

Απαγορεύεται η χρήση οποιουδήποτε βοηθήματος, έντυπου ή ηλεκτρονικού και οι πάσης φύσεως συνεργασίες και συνομιλίες. **Προσοχή:** Δικαιολογήστε **πλήρως** όλες τις απαντήσεις σας στο διαθέσιμο χώρο. Η βαθμολογική αξία κάθε ερωτήματος δίνεται σε πλαίσιο στα αριστερά του.

- 30 1. Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί a, b, c όπου $a \neq 0$. Δώστε όλες τις τιμές του x για τις οποίες ο πίνακας

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & c \\ 0 & a & -b \\ -1/a & x & x^2 \end{bmatrix} \text{ είναι αντιστρέψιμος.}$$

- 30 2. Προσδιορίστε αν υπάρχει αντιστρέψιμος πίνακας A τέτοιος ώστε $A^4 = ABA^2 + 2A^3$ όπου $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -4 \end{bmatrix}$.

20 3. Είναι ο μηδενόχωρος ενός $n \times n$ πίνακα A ίσος με τον μηδενόχωρο του πίνακα A^T ή του πίνακα $A^T A$.

20 4. Αν το $x = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}$ ανήκει στον μηδενόχωρο του πίνακα $A \in \mathbb{R}^{5 \times 4}$ εκφράστε την τέταρτη στήλη του, a^4 σαν γραμμικό συνδυασμό των τριών πρώτων στηλών του a^1 , a^2 και a^3 .