

Image Segmentation Techniques

Κ Δελήμπασης

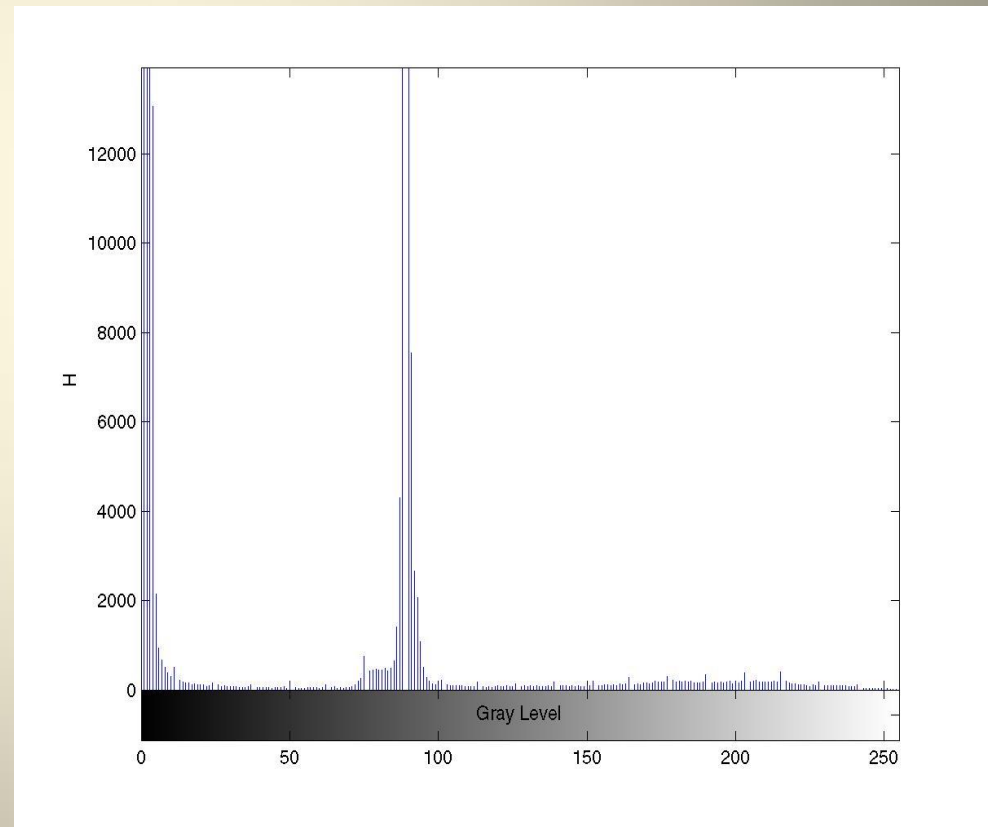
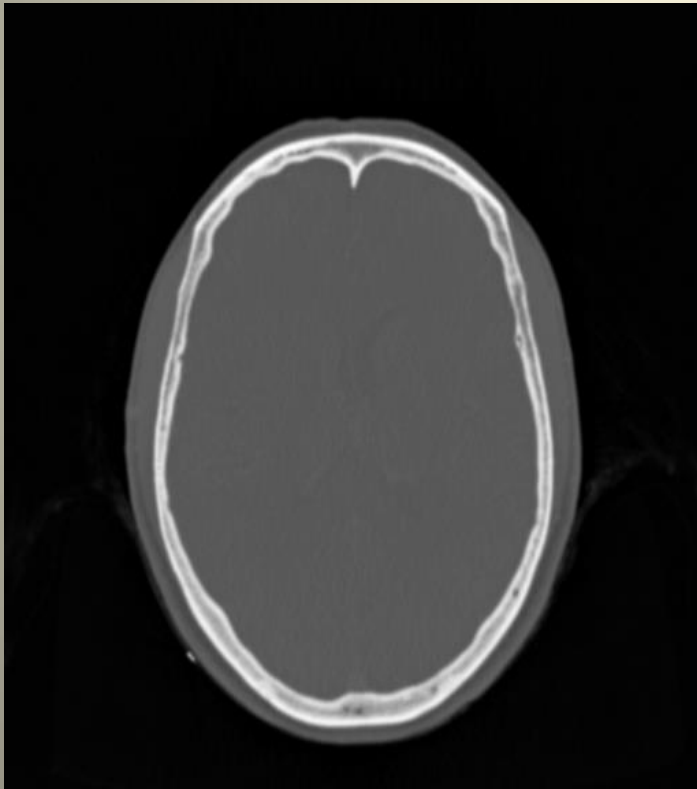
Image *Segmentation*

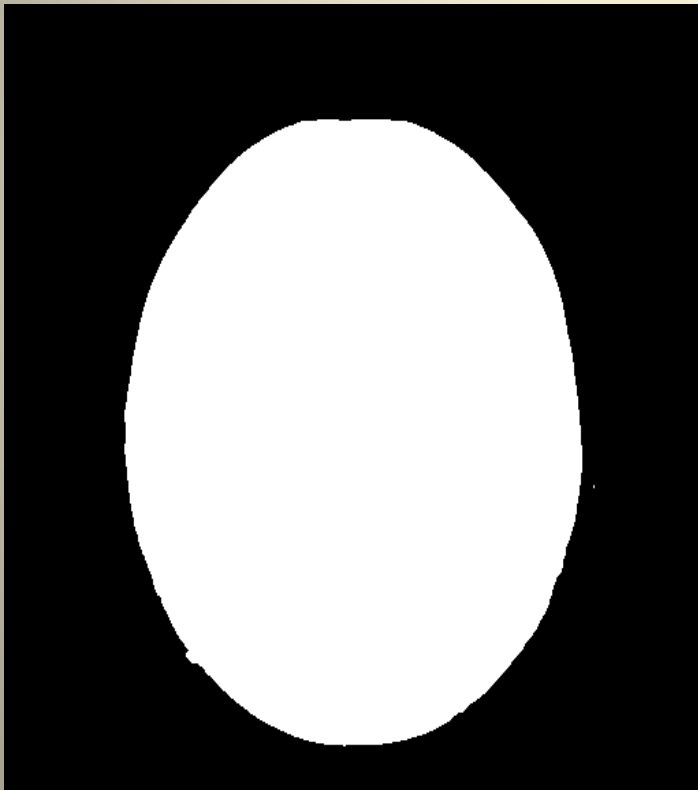
- Segmentation: identifying the pixels of an object of interest
- Not solvable in its generic form, due to :
 - Variety of appearances of different instances of an object
 - Varying conditions of illumination and contrast
 - Varying relevant geometry between object – camera

Segmentation using *total thresholding*

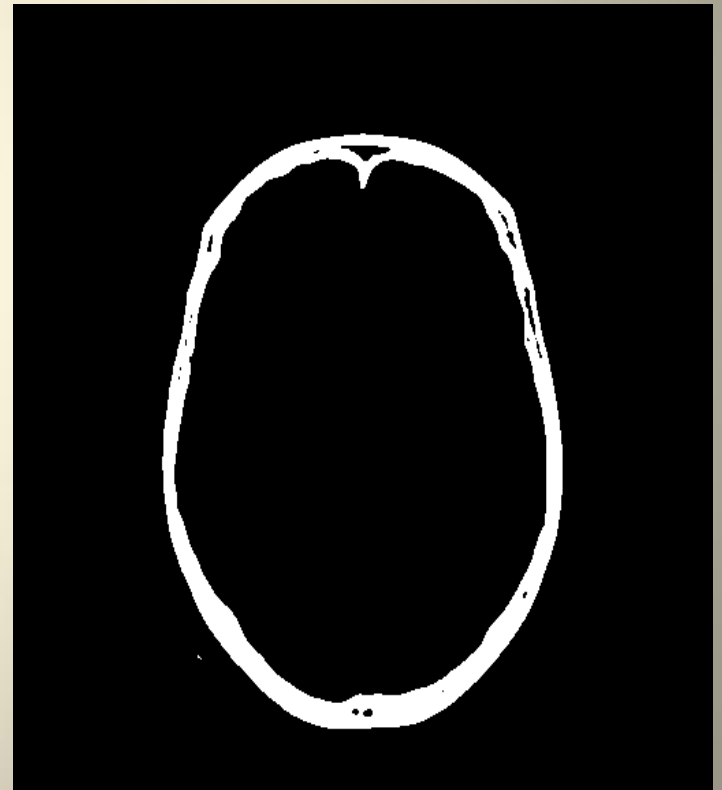
- The method assumes there are 2 classes of pixels with different values.
- A threshold T is selected :
- For each pixel (i,j) of image I
 - IF $I(i,j) \geq T$,
THEN $I(i,j) = 1$ (pixel belongs to object)
ELSE $I(i,j) = 0$ (pixel belongs to background).

Example of total thresholding of a CT image





Segmentation using $T= 35$

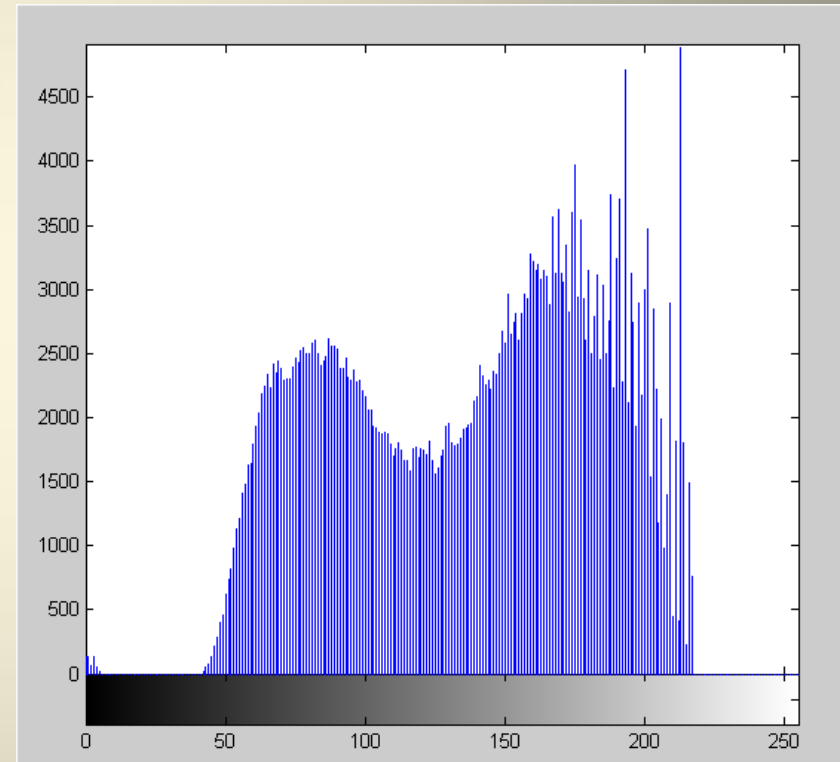


Segmentation using $T= 135$

Παράδειγμα εικόνας με δύο κατανομές ρίxel: αντικείμενο (πνεύμονες) και υπόβαθρο



Αρχική εικόνα



Ιστόγραμμα

Τμηματοποίηση με Κατωφλίωση: Η μέθοδος Ridler Calvard

- Επιλέγεται ως κατώφλι η μέση τιμή της εικόνας I .
- Επανάλαβε
 - Υπολογίζονται οι μέσες τιμές μ_0 και μ_1 των 2 κλάσεων pixel που δημιουργούνται από το κατώφλι.
 - Ενημερώνεται η τιμή του κατωφλίου:

$$\tau = \frac{1}{2}(\mu_0 + \mu_1)$$

- Όσο η τιμή του κατωφλίου είναι διάφορη της προηγούμενης τιμής κατωφλίου

Τμηματοποίηση με την μέθοδο Ridler Calvard: Επανάληψη 1

Τρέχον κατόφλι	3.5625
Μέση τιμή pixels>Τρέχον κατόφλι	6.667
Μέση τιμή pixels<=Τρέχον κατόφλι	1.7
Νέο κατόφλι	4.1833

1	2	3	1
4	6	8	2
1	8	10	2
4	1	3	1

Τμηματοποίηση με την μέθοδο Ridler Calvard:

Επανάληψη 2

Τρέχον κατόφλι	4.1833
Μέση τιμή pixels>Τρέχον κατόφλι	8
Μέση τιμή pixels<=Τρέχον κατόφλι	2.083
Νέο κατόφλι	5.0417

1	2	3	1
4	6	8	2
1	8	10	2
4	1	3	1

Τμηματοποίηση με την μέθοδο Ridler Calvard:

Επανάληψη 3

Τρέχον κατόφλι	5.0417
Μέση τιμή pixels>Τρέχον κατόφλι	8
Μέση τιμή pixels<=Τρέχον κατόφλι	2.083
Νέο κατόφλι	5.0417

1	2	3	1
4	6	8	2
1	8	10	2
4	1	3	1

Τμηματοποίηση με την μέθοδο Ridler Calvard:

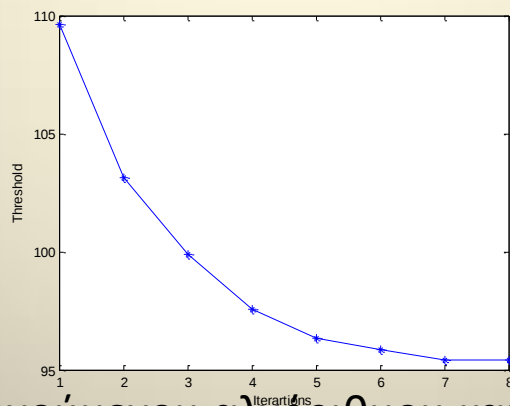
Επανάληψη 3

Τρέχον κατόφλι	5.0417
Μέση τιμή pixels>Τρέχον κατόφλι	8
Μέση τιμή pixels<=Τρέχον κατόφλι	2.083
Νέο κατόφλι	5.0417

1	2	3	1
4	6	8	2
1	8	10	2
4	1	3	1



Παρατηρείτε ότι ο ουρανός
δεν έχει τμηματοποιηθεί
σωστά.



Εφαρμογή του προηγούμενου αλγορίθμου και η εξέλιξη της αριθμητικής τιμής του κατωφλίου σε συνάρτηση των επαναλήψεων.

Τμηματοποίηση με Κατωφλίωση: Η μέθοδος Otsu

- Εστω εικόνα με L δυνατές τιμές, ιστόγραμμα h και κανονικοποιημένο ιστόγραμμα p .
- Η εικόνα περιέχει δύο κατανομές pixel που αντιστοιχούν στο αντικείμενο προς τμηματοποίηση και στο υπόβαθρο. Οι δύο κατανομές C_0, C_1 χωρίζονται από ένα κατώφλι k .

Πιθανότητα να ανήκει ένα pixel στις κλάσεις C_0, C_1 :

$$\omega_0 = \sum_{i=1}^k p_i = \omega(k), \omega_1 = \sum_{i=k+1}^L p_i = 1 - \omega(k)$$

Μέση τιμή των pixel των κλάσεων C_0, C_1 :

$$\mu_0 = \frac{1}{\omega_0} \sum_{i=1}^k ip_i = \frac{\mu(k)}{\omega(k)}, \mu_1 = \frac{1}{\omega_1} \sum_{i=k+1}^L ip_i = \frac{\mu_L - \mu(k)}{1 - \omega(k)}$$

Διασπορά των pixel των κλάσεων C_0, C_1 :

$$\sigma_0 = \frac{1}{\omega_0} \sum_{i=1}^k (i - \mu_0)^2 p_i,$$

$$\sigma_1 = \frac{1}{\omega_1} \sum_{i=k+1}^L (i - \mu_1)^2 p_i$$

- Αθροισμα της διασποράς των δύο κλάσεων (ξεχωριστά)

$$\sigma_w = \omega_0 \sigma_0^2 + \omega_1 \sigma_1^2$$

- Διασπορά μεταξύ των δύο κλάσεων

$$\sigma_B^2 = \omega_0 (\mu_0 - \mu_T)^2 + \omega_1 (\mu_1 - \mu_T)^2 = \omega_0 \omega_1 (\mu_1 - \mu_0)^2$$

- Ως κατόφλι επιλέγεται η τιμή του k που μεγιστοποιεί την ποσότητα σ_B^2 .

