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Πύλη ΟΧΙ (NOT)



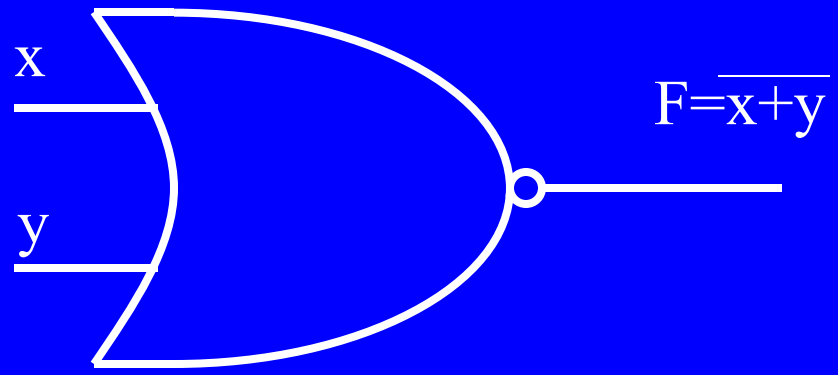
x	F
0	1
1	0

Πύλη ΟΧΙ-ΚΑΙ (NAND)



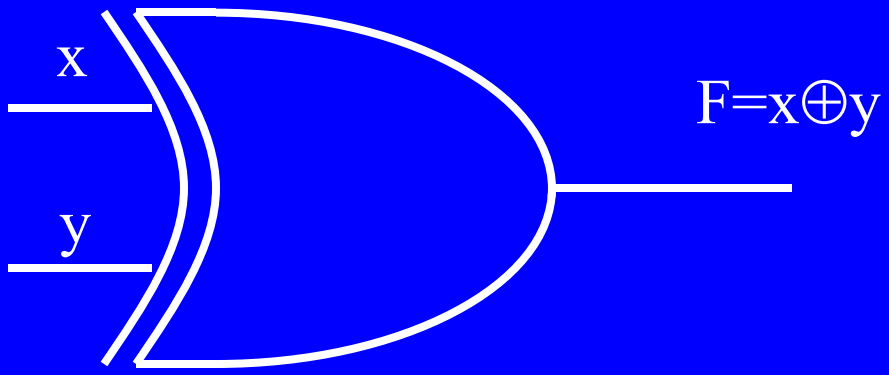
x	y	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Πύλη ΟΥΤΕ (NOR)



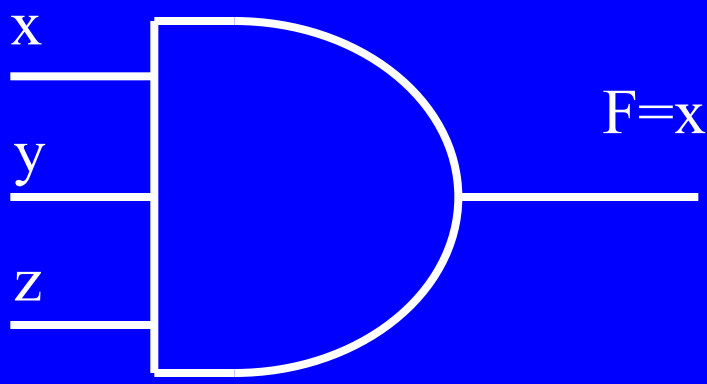
x	y	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Πύλη EXCLUSIVE-OR (XOR)

