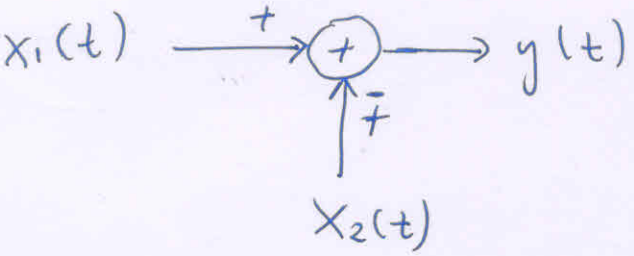
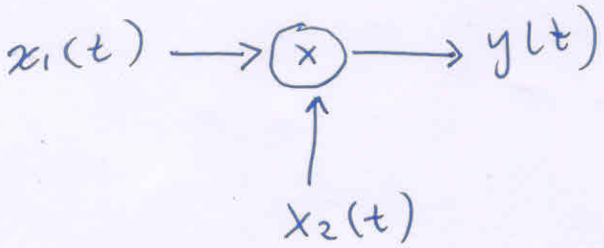
① Σχηματικά διαγράμματα

$x(t) \xrightarrow{\alpha} y(t) \qquad y(t) = \alpha\, x(t)$



$$y(t) = x_1(t) \pm x_2(t)$$



$$y(t) = x_1(t)\, x_2(t)$$

$x(t) \longrightarrow \boxed{\int} \longrightarrow y(t) \qquad y(t) = \int_0^t x(\tau)\, d\tau$

$x(t) \longrightarrow \boxed{\frac{d}{dt}} \longrightarrow y(t) \qquad y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$

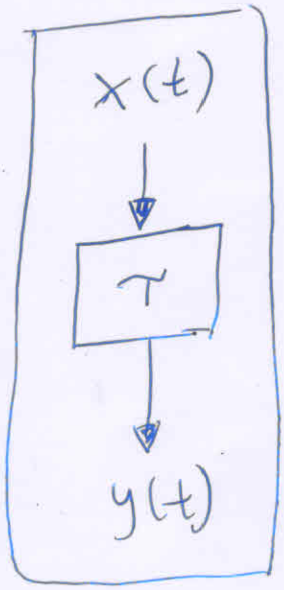
$x(t) \longrightarrow \boxed{\tau} \longrightarrow y(t) \qquad y(t) = x(t-\tau)$

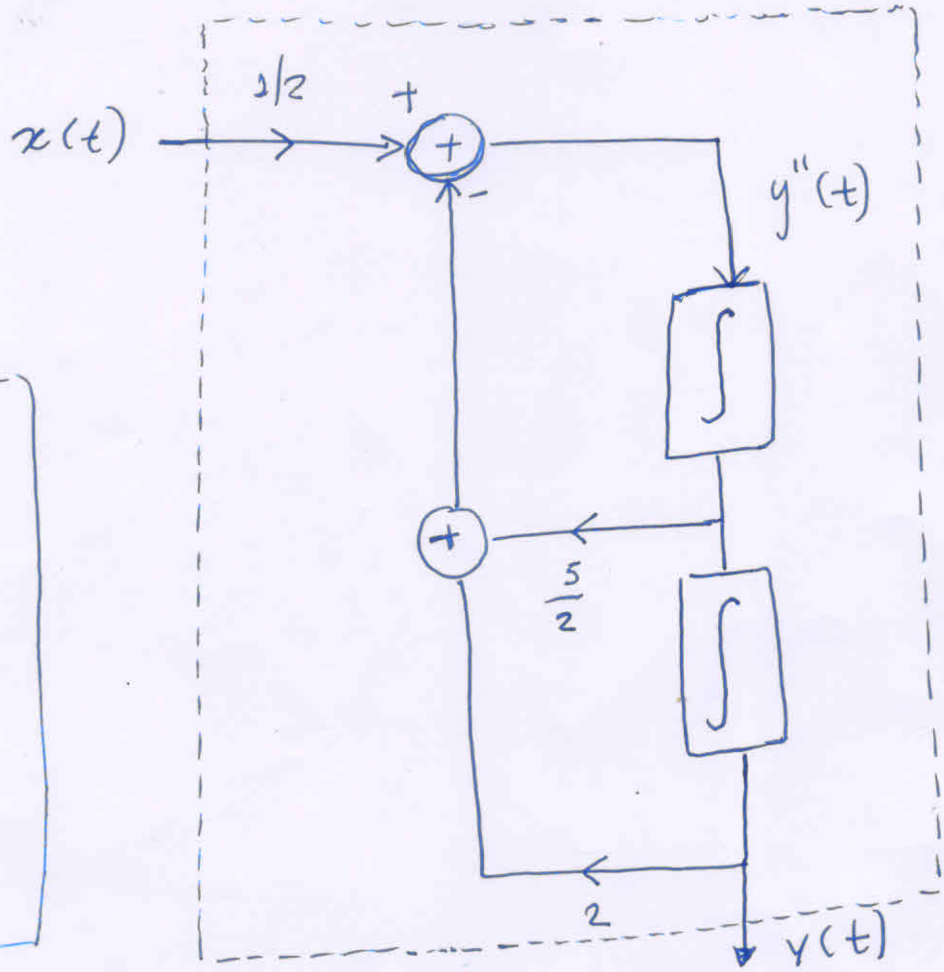
Χρησιμοποιώντας τα παραπάνω στοιχειώδη υποσυστήματα μπορούμε να περιγράψουμε το οποιοδήποτε σύστημα

② ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

$$y''(t) + 5y'(t) + 4y(t) = x(t) \Rightarrow$$

$$y''(t) + \frac{5}{2}y'(t) + 2y(t) = \frac{1}{2}x(t)$$





Περιγραφή στο μιγαδικό επίπεδο
μέσω μετασχηματισμών Laplace

$$2s^2Y(s) + 5sY(s) + 4Y(s) = X(s) \Rightarrow$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{2s^2+5s+4}$$

$$X(s) \rightarrow \boxed{H(s)} \rightarrow Y(s)$$

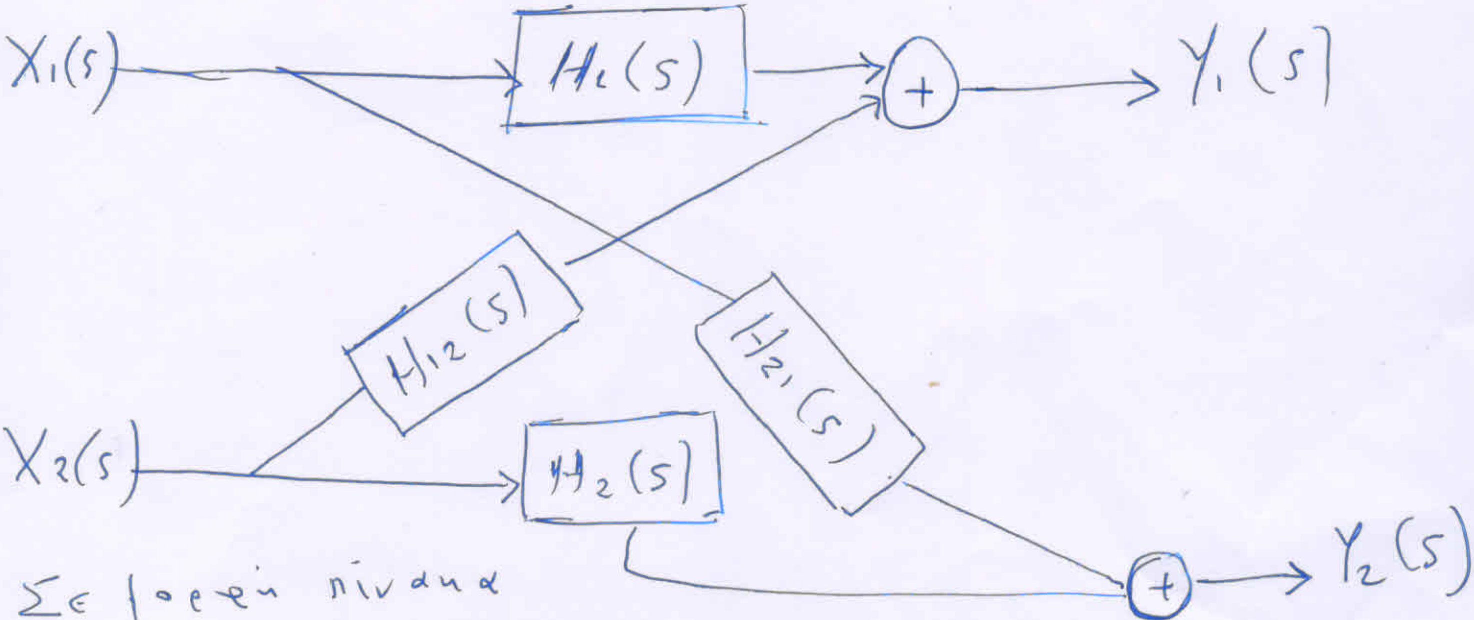
ή

$$X(s) \rightarrow \boxed{\frac{1}{2s^2+5s+4}} \rightarrow Y(s)$$

(3) Τα ίδια ισχύουν και για συστήματα MIMO $m \times n$

ΠΧ για $m = n = 2$

$$Y_1(s) = H_{11}(s) X_1(s) + H_{12}(s) X_2(s)$$
$$Y_2(s) = H_{21}(s) X_1(s) + H_{22}(s) X_2(s)$$



Σε μορφή πίνακα

$$Y(s) = \begin{pmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{pmatrix} \qquad H(s) = \begin{pmatrix} H_{11}(s) & H_{12}(s) \\ H_{21}(s) & H_{22}(s) \end{pmatrix}$$

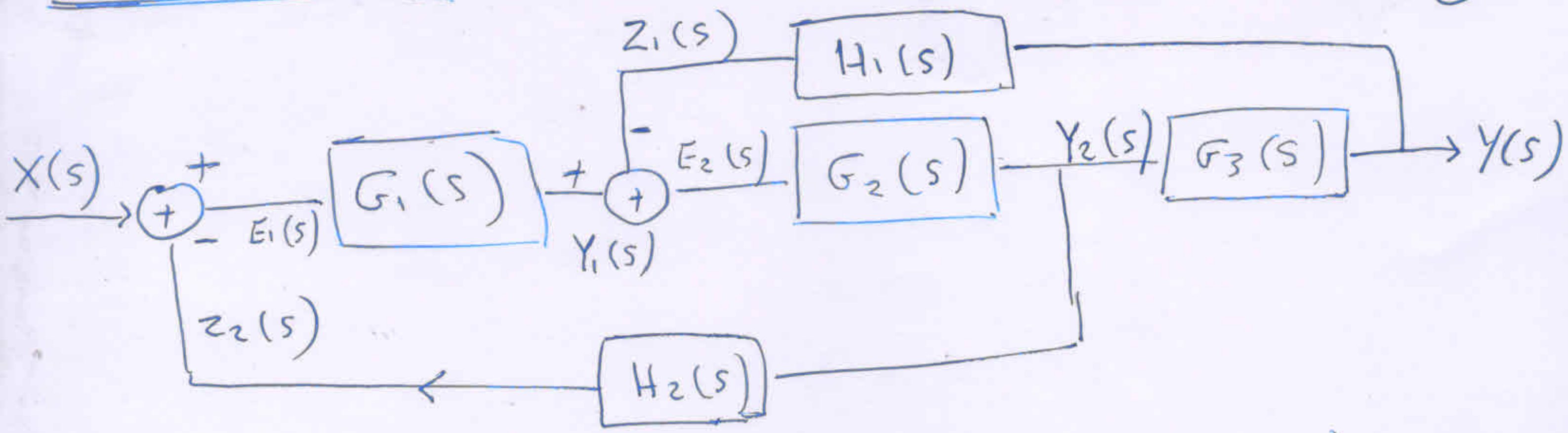
$$X(s) = \begin{pmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{pmatrix}$$

οπότε

$$Y(s) = H(s) X(s)$$

Ομοίως για συστήματα MIMO διαστάσεων $m \times n$.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ . Έστω το block diagram



Είναι

$G_1 : y_1(t) = g_1(t) * e_1(t) \Rightarrow Y_1(s) = G_1(s) E_1(s)$

$G_2 : y_2(t) = g_2(t) * e_2(t) \Rightarrow Y_2(s) = G_2(s) E_2(s)$

$G_3 : y(t) = g_3(t) * y_2(t) \Rightarrow Y(s) = G_3(s) Y_2(s)$

ομοίως

$H_1 : z_1(t) = h_1(t) * y(t) \Rightarrow Z_1(s) = H_1(s) Y(s)$

$H_2 : z_2(t) = h_2(t) * y_2(t) \Rightarrow Z_2(s) = H_2(s) Y_2(s)$

Τέλος

$e_1(t) = x(t) - z_2(t) \Rightarrow E_1(s) = X(s) - Z_2(s)$

$e_2(t) = y_1(t) - z_1(t) \Rightarrow E_2(s) = Y_1(s) - Z_1(s)$

Επομένως

$$Y(s) = G_3(s) Y_2(s) = G_3(s) \left[G_2(s) E_2(s) \right] = \cdots \Rightarrow$$

$$Y(s) \left[1 + G_1(s) G_2(s) H_2(s) + G_2(s) G_3(s) H_1(s) \right] = G_1(s) G_2(s) G_3(s) X(s) \Rightarrow$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1 + G_1(s) G_2(s) H_2(s) + G_2(s) G_3(s) H_1(s)}{G_1(s) G_2(s) G_3(s)}$$

Οι τρεις βασικοί τρόποι σύνδεσης

Σύνδεση εν σειρά

$$X(s) \longrightarrow \boxed{H(s)} \longrightarrow \boxed{G(s)} \longrightarrow Y(s)$$

Ισοδύναμο σύστημα

$$X(s) \longrightarrow \boxed{H(s)G(s)} \longrightarrow Y(s)$$

Time domain

$$x(t) \longrightarrow \boxed{h(t)} \xrightarrow{y(t)} \boxed{g(t)} \longrightarrow z(t)$$

$$y(t) = h(t) * x(t)$$

$$z(t) = y(t) * g(t) = g(t) * \left(h(t) * x(t)\right) =$$

$$= \left(g(t) * h(t)\right) * x(t)$$

$$x(t) \longrightarrow \underbrace{\boxed{g(t) * h(t)}}_{h_s} \longrightarrow z(t)$$

$$H_s(s) = \mathcal{L}\left\{h_s(t)\right\} = \mathcal{L}\left\{g(t) * h(t)\right\} =$$

$$= \mathcal{L}\left\{g(t)\right\} \mathcal{L}\left\{h(t)\right\} = H(s)G(s)$$

Γενικά

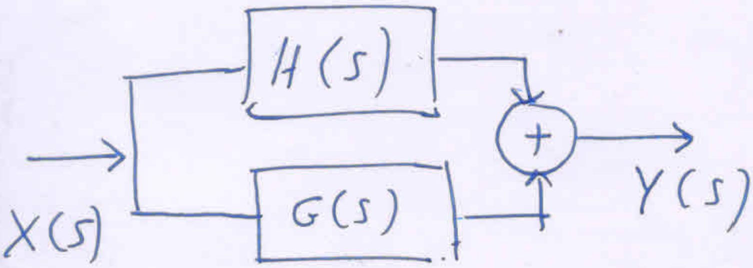
$$\longrightarrow \boxed{H_1} \longrightarrow \boxed{H_2} \longrightarrow \cdots\cdots \longrightarrow \boxed{H_N} \longrightarrow$$

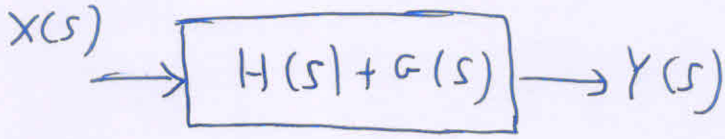
$$\Longleftrightarrow$$

$$\longrightarrow \boxed{H_1 H_2 \cdots\cdots H_N} \longrightarrow$$

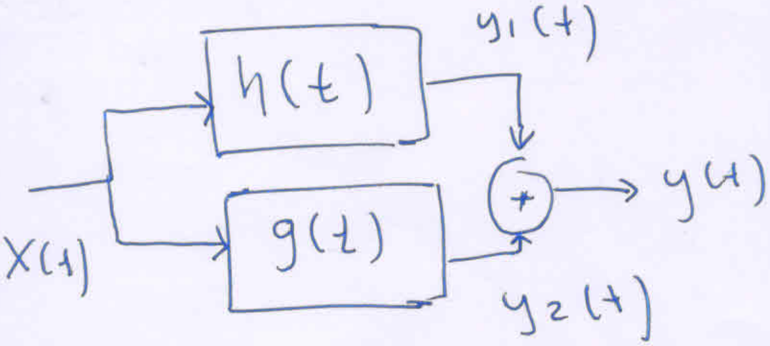
Παράλληλη σύνδεση

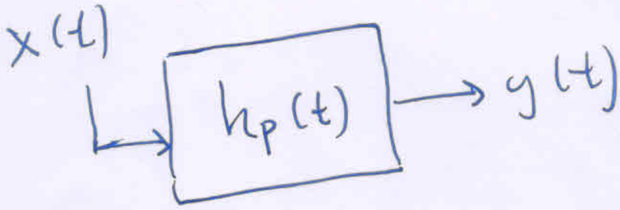
Ισοδύναμο σύστημα (B)





Time domain





$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) = h(t) * x(t) + g(t) * x(t) =$$

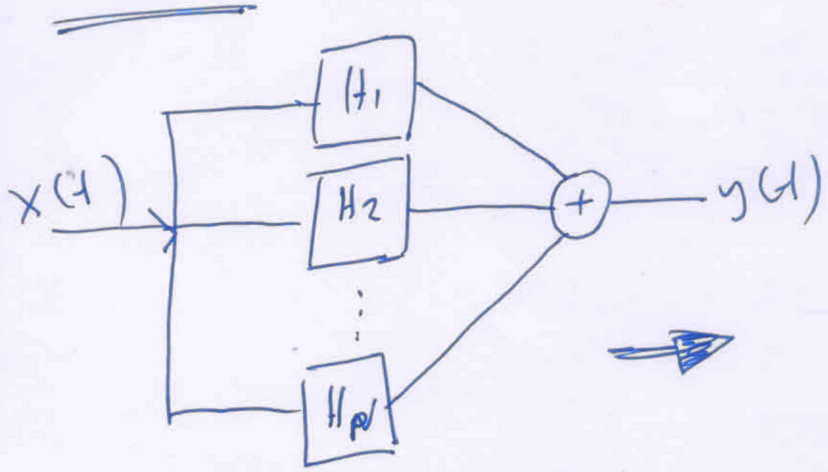
$$= (h(t) + g(t)) * x(t) = h_p(t) * x(t)$$