Παράδειγμα εκτέλεσης της μεθόδου Otsu

Τιμή	ω_0	ω_1	μ_0	μ_1	σ_B
1	0.3125	0.6875	1.0000	4.7273	2.9847
2	0.5000	0.5000	1.3750	5.7500	4.7852
3	0.6250	0.3750	1.7000	6.6667	5.7815
4	0.7500	0.2500	2.0833	8.0000	6.5638
5	0.7500	0.2500	2.0833	8.0000	6.5638
6	0.8125	0.1875	2.3846	8.6667	6.0121
7	0.8125	0.1875	2.3846	8.6667	6.0121
8	0.9375	0.0625	3.1333	10.000	2.7628
9	0.9375	0.0625	3.1333	10.000	2.7628

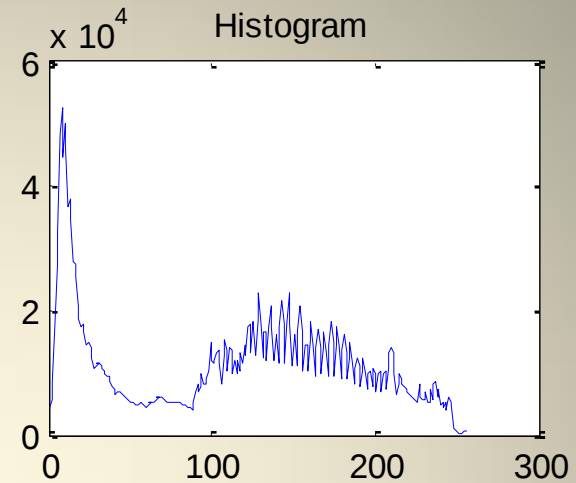
Μέγιστο σ_B για
κατόφλι=4

1	2	3	1
4	6	8	2
1	8	10	2
4	1	3	1

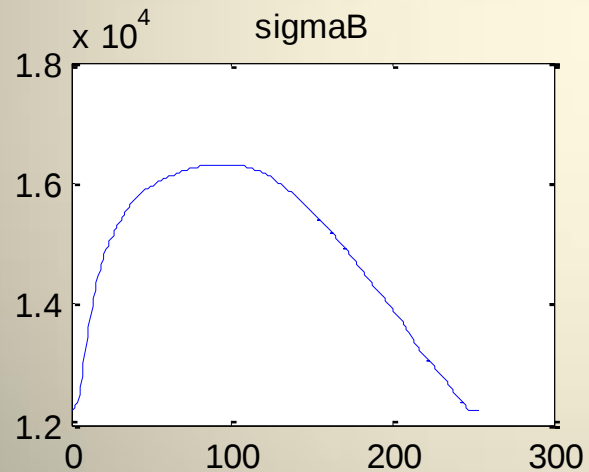
Initial Image



Histogram



sigmaB



thresholded image



- Παράδειγμα κατωφλίωσης με τη μέθοδο Otsu.

Δυναμικός υπολογισμός κατωφλίου

- Σε περίπτωση που το υπόβαθρο μεταβάλλεται, είναι αδύνατο να βρεθεί ένα κατώφλι που αν εφαρμοστεί σε όλη την εικόνα να τμηματοποιεί το αντικείμενο. Σε αυτή την περίπτωση:
 - Ορίζεται μία περιοχή μεγέθους $(2w+1) \times (2w+1)$.
 - Για κάθε pixel $\mathbf{p}$ της εικόνας
 - Υπολογίζεται το κατώφλι ως συνάρτηση ενός ή περισσότερων στατιστικών μεγεθών των τιμών της εικόνας εντός του τρέχοντος παραθύρου, όπως: μέση τιμή (mean), ενδιάμεση τιμή (median), μέγιστη (max), ελάχιστη τιμή (min), τυπική απόκλιση (σ), υπολογισμένων τοπικά. Ενδεικτικοί τρόποι υπολογισμού του κατωφλίου:

$$T = \frac{\max(R) + \min(R)}{2}$$

$$T = \text{mean}(R) + w\sigma(R)$$

- Αν $I(\mathbf{p}) > T \rightarrow I_1(\mathbf{p}) = 1$ ELSE $I_1(\mathbf{p}) = 0$

- Δυναμική κατωφλίωση με διαφορετικά μεγέθη παραθύρου $(2w+1) \times (2w+1)$.
- Το μέγεθος w πρέπει να είναι ανάλογο του μεγέθους του αντικειμένου που πρέπει να τμηματοποιηθεί.

Αποτέλεσμα κατωφλίωσης με μικρό μέγεθος παραθύρου (w).



Initial Image



Αποτέλεσμα κατωφλίωσης με κατάλληλο μέγεθος παραθύρου (w). Παρατηρείστε ότι ο ουρανός έχει τμηματοποιηθεί σωστά.



Sonnet for Lena

O dear Lena, your beauty is so vast
It is hard sometimes to describe it fast.
I thought the entire world I would impress
If only your portrait I could compress.
Alas! First when I tried to use VQ
I found that your cheeks belong to only you.
Your silky hair contains a thousand lines
Hard to match with sums of discrete cosines.
And for your lips, sensual and tactual
Thirteen Crays found not the proper fractal.
And while these setbacks are all quite severe
I might have fixed them with hacks here or there
But when filters took sparkle from your eyes
I said, 'Damn all this. I'll just digitize.'

Thomas Culthurst

Sonnet for Lena

O dear Lena, your beauty is so vast
It is hard sometimes to describe it fast.
I thought the entire world I would impress
If only your portrait I could compress.
Alas! First when I tried to use VQ
I found that your cheeks belong to only you.
Your silky hair contains a thousand lines
Hard to match with sums of discrete cosines.
And for your lips, sensual and tactual
Thirteen Crays found not the proper fractal.
And while these setbacks are all quite severe
I might have fixed them with hacks here or there
But when filters took sparkle from your eyes
I said, 'Damn all this. I'll just digitize.'

Thomas Culthurst

Εφαρμογή δυναμικής κατωφλίωσης σε εικόνα με ανομοιογενή φωτισμό, $w=9$. Η εικόνα αυτή δεν είναι δυνατό να τμηματοποιηθεί με την ίδια αποτελεσματικότητα με ολική κατωφλίωση.

Υπολογισμός Κατωφλίου: $T = \text{mean}(\text{περιοχής}) - \sigma(\text{περιοχής})$

Τμηματοποίηση Ιατρικών Εικόνων

- Μέθοδος ανάπτυξης περιοχών (region growing):
 - Έστω εικόνα $I(x,y)$ και σημείο (x_0,y_0)
 - Στόχος: εύρεση pixels που ανήκουν στην ίδια περιοχή με το (x_0,y_0)
 - Κριτήριο: pixels που ανήκουν στην ίδια περιοχή έχουν παρόμοιο χρώμα

Υλοποίηση της μεθόδου ανάπτυξης περιοχών

Η μέθοδος ανάπτυξης περιοχών τμηματοποιεί ένα αντικείμενο σε μία εικόνα υπό την προϋπόθεση ότι:

Assumptions

One pixel (x_0, y_0) is given, inside the object of interest

A similarity measure between pixels is defined

The algorithm uses a Q , initialized by pixel (x_0, y_0) , that stores the neibs of the current pixel.

- **Algorithm RGROW**
- **Input:** I, x_0, y_0, tol
- **Output:** **binary image BW**

1. $BW = \text{zeros}(\text{size}(I))$ // Object label
2. Initialize $Q = (x_0, y_0)$
3. $BW(x_0, y_0) = 1$ // Q_0 is (x_0, y_0)
4. Initialize Αρχικοποίησε τη μεταβλητή μέση_τιμη_αντικειμένου
5. WHILE Q not empty
 1. Extract the 1st pixel from Q και set the current pixel as (x_0, y_0)
 2. Update the average value of the object segmented so far
 3. For all neib pixel $\mathbf{p}$ of (x_0, y_0)
 1. IF $\mathbf{p}$ inside I AND

$$\text{abs}(I(\mathbf{p}) - \text{μέση_τιμη_αντικειμένου}) \leq tol$$
 AND $BW(\mathbf{p}) == 0$ THEN

INSERT $\mathbf{p}$ in Q
 Set $\mathbf{p}$ as "Object" : $BW(\mathbf{p}) = 1$
 - ΤΕΛΟΣ
 - ΤΕΛΟΣ
- ΤΕΛΟΣ

- The criterion for inserting a pixel in Q is usually the following :
 - To $\mathbf{p}$ has not already been selected $B(\mathbf{p})=0$
 - The value $I(\mathbf{p})$ satisfies a similarity condition, such as:
 - $\text{abs}(I(\mathbf{p})-I(\mathbf{p}_0))<T$.
 - The absolute difference of $I(\mathbf{p})$ and the average object value does not exceed a threshold $\sim$ of the standard deviation of the values of the selected object pixels.

Exemplary application of Region Grow

Q column	Q row

Average object pixel
value

0

Num of object pixels

0

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	10	10	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

[illegible]

Μέση τιμή pixel αντικειμένου
9

Πλήθος pixel
αντικειμένου

1

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	10	10	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

Q στήλη	Q γραμμή
4	4
3	4
4	5
4	3
5	4

Μέση τιμή pixel
αντικειμένου

9

Πλήθος pixel
αντικειμένου

1

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	10	10	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

Q στήλη	Q γραμμή
3	4
4	5
4	3
5	4
3	3
3	5

Μέση τιμή pixel
αντικειμένου

9,5

Πλήθος pixel
αντικειμένου

2

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	10	10	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

Q στήλη	Q γραμμή
3	4
4	5
4	3
5	4
3	3
3	5
5	5

Μέση τιμή pixel
αντικειμένου

9,33

Πλήθος pixel
αντικειμένου

3

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	10	10	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

Q στήλη	Q γραμμή
3	4
4	5
4	3
5	4
3	3
3	5
5	5
5	3
4	2

Μέση τιμή pixel
αντικειμένου

9,25

Πλήθος pixel
αντικειμένου

4

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	10	10	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

Q στήλη	Q γραμμή
3	4
4	5
4	3
5	4
3	3
3	5
5	5
5	3
4	2

Μέση τιμή pixel
αντικειμένου

9,40

Πλήθος pixel
αντικειμένου

5

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	10	10	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

Q στήλη	Q γραμμή
3	4
4	5
4	3
5	4
3	3
3	5
5	5
5	3
4	2

Μέση τιμή pixel
αντικειμένου

9,1667

Πλήθος pixel
αντικειμένου

6

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	10	10	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

Q στήλη	Q γραμμή
3	4
4	5
4	3
5	4
3	3
3	5
5	5
5	3
4	2
2	5

Μέση τιμή pixel
αντικειμένου

9,2857

Πλήθος pixel
αντικειμένου

7

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	10	10	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

Q στήλη	Q γραμμή
3	4
4	5
4	3
5	4
3	3
3	5
5	5
5	3
4	2
2	5

Μέση τιμή pixel
αντικειμένου

9,125

Πλήθος pixel
αντικειμένου

8

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	10	10	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

Q στήλη	Q γραμμή
3	4
4	5
4	3
5	4
3	3
3	5
5	5
5	3
4	2
2	5

Μέση τιμή pixel
αντικειμένου

9,66

Πλήθος pixel
αντικειμένου

9

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	10	10	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

Q στήλη	Q γραμμή
3	4
4	5
4	3
5	4
3	3
3	5
5	5
5	3
4	2
2	5

Μέση τιμή pixel
αντικειμένου

9,66

Πλήθος pixel
αντικειμένου

10

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	10	10	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

Q στήλη	Q γραμμή
3	4
4	5
4	3
5	4
3	3
3	5
5	5
5	3
4	2
2	5

Μέση τιμή pixel
αντικειμένου

9,66

Πλήθος pixel
αντικειμένου

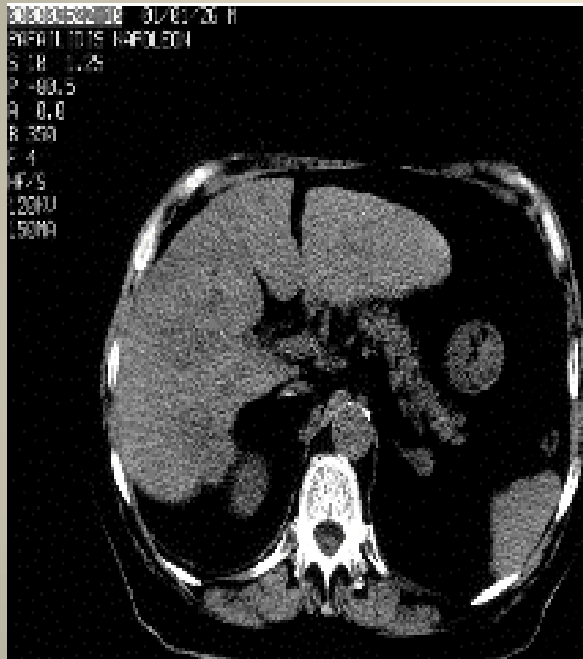
11

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	10	10	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

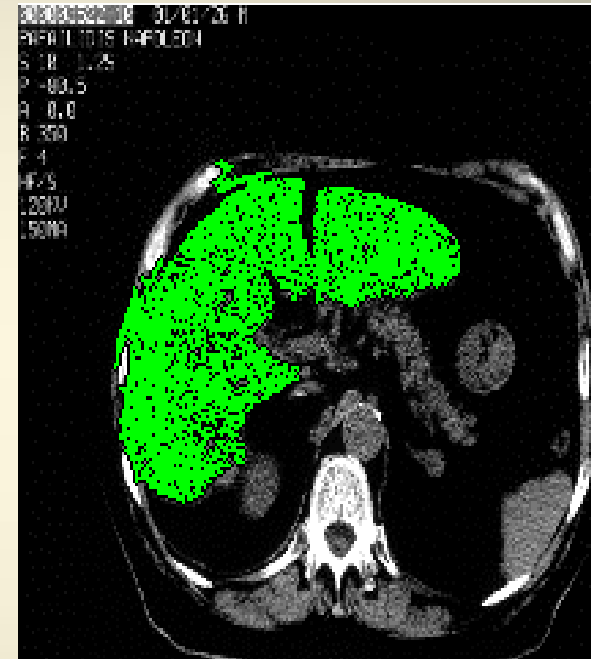
- Το αποτέλεσμα της τμηματοποίησης

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1	0	0	0
3	0	0	1	1	1	0	0	0
4	0	1	1	1	1	0	0	0
5	0	0	1	1	1	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Application of the Region Grow algorithm in real image



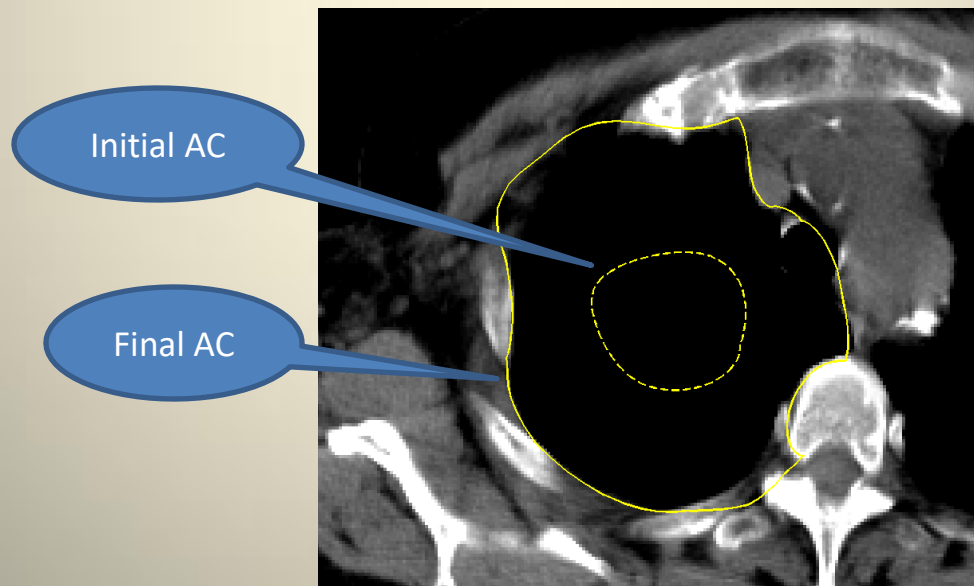
Initial CT image



Result of Region
Grow

Active contours (AC) - Snakes

- Deformable curves
- Initialized by the user close to the object of interest.
- After a number of iterations the AC converges.
- The final shape segments the object



- AC may converge to a wrong position / shape
- $\delta\tau$: The time step in the discrete equation that defines the evolution of the curve :
 - Small: $\rightarrow$ many iterations -explicit evolution, low complexity (computational and algebraic)
 - Large: $\rightarrow$ fewer iterations -implicit evolution, high complexity
- We will study the explicit evolution

- The snake may be expressed as a curve, parameterized by s . At certain values of s , the equation defines a “node” of the snake
- The curve evolves with time t (changes shape),

$$\mathbf{v}(s, t) = \mathbf{v}_t(s) = (x_t(s), y_t(s), z_t(s))^T$$

- Two different energies are defined at each node:
 - Internal and
 - External energy
- . Η συνολική ενέργεια του snake είναι το άθροισμα για κάθε κόμβο

- The snake evolves so that it minimizes its total energy
- Internal energy: drives the nodes to be equally spaced, smooth shape
 - Elastic potential energy: increases as the nodes move away from each other
 - Snake tension: increases energy when the curvature of the snake increases
- External energy: defined by the image, so that the snake converges to the object of interest.