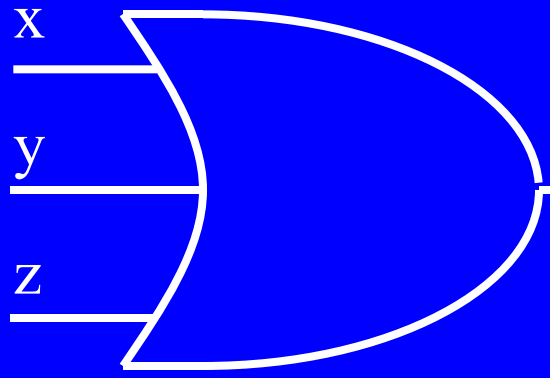


x	y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Άλλες πύλες



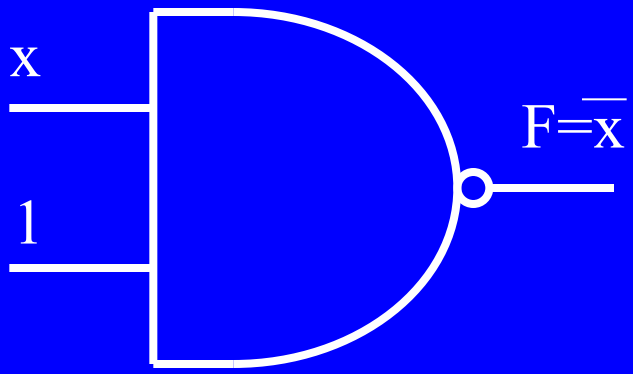
$F=x \cdot y \cdot z$

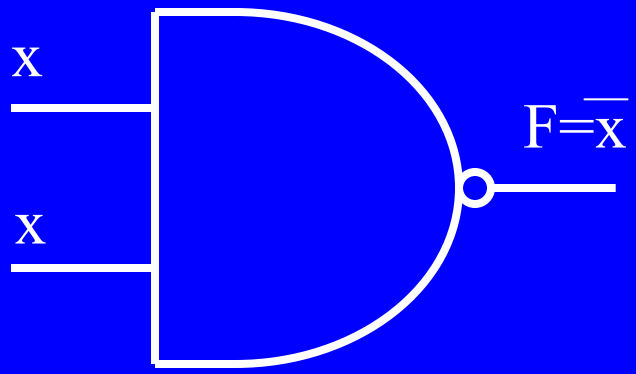


$F=x+y+z$

Universal gate

Με τις πύλες NAND ή NOR δύο εισόδων μπορούμε να υλοποιήσουμε οποιαδήποτε άλλη πύλη

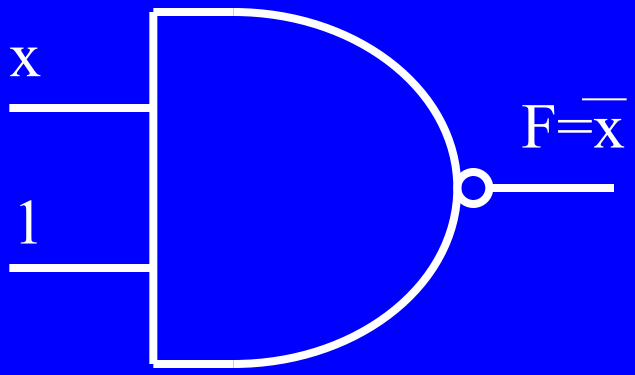


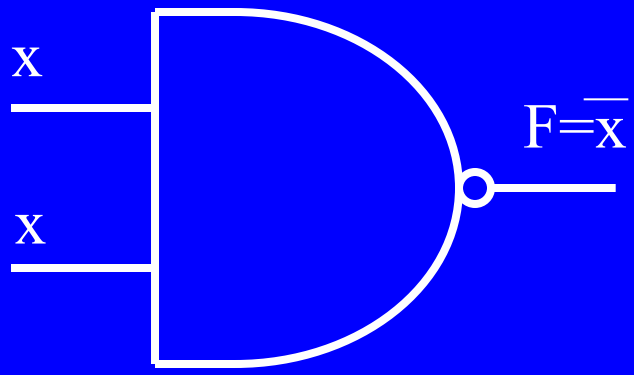


Universal gate

x	y	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Με τις πύλες NAND ή NOR δύο εισόδων μπορούμε να υλοποιήσουμε οποιαδήποτε άλλη πύλη