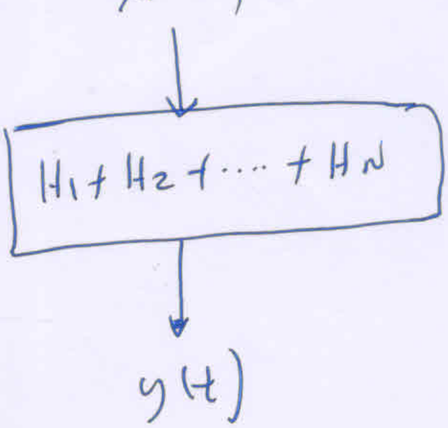
Άρα

$$H_p(s) = \mathcal{L}\{h_p(t)\} = \mathcal{L}\{h(t)\} + \mathcal{L}\{g(t)\} =$$

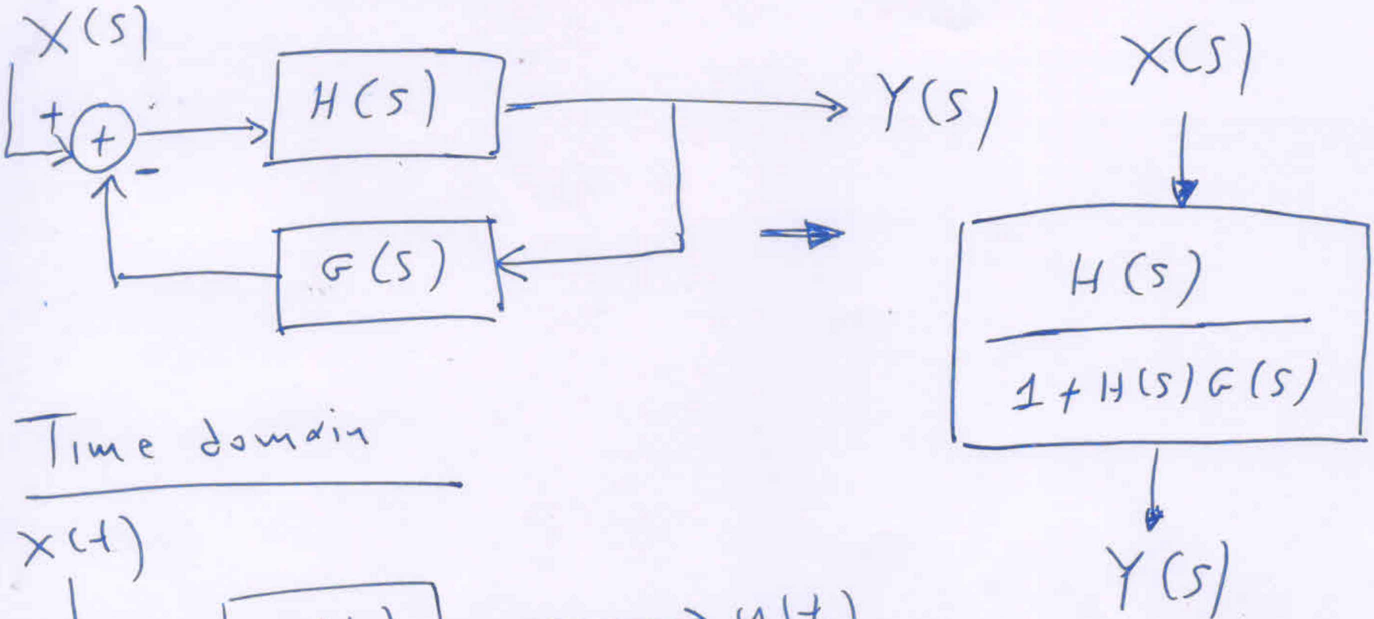
$$= H(s) + G(s)$$

Γενικά

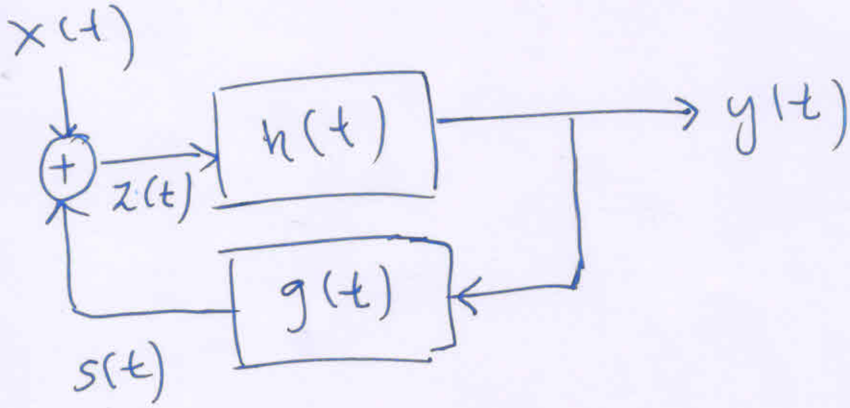




Συνάρτηση γι' ανάδραση



Time domain



$$z(t) = x(t) - s(t) \Rightarrow Z(s) = X(s) - S(s)$$

$$s(t) = g(t) * y(t) \qquad S(s) = G(s)\,Y(s)$$

Θα είναι λοιπόν

$$Y(s) = H(s)\,Z(s) = H(s)\left[X(s) - S(s)\right] =$$

$$= H(s)\left[X(s) - G(s)\,Y(s)\right] =$$

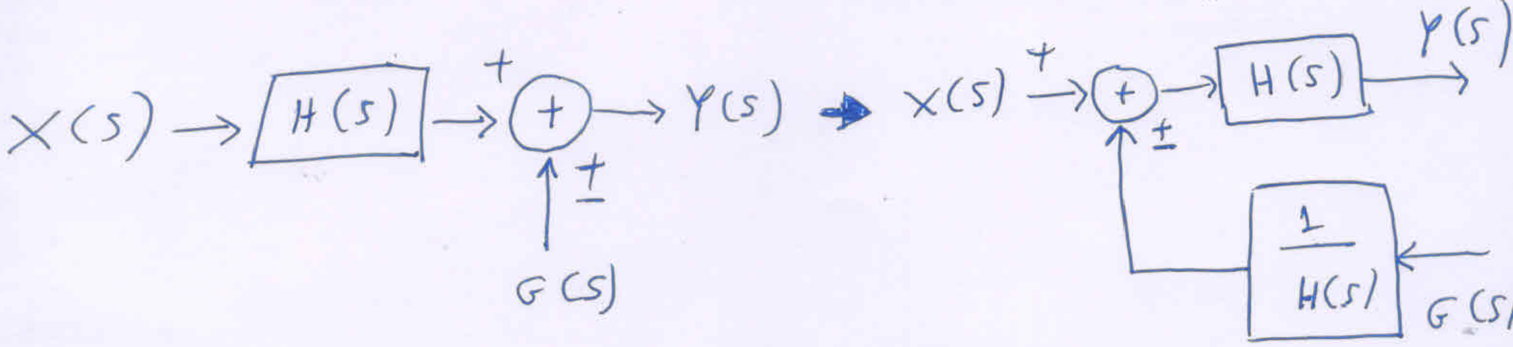
$$H(s)\,X(s) - H(s)\,G(s)\,Y(s) \Rightarrow$$