Snake: Εσωτερική δυναμική ενέργεια

- Εσωτερική δυναμική ενέργεια του snake
 - Ενέργεια ελαστικότητας: προκαλεί συστολή του snake
 - Ενέργεια λόγω τάσης: εμποδίζει το snake να γίνει τεθλασμένη γραμμή

Internal energy	Expression	Effect	Force due to energy minimization
Elastic	$\sim \alpha(s) \mathbf{v}_s(s) ^2$	Snake contraction	$\alpha(s) \mathbf{v}_{ss}(s)$
Tension	$\sim \beta(s) \mathbf{v}_{ss}(s) ^2$	Resistance to bending	$\beta(s) \mathbf{v}_{ssss}(s)$

Snake: Εξωτερική δυναμική ενέργεια

- Το snake κινείται έτσι ώστε η τελική του θέση να συμπίπτει με τη δομή ενδιαφέροντος στην εικόνα.
- Για να συμβεί αυτό πρέπει να οριστεί κατάλληλα η δυναμική ενέργεια (ισοδ. δύναμη)
- Υπάρχουν πολλοί ορισμοί, ο απλούστερος είναι:

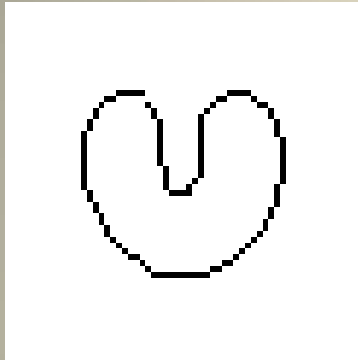
$$P(s) = -c(s) \left| \nabla I(\mathbf{p}(s)) \right|^2$$

- Ελκει το snake σε περιοχές με ακμές (υψηλές τιμές image gradient)

- Οι δυναμικές ενέργειες υπολογίζονται σε κάθε κόμβο του snake (εξάρτηση από την παράμετρο s του snake)
- Οι συντελεστές $\alpha(s)$, $\beta(s)$, $c(s)$ καθορίζουν τη σχετική βαρύτητα κάθε όρου
- Ελαχιστοποίηση κάθε όρου της δυναμικής ενέργειας εισάγει από ένα όρο «**δύναμης**» η οποία ασκείται σε κάθε σημείο του snake και «κινεί» το snake μεταξύ διαδοχικών επαναλήψεων
- Η Μερική Διαφορική εξίσωση (ΜΔΕ) του snake:

$$\frac{\partial \mathbf{v}(s,t)}{\partial t} = \alpha \mathbf{v}''(s,t) - \beta \mathbf{v}'''(s,t) + \mathbf{f}_{ext}(\mathbf{v}(s,t))$$

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v}_s = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial s}, \mathbf{v}'' = \mathbf{v}_{ss} = \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial s^2}$$

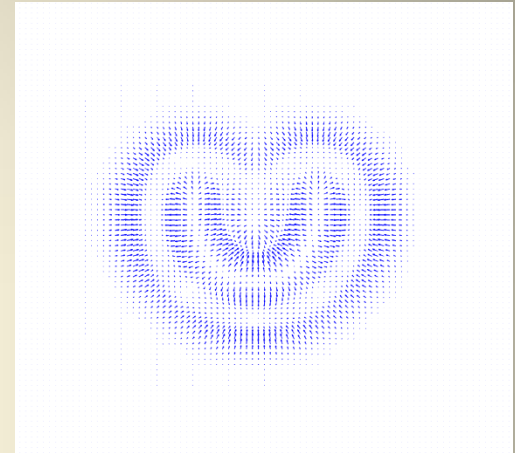


Αρχική εικόνα



Τιμή της εξωτερικής
δυναμικής ενέργειας

$$P(s) = -\left|\nabla I(\mathbf{p}(s))\right|^2$$



Πεδίο δυνάμεων από την
δυναμική ενέργεια, βάσει
της γνωστής σχέσης της
μηχανικής

$$\mathbf{f}_{ext}(\mathbf{v}(s, t)) = -\nabla P(s)$$

Snake: Computational Implementation

- Derivative approximation by finite differences.

- 2nd order

$$\mathbf{v}''(s, t) = \mathbf{v}(s+1, t) - 2\mathbf{v}(s, t) + \mathbf{v}(s-1, t)$$

- 4th order

$$\mathbf{v}''''(s, t) = \mathbf{v}(s+2, t) - 4\mathbf{v}(s+1, t) + 6\mathbf{v}(s, t) - 4\mathbf{v}(s-1, t) + \mathbf{v}(s-2, t)$$

- Discretization of the PDE

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{v}(s, t+1) - \mathbf{v}(s, t)}{\delta t} = & \mathbf{v}(s-2, t)(-\beta) + \mathbf{v}(s-1, t)(a + 4\beta) \\ & + \mathbf{v}(s, t)(-6\beta - 2a) + \mathbf{v}(s+1, t)(a + 4\beta) + \mathbf{v}(s+2, t)(-\beta) + \mathbf{f}_{ext} \end{aligned}$$

Εναλλακτικοί τρόποι υπολογισμού της κίνησης του snake

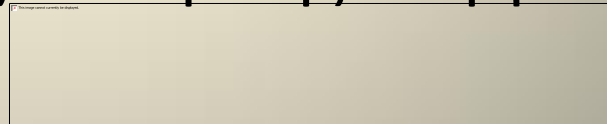
- Εκτός από τον ορισμό δυνάμεων, μπορεί να εφαρμοστεί:
 - «greedy» αλγόριθμος που αναζητά την θέση με την min ενέργεια σε κάθε κόμβο του snake
 - Αλγόριθμοι που βασίζονται σε δυναμικό προγραμματισμό (dynamic programming – viterbi algorithm) για την εύρεση της επόμενης θέσης κάθε κόμβου του snake

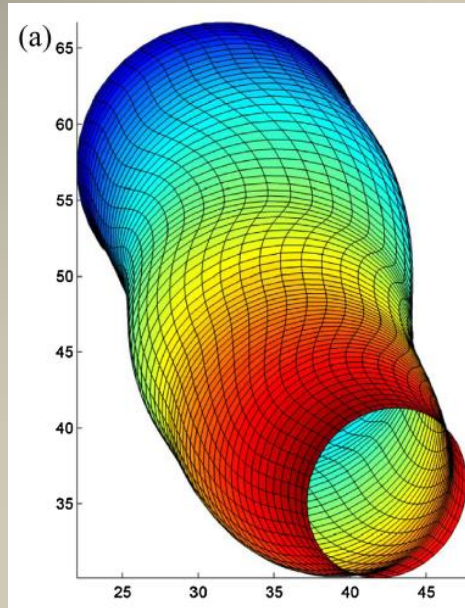
Εφαρμογή σε 3D: ενεργές επιφάνειες - active surfaces (AS)

- Η μέθοδος του snake επεκτείνεται σε 3D:
 - Αντί περιγράμματος, χρησιμοποιείται επιφάνεια (2 παράμετροι, s και u)
 - Αντί 2^{ης} και 4^{ης} τάξης παραγώγισης ως προς s (1 παράμετρος snake) εφαρμόζονται οι τελεστές

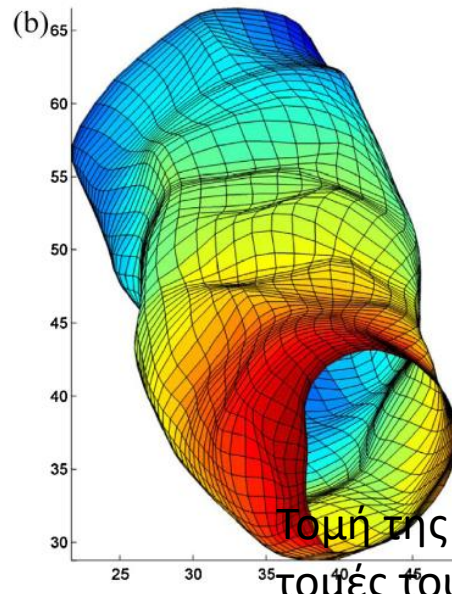
$$\nabla^2 \mathbf{v}^t(s, u) = \frac{\partial^2 \mathbf{v}^t}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{v}^t}{\partial u^2} \quad \nabla^4 \mathbf{v}^t(s, u) = \frac{\partial^4 \mathbf{v}^t}{\partial s^4} + \frac{\partial^4 \mathbf{v}^t}{\partial u^4}$$

- Ο όρος της εξωτερικής δυναμικής ενέργειας υπολογίζεται σε 3D





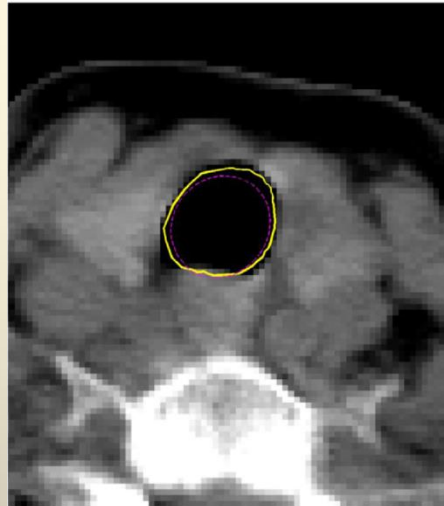
Αρχικοποίηση AS

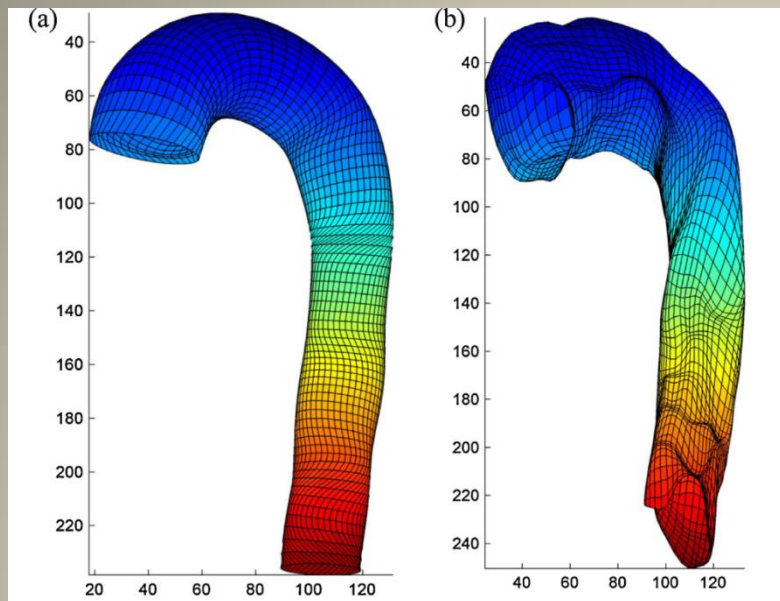


Τελική AS

Τομή της τελικής AS με οριζόντες
τομές του CT

Παράδειγμα εφαρμογής των
ενεργών επιφανειών για
τμηματοποίηση της τραχείας
σε CT.

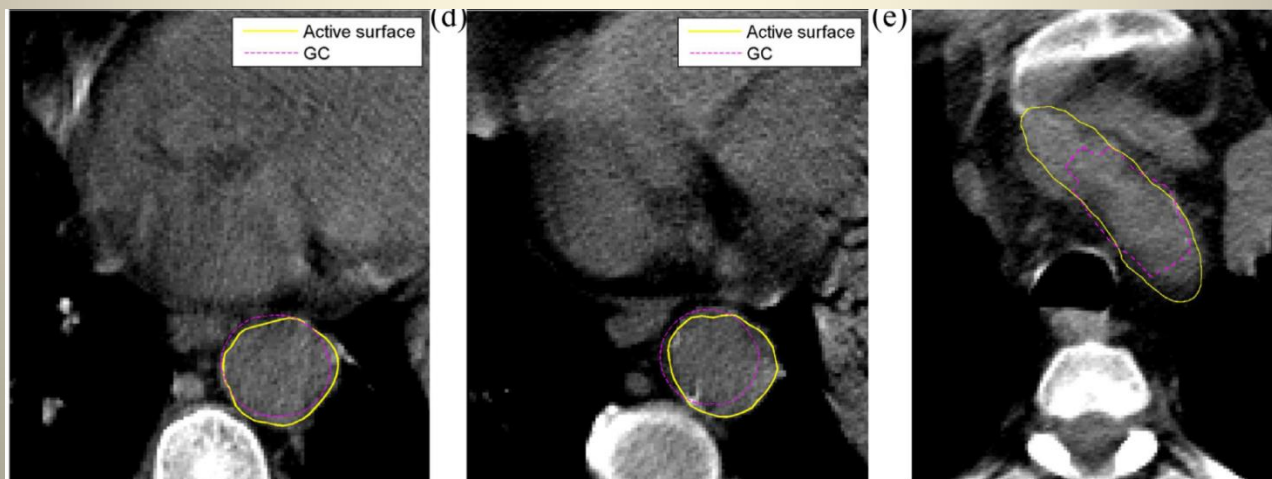




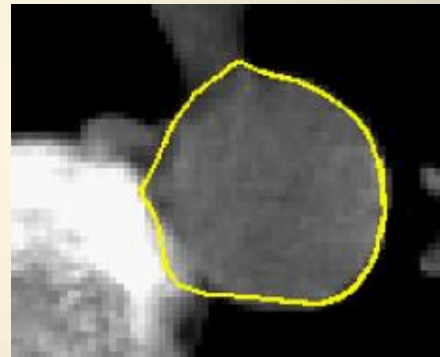
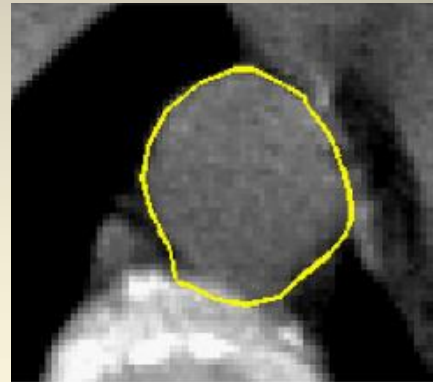
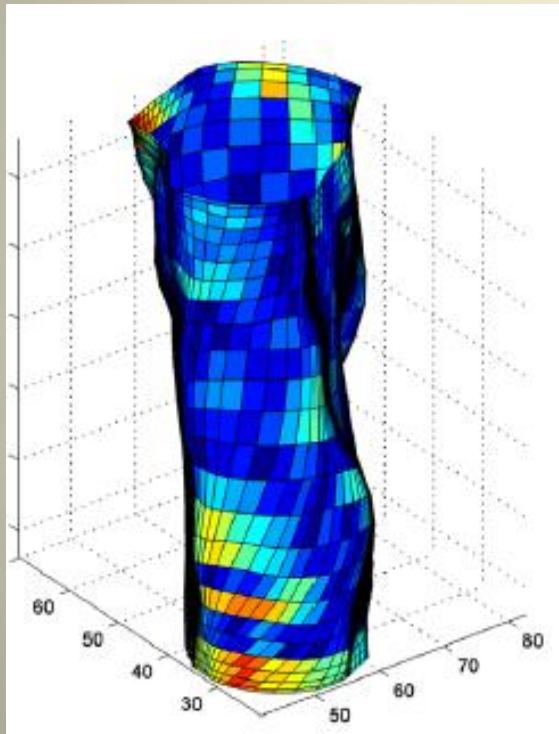
Αρχικοποίηση AS

Τελική AS

Παράδειγμα εφαρμογής των ενεργών επιφανειών για τμηματοποίηση της αορτής σε CT.



