

Θόρυβος Poisson στο σχηματισμό
και επεξεργασία Επεξεργασία
σημάτων και εικόνας

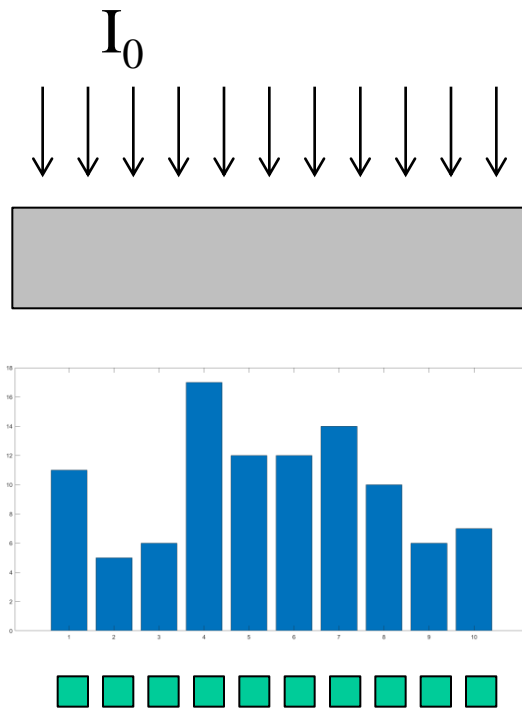
Θόρυβος Poisson

- Ο θόρυβος Poisson σε σήματα και εικόνες αντιστοιχεί σε διακυμάνσεις του καταγραφόμενου αριθμού των φωτονίων που προσπίπτουν στον ανιχνευτή που παράγει το σήμα ή την εικόνα.
- Η κατανομή poisson δίνει την πιθανότητα να καταγραφούν x φωτόνια, όταν ο μέσος καταγραφόμενος όρος στη μονάδα του χρόνου είναι μ :

$$p(x, \mu) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!}, \mu, x \in \mathbb{N}$$

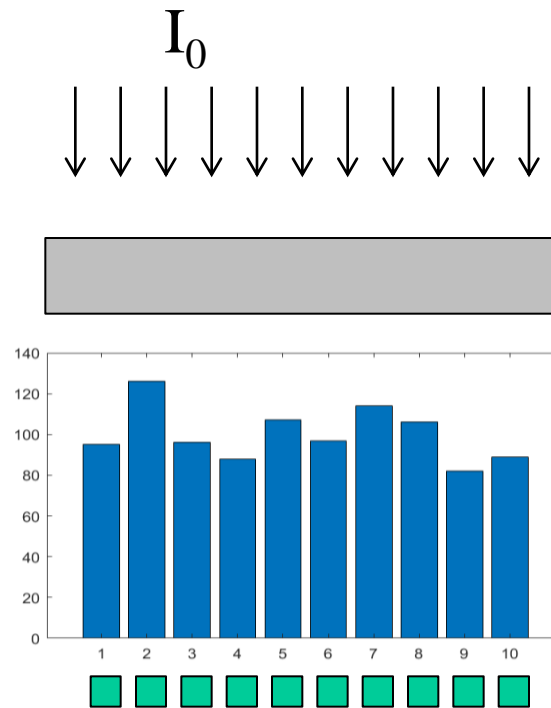
- Η παραπάνω κατανομή ισχύει για κάθε περίπτωση διακριτών, ανεξάρτητων γεγονότων, πχ.:
 - Ποια η πιθανότητα σε ένα parking να μπουν σήμερα 100 αυτοκίνητα, όταν ο ημερήσιος μέσος όρος είναι 85 ?
- Όταν $\mu > 100$, η κατανομή Poisson προσεγγίζεται από την κανονική κατανομή, με $\sigma = \sqrt{\mu}$

