

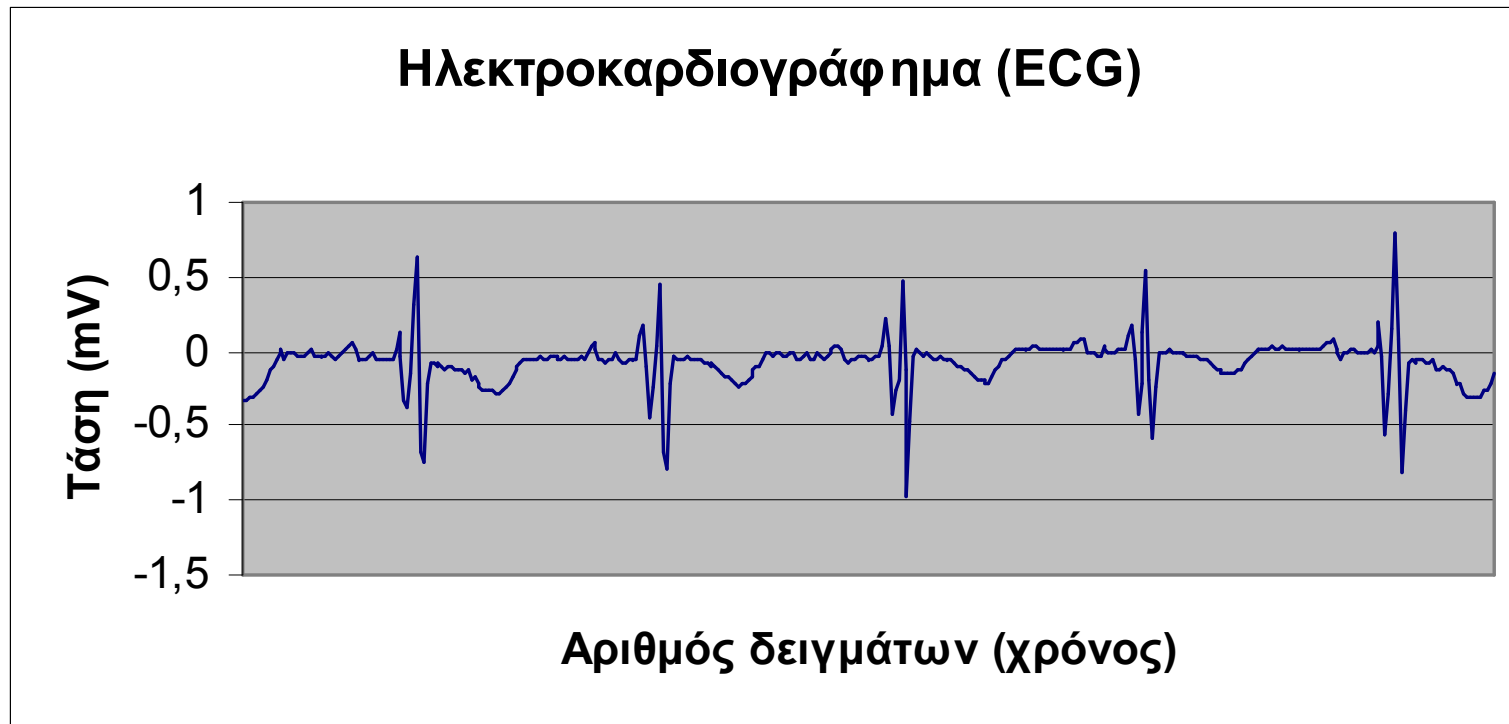
# Εισαγωγή στην έννοια του σήματος και τις βασικές αρχές επεξεργασίας του σήματος

# Έννοιες - Ορισμοί

- **Σήμα** (signal): από μαθηματικής πλευράς, το σήμα είναι μία συνάρτηση που περιγράφει τη σχέση της εξαρτημένης μεταβλητής με μία ανεξάρτητη. Η ανεξάρτητη παράμετρος συνήθως είναι ο χρόνος (time)
- **Αναλογικό σήμα** (continuous signal): η ανεξάρτητη και η εξαρτημένη παράμετρος έχει συνεχείς τιμές (πχ η τάση ενός τροφοδοτικού συναρτήσει του χρόνου)
- **Σήμα Διακριτού χρόνου** (discrete signal): η ανεξάρτητη παράμετρος έχει διακριτές τιμές, ενώ η εξαρτημένη παράμετρος είναι συνεχής (πχ η εξέλιξη του επιτοκίου καταθεσεων με το χρόνο)
- **Ψηφιακό σήμα** (digital signal): τόσο η εξαρτημένη, όσο και η ανεξάρτητη μεταβλητή παίρνουν διακριτές τιμές.
- Τα σήματα με τα οποία ασχολούμαστε είναι είτε διακριτά, είτε μετατρέπονται σε διακριτά με *δειγματοληψία*.

- Είναι δυνατό το σήμα να έχει περισσότερες από 1 ανεξάρτητες μεταβλητές (πχ μία ψηφιακή εικόνα έχει 2 ανεξάρτητες μεταβλητές).
- Επίσης σε κάθε τιμή της ανεξάρτητης μεταβλητής να αντιστοιχούν  $>1$  συνιστώσες της εξαρτημένης μεταβλητής. Τότε το σήμα λέγεται **πολυκαναλικό** και μπορούμε να πούμε ότι η εξαρτημένη μεταβλητή είναι ένα διάνυσμα. Πολλά βιοσήματα εμπίπτουν σε αυτή την κατηγορία, όπως το καρδιογράφημα και το εγκεφαλογράφημα.