$$Y(s)\left(1 + H(s)\,G(s)\right) = H(s)\,X(s) \Rightarrow$$

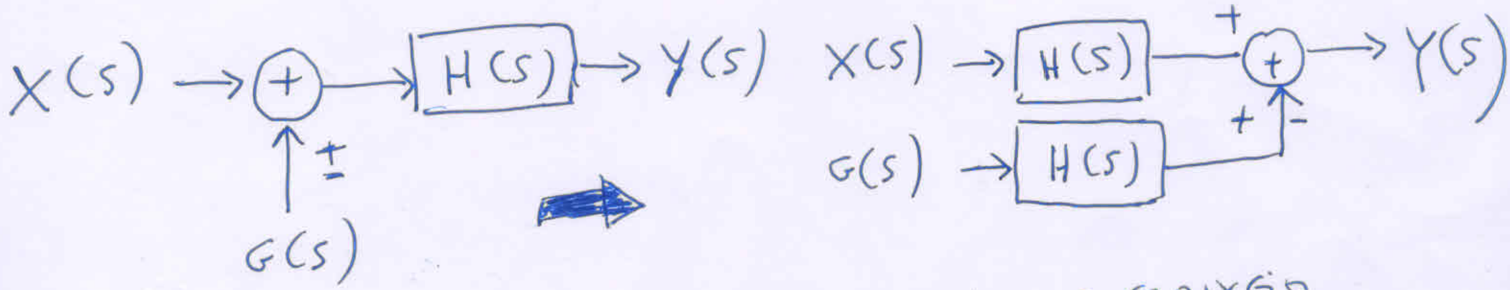
$$\boxed{H_f(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{H(s)}{1 + H(s)\,G(s)}}$$

Κανόνες μετακίνησης στοιχείων

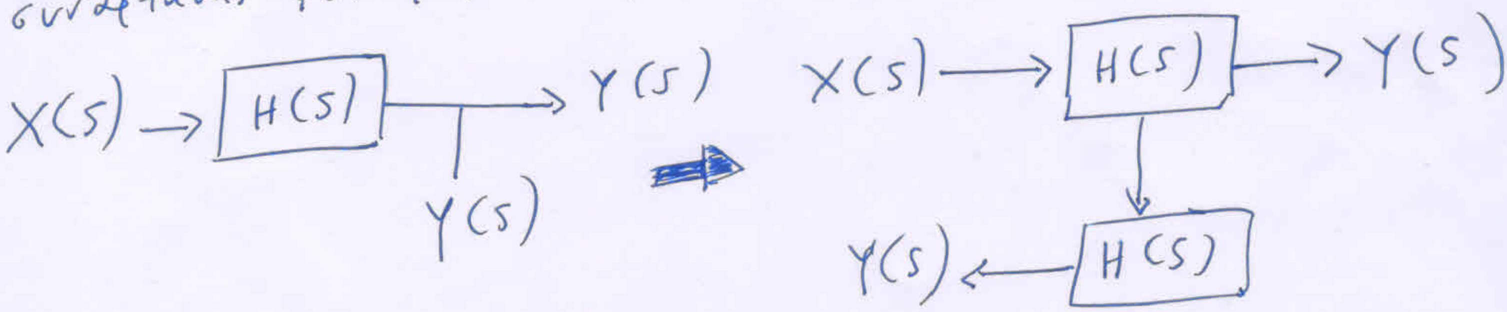
Μετακίνηση αθροιστή σημάτων μπροστά από στοιχείο συνάρτησης μεταφοράς $Y(s) = H(s)X(s) \pm G(s)$



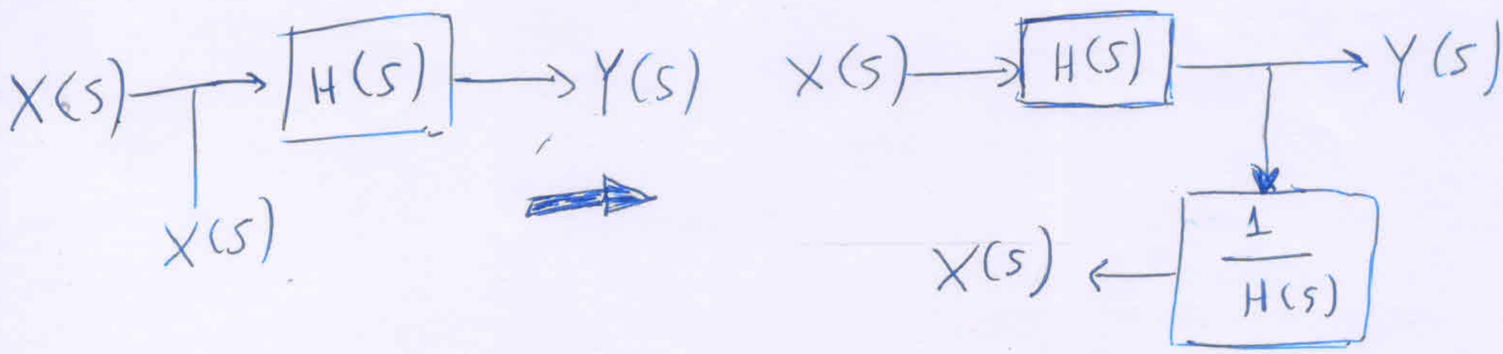
Μετακίνηση αθροιστή σημάτων πίσω από στοιχείο συνάρτησης μεταφοράς $Y(s) = H(s)\left[X(s) \pm G(s)\right]$



Μετακίνηση σημείου διακλάδωσης μπροστά από στοιχείο συνάρτησης μεταφοράς $Y(s) = H(s)X(s)$

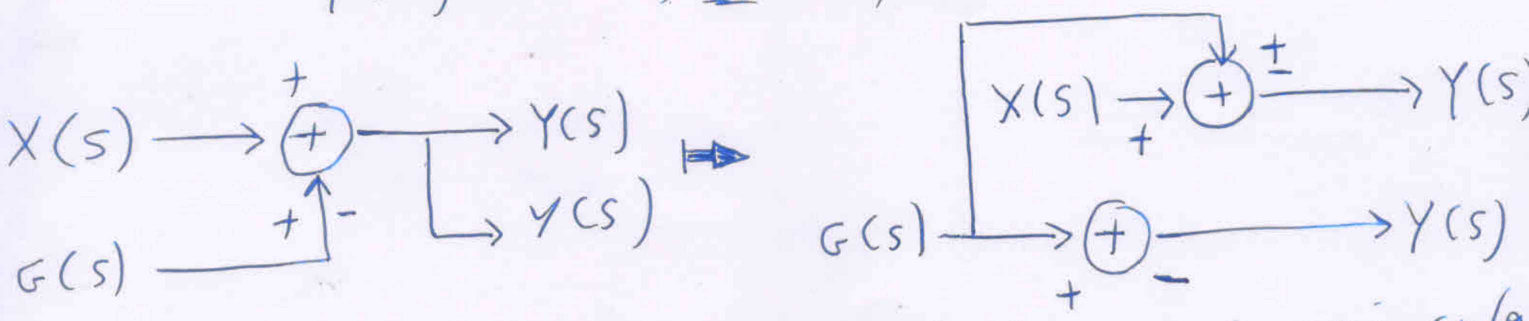


Μετακίνηση σημείου διακλάδωσης πίσω από στοιχείο συνάρτησης μεταφοράς $Y(s) = H(s)X(s)$