Παράδειγμα προσομοίωσης - υπολογισμού SNR Poisson



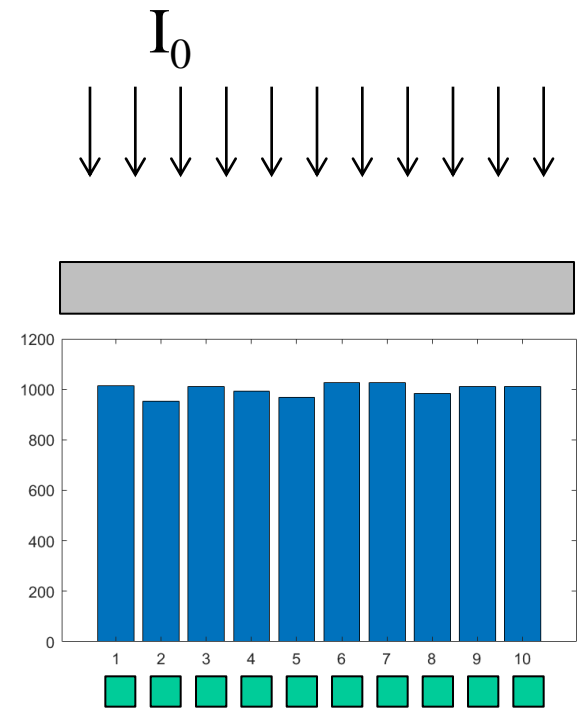
Μέση τιμή pixel, $\mu=10$

$$\frac{\text{signal}}{\text{noise}} = \frac{\mu}{\sigma} = \sqrt{\mu} = \sqrt{10}$$



Μέση τιμή pixel, $\mu=100$

$$\frac{\text{signal}}{\text{noise}} = \sqrt{\mu} = \sqrt{100} = 10$$



Μέση τιμή pixel, $\mu=1000$

$$\frac{\text{signal}}{\text{noise}} = \sqrt{\mu} = \sqrt{1000} = 10\sqrt{10}$$

Κβαντομηχανικός θόρυβος εικόνας και δόση ασθενούς

- Έστω περιοχή με εμβαδόν ίσο με 1 pixel (πχ $10 \times 10 \mu\text{m}^2$). Η πιθανότητα να καταγράψει x φωτόνια, ενώ ο αναμενόμενος μέσος αριθμός καταγεγραμμένων φωτονίων είναι μ , δίνεται από την κατανομή Poisson $P(x, \mu)$.
- Το σ της Poisson είναι $\mu^{0.5} \rightarrow$ με πιθανότητα 98%, η τιμή ενός Pixel θα είναι εντός του διαστήματος $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$.

$$p(x, \mu) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!}$$

- **Κβαντομηχανικός θόρυβος:** διαταραχές του αριθμού των φωτονίων γ που καταγράφονται στη μονάδα εμβαδού, στη μονάδα του χρόνου.
- Ο θόρυβος της εικόνας υπολογίζεται από το σηματοθορυβικό λόγο Signal to Noise Ratio (SNR). Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε έναν από τους δύο ορισμούς:

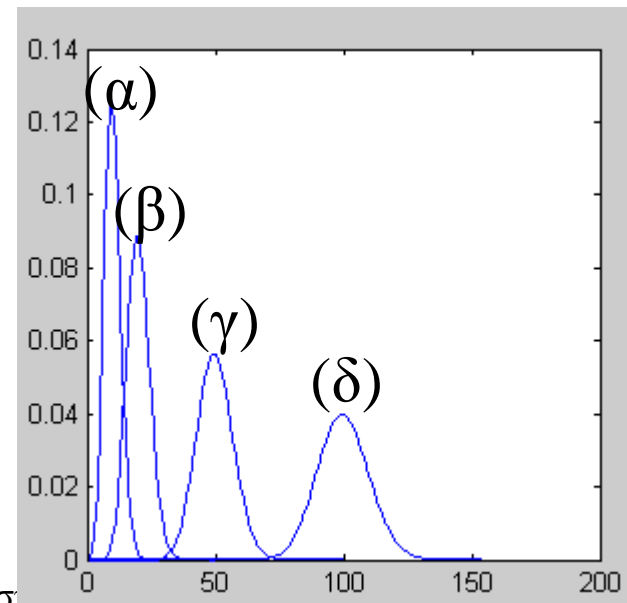
$$SNR = 10 \log \left(\frac{\text{signal}}{\text{noise}} \right) \text{ (dB)} \qquad SNR = \frac{\text{signal}}{\text{noise}} \text{ (καθαρός αριθμός)}$$