# Παράδειγμα διακριτού σήματος



# Στοιχειώδη σήματα διακριτού χρόνου

- Μοναδιαίος παλμός

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, n = 0 \\ 0, n \neq 0 \end{cases}$$

- Μοναδιαίο βηματικό σήμα

$$u(n) = \begin{cases} 1, n \geq 0 \\ 0, n < 0 \end{cases}$$

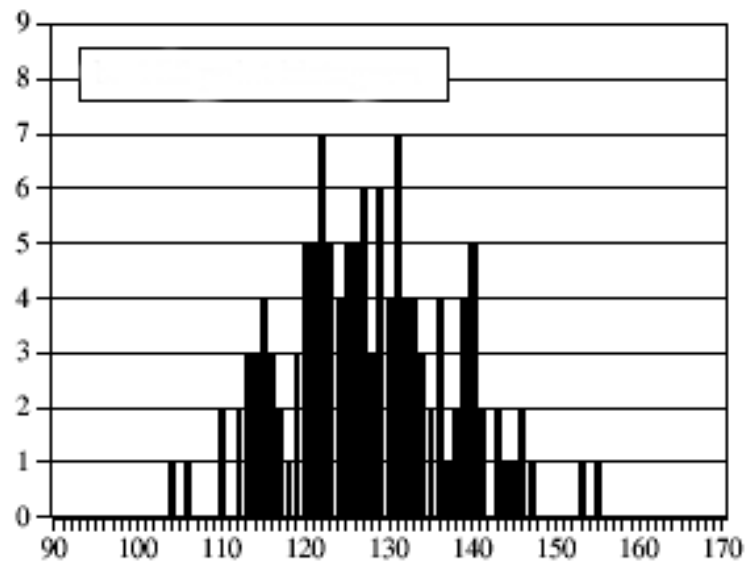
## Απλοί περιγραφείς διακριτού σήματος

- Σήμα  $x_i$  για  $i=0 \dots N-1$
- Μέση τιμή σήματος (mean  $\mu$ ): 
$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x_i$$
- Διασπορά (standard deviation  $\sigma^2$ ) – μέση τιμή της ενέργειας της απομάκρυνσης από το  $\mu$  του σήματος

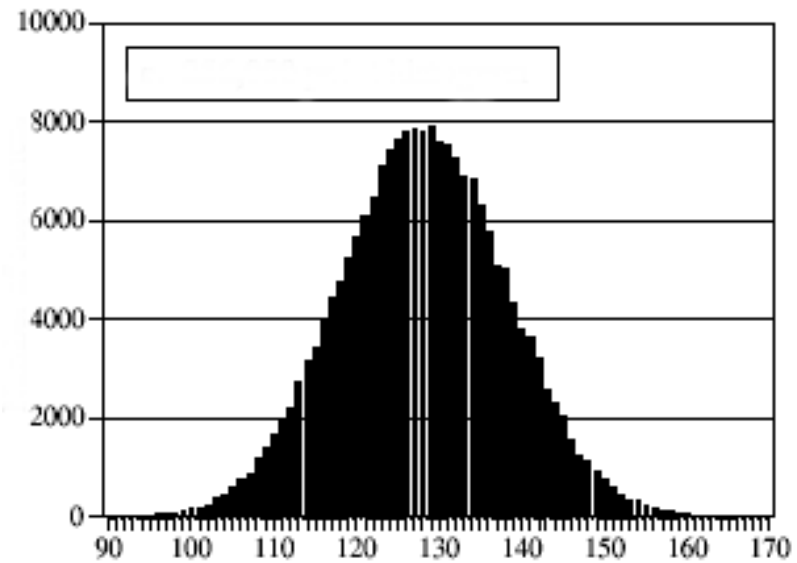
$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} (x_i - \mu)^2$$

# Ιστόγραμμα σήματος

- Εστω σήμα διακριτού πλάτους  $s(i)$  για  $i=0 \dots N-1$ . Το ιστόγραμμα του είναι ένας πίνακας με μήκος ίσο με τις δυνατές τιμές του σήματος, σε κάθε θέση του οποίου αποθηκεύεται το πλήθος των εμφανίσεων της αντίστοιχης τιμής στο σήμα.