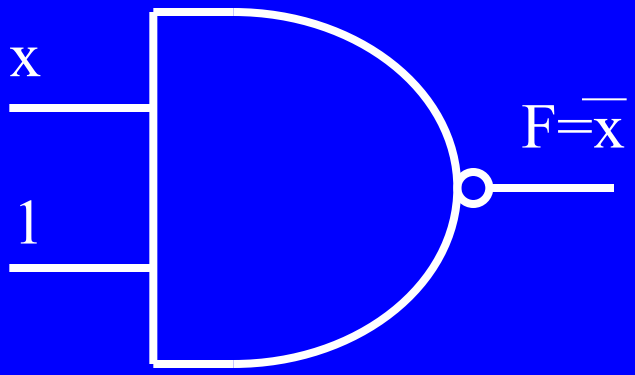


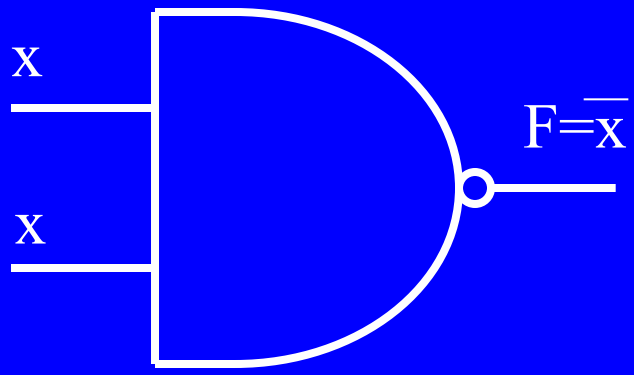


Universal gate

x	y	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

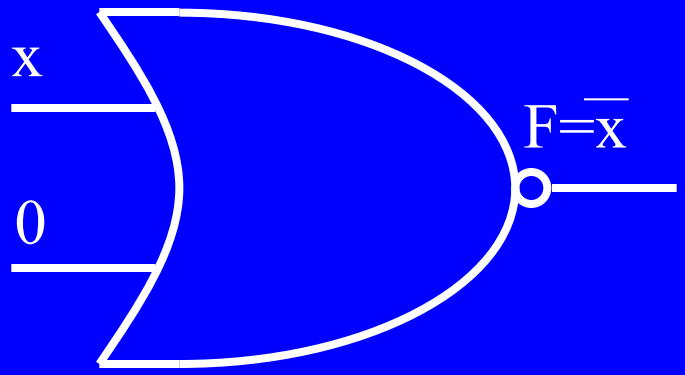
Με τις πύλες NAND ή NOR δύο εισόδων μπορούμε να υλοποιήσουμε οποιαδήποτε άλλη πύλη

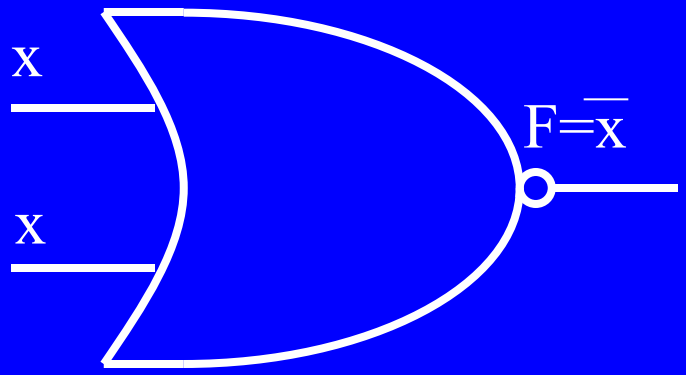




Universal gate

Με τις πύλες NAND ή NOR δύο εισόδων μπορούμε να υλοποιήσουμε οποιαδήποτε άλλη πύλη

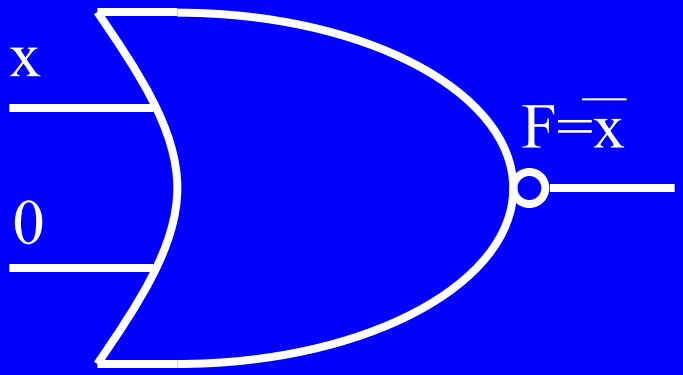


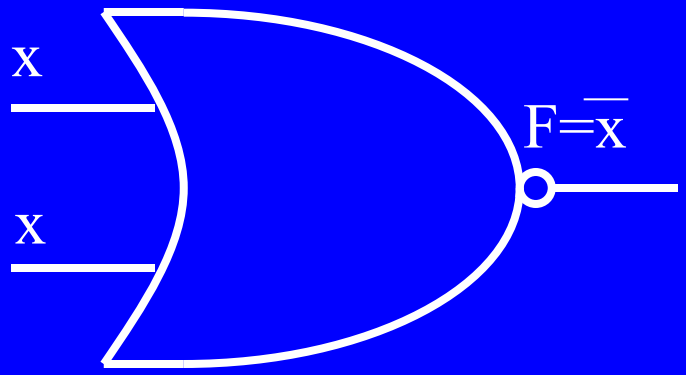


Universal gate

x	y	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Με τις πύλες NAND ή NOR δύο εισόδων μπορούμε να υλοποιήσουμε οποιαδήποτε άλλη πύλη

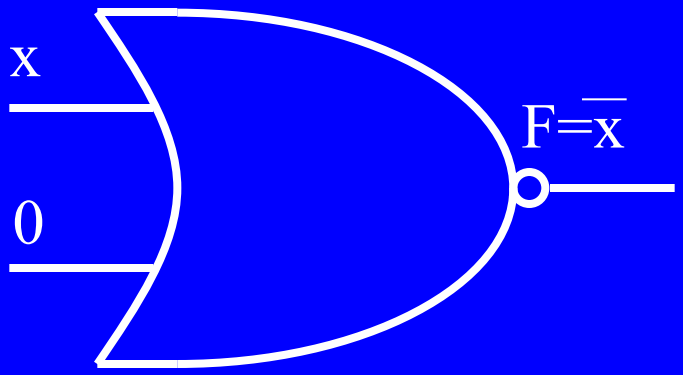


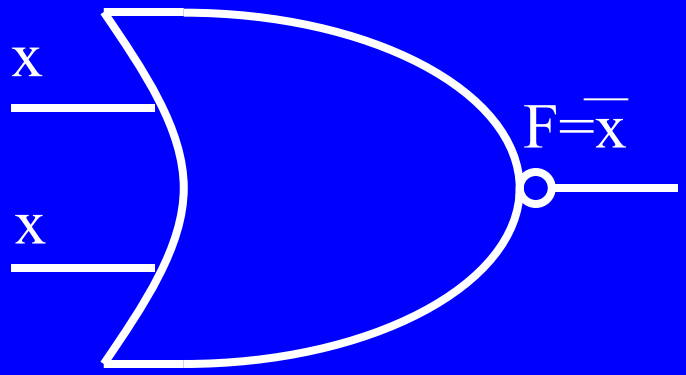


Universal gate

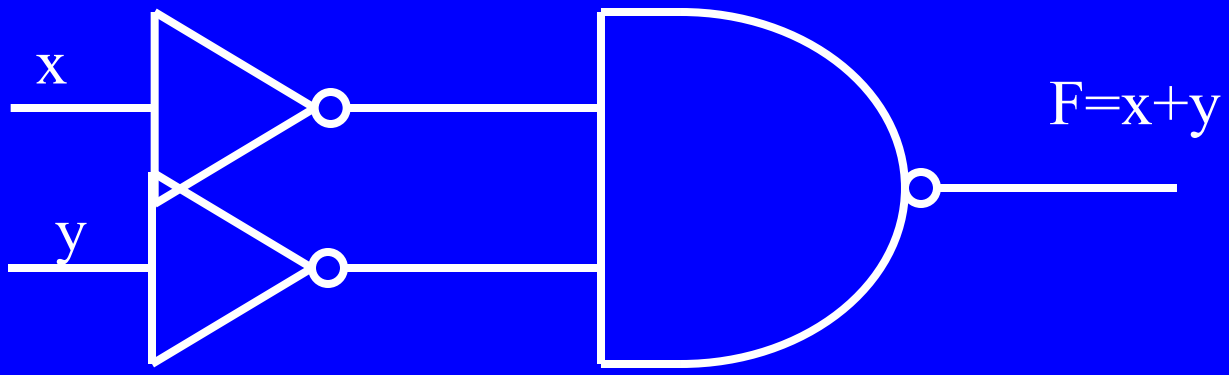
x	y	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Με τις πύλες NAND ή NOR δύο εισόδων μπορούμε να υλοποιήσουμε οποιαδήποτε άλλη πύλη



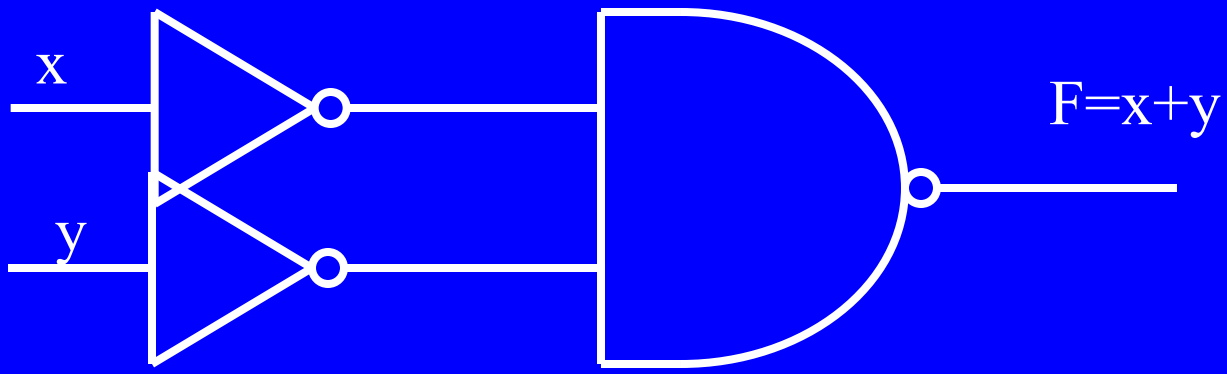


OR με NAND



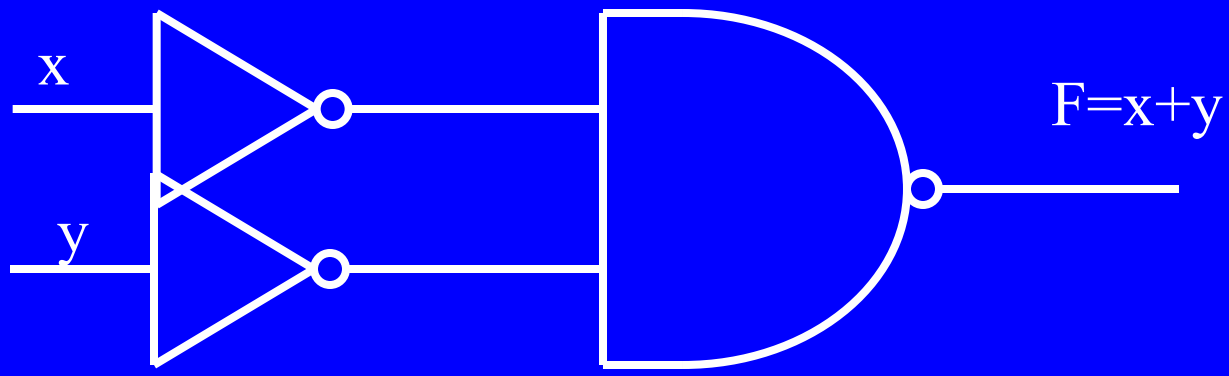
OR με NAND

x	y	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



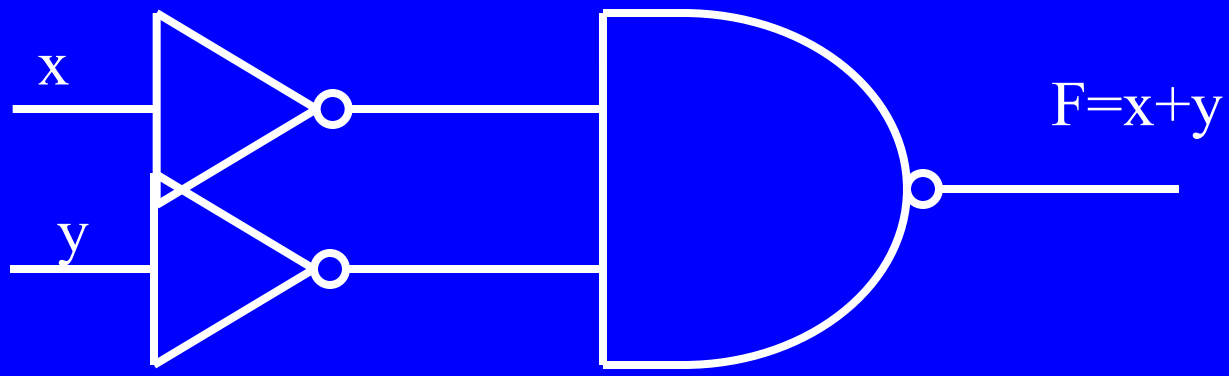
OR με NAND

x	y	F
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

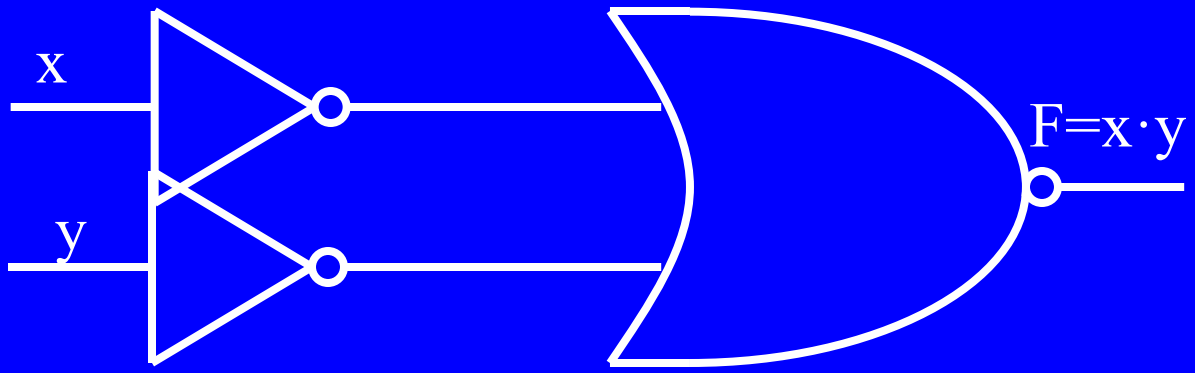


OR με NAND

x	y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

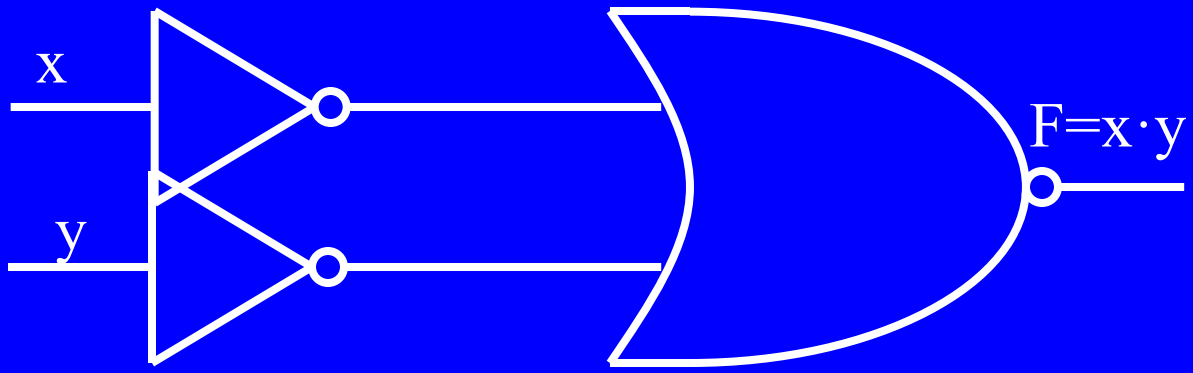