- Στην περίπτωση του θορύβου Poisson:

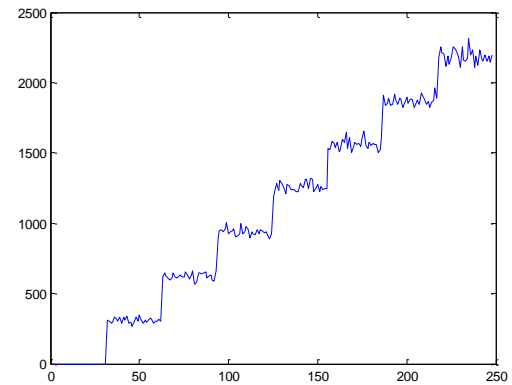
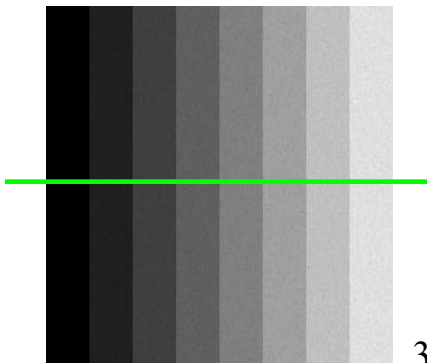
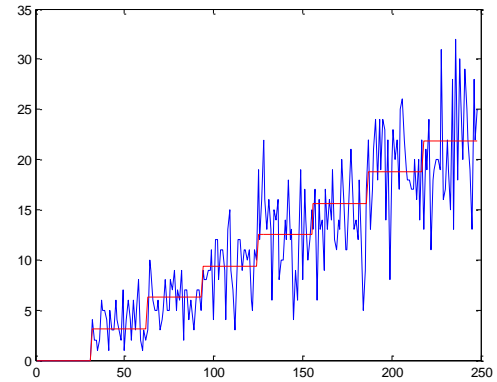
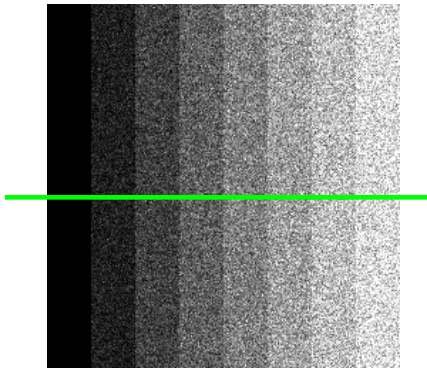
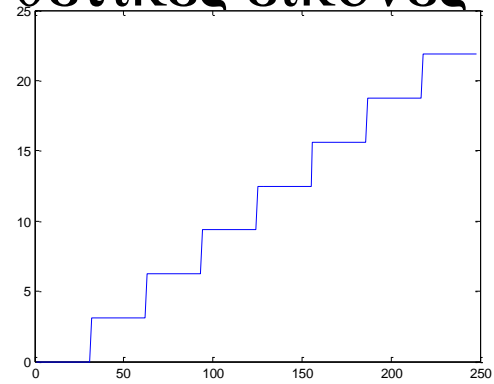
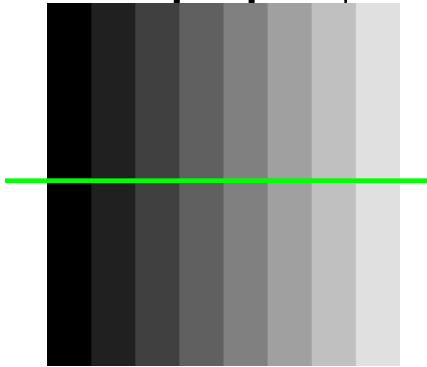
$$\frac{\text{signal}}{\text{noise}} = \frac{\mu}{\sigma} = \sqrt{\mu}$$