Τομή της τελικής AS με οριζόντες τομές του CT



Clustering: η μέθοδος mean shift

- Μία μέθοδος που εφαρμόζεται σε μοντελοποίηση, ομαδοποίηση (clustering), διακριτών δεδομένων
- Ανακαλύπτει κέντρα κλάσεων, χωρίς τον καθορισμό του πλήθους των κέντρων
- Ορίζεται πυρήνας (Kernel K) που σταθμίζει την σημαντικότητα ενός σημείου $\mathbf{p}$, για το τρέχον σημείο $\mathbf{p}_0$:
- Συνήθως K είναι γκαουσιανή και η παράμετρος σ_{dist} καθορίζει το μέγεθος της περιοχής που λαμβάνεται υπόψη

$$K_{\text{dist}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0) = e^{-\frac{d(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0)}{2\sigma_{\text{dist}}^2}}$$

- Ως μετρική της απόστασης στο feature space ορίζεται η νόρμα 2

$$d(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0) = \|\mathbf{p} - \mathbf{p}_0\|$$

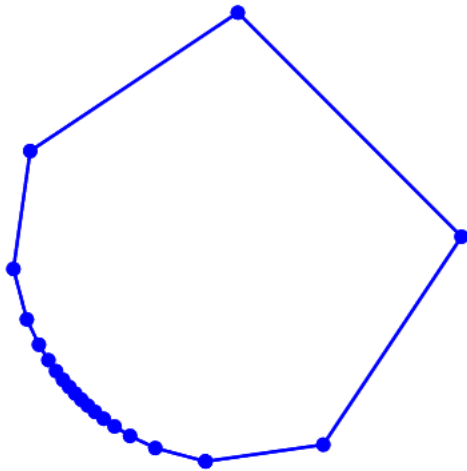
Implicit active snakes

Level-Set method

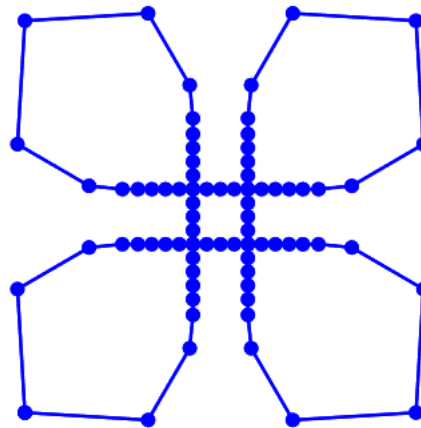
- Invented in 1988 by Osher and Sethian:—Stanley Osher and James A. Sethian. Fronts propagating with curvature-dependent speed: algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. J. Comput. Phys., 79(1):12–49, 1988
- Represent a curve $c(x,y)=0$ by a surface $\Phi(x,y)=z$, at any given level of Φ :
 - $\Phi(x,y)=z \rightarrow c(x,y)=0$

- Explicit contours drawbacks:

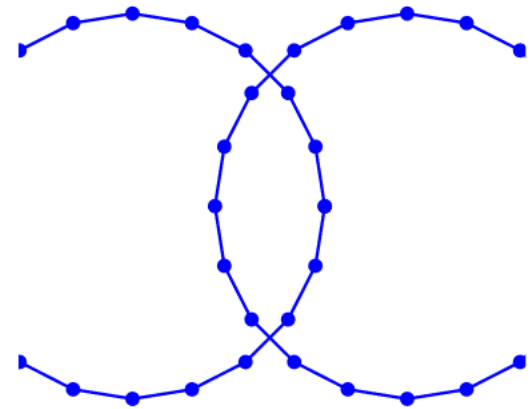
Node distribution



Sharp corners



Topology changes



2.5 Summary

- Level sets:
 - function $\psi : [0, l_{\text{width}}] \times [0, l_{\text{height}}] \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$
 $(x, y, t) \rightarrow \psi(x, y, t)$
 - embed a curve $\gamma: \gamma(t) = \{ (x, y) , \psi(x, y, t) = 0 \}$
 - $\gamma(0)$ is provided externally, $\psi(x, y, 0)$ is computed
 - $\psi(x, y, t+1)$ is computed by changing the values of $\psi(x, y, t)$
 - changes using a product of influences
 - on convergence, $\gamma(t_{\text{end}})$ is the border of the object
- Issue:
 - computation time (improved with narrow band)

2.1 Introduction to LS

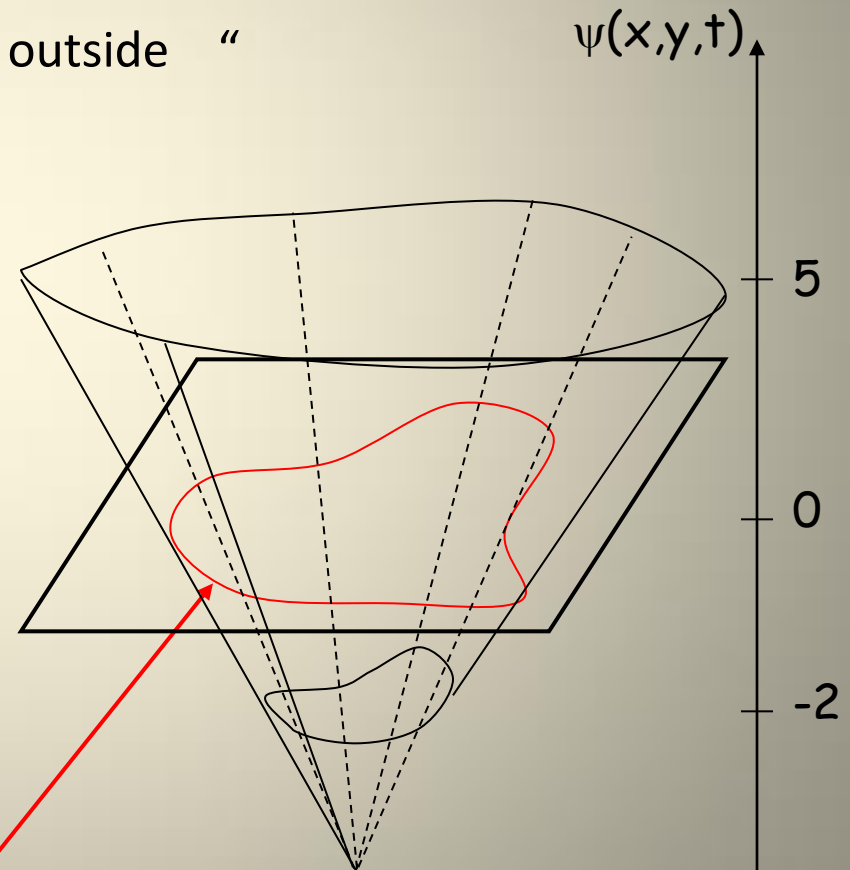
Usual choice for ψ : signed distance to the front $\gamma(0)$

$$\psi(x,y,0) = \begin{cases} -d(x,y,\gamma) & \text{if } (x,y) \text{ inside the front} \\ 0 & \text{" on " "} \\ d(x,y,\gamma) & \text{" outside "} \end{cases}$$

7	6	5	4	4	4	3	2	1	1	1	2	3	4	5
6	5	4	3	3	3	2	1	0	0	0	1	2	3	4
5	4	3	2	2	2	1	0	-1	-1	-1	0	1	2	3
4	3	2	1	1	1	0	-1	-2	-2	-2	-1	0	1	2
3	2	1	0	0	0	-1	-2	-3	-3	-2	-1	0	1	2
2	1	0	-1	-1	-1	-2	-3	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	1	0	-1	-2	-2	-3	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
2	1	0	-1	-2	-2	-2	-2	-1	0	1	2	3	4	5
3	2	1	0	-1	-1	-1	-1	-1	0	1	2	3	4	5
4	3	2	1	0	0	0	0	-1	-1	0	1	2	3	4
5	4	3	2	1	1	1	1	0	0	1	2	3	4	5
6	5	4	3	2	2	2	2	1	1	2	3	4	5	6

$\psi(x,y,t)$

$\gamma(t)$



2.1 Introduction to LS

7	6	5	4	4	4	3	2	1	1	1	2	3	4	5
6	5	4	3	3	3	2	1	0	0	0	1	2	3	4
5	4	3	2	2	2	1	0	-1	-1	-1	0	1	2	3
4	3	2	1	1	1	0	-1	-2	-2	-2	-1	0	1	2
3	2	1	0	0	0	-1	-2	-3	-3	-2	-1	0	1	2
2	1	0	-1	-1	-1	-2	-3	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	1	0	-1	-2	-2	-3	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
2	1	0	-1	-2	-2	-2	-2	-1	0	1	2	3	4	5
3	2	1	0	-1	-1	-1	-1	-1	0	1	2	3	4	5
4	3	2	1	0	0	0	0	-1	-1	0	1	2	3	4
5	4	3	2	1	1	1	1	0	0	1	2	3	4	5
6	5	4	3	2	2	2	2	1	1	2	3	4	5	6

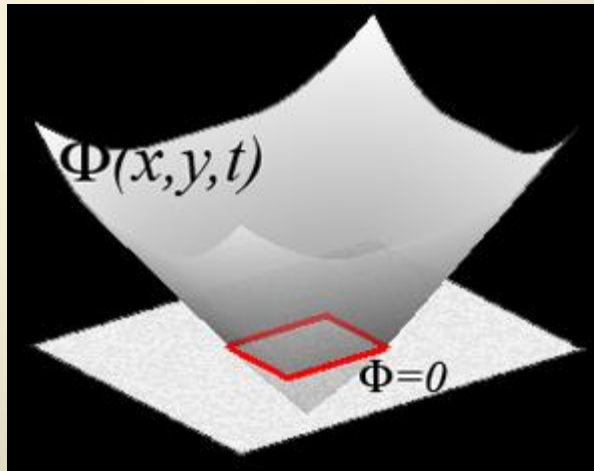
$\psi(x,y,t)$

$$\psi(x,y,t+1) = \psi(x,y,t) + \Delta\psi(x,y,t)$$

- no movement, only change of values
- the front may change its topology
- the front location may be between samples

7	6	5	4	4	4	3	2	1	1	1	2	3	4	5
6	5	4	3	3	3	2	1	0	-1	0	0	1	2	3
5	4	3	2	2	2	1	-1	-2	-1	-1	0	1	2	3
4	3	2	1	1	1	0	-1	-2	-2	-2	-1	0	1	2
3	2	1	0	0	0	-1	-2	-3	-3	-2	-1	0	1	2
2	1	0	-1	-1	-1	-2	-3	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	1	0	-1	-2	-2	-3	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
2	1	1	0	-2	-2	-2	-2	0	0	1	2	3	4	5
3	2	1	0	-1	-3	-1	0	1	1	1	2	3	4	5
4	3	2	0	-1	-2	0	1	1	0	0	2	2	3	4
5	4	3	2	0	0	1	1	0	-1	0	1	2	4	5
6	5	4	3	2	1	2	2	0	0	1	2	4	5	6

- Initializing $\Phi(x,y,t)$, at $t=0$, as the signed distance function



Changing Φ to evolve C

- It can be proven that if Φ evolves with appropriate force field,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \vec{F} \cdot \nabla \Phi = 0$$

- the level set curve C will also evolve as desired

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \vec{F} \cdot \mathbf{n}$$

- If $\mathbf{F}$ is parallel to the normal vector $\mathbf{n}$ of C , which is the direction of steepest ascend (descend) of Φ :

$$\vec{F} = F\mathbf{n} = F \frac{\nabla \Phi}{\|\nabla \Phi\|}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \Phi}{\partial t} + F \frac{\nabla \Phi}{\|\nabla \Phi\|} \cdot \nabla \Phi = 0 \Rightarrow \frac{\partial \Phi}{\partial t} + F \|\nabla \Phi\| = 0$$

2.2 Equation of motion

- Equation 17 p162:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \hat{k}_I \cdot (F_A + F_G(\kappa)) \cdot \|\nabla \psi\| = 0$$

product of influences

$\psi(x,y,t+1) - \psi(x,y,t)$

extension of the
speed function k_I
(image influence)

constant "force"
(balloon pressure)

smoothing "force"
depending on the
local curvature κ
(contour influence)

spatial
derivative
of ψ

$$\kappa = \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \psi}{\|\nabla \psi\|} \right)$$

link between spatial and temporal derivatives,
but not the same type of motion as contours!

2.2 Equation of motion

- Speed function:
 - k_f is meant to stop the front on the object's boundaries
 - similar to image energy: $k_f(x,y) = 1 / (1 + || \nabla I(x,y) ||)$
 - only makes sense for the front (level set 0)
 - yet, same equation for all level sets
 - extend k_f to all level sets, defining $\hat{k}_I$
 - possible extension:

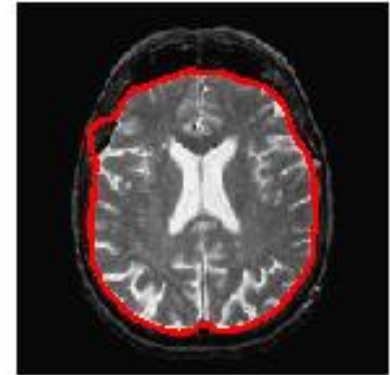
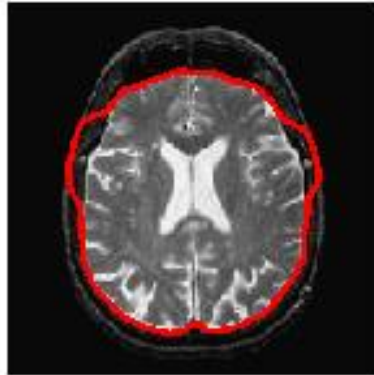
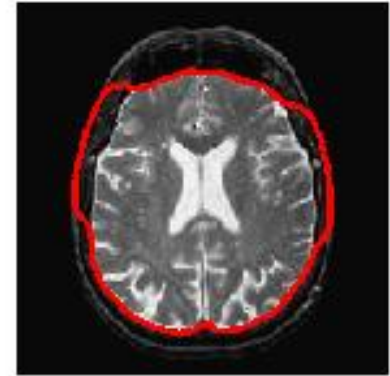
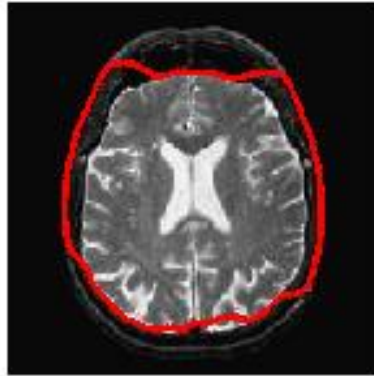
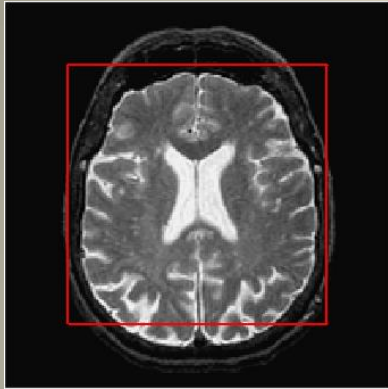
$$\hat{k}_I(x,y) = k_I(x',y')$$

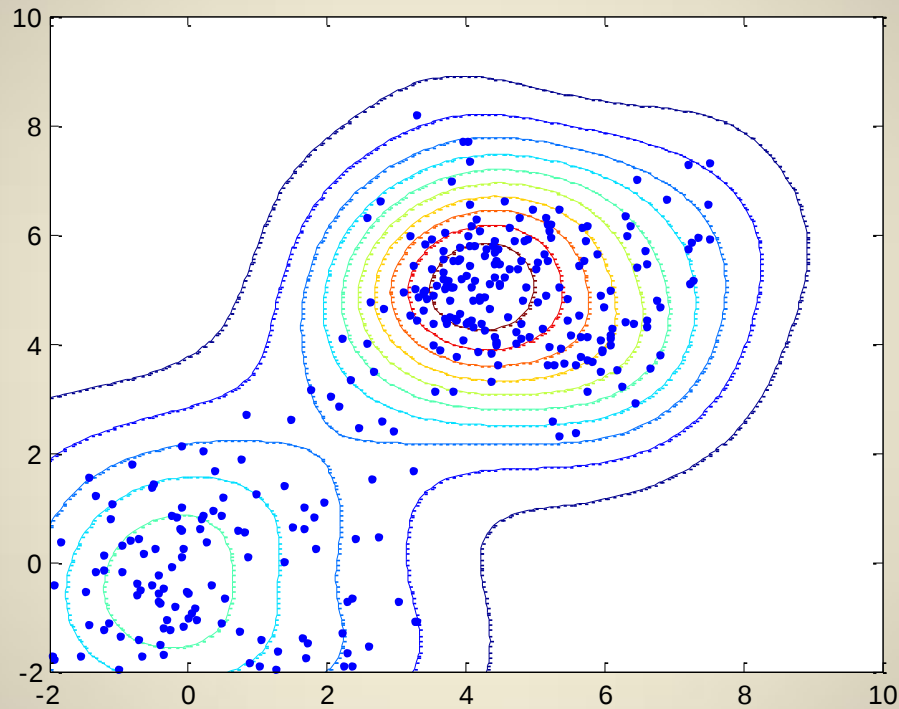
where (x',y') is the point in the front closest to (x,y)

(such a $\hat{k}_I(x,y)$ depends on the front location)

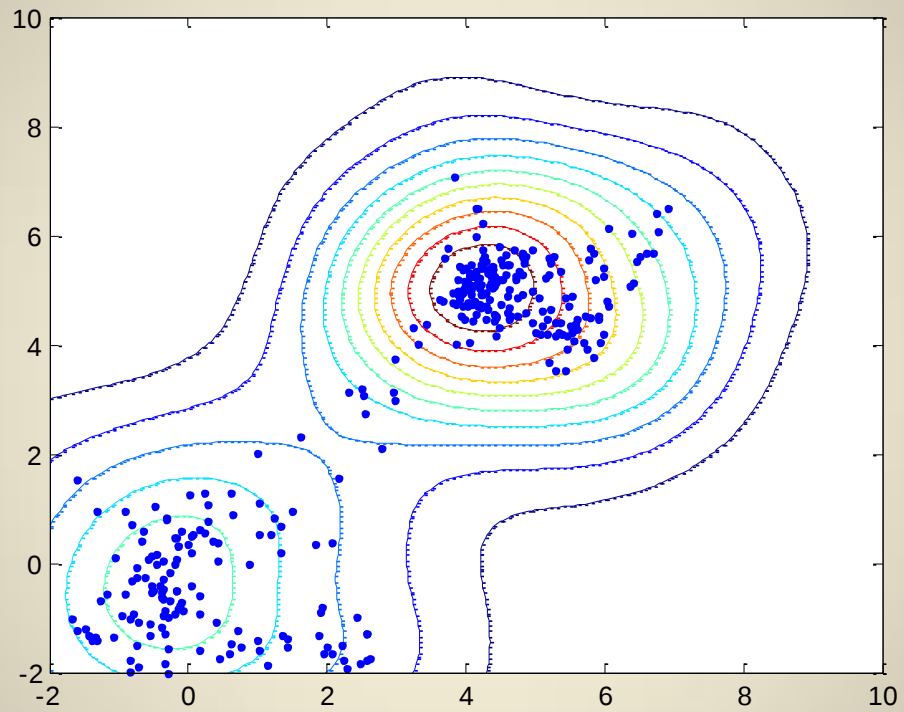
$$\frac{\partial \varphi_t}{\partial t} = G(\varphi_t) \quad \text{where} \quad G(\varphi) = -\|\nabla \varphi\| \operatorname{div} \left(W \frac{\nabla \varphi}{\|\nabla \varphi\|} \right)$$

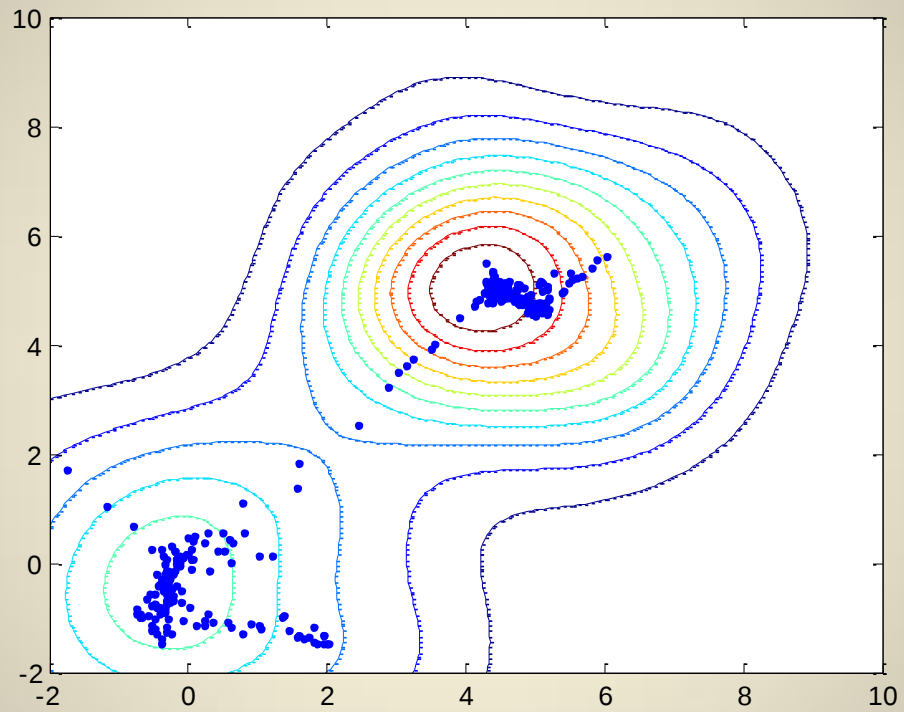
$$\varphi^{(\ell+1)} = \varphi^{(\ell)} - \tau G(\varphi^{(\ell)})$$

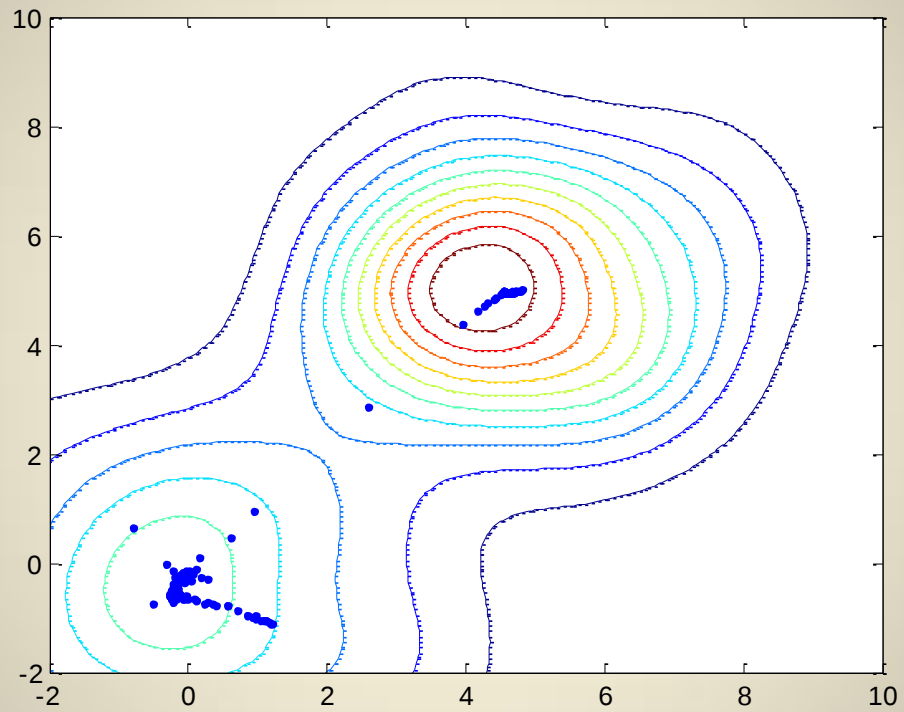


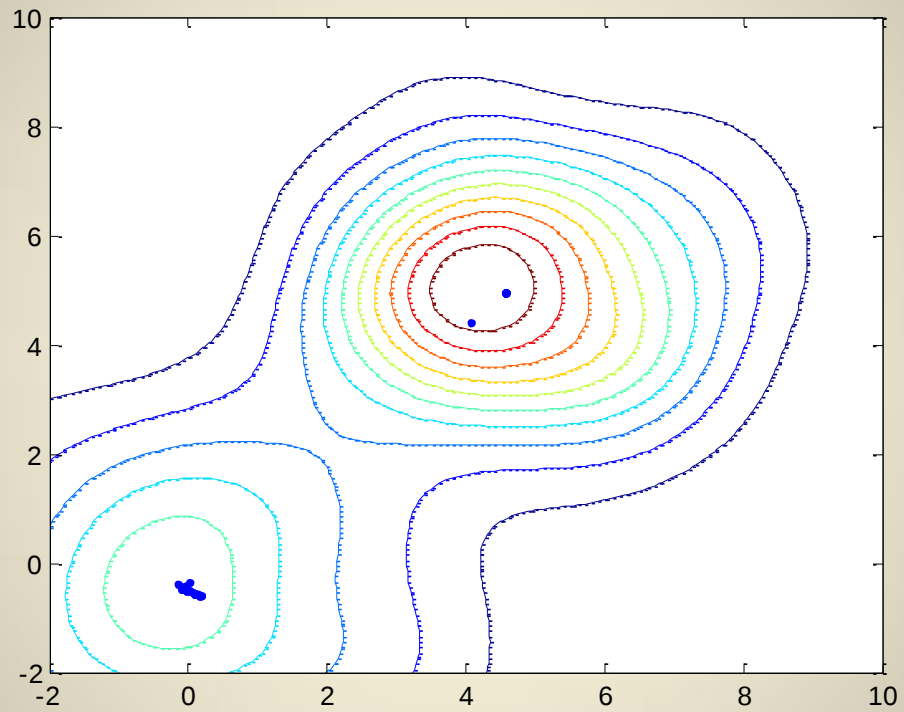


Παράδειγμα: Clustering σε 2D με εφαρμογή της Mean Shift.









Τμηματοποίηση: η μέθοδος mean shift

- Η μέθοδος μπορεί να υλοποιηθεί έτσι ώστε εκτελεί τμηματοποίηση
- Ορίζεται πυρήνας για τη διαφορά των τιμών των pixel $v=I(\mathbf{p})$, $v_0=I(\mathbf{p}_0)$

$$K_v(v, v_0) = Ae^{-\frac{(v-v_0)^2}{2\sigma_v^2}}$$

- A : τέτοιο ώστε το άθροισμα των στοιχείων του K να είναι ίσο με 1
- Μπορούν να χρησιμοποιηθούν και μη γκαουσιανοί K
- Η παράμετρος σ_v καθορίζει την ακτίνα τιμών των pixel που λαμβάνεται υπόψη

- while (NOT(termination condition))

For each image pixel $\mathbf{p}_0$ with value v

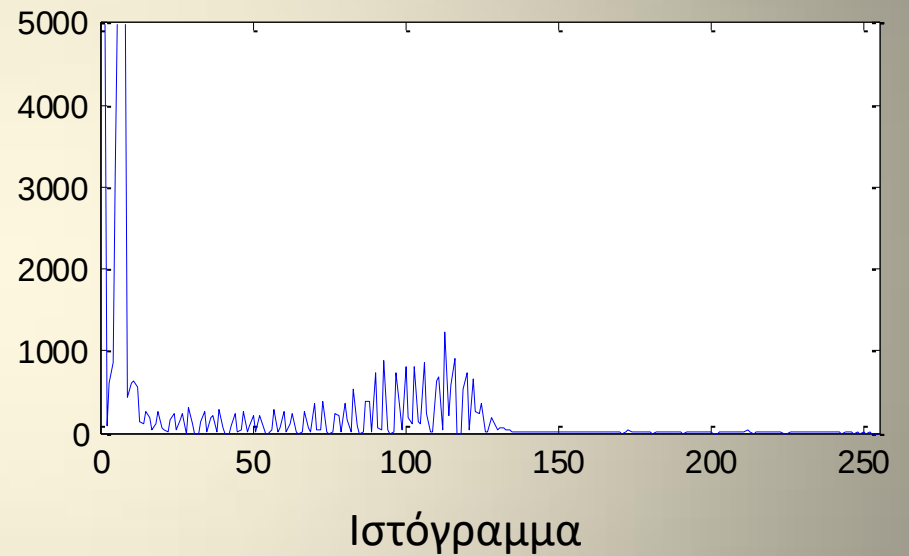
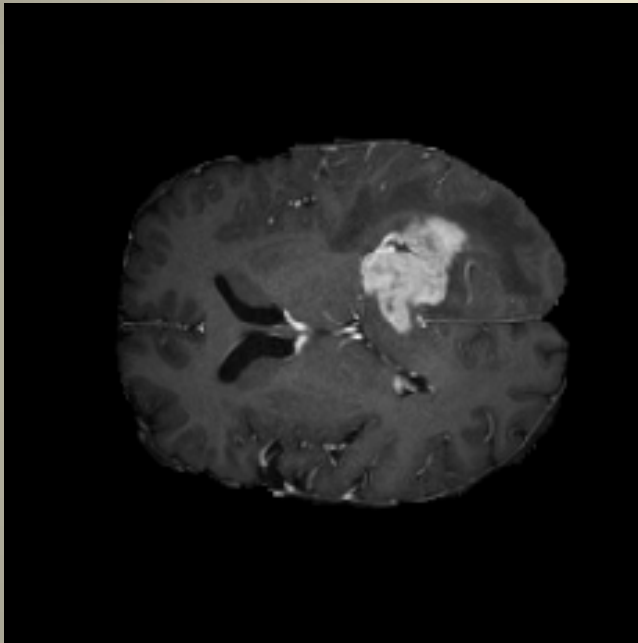
Find pixels $\mathbf{p}$ with $K(\mathbf{p}) > 0$

Calculate:
$$a = \frac{1}{\sum_{\mathbf{p} \in N} K_v(\mathbf{p})} \sum_{\mathbf{p} \in N} I(\mathbf{p}) K_v(\mathbf{p})$$

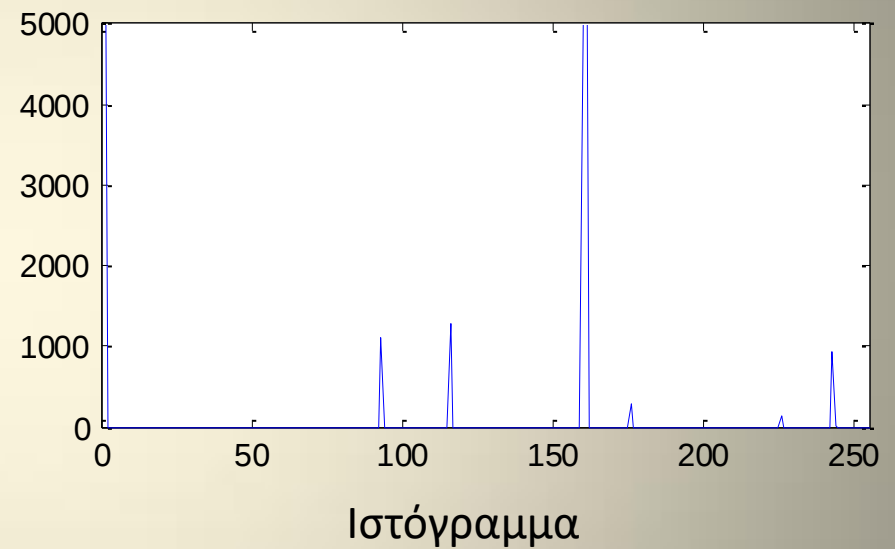
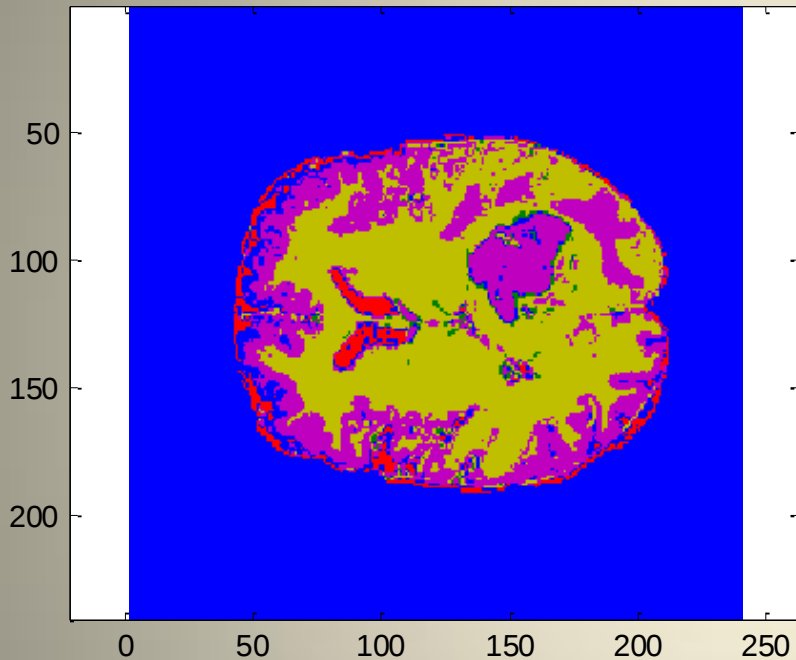
Set $\mathbf{p} : I_1(\mathbf{p}) = a$

$I \leftarrow I_1$.

- end
- NOT(termination condition : maximum number of iterations, OR minimum change of the segmented image between 2 iterations)



Παράδειγμα τμηματοποίησης εικόνας MRI T1W εγκεφάλου
Τυχαία χρωματική κλίμακα έχει εφαρμοστεί για να γίνει κατανοητό το
αποτέλεσμα της τμηματοποίησης



Παράδειγμα τμηματοποίησης εικόνας MRI T1W εγκεφάλου:
Αποτέλεσμα μετά από 80 επαναλήψεις

Αλγόριθμος μέγιστης πιθανοφάνειας

Expectation Maximization -EM

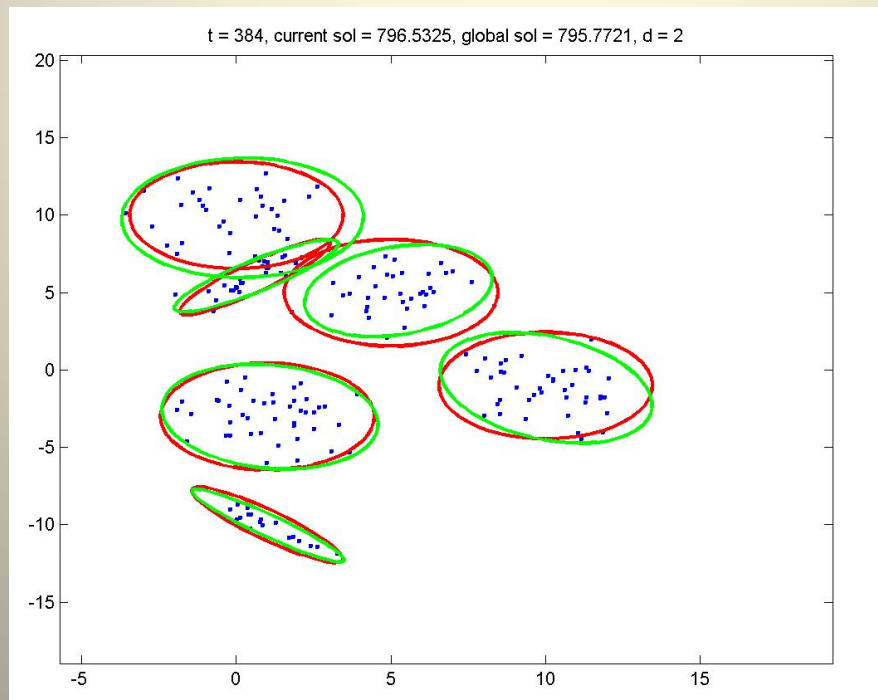
- Εστω ότι έχουμε ένα πλήθος N δειγμάτων που προέρχονται από K διαφορετικούς πληθυσμούς $\rightarrow$ ακολουθούν K συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας -pdfs
- Σκοπός είναι να προσδιορίσουμε τις παραμέτρους κάθε κατανομής και να βρούμε από ποια κατανομή προέρχεται το κάθε δείγμα

The Problem

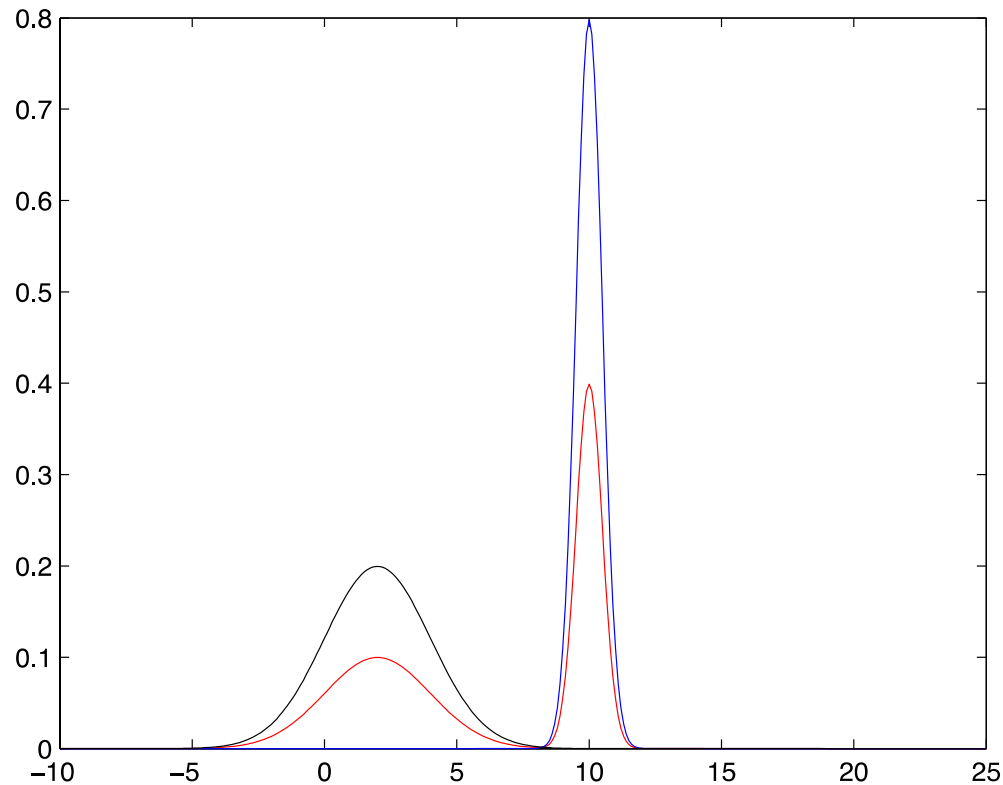
- You have data that you believe is drawn from n populations
- You want to identify parameters for each population
- You don't know anything about the populations *a priori*
 - Except you believe that they're gaussian...

Gaussian Mixture Models

- Rather than identifying clusters by “nearest” centroids
- Fit a Set of k Gaussians to the data
- Maximum Likelihood over a mixture model



GMM example



$$f_0(x) = N(x; 2, 2)$$

$$f_1(x) = N(x; 10, .5)$$

$$\pi = [.5 \quad .5]^T$$

Mixture Models

- Formally a Mixture Model is the weighted sum of a number of pdfs where the weights are determined by a distribution, π

$$p(x) = \pi_0 f_0(x) + \pi_1 f_1(x) + \pi_2 f_2(x) + \dots + \pi_k f_k(x)$$

where $\sum_{i=0}^k \pi_i = 1$

$$p(x) = \sum_{i=0}^k \pi_i f_i(x)$$

Gaussian Mixture Models

- GMM: the weighted sum of a number of Gaussians where the weights are determined by a distribution, π

$$p(x) = \pi_0 N(x|\mu_0, \Sigma_0) + \pi_1 N(x|\mu_1, \Sigma_1) + \dots + \pi_k N(x|\mu_k, \Sigma_k)$$

where $\sum_{i=0}^k \pi_i = 1$

$$p(x) = \sum_{i=0}^k \pi_i N(x|\mu_k, \Sigma_k)$$

Τμηματοποίηση με Gaussian Mixture Models -GMM

Harris corner detection

- The Harris corner detection [Harris C., Stephens M., ALVEV Vision Conference, 1988] is based on approximating partial image derivatives with convolutions with gaussians, where σ_D is the standard dev. for the differentiation

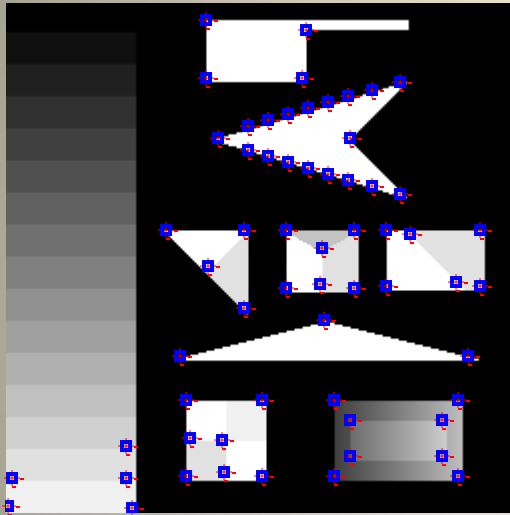
$$I_x(x, y, \sigma_D) = \frac{\partial}{\partial x} g(\sigma_D) * I(x, y), g(\sigma_D) = \frac{1}{2\pi\sigma_D^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_D^2}}$$

- The following Table **M** is constructed, using a gaussian with σ_I for integration, with $\sigma_D = 0.7\sigma_I$

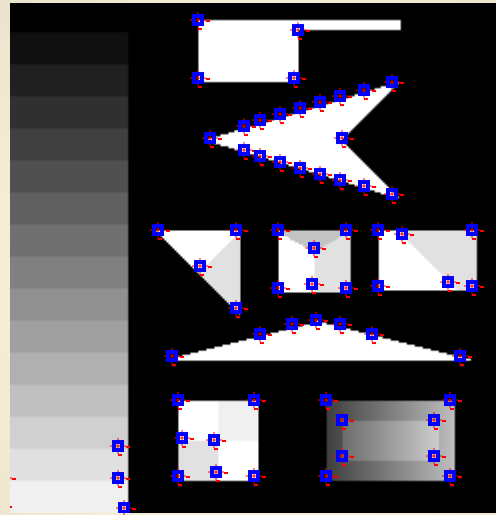
$$\mathbf{M} = (\sigma_D)^2 g(\sigma_I) * \begin{bmatrix} (I_x(x, y, \sigma_D))^2 & I_x(x, y, \sigma_D) I_y(x, y, \sigma_D) \\ I_x(x, y, \sigma_D) I_y(x, y, \sigma_D) & (I_y(x, y, \sigma_D))^2 \end{bmatrix}$$

- Corner pixels are detected by thresholding the following quantities:
 - $\det(\mathbf{M}) - k(\text{trace}(\mathbf{M}))^2$, $0.04 < k < 0.06$
 - $\det(\mathbf{M}) / \text{trace}(\mathbf{M})$

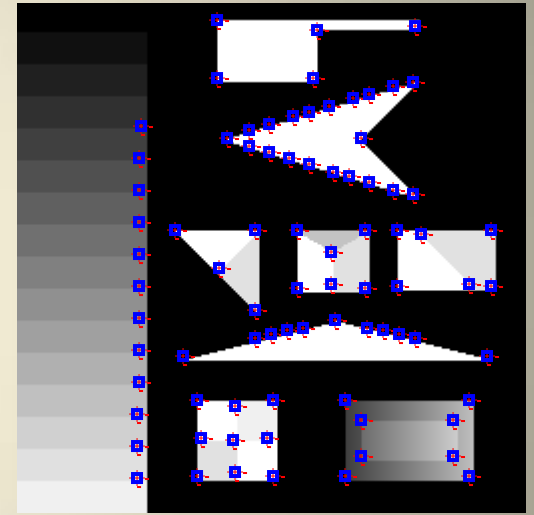
Corner Harris detection with different derivative approximations



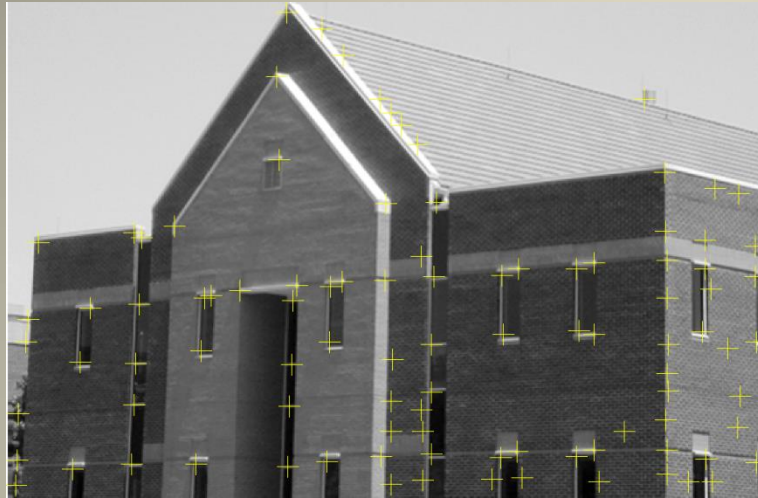
gaussian



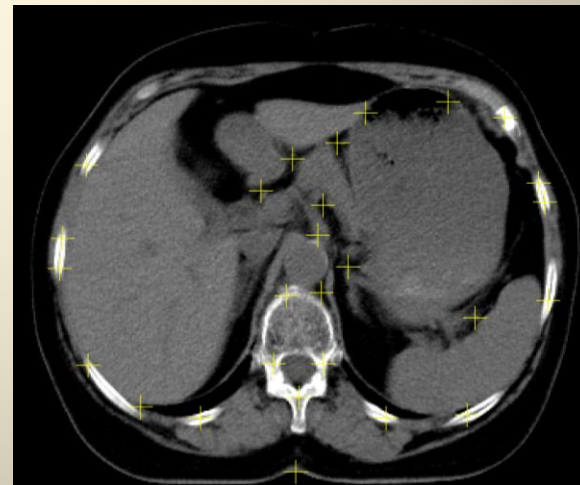
FIR 7p



IIR 10,8



IIR derivative mask with order of accuracy=10



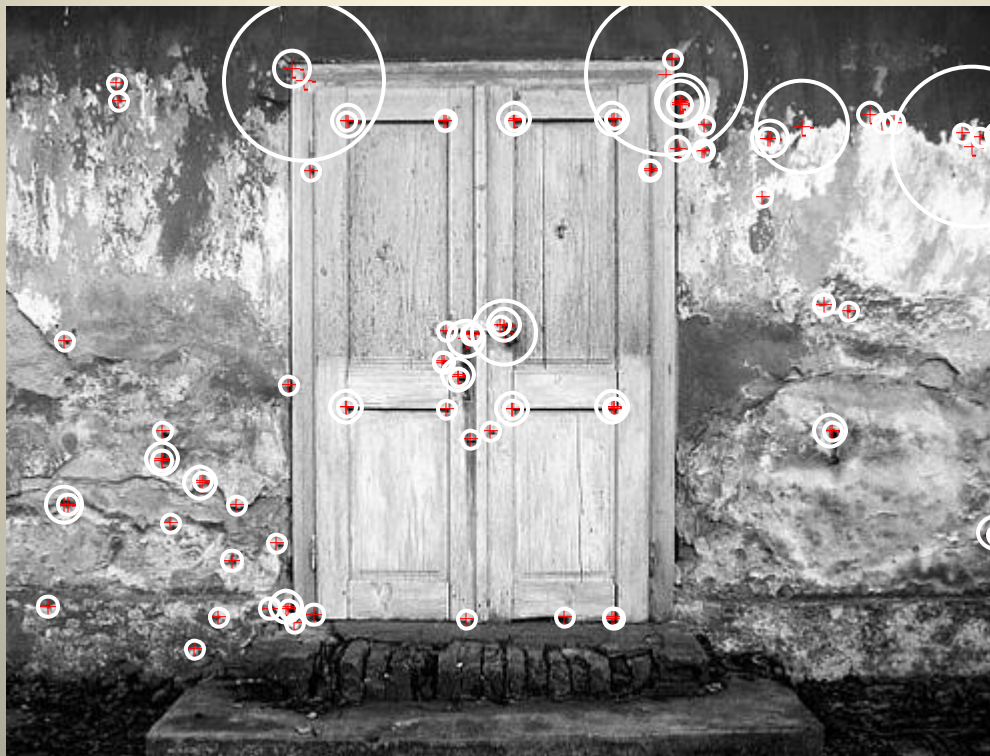
the 7-point FIR derivative mask generated by the proposed algorithm

Harris-Laplace corner detection

- Harris detector is rotation and intensity invariant
- Harris-Laplace is in addition scale invariant [K. Mikolajczyk, C. Schmid, IJCV 1(60), 2004, ICCV 2001].
- The corner response is calculated at each pixel and for different scales (σ_D, σ_I)
- Non-maximum suppression is applied to keep only one corner point in the surrounding area, for each scale
- The Laplacian of Gaussian (LoG) of $I(x,y)$ is calculated for different scales (size of neighborhood masks)
- If a point detected as corner by the Harris detector at a scale, has a local maximum response of the LoG at the same scale, then this point is accepted as corner.

Example of the application of Harris-Laplace

- The points of interest that have been identified are illustrated in the figure, along with their estimated scale (radius of circle = 3σ , σ the standard dev. of the LoG mask size that produced maximum response).



Derivative of Gaussian

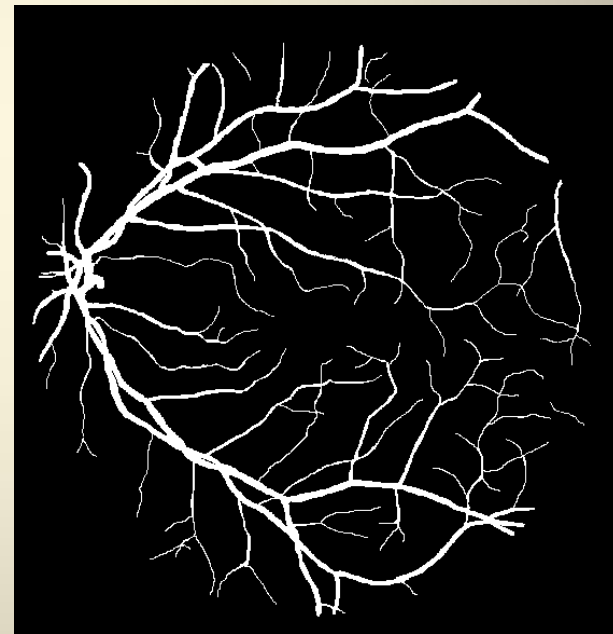
Τμηματοποίηση αγγείων

Vessel segmentation

- Αγγεία απεικονίζονται σε πολλά είδη εξετάσεων, σε 2Δ και 3Δ.
- <http://www.isi.uu.nl/Research/Databases/DRIVE/results.php>

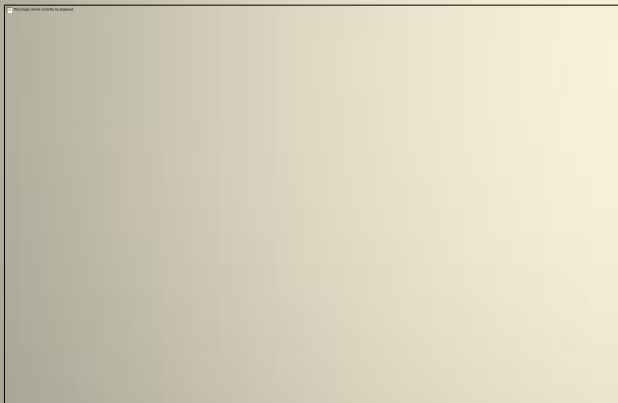


Εγχρωμη εικόνα αμφιβληστροειδούς

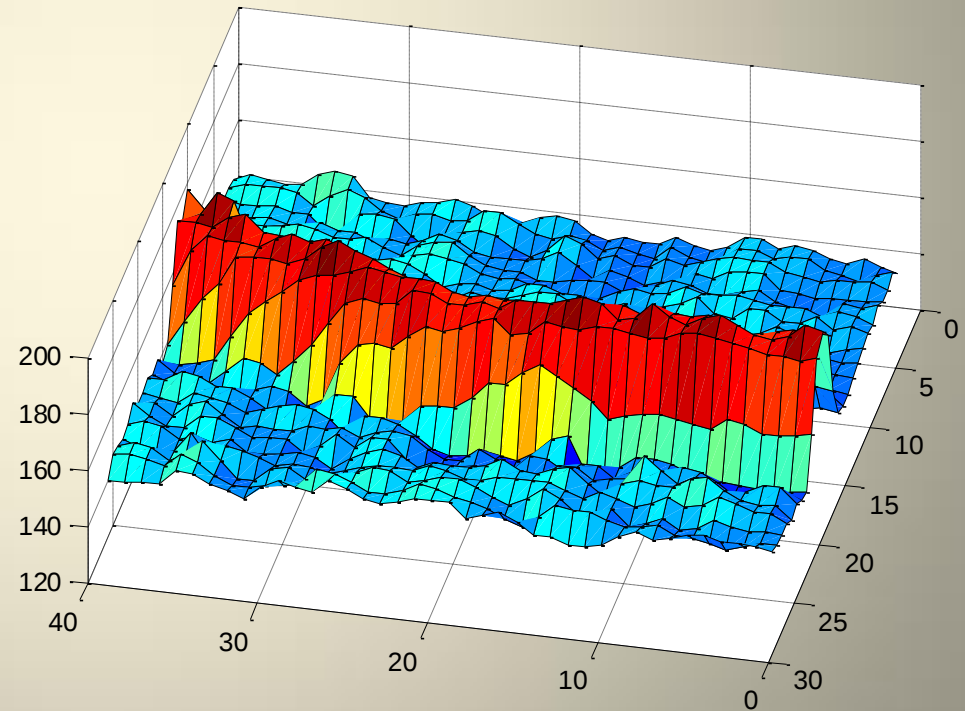


Αγγεία τμηματοποιημένα από ειδικό

- Η μέθοδος βασίζεται στην θεώρηση της εικόνας ως επιφάνεια και στις ιδιότητες της διαφορικής γεωμετρίας



Τμήμα εικόνας με φωτεινό
αγγείο



Τμήμα εικόνας με αγγείο

Τμηματοποίηση αγγείων βασισμένη στον Hessian πίνακα της εικόνας

- Για κάθε pixel (x,y) της εικόνας I υπολογίζεται ο Hessian πίνακας που παρέχει πληροφορία για την τοπική δομή (σχήμα) της I .

$$\mathbf{H}(x, y; \sigma) = \begin{pmatrix} I_{xx}(x, y) & I_{xy}(x, y) \\ I_{xy}(x, y) & I_{yy}(x, y) \end{pmatrix}$$

- Οι δείκτες συμβολίζουν παραγωγή. Ο υπολογισμός των παραγώγων γίνεται με συνέλιξη με την παράγωγο μίας γκαουσιανής με σ της επιλογής του χρήστη

$$G(x, y; \sigma) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right)^2 e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

- Η παράμετρος σ χρησιμοποιείται για να επιλεγεί ή διάμετρος του αγγείου που θα τμηματοποιηθεί

$$I_{xx}(x, y; s) = s^g I(x, y) * \frac{\nabla^2 G(x, y; s)}{\nabla^2 x^2}$$

- Εστω λ_1, λ_2 οι πραγματικές ιδιοτιμές (eigenvalues) του $\mathbf{H}$ σε κάθε pixel (x,y) για συγκεκριμένο σ .
- $\lambda_{max} = \max(\lambda_1, \lambda_2) \gg \lambda_{min} = \min(\lambda_1, \lambda_2) \rightarrow 0$

$$\lambda_1 = \frac{q}{a}, \lambda_2 = \frac{D}{q}$$

$$q = -\frac{1}{2}(b + \text{sgn}(D))\sqrt{Tr^2 - 4D}$$

– D : ορίζουσα, Tr : ίχνος του $\mathbf{H}$.

- $|\lambda_{max}| \gg \lambda_{min} \rightarrow 0$ ΚΑΙ $\lambda_{max} > 0$ ΤΟΤΕ το (x,y) ανήκει σε **σκούρο** αγγείο
- $|\lambda_{max}| \gg \lambda_{min} \rightarrow 0$ ΚΑΙ $\lambda_{max} < 0$ ΤΟΤΕ το (x,y) ανήκει σε **φωτεινό** αγγείο

- Το ιδιοδιάνυσμα με λ_{max} , καθορίζει την κατεύθυνση με τη maximum καμπυλότητα

$$\mathbf{u} = (u_x, u_y), u_x = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\lambda_{max} - I_{xx}}{I_{xy}} \right)^2}}, u_y = \frac{\lambda_{max} - I_{xx}}{I_{xy}} u_x$$

Vesselness: δείχνει αν ένα pixel είναι σε αγγείο

- Τα προηγούμενα συνδυάζονται στην ακόλουθη έκφραση που ποσοτικοποιεί την πιθανότητα να ανήκει ένα pixel σε αγγείο

$$\text{vesselness} = \left(1 - e^{-\frac{(\lambda_{\max}^2 + \lambda_{\min}^2)}{2c^2}} \right) e^{-\frac{1}{2b^2} \frac{|\lambda_{\min}|}{|\lambda_{\max}|}} = A \cdot B$$

- Ο όρος $A \rightarrow 1$ όταν $|\lambda_{\max}|$ και $|\lambda_{\min}| > 0$ (χρησιμοποιείται για να εξαιρέσει pixels του υποβάθρου)
- $B \rightarrow 1$ όταν $|\lambda_{\max}| \gg$ και $|\lambda_{\min}| \rightarrow 0$

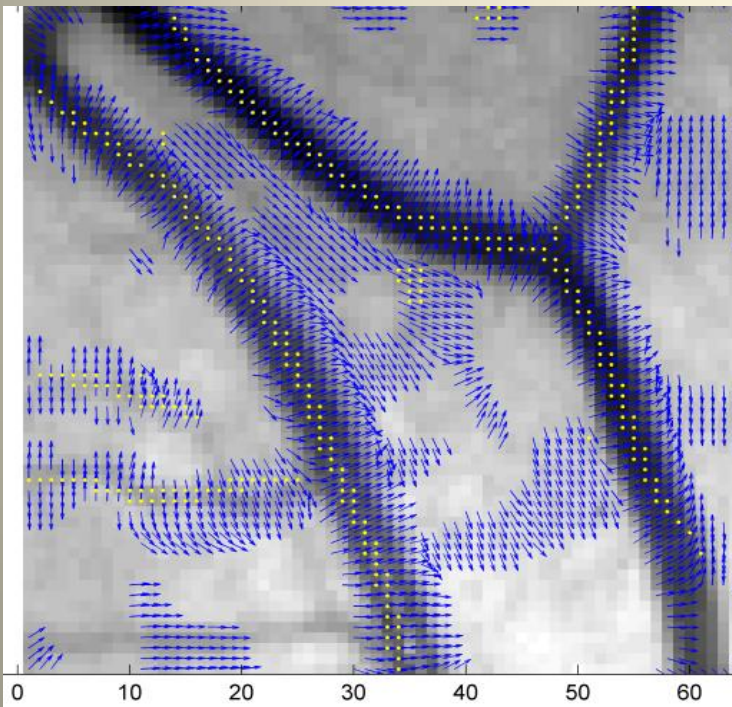


Αρχική εικόνα αμφιβληστροειδούς



Συνάρτηση Vesselness

Illustration of eigenvector $\mathbf{u}$ for $\lambda_{\max} > 0$ in the case of an image with dark vessels, for $\sigma=2$.



$\mathbf{u}$ for pixels with $\lambda_{\max} > 0$



the resulting vessel segmentation

Κατωφλίωση με υστέρηση

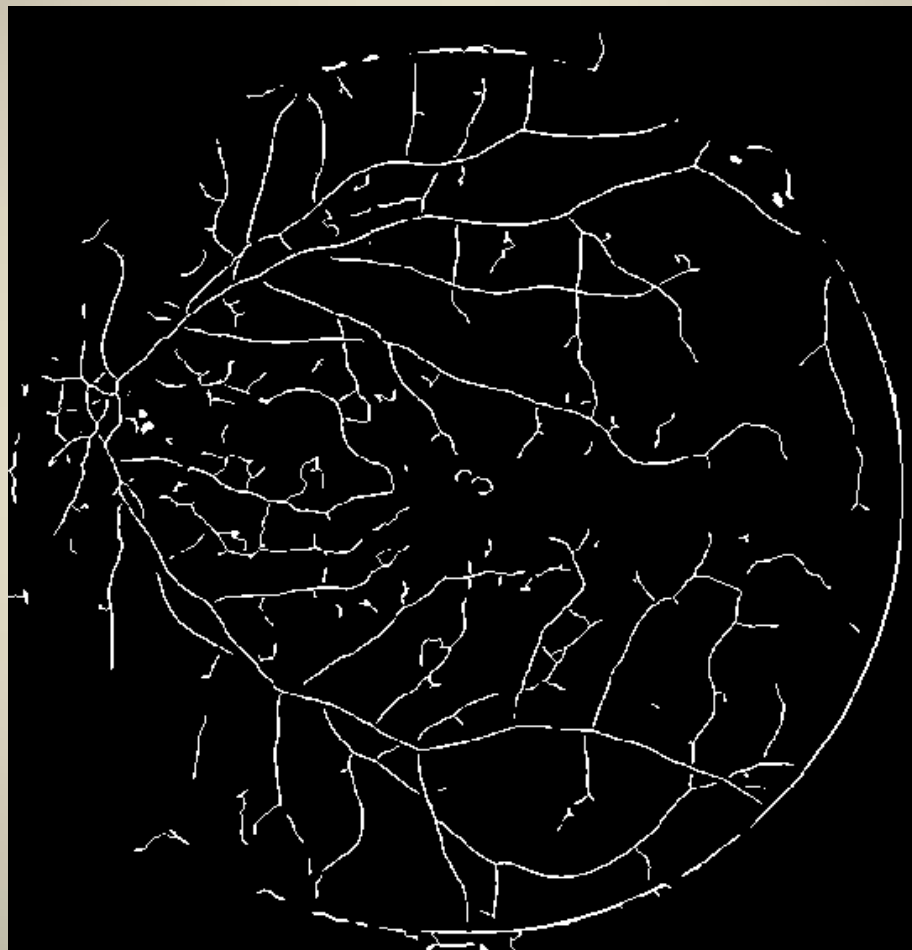
- Επιλέγονται 2 κατώφλια για vesselness ($TH > TL$) are selected
- Το pixel (x_0, y_0) ανήκει σε αγγείο αν το ακόλουθο κριτήριο ικανοποιείται—***hysteresis thresholding***:

$v(x_0, y_0) \geq TH$ OR
($v(x_0, y_0) \geq TL$ AND
 (x_0, y_0) is connected to pixel with $v \geq TH$ via pixels with $v \geq TL$)

Διαγραφή pixels που δεν είναι τοπικά μέγιστα

Non-maxima suppression

- Αλγόριθμος που εφαρμόζεται για να απορίψουμε πολλαπλά συνδεδεμένα pixels που ικανοποιούν την κατωφλίωση με υστέρηση:
 - Για κάθε pixel $\mathbf{p}$ που ικανοποιεί την Κατωφλίωση με υστέρηση
 - IF $\text{vesselness}(\mathbf{p}) > \text{vesselness}$ κάθε pixel στη γειτονιά του $\mathbf{p}$, ΤΟΤΕ $\mathbf{p}$ είναι αγγείο



Κεντρικοί άξονες των αγγείων

Ευρεση αγγείων με μεταβλητή διάμετρο – η έννοια του

multi-resolution image processing

- Οι υπολογισμοί για το vesselness (πίνακας $\mathbf{H}$, ιδιοτιμές λ_1, λ_2 , κλπ) χρησιμοποιούν Gaussian πυρήνες.
- Μεταβάλλοντας το σ , υπολογίζεται ένα vesselness για κάθε pixel, για κάθε τιμή του σ .
- Ως vesselness για κάθε pixel θεωρείται το max των vesselness για διαφορετικά σ . Το σ με το max vesselness σ_{max} είναι ανάλογο της ακτίνας του αγγείου

Εναλλακτικός τρόπος Ευρεσης κεντρικού άξονα του αγγείου

- Για κάθε pixel (x,y) στη I , υπολογίζεται η θέση (subpixel) όπου η 1st παράγωγος κατά μήκος $u \rightarrow 0$ μηδενίζεται και η 2nd παράγωγος της I , αποκτά υψηλή απόλυτη τιμή:

$$(p_x(x,y), p_y(x,y)) = (t(x,y)u_x(x,y), t(x,y)u_y(x,y)),$$

$$t = -\frac{I_x u_x + I_y u_y}{I_{xx} u_x^2 + 2I_{xy} u_x u_y + I_{yy} u_y^2}$$

- Το pixel (x,y) ανήκει σε σκούρα γραμμική δομή, αν ο μηδενισμός της παραγώγου συμβαίνει εντός του pixel

$$\|(p_x(x,y), p_y(x,y))\|_2 < 0.5 \Leftrightarrow |t(x,y)| < 0.5$$

Τμηματοποίηση αγγείων βάσει γεωμετρικού μοντέλου

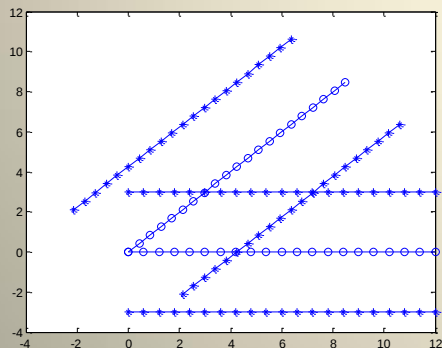
Model-based Vessel segmentation

- Η χρήση μαθηματικών/στατιστικών μοντέλων του αντικειμένου ενδιαφέροντος είναι αντίστροφη διαδικασία (top-down)
- Γεωμετρικό μοντέλο αγγείου: ευθύγραμμο μοντέλο με παράλληλες ακμές, με παραμέτρους:
 - ένα σημείο του κύριου άξονα (x_0, y_0) , την κατεύθυνση θ , το μήκος L και την ακτίνα R

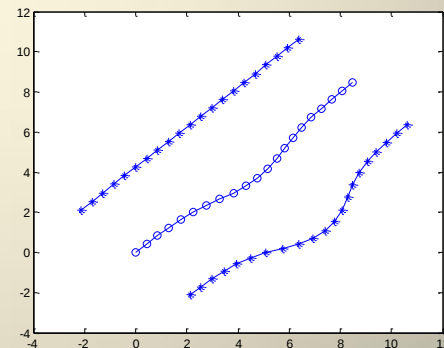
$$\mathbf{p}_1(t) = (L \cos(\theta)t + x_0 + \sin(\theta)R_0, L \sin(\theta)t + y_0 - \cos(\theta)R_0)$$

$$\mathbf{p}_2(t) = (L \cos(\theta)t + x_0 - \sin(\theta)R_0, L \sin(\theta)t + y_0 + \cos(\theta)R_0)$$

- Κάθε μία από τις 2 παραμετρικές εξισώσεις περιγράφει μία από τις πλευρές (ακμές) του αγγείου
- Το μοντέλο μπορεί να επεκταθεί, ώστε να συμπεριλάβει μη ευθύγραμμο κεντρικό άξονα και μεταβολές της διαμέτρου (πχ στενώσεις, ανευρίσματα κλπ) –δεν ισχύει η προηγούμενη εξίσωση

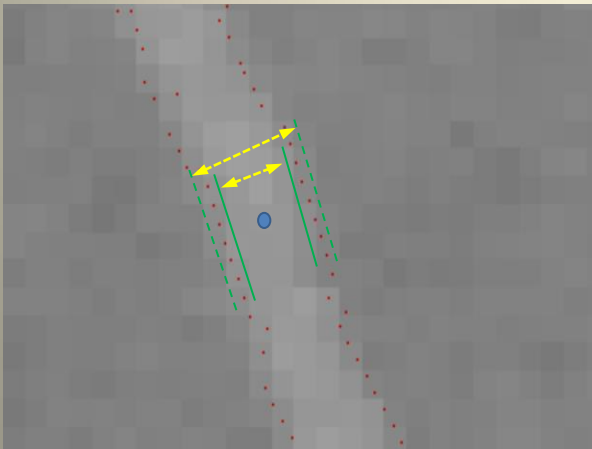


Μοντέλο
ευθύγραμμου αγγείου



Μοντέλο
γενικευμένου αγγείου

- Ποσοτικοποίηση του ταιριάσματος του μοντέλου με την εικόνα (Measure of Match – MoM)
- Κατασκευάζουμε 2 αγγεία (εκθέτες α και β) με ίδιες παραμέτρους, εκτός από την ακτίνα: το α έχει $1 \text{ pixel} >$ ακτίνα του β .
- Ορίζουμε την συνάρτηση:



$$MoM(x_0, y_0, \theta, R) = \begin{cases} MoM_1 + MoM_2 & \text{if } MoM_1 > 0 \text{ and } MoM_2 > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$MoM_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(I(\mathbf{p}_{1,i}^a) - I(\mathbf{p}_{1,i}^b) \right)$$

$$MoM_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(I(\mathbf{p}_{2,i}^a) - I(\mathbf{p}_{2,i}^b) \right)$$

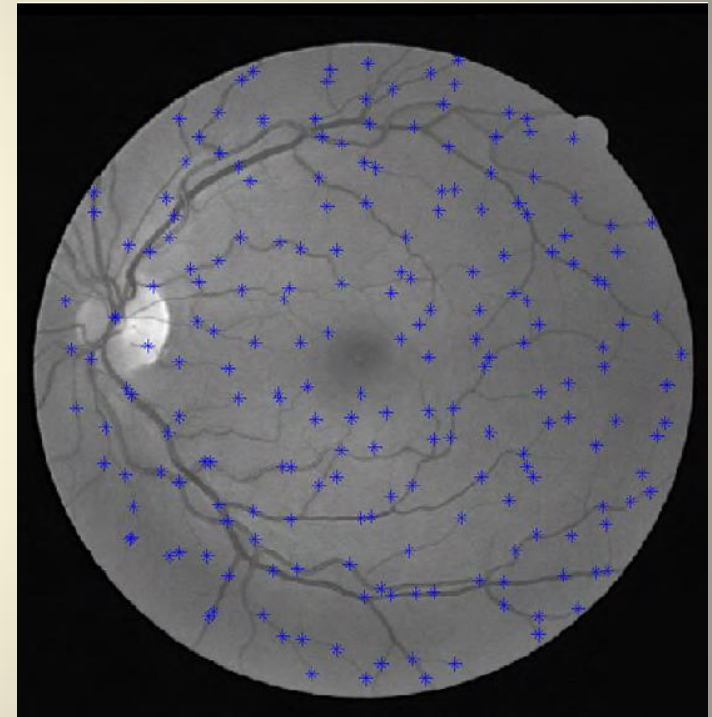
- Όταν τα 2 αγγεία είναι τοποθετημένα επί πραγματικού φωτεινού αγγείου στην εικόνα τα σημεία του μοντέλου α βρίσκονται σε pixel με υψηλότερες τιμές από αυτά του μοντέλου β (σε αμφότερες τις πλευρές) $\rightarrow$ το MoM παίρνει μεγάλες τιμές

Αλγόριθμος που ακολουθεί το αγγείο (vessel tracing)

- Ο αλγόριθμος αρχικοποιείται σε ένα σημείο του αγγείου και το ακολουθεί όσο είναι δυνατό.
- Αρχικοποίηση (βλ παρακάτω)
- Ορίζεται ακτίνα τιμών και κατάλληλο βήμα για το R και το θ .
- Για το τρέχον pixel
 - Υπολογίζονται οι τιμές R_0 , θ_0 που μεγιστοποιούν το MoM
 - **IF** MoM > μέση τιμή MoM του τρέχοντος αγγείου μείον 3 τυπικές αποκλίσεις
 - Το τρέχον pixel μαρκάρεται ως κεντρικός άξονας
 - Το επόμενο pixel σύμφωνα με το μοντέλο του αγγείου ορίζεται ως τρέχον
 - Ορίζεται νέα ακτίνα τιμών και γύρω από το R_0 , θ_0 ,
 - **ELSE** Νέα αρχικοποίηση

Αρχικοποίηση του αλγόριθμου

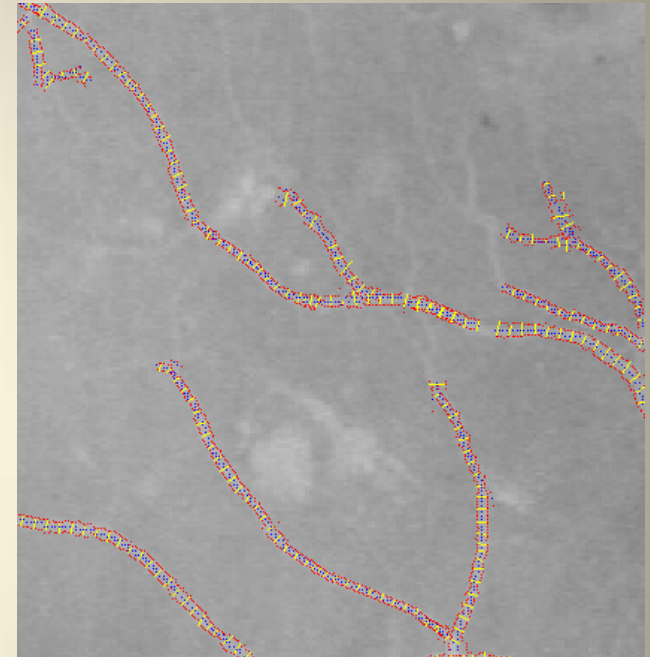
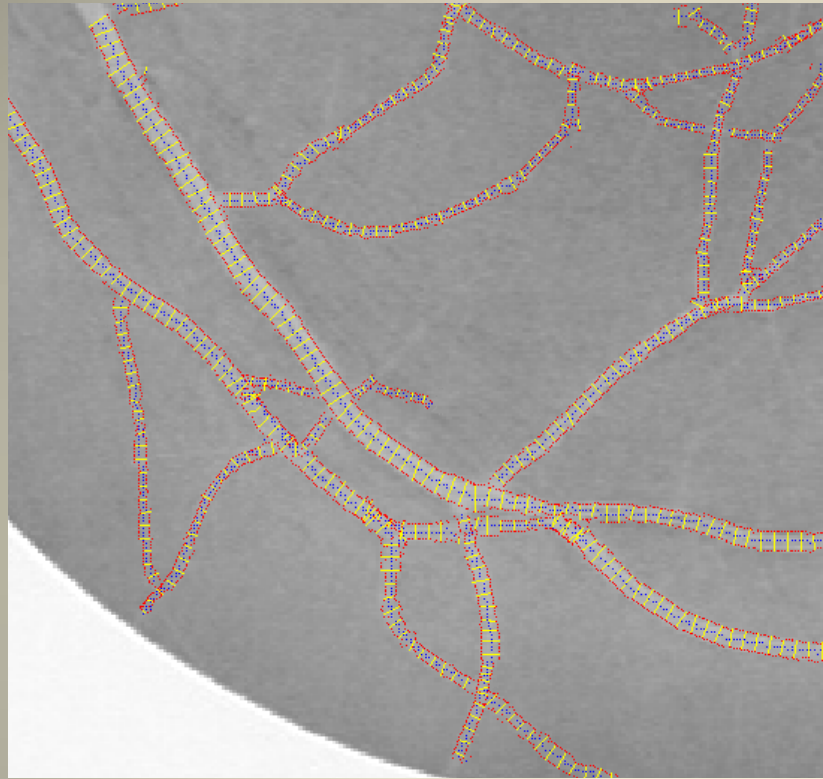
- Ιδανικά ο αλγόριθμος μπορεί να αρχικοποιηθεί σε 1 μόνο σημείο του κεντρικού άξονα.
- Στην πράξη υπολογίζουμε το vesselness και κρατάμε 1 σημείο σε κάθε περιοχή 32x32 pixel, που τοποθετείται σε μία ουρά Q.
- Αν ο αλγ tracing σταματήσει, τότε επανεκινείται από το επόμενο pixel της Q.



50 σημεία αρχικοποίησης σε τυπική εικόνα βυθού αμβληστροειδούς.

Διακλαδώσεις - Bifurcations

- Για κάθε ένα από τα πλαινά σημεία του μοντέλου του αγγείου ελέγχεται αν αυτό αποτελεί σημείο κεντρικού άξονα διακλάδωσης:
 - Υπολογίζεται το MoM για συγκεκριμένη ακτίνα των θ , R
 - Αν το $\text{MoM} > \text{τατώφλι TOTE}$ ελέγχεται αν το pixel αυτό ανήκει ήδη σε αγγείο
 - Αν ΟΧΙ τότε το σημείο αυτό προστίθεται στην Q για να αρχικοποιήσει τον αλγόριθμο tracing αργότερα



Παράδειγμα εφαρμογής του αλγόριθμου σε τμήμα εικόνας. Επισημαίνονται ο κεντρικός άξονας, οι ακμές και η διάμετρος των αγγείων.