AND με NOR



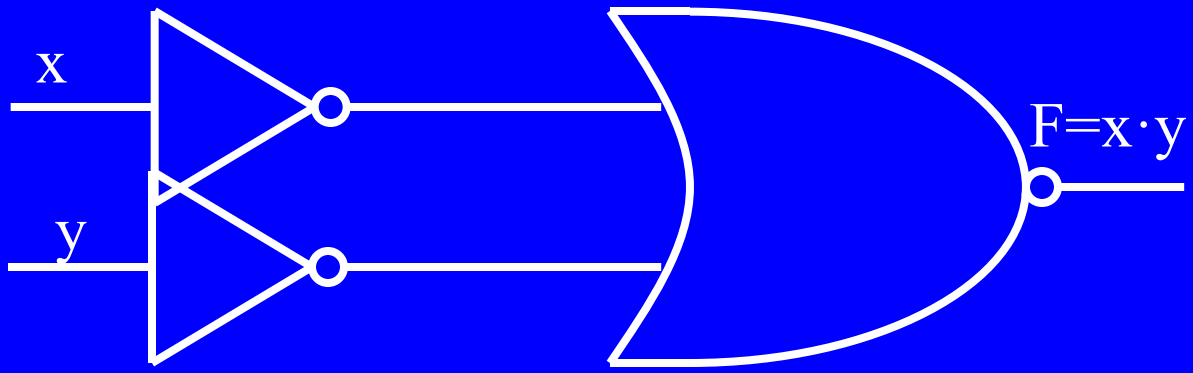
AND με NOR

x	y	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



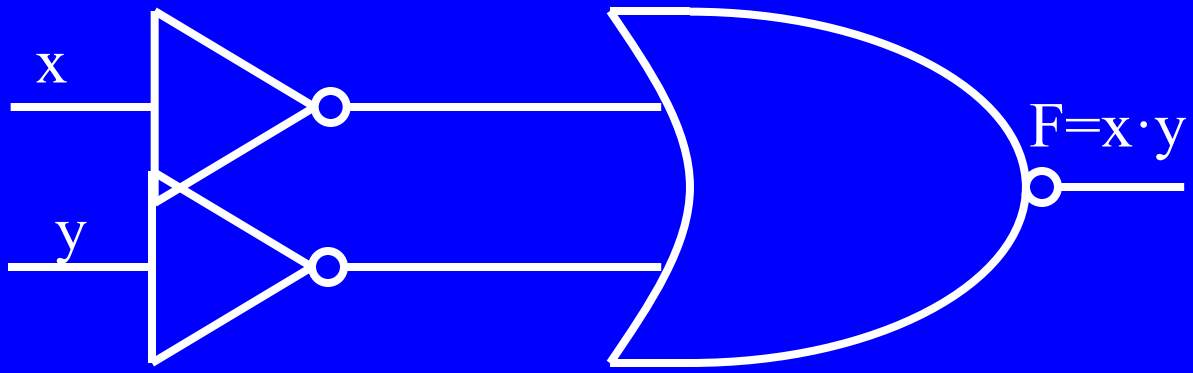
AND με NOR

x	y	F
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0



AND με NOR

x	y	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Διαδικασία υπολογισμού συντελεστών

$a_n \cdot r^n + a_{n-1} \cdot r^{n-1} + \cdots + a_2 \cdot r^2 + a_1 \cdot r + a_0$

$(a_n \cdot r^{n-1} + a_{n-1} \cdot r^{n-2} + \cdots + a_2 \cdot r^1 + a_1) \cdot r + a_0$

$a_n \cdot r^{n-1} + a_{n-1} \cdot r^{n-2} + \cdots + a_2 \cdot r^1 + a_1$ $\quad a_0$

$(a_n \cdot r^{n-2} + a_{n-1} \cdot r^{n-3} + \cdots + a_2) \cdot r + a_1$

$a_n \cdot r^{n-2} + a_{n-1} \cdot r^{n-3} + \cdots + a_2$ $\quad a_1$

$\vdots$

$a_n \cdot r + a_{n-1}$

a_n $\quad a_{n-1}$

1 $\quad a_n$