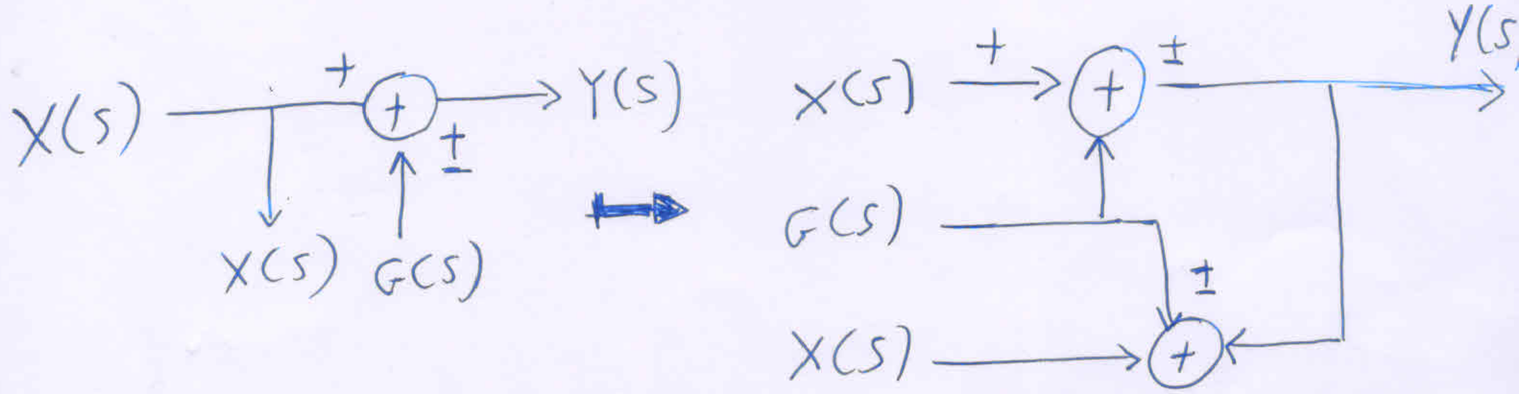
Μετακίνηση σημείου διακλάδωσης μπροστά από αθροιστή σημάτων

$$Y(s) = X(s) \pm G(s)$$

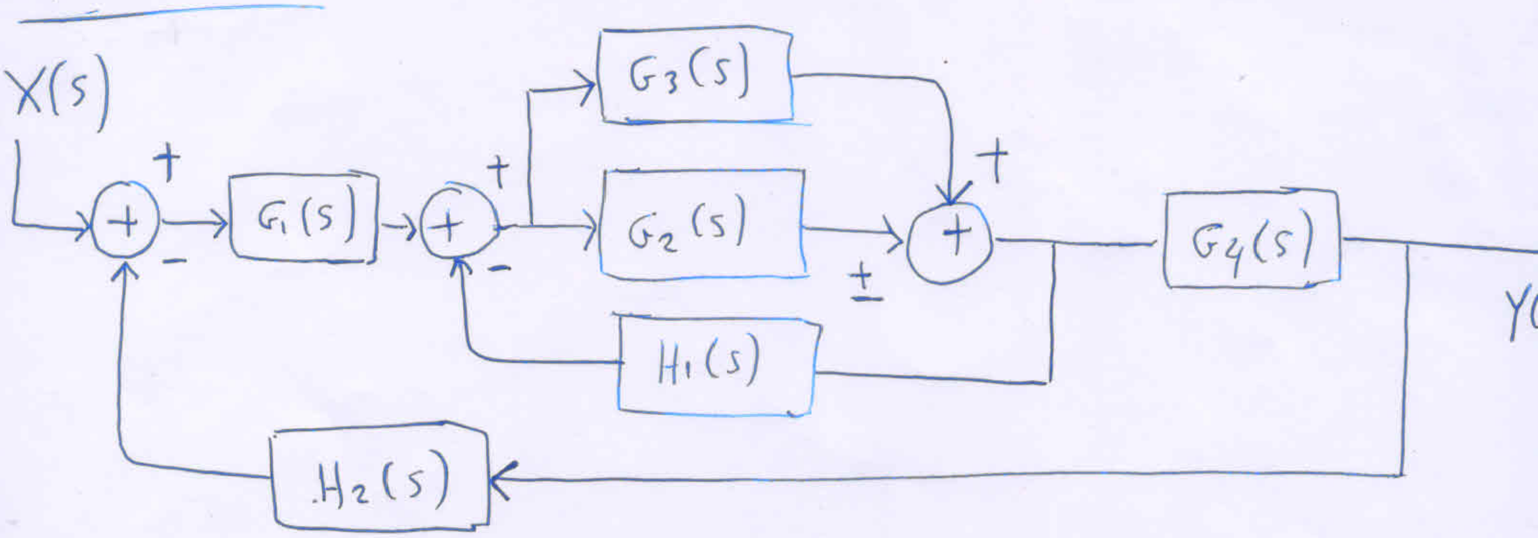


Μετακίνηση σημείου διακλάδωσης πίσω από αθροιστή σημα

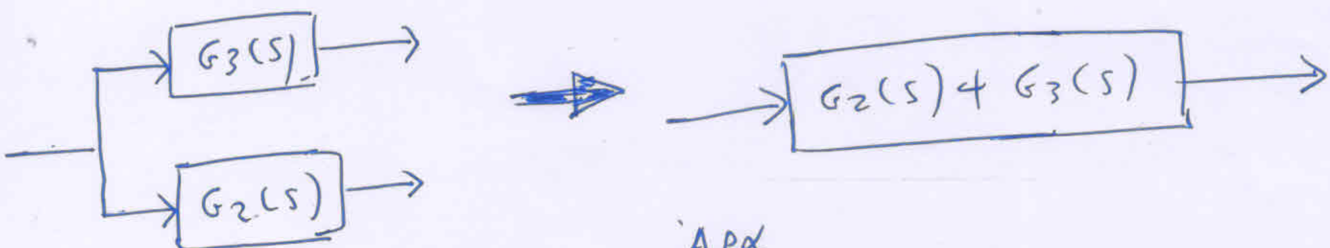
$$Y(s) = X(s) \pm G(s)$$



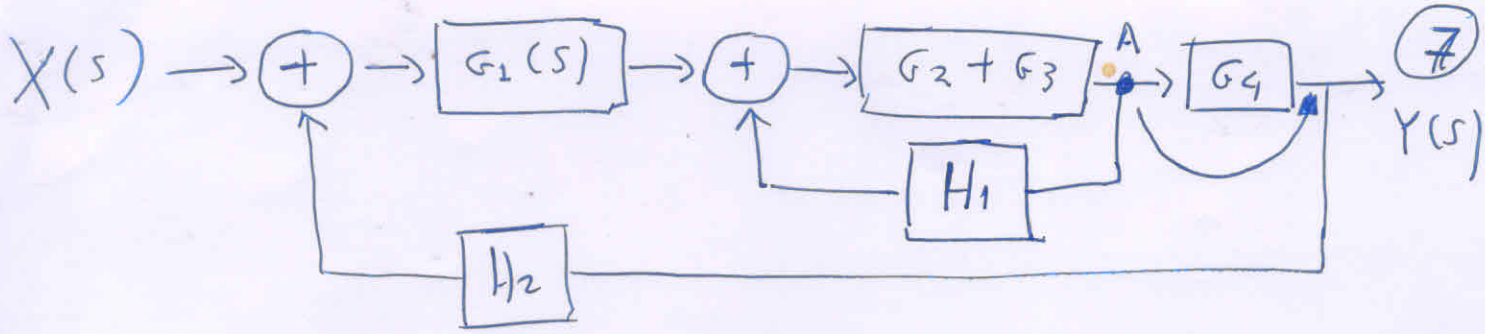
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Απλοποίηση σχηματικού διαγράμματος



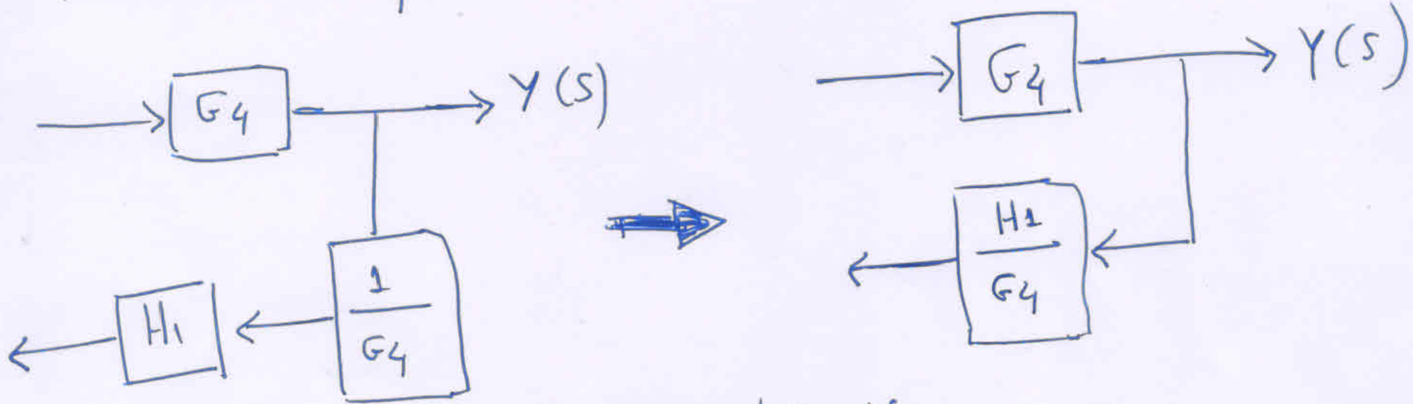
Τα G_2 και G_3 είναι συνδεδεμένα παράλληλα, επομένως



Άρα



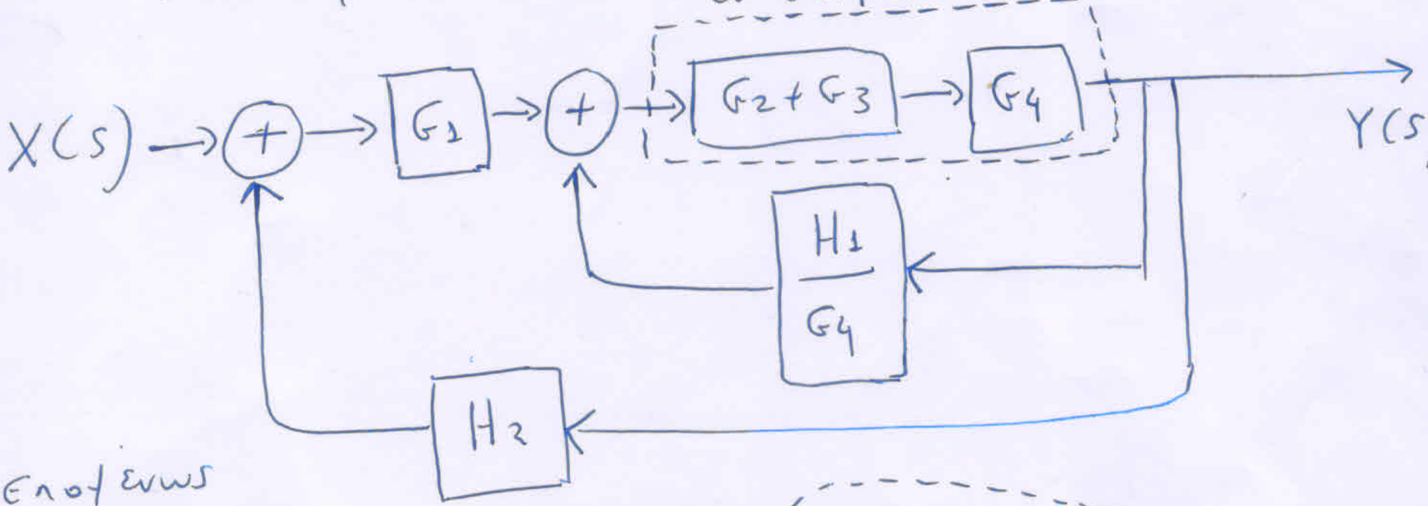
Το σημείο διακλάδωσης A μεταφέρεται μετά τη συνάρτηση μεταφοράς G_4



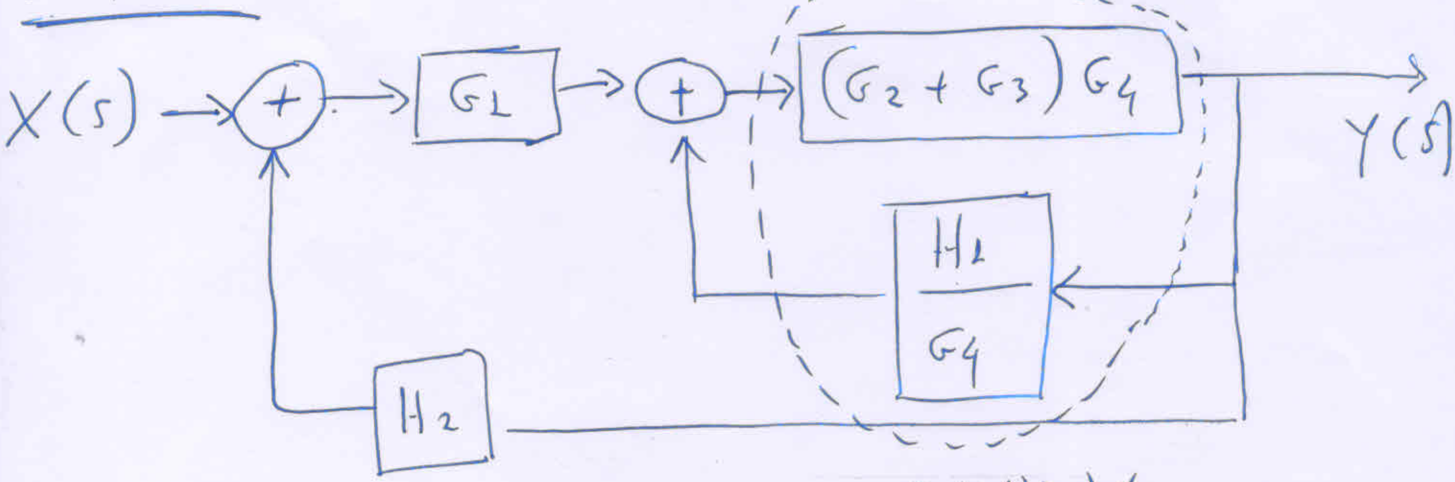
εν σειρά σύνδεση

Επομένως

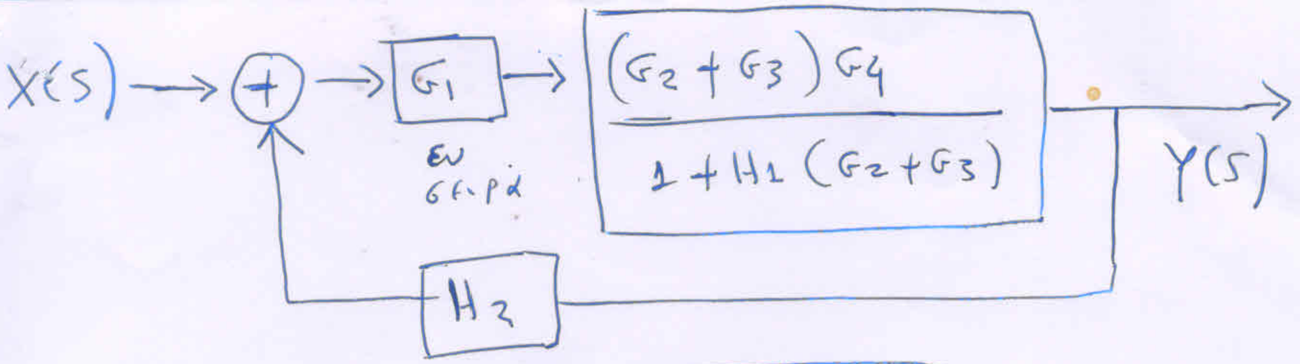
εν σειρά



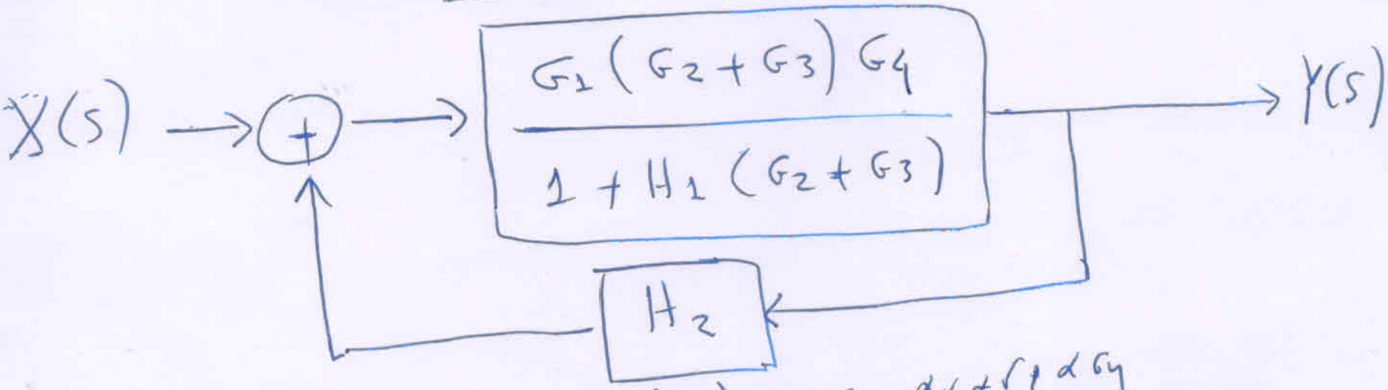
Επομένως



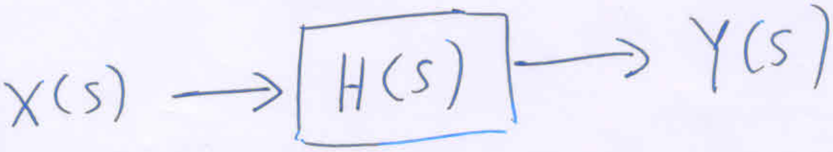
παράλληλα με ανάδραση



εν σειρά



η διάταξη με ανάδραση



όπου

$$H(s) = \frac{G_1(G_2+G_3)G_4}{1+H_1(G_2+G_3)} \Bigg/ \left(1 + \frac{H_2G_1(G_2+G_3)G_4}{1+H_1(G_2+G_3)}\right)$$