- Θεωρείστε δύο γειτονικά Pixel εκ των οποίων το ένα ανήκει σε αντικείμενο και το άλλο στο υπόβαθρο (background) της εικόνας. Το pixel του αντικειμένου έχει διπλάσια τιμή από το Pixel background. Σε ποια από τις περιπτώσεις η αντίθεση του αντικειμένου είναι μεγαλύτερη:
 - A) τιμές pixel 5 και 10
 - B) τιμές pixel 50,100

Κατανομή Poisson για $\mu=10$ (α), $\mu=20$ (β), $\mu=50$ (γ) και $\mu=100$ (δ).

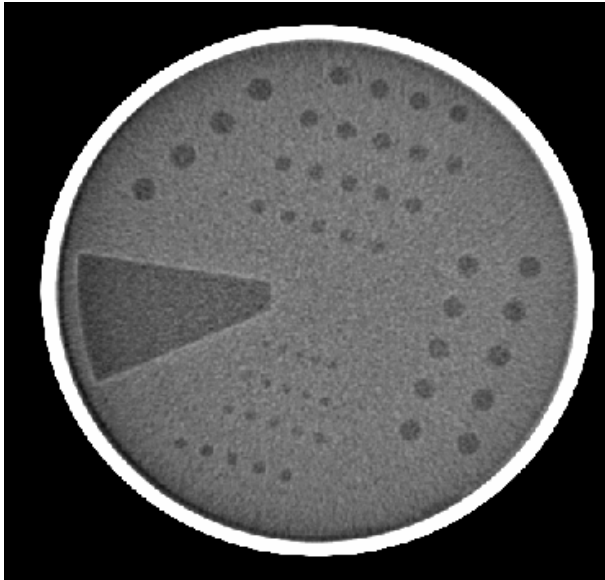


Θόρυβος Poisson σε συνθετικές εικόνες

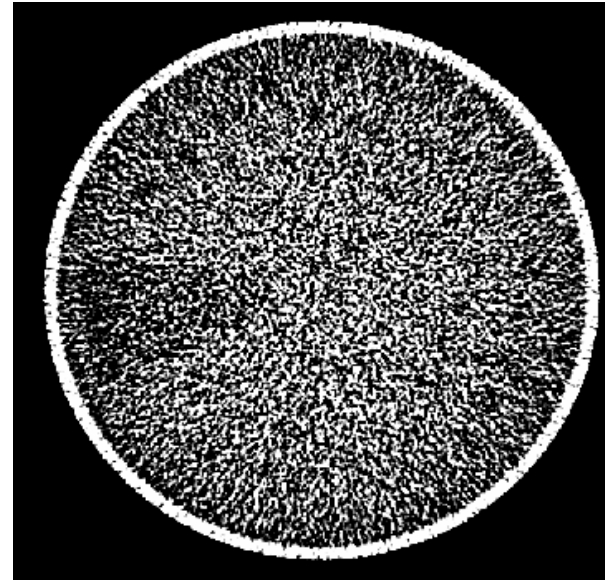


3. Κ Δελήμπασης

Παράδειγμα θορύβου Poisson σε ραδιογραφία phantom



- **μεγάλος αριθμός X** στο σχηματισμό εικόνας \rightarrow μ μεγάλο



- **μικρός αριθμός φωτονίων $X \rightarrow \mu$ μικρό.**



(α)



(β)



(γ)



(δ)

(α) Εικόνα με θόρυβο poisson.

(β) Εφαρμογή φίλτρου ενδιάμεσης τιμής 5x5.

(γ) Εφαρμογή φίλτρου μέσου όρου 5x5.

(δ) Εφαρμογή φίλτρου γκαουσιανής 5x5, $\sigma=2$.