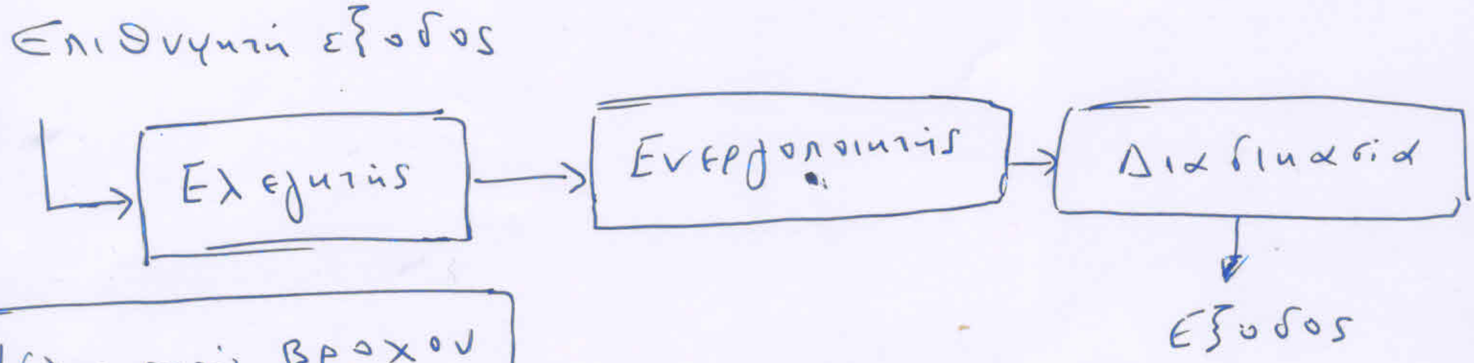
Συστήματα αυτομάτου ελέγχου

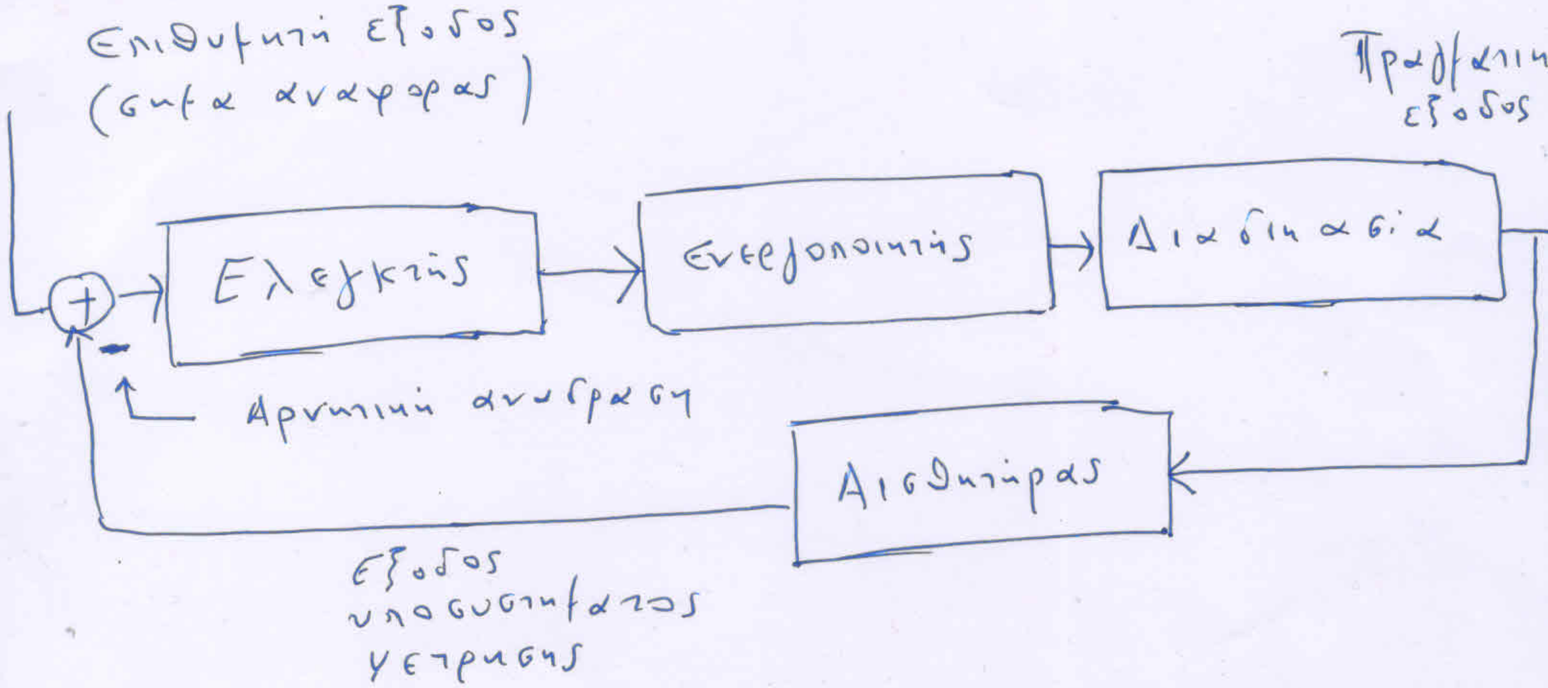
Σύνολο διασυνδεδεμένων στοιχείων από το οποίο προκύπτει μια συγκεκριμένη διαμόρφωση του συστήματος που με τη σειρά της διασφαλίζει την επιθυμητή απόκριση.

Αιτιατά συστήματα LTI

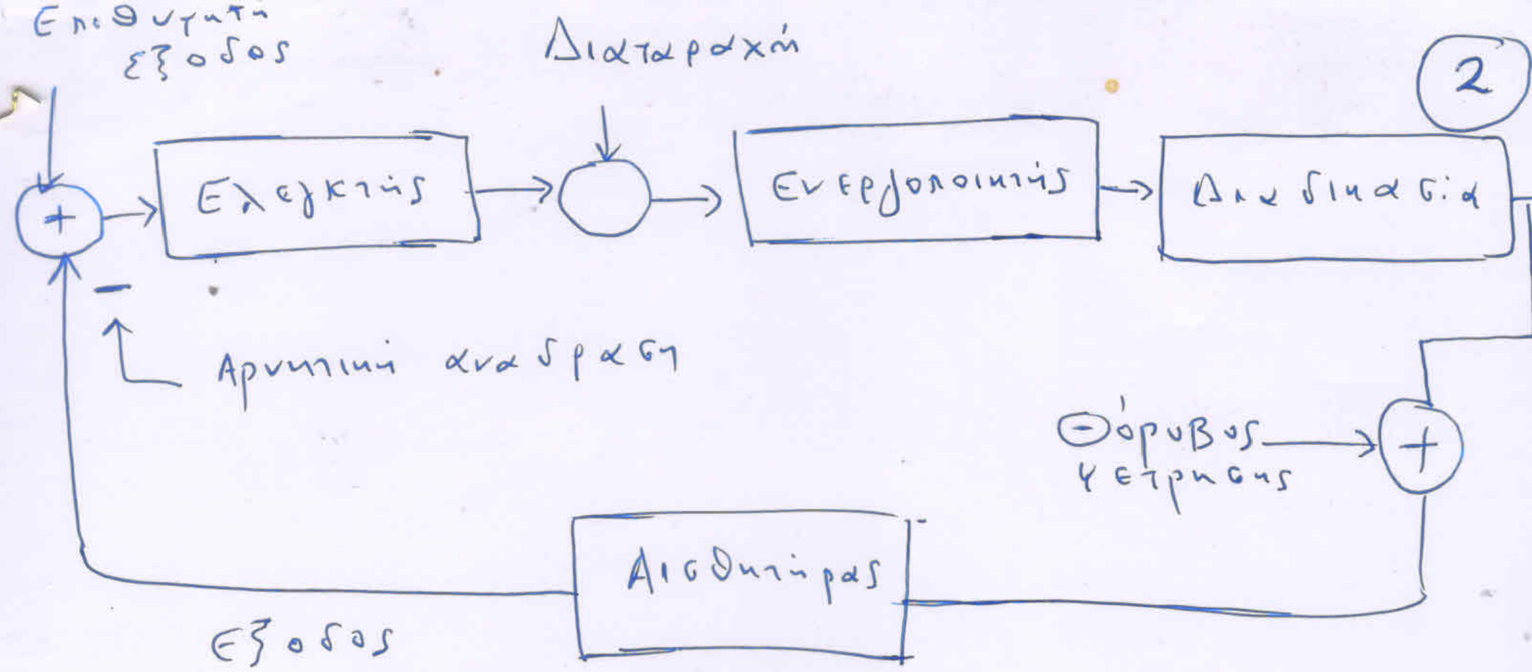
Ανοιχτού βρόχου



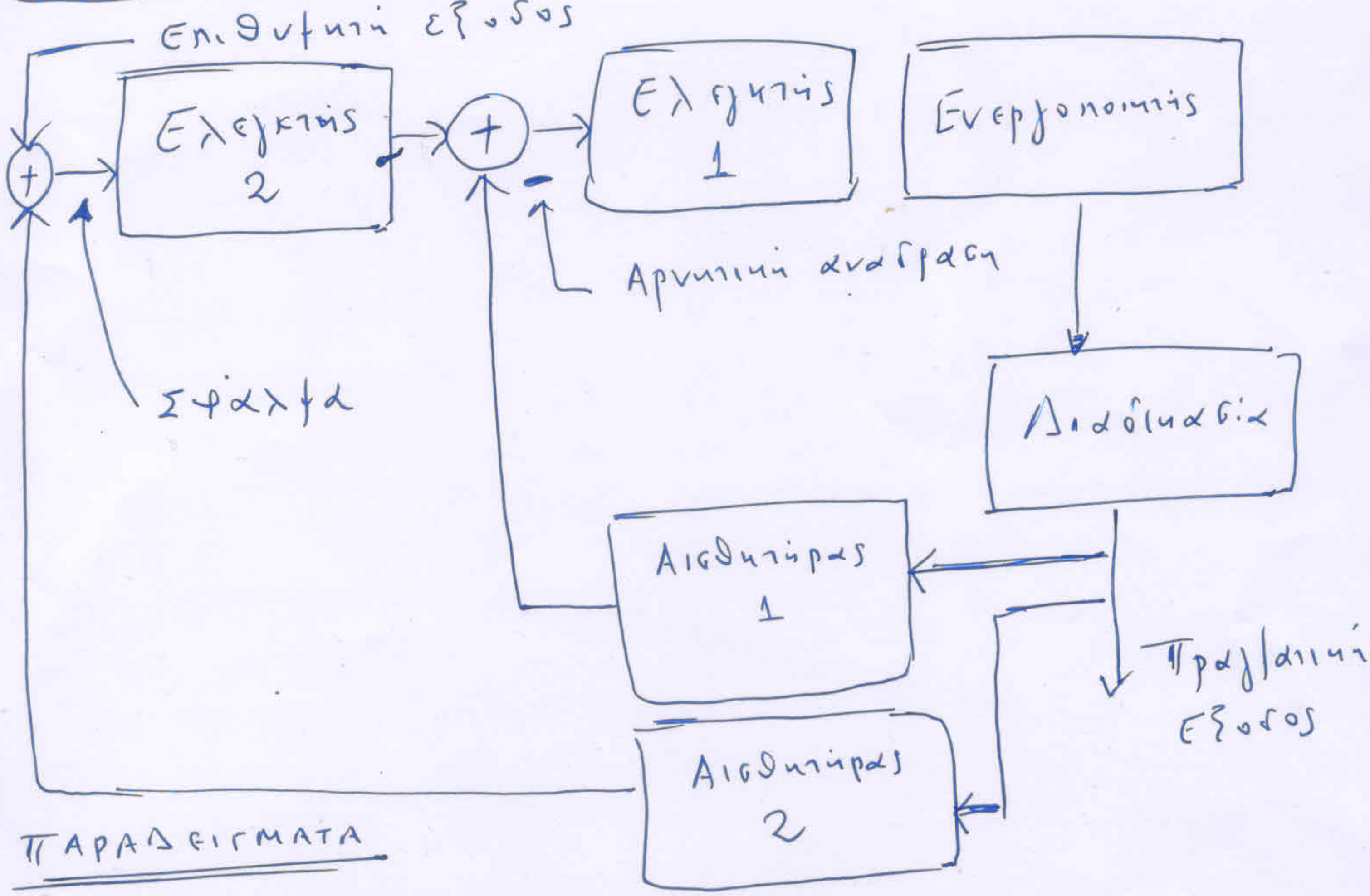
Κλειστού βρόχου



Το σφάλμα ρυθμίζεται από τον ελεγκτή ενώ ο ενεργοποιητής διαμορφώνει το σύστημα έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το σφάλμα.



Διπλός Βροχος



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Αυτόματη οδήγηση
Ρομποτικός Βραχίονας
Παραγωγή ισχύος
Βιοιατρική μηχανική

Μη επανδρωμένα οχήματα
Βιομηχανικά συστήματα

Μαθηματικά μοντέλα → Διαφορικές εξισώσεις

1) Ορίζουμε το σύστημα
2) Διατυπώνουμε το μαθηματικό μοντέλο και τις βασικές υποθέσεις που συνάπτονται από τις θεμελιώδεις αρχές
3) Καταστρώνουμε τις διαφορικές εξισώσεις
4) Επιλύουμε τις διαφορικές εξισώσεις
5) Αξιολογούμε και εξετάζουμε τις λύσεις
6) Ανασχεδιάζουμε το σύστημα εάν απαιτείται

Σχεδίαση ΣΑΕ

1) Προσδιορισμός στόχων και μεταβλητών προς έλεγχο
2) Ορισμός και μοντελοποίηση του συστήματος
3) Σχεδίαση του συστήματος ελέγχου

Προδιαγραφές

Ρύθμιση για αποτροπή διαταραχών
Επιθυμητές ακρίβειες
Συστήματα ενεργοποιητών
Επίπεδα ευαισθησίας
Ενέργεια συστήματος

Υβριδικά αυτοκίν
Ανεμογεννήτριες
Ενσωματωμένα συστήματα

Μηχατρονική (Μηχανική + Ηλεκτρονική)

Πράσινη Τεχνολογία

1 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ

Συνήθεις διαφορικές εξισώσεις

Γραμμικοποίηση → Laplace Transform

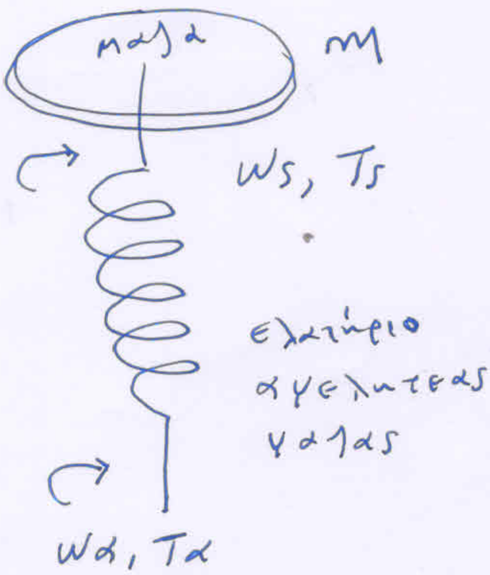
Συσχέτιση εισόδου / εξόδου

Συνάρτηση μεταφοράς

Δομικά διαγράμματα

Γραφήματα ροής σημάτων.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ



$T_\alpha(t)$ εφαρμοζόμενη ροπή στρέψης

$T_s(t)$ μεταδιδόμενη στη μάζα ροπή στρέψης

Το άθροισμα των ροπών στο ελατήριο είναι μηδέν

$$T_\alpha(t) - T_s(t) = 0$$

$$\omega(t) = \omega_s(t) - \omega_\alpha(t)$$

2

Διαφορικές εξισώσεις

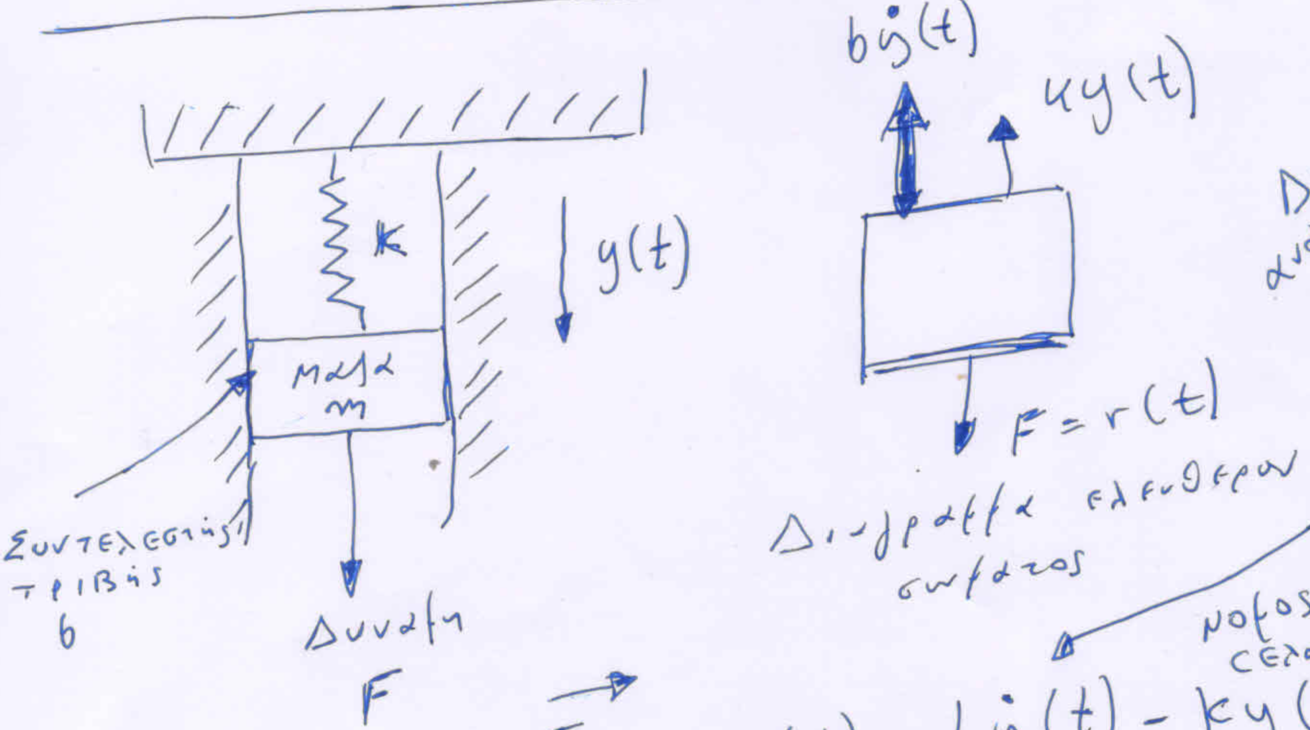
ΠΧ

Χωρητικότητα $i = C\frac{dv}{dt}$

Επαγωγή $v = L\frac{di}{dt} \Rightarrow i = \frac{1}{L}\int v(t)\,dt$

2ος νόμος Newton $F = m\frac{dv}{dt}$

Σύστημα απόσβεσης μάζας - ελατηρίου



Δύναμη τριβής ανάλογη της ταχύτητας

Νόμος του Hooke ελατηρίου

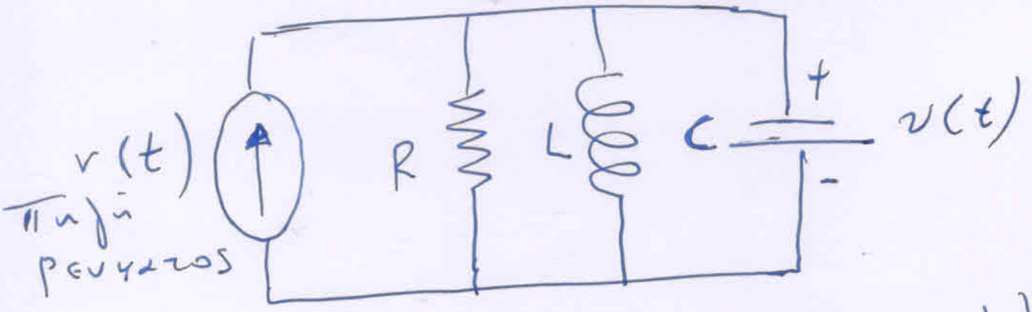
2ος νόμος του Newton F=mα

$$\vec{F}_{ολ} = r(t) - b\dot{y}(t) - ky(t) = m\frac{d^2y(t)}{dt^2} \Rightarrow$$

$$m\frac{d^2y(t)}{dt^2} + b\dot{y}(t) + ky(t) = r(t)$$

Πλήρως γραμμική Δ.Ε δευτέρας τάξεως με σταθερούς συντελεστές.

3) Παράλληλο κύκλωμα RLC



Από τον νόμο ρευμάτων του Kirchhoff έχουμε

$$\frac{v(t)}{R} + C\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{L}\int_0^t v(t)\,dt = r(t)$$

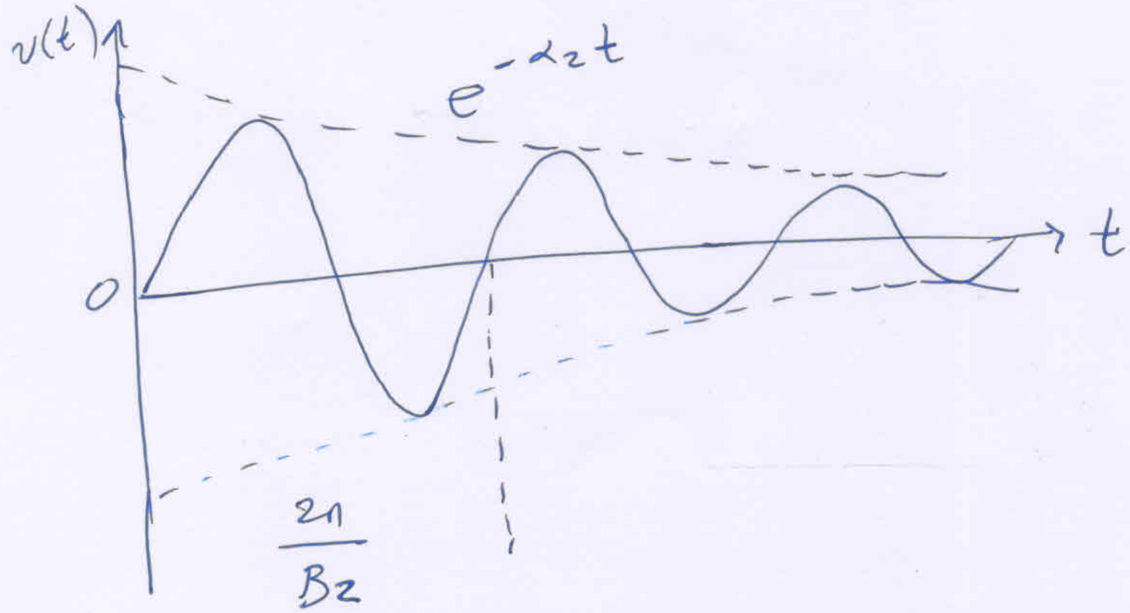
ολοκληροδιαφορική εξίσωση

Σύστημα μάζας ελατηρίου

$$y(t) = K_1 e^{-a_1 t} \sin(B_1 t + \Theta_1)$$

Παράλληλο κύκλωμα RLC

$$v(t) = K_2 e^{-a_2 t} \sin(B_2 t + \Theta_2)$$



(4) Θέτοντας $v(t) = \frac{dy(t)}{dt} \Rightarrow$

$$y(t) = \int v(t)\,dt$$

και η εξίσωση γίνεται

$$m\frac{dv(t)}{dt} + b\,v(t) + K\int_0^t v(t)\,dt = r(t)$$

Τα συστήματα χαρακτηρίζονται ως ανάλογα και οι μεταβλητές $v(t)$ (ταχύτητα) και $r(t)$ (τάση) χαρακτηρίζονται ως ανάλογες.

Αυτή η αναλογία χαρακτηρίζει πολλά συστήματα.

Γραμμικά συστήματα

Ομογένεια και αρχή επαλληλίας.

Γραμμικοποίηση: Η προσέγγιση ενός μη γραμμικού συστήματος από ένα γραμμικό σύστημα

$y(t) = x^2(t)$ Δεν είναι γραμμικό διότι **ΔΕΝ** ικανοποιεί την αρχή της επαλληλίας.

$y(t) = m\,x(t) + b$. Δεν είναι γραμμικό διότι **ΔΕΝ** ικανοποιεί την αρχή της ομογένειας.

Όμως μπορεί να θεωρηθεί γραμμικό ως προς ένα σημείο (x_0, y_0) και για μικρές μεταβολές Δx και Δy.

5) Έστω σημείο (x_0, y_0) και μικρές μεταβολές $\Delta x(t)$ και $\Delta y(t)$. Ορίζοντας

$$x(t) = x_0 + \Delta x(t) \quad \text{και} \quad y(t) = y_0 + \Delta y(t)$$

Τότε

$$y(t) = m x(t) + b \Rightarrow$$

$$y_0 + \Delta y(t) = m\left(x_0 + \Delta x(t)\right) + b =$$

$$= m x_0 + m \Delta x(t) + b.$$

Όμως $y_0 = m x_0 + b \Rightarrow$

$\Delta y(t) = m \Delta x(t) \Rightarrow$ ισχύει η ομογένεια

Γενίκευση — Ανάπτυγμα Taylor

Έστω $y = g(x)$ όπου $y = y(t)$ και $x = x(t)$

Τότε

$$y(t) = g(x(t)) = g(x_0) + \frac{dg}{dx}\Big|_{x(t)=x_0} \frac{(x(t)-x_0)}{1!} + \frac{d^2 g}{dx^2}\Big|_{x(t)=x_0} \frac{(x(t)-x_0)^2}{2!} + \dots$$

όπου $m = \frac{dg}{dx}\Big|_{x(t)=x_0}$

Γραμμική προσέγγιση

$$y(t) = g(x_0) + m\left(x(t) - x_0\right) \Rightarrow$$

$$y(t) - y_0 = m\left(x(t) - x_0\right) \Rightarrow \Delta y(t) = m \Delta x(t).$$

6) Ανάπτυγμα Taylor πολλών μεταβλητών

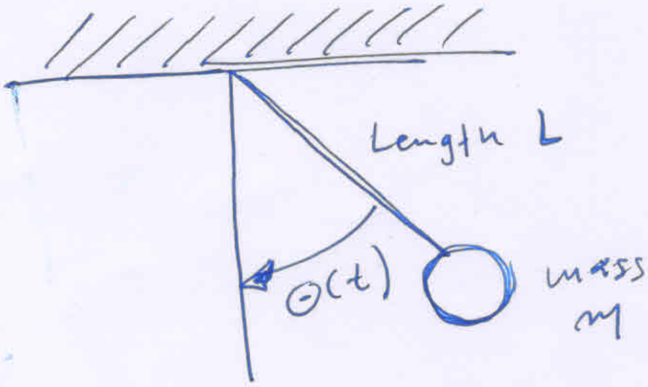
$$y(t) = g\left(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)\right)$$

Γραμμική προσέγγιση

$$y(t) = g(x_{10}, x_{20}, \ldots x_{n0}) + \left.\frac{\partial g}{\partial x_1}\right|_{x_1(t)=x_{10}} (x_1(t) - x_{10}) + \left.\frac{\partial g}{\partial x_2}\right|_{x_2(t)=x_{20}} (x_2(t) - x_{20}) + \cdots + \left.\frac{\partial g}{\partial x_n}\right|_{x_n(t)=x_{n0}} (x_n(t) - x_{n0})$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Εκκρεμές



$\theta \to 0$

$\sin\theta \to \theta$

Ροπή στρέψης $T = MgL\sin\theta(t)$

Γραμμικοποίηση

$$T(t) - T_0 \cong MgL \left.\frac{\partial \sin\theta}{\partial \theta}\right|_{\theta(t)=\theta_0} (\theta(t) - \theta_0)$$

$T_0 = 0 \Rightarrow$

$$T(t) = mgL\theta(t) \qquad -\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$$