Ιστόγραμμα σήματος με 256 δείγματα

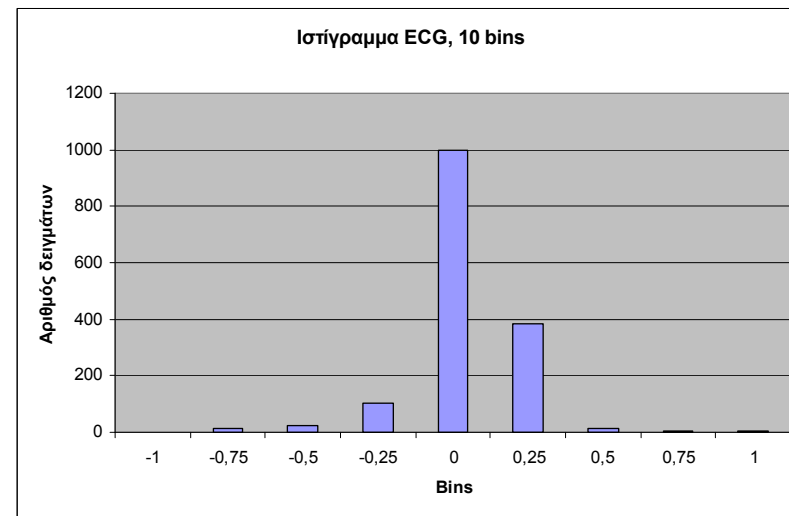
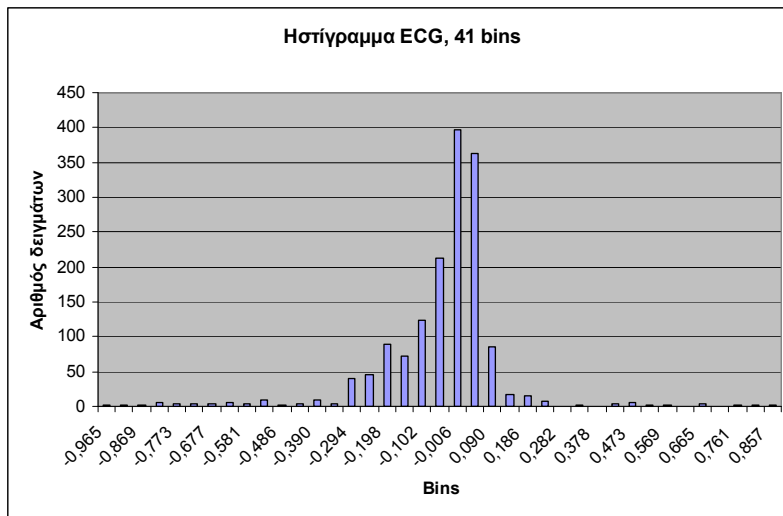


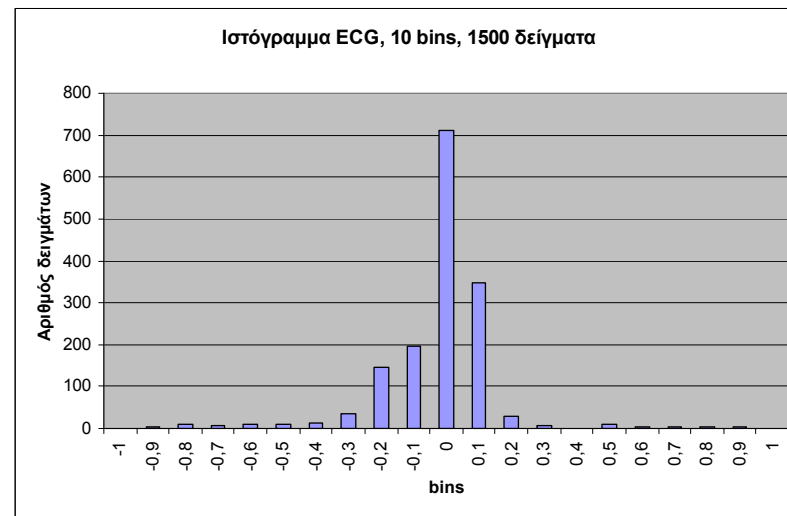
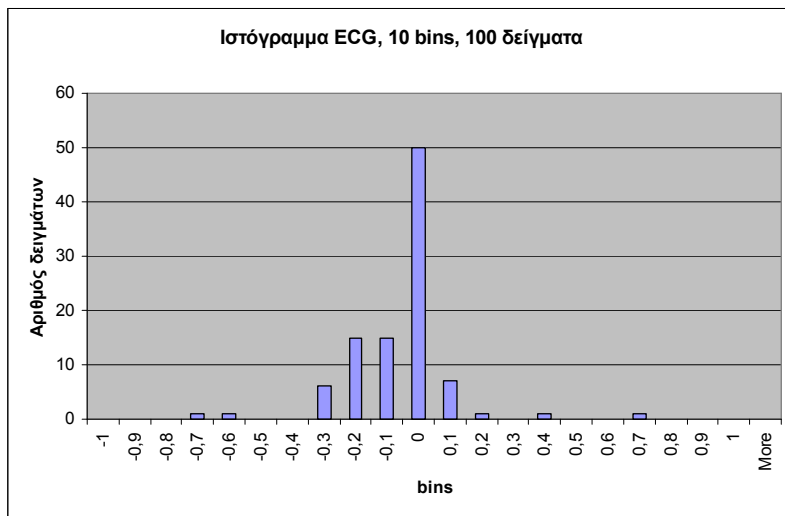
Ιστόγραμμα σήματος με 256.000 δείγματα

- Σε περίπτωση μη ακέραιων τιμών, του σήματος, χρησιμοποιείται η έννοια *bin* (καλάθι – ακτίνα τιμών)
  - Η ακτίνα τιμών του σήματος χωρίζεται σε  $N$  bins, μη επικαλυπτόμενα, με ίσο πλάτος και χωρίς κενά. Το ιστόγραμμα αποτελείται από  $N$  τιμές
  - Υπολογίζεται ο αριθμός  $H_k$  των τιμών του σήματος  $s$  που βρίσκονται εντός του  $k$  bin,  $k=1, \dots, N$ .



# Παράδειγμα: το ιστόγραμμα του ΗΚΓ





# Παρατηρήσεις

- Παρατηρείστε τη μεταβολή του ιστογράμματος ανάλογα με τον αριθμό των δειγμάτων  $N$  του σήματος
- Το ιστόγραμμα ισοδυναμεί με τη συνάρτηση πιθανότητας (εμφάνισης τιμής  $n$  σε σήμα  $x$ )

$$p(n) = \frac{1}{N} H_n$$

- Ιδιότητα ιστογράμματος

$$\sum_n p_n = 1 \Leftrightarrow \sum_n H_n = N$$

# Η κανονική κατανομή

- Το  $H$  του προηγούμενου σχήματος ακολουθεί κατανομή Gauss:

$$y(x) = e^{-x^2}$$

- Η παραπάνω κατανομή, με παραμετρική μέση τιμή  $\mu$  και τυπική απόκλιση  $\sigma$  ονομάζεται Κανονική κατανομή:

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

- Η κανονική κατανομή έχει τις εξής ιδιότητες

$$p(x) > 0, \forall x \quad \text{και} \quad \int_{-\infty}^{\infty} P(x) dx = 1$$

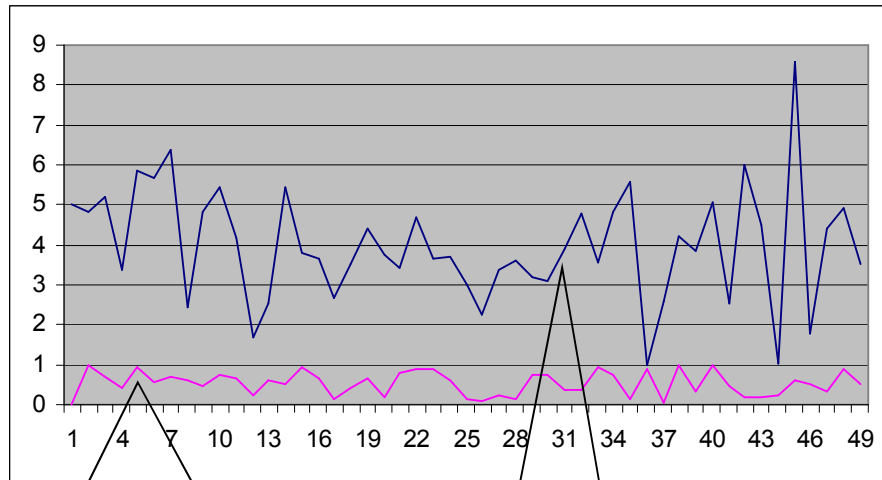
- Λόγω των παραπάνω ιδιοτήτων, η κανονική κατανομή χρησιμοποιείται ως πυκνότητα πιθανότητας:

$$p(x_1 \leq s \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} P(x) dx$$

# Κεντρικό οριακό Θεώρημα (Central limit theorem)

- Το ιστόγραμμα αθροίσματος σημάτων συγκλίνει στην κανονική κατανομή, όσο ο αριθμός των προστιθέμενων σημάτων αυξάνει, ανεξάρτητα της μορφής των επιμέρους ιστογραμμάτων.

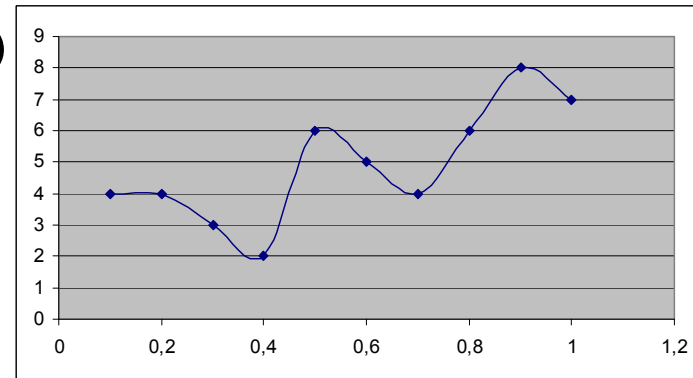
# Παράδειγμα του Θεωρήματος κεντρικού ορίου



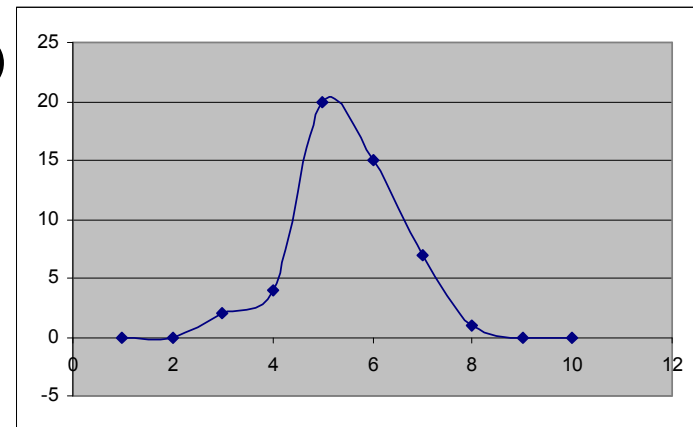
S1: Τυχαίοι αριθμοί [0-1],  
σε ομοιογενή κατανομή

S2: Άθροισμα 5  
διαφορετικών σημάτων,  
όπως το S1

H(S1)



H(S2)



# Παραδείγματα

Δίνεται το σήμα  $s=[1,2,0,1]$  ορισμένο στο διάστημα  $[0,4]$ .

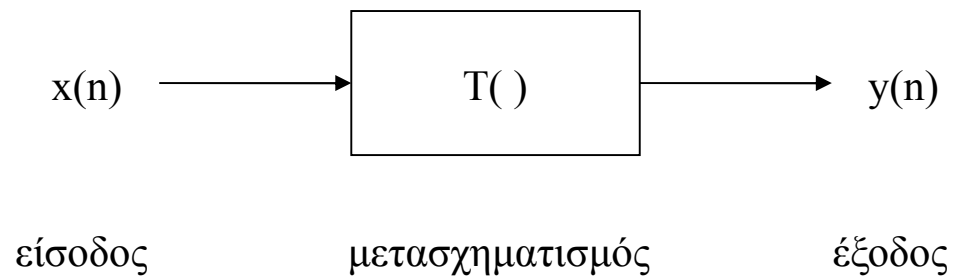
- Να εκφραστεί σε γραμμικός συνδυασμός συναρτήσεων  $\delta$ , με χρήση μετασχηματισμών πλάτους και χρόνου

$$s(n)=\delta(n)-2\delta(n-1)+\delta(n-3)$$

- Να υπολογιστεί το  $-2s(n)$
- Να υπολογιστεί το  $s(n-3)$
- Να υπολογιστεί το  $s(n/2)$

## ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΔΙΑΚΡΙΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ: ΟΡΙΣΜΟΙ

Ένα **σύστημα διακριτού χρόνου** είναι ένας μετασχηματισμός  $T$  μίας ακολουθίας αριθμών  $x(n)$  σε μία νέα ακολουθία  $y(n)=T(x(n))$ .





# Μνήμη συστήματος

- Σύστημα χωρίς μνήμη
  - Η έξοδος για  $n=n_0$  εξαρτάται μόνο από την είσοδο για  $n=n_0$
  - Παράδειγμα:  $y(n)=x^2(n)$
- Σύστημα με μνήμη
  - Η έξοδος για  $n=n_0$  εξαρτάται από τις εισόδους για  $n \leq n_0$
  - Παράδειγμα:  $y(n)=x(n)+x(n-1)$

## Αρχή της επαλληλίας (αρχή της υπέρθεσης)

$$\mathbf{T(x1(n)+x2(n))= T(x1(n)) + T(x2(n))}$$

Παράδειγμα:  $y(n)=T(x(n))=x(n)+x(-n)$

Ισχύει η αρχή της επαλληλίας (υπέρθεσης):

$$\begin{aligned} T(x1(n)+x2(n)) &= (x1(n)+x2(n)) + (x1(-n)+x2(-n)) = \\ &= (x1(n)+x1(-n)) + (x2(n)+x2(-n)) = \\ &= T(x1(n))+ T(x2(n)) \end{aligned}$$

# Ομογένεια

$$T[c x(n)] = c T[x(n)]$$

Παράδειγμα :δίνεται το σύστημα

$$T(x(n)) = \frac{x^2(n)}{x(n-1)}$$

Εξετάστε αν το σύστημα είναι ομογενές.

$$T(cx(n)) = \frac{(cx(n))^2}{cx(n-1)} = \frac{c^2 x^2(n)}{cx(n-1)} = c \frac{x^2(n)}{x(n-1)} = cT(x(n))$$

# Γραμμικό Σύστημα - (Linear System)

$$\mathbf{T}(c_1 \mathbf{x}_1(n) + c_2 \mathbf{x}_2(n)) = c_1 \mathbf{T}(\mathbf{x}_1(n)) + c_2 \mathbf{T}(\mathbf{x}_2(n))$$

Ισχύει η αρχή της επαλληλίας και η ομογένεια

Παράδειγμα:  $y(n) = T[x(n)] = x(n) \sin(\pi n/2)$

Το σύστημα είναι γραμμικό:

$$\begin{aligned} T[c_1 x_1(n) + c_2 x_2(n)] &= \\ &= (c_1 x_1(n) + c_2 x_2(n)) \sin(\pi n/2) = \\ &= c_1 x_1(n) \sin(\pi n/2) + c_2 x_2(n) \sin(\pi n/2) = \\ &= c_1 T[x_1(n)] + c_2 T[x_2(n)] \end{aligned}$$

## Παράδειγμα: ελέγξτε την γραμμικότητα των παρακάτω συστημάτων

$$y(n) = T(x(n)) = x(n^2)$$

$$T(a_1x_1(n) + a_2x_2(n)) = a_1x_1(n^2) + a_2x_2(n^2)$$

$$T(a_1x_1(n)) + T(a_2x_2(n)) = a_1T(x_1(n)) + a_2T(x_2(n)) = a_1x_1(n^2) + a_2x_2(n^2)$$

Το σύστημα είναι γραμμικό

$$y(n) = T(x(n)) = x^2(n)$$

$$\left. \begin{array}{l} T(x_1(n)) = x_1^2(n) \\ T(x_2(n)) = x_2^2(n) \end{array} \right\} \Rightarrow a_1T(x_1(n)) + a_2T(x_2(n)) = a_1x_1^2(n) + a_2x_2^2(n)$$

$$T(a_1x_1(n) + a_2x_2(n)) = (a_1x_1(n) + a_2x_2(n))^2 = a_1^2x_1^2(n) + a_2^2x_2^2(n) + 2a_1x_1(n)a_2x_2(n)$$

Το σύστημα δεν είναι γραμμικό

- $y(n)=\text{median}(x(n),x(n-1),x(n-2))$
- $y(n)=\text{max}(x(n),x(n-1),x(n-2))$
- $y(n)=\log(x(n))$
- $y(n)=x(n)+1$

## Πράξεις Μετασχηματισμού Πλάτους

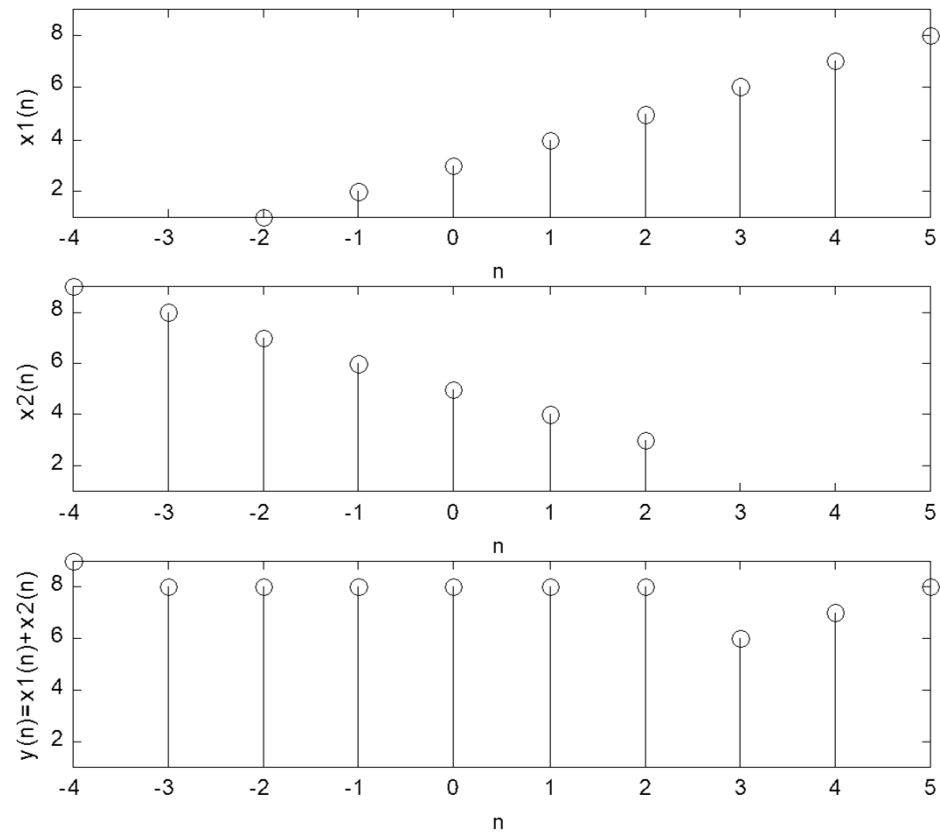
1. **πρόσθεση** σημάτων  $y(n)=x_1(n)+x_2(n)$

2. **πολλαπλασιασμός** σημάτων  $y(n)=x_1(n)x_2(n)$

3. **κλιμάκωση στο πλάτος**  $y(n)=cx(n)$

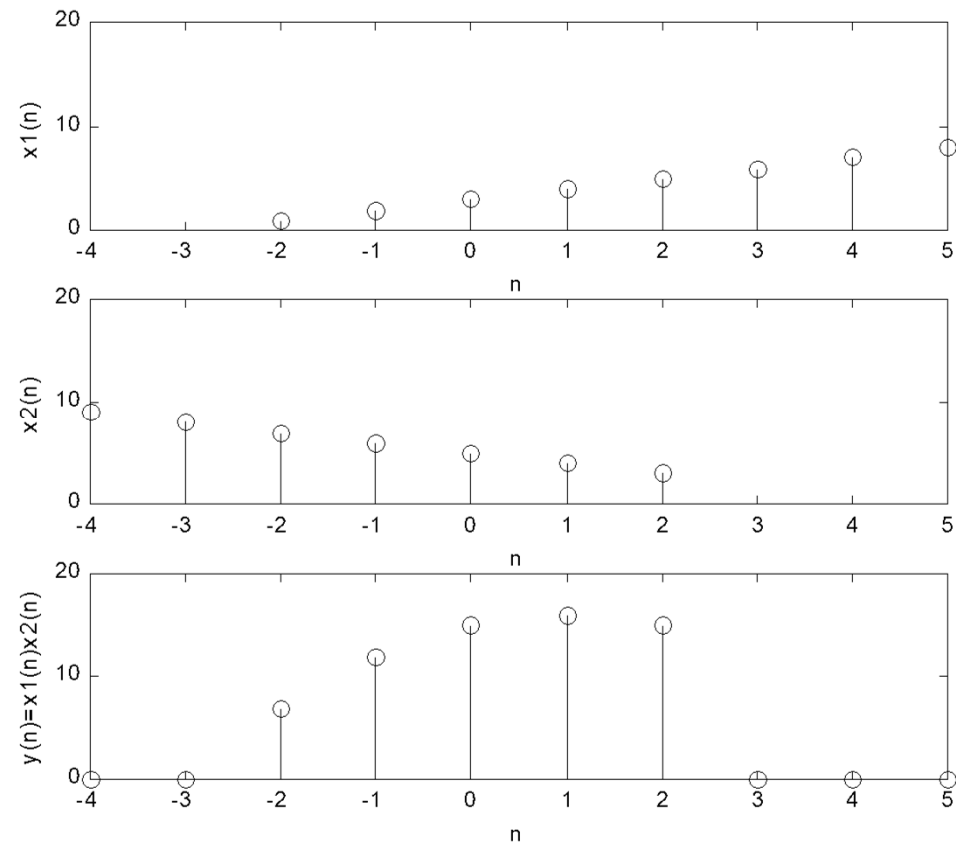
όπου  $c_1, c_2$  σταθερές.

## Πρόσθεση Σημάτων: Παράδειγμα



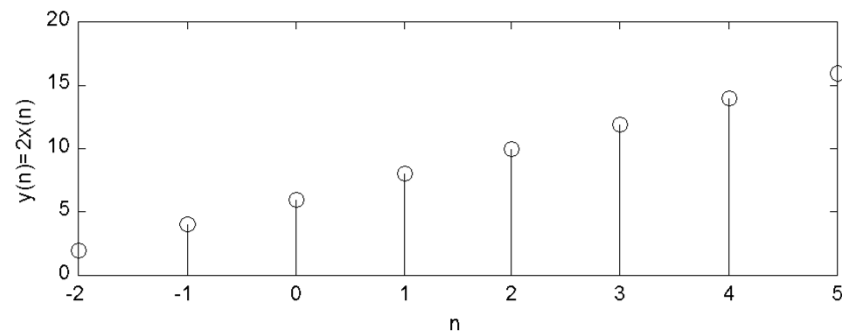
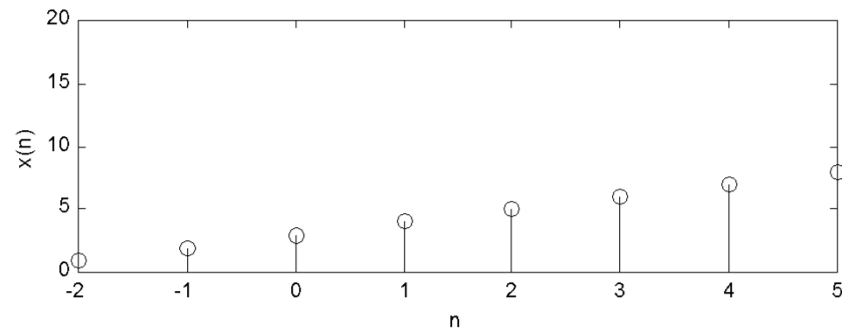


# Πολλαπλασιασμός Σημάτων: Παράδειγμα



# Κλιμάκωση στο Πλάτος

$y(n)=c \cdot x(n)$ , όπου  $c$  πραγματικός αριθμός



## Πράξεις Μετασχηματισμού Χρόνου

1. **μετατόπιση** σήματος  $y(n)=x(n-n_0)$

Αν  $n_0>0$ , τότε έχουμε καθυστέρηση (το σήμα μετατοπίζεται δεξιά)

Αν  $n_0<0$ , τότε έχουμε πρωτοπορία (το σήμα μετατοπίζεται αριστερά)

2. **αντιστροφή** σήματος  $y(n)=x(-n)$

3. **κλιμάκωση στο χρόνο**  $y(n)=x(cn)$

Αν  $c=M$ , τότε έχουμε διαίρεση συχνότητας

Αν  $c=1/M$ , τότε έχουμε πολλαπλασιασμό συχνότητας

## Υπολογίστε / Σχεδιάστε

$$\delta(n-1)$$

$$\delta(n+2)$$

$$u(n+1) - u(n)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(n)$$

Θεωρείστε σήμα μοναδιαίας κλίσης.

- Δώστε τον μαθηματικό ορισμό του σήματος
- Εκφράστε το σήμα σα συνάρτηση μόνο του μοναδιαίου παλμού

## Παράδειγμα: δείξτε ότι η μετατόπιση και η αντιστροφή δεν είναι μεταθετικές πράξεις

- Αντιστροφή:  $A(x(n))=x(-n)$
- Μετατόπιση:  $M_k(x(n))=x(n-k)$
- $M_k(A(x(n)))= M_k(x(-n))=x(-n-k)$
- $A(M_k(x(n)))=A(x(n-k))=x(-n+k)$

# Παράδειγμα

- Δίνεται η ακολουθία  $x(n)=(6-n)*[u(n)-u(n-6)]$ . Υπολογίστε και σχεδιάστε την ακολουθία
  - $y(n)=x(2n-3)$  Πρώτα διαιρούμε τη συχνότητα με το 2. Μετά κάνουμε μετατόπιση προς τα δεξιά κατά 3 θέσεις
  - $y(n)=x(4-n)$  Πρώτα μετατόπιση κατά +4 (αριστερά) και μετά αντιστροφή (όχι ανάποδα).

# Σήματα και περιοδικότητα

- Ένα αναλογικό σήμα  $x(t)$  είναι περιοδικό αν:

$$\exists T \in \mathbb{R} : x(t + T) = x(t) \forall t$$

- Ο χρόνος  $T$  είναι η θεμελιώδης περίοδος του σήματος  $x$ . Τα ακέραια πολλαπλάσια του  $T$  αποτελούν επίσης περιόδους του σήματος
- Διακριτά (δειγματοληπτημένα) σήματα  $x(n)$

$$\exists N \in \mathbb{Z} : x(n + N) = x(n) \forall n$$

- Ο αριθμός δειγμάτων  $N$  είναι η θεμελιώδης περίοδος του σήματος  $x$ . Τα ακέραια πολλαπλάσια του  $N$  αποτελούν επίσης περιόδους του σήματος.

# Περιοδικότητα διακριτού ημιτονοειδούς σήματος

Το ημιτονοειδές σήμα  $\sin(\omega n + \varphi)$   
είναι περιοδικό  
αν η συχνότητα του σήματος ( $\omega$ )  
είναι ρητό πολλαπλάσιο του  $2\pi$

Η θεμελιώδης περίοδος  
του περιοδικού ημιτονοειδούς σήματος είναι  
 **$N = 2\pi/\omega$**

$$\sin(\omega n + \varphi) = \sin(\omega(n + N) + \varphi) \Rightarrow$$

$$\omega n + \varphi + 2k\pi = \omega n + \omega N + \varphi \Rightarrow$$

$$2k\pi = \omega N \Rightarrow \omega = 2\pi \frac{k}{N}$$



Υπολογίστε την περίοδο των παρακάτω σημάτων:

$$5 \cos\left(7t + \frac{\pi}{2}\right), t \in R$$

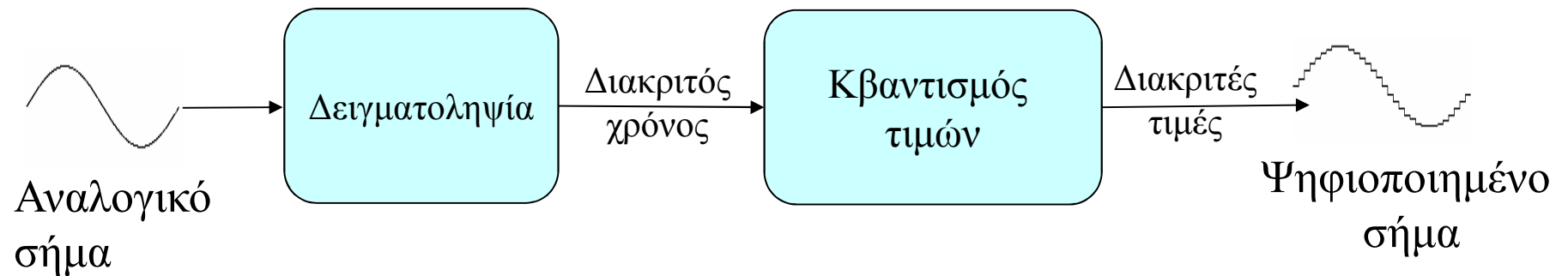
$$\cos\left(10\frac{\pi n}{11} + 5\right), n \in N$$

$$2 \sin(t + 1), t \in R$$

$$\cos\left(10\frac{\pi n}{11} + 5\right)u(n)$$

# Ψηφιοποίηση αναλογικού σήματος Analog to Digital conversion (ADC)

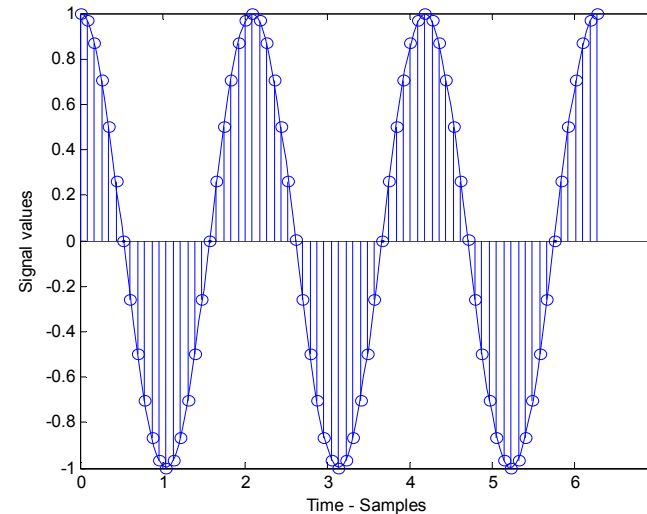
- Η ψηφιοποίηση του σήματος περιλαμβάνει την διακριτοποίηση της ανεξάρτητης μεταβλητής (δειγματοληψία) και της διακριτοποίηση της εξαρτημένης μεταβλητής (κβαντισμός).



# Δειγματοληψία - Η κύρια ιδέα

- Sampler – δειγματολήπτης: δειγματοληπτεί το σήμα σε ισαπέχουσες χρονικές στιγμές, διακριτοποιώντας την ανεξάρτητη μεταβλητή με βήμα  $T_s$ , που ονομάζεται περίοδος δειγματοληψίας.
- Αν  $x_a(t)$  το αναλογικό σήμα το οποίο δειγματοληπτείται με περίοδο  $T_s$ , τότε μετά τη δειγματοληψία θα ισχύει  $x_s(n) = x_a(nT_s)$ .
- Η περίοδος δειγματοληψίας συνδέεται με τη συχνότητα δειγματοληψίας, με την οποία θα ασχοληθούμε παρακάτω.

Παράδειγμα δειγματοληψίας ημιτονοειδούς σήματος με  $T_s$  12 φορές μικρότερο από την περίοδο του σήματος (προφανώς π'όκειται για περιοδικό σήμα).



# Κβάντωση τιμών σήματος - Η κύρια ιδέα

- Ο κβαντιστής μετασχηματίζει ένα σήμα συνεχούς πλάτους σε ένα σήμα διακριτού πλάτους. Η αποθήκευση του ψηφιακού σήματος στον υπολογιστή, συνεπάγεται την διακριτοποίηση των τιμών του σήματος.
- Η ακτίνα τιμών του σήματος ονομάζεται Δυναμική Περιοχή (ΔΠ). Ο Κβαντιστής (Quantizer) : διακριτοποιεί την ΔΠ χωρίζοντας την σε  $L$  συνεχόμενα διαστήματα, χρησιμοποιώντας  $B$  bits, ή  $2^B$  στάθμες (διακριτές τιμές), οι οποίες συνήθως ισαπέχουν μεταξύ τους (γραμμικός κβαντιστής).
- **Κβαντισμός τιμών:** αντί της ακριβούς τιμής του σήματος, η έξοδος του κβαντιστή είναι η πλησιέστερη στάθμη.

- Διακριτική Ικανότητα του κωδικοποιητή με B bits, με χρήση αναπαράστασης:
  - Ακεραίων (προσημασμένων ή μη):  $\Delta I = \frac{\Delta \Pi}{2^B}$
  - Αναπαράσταση δεκαδικών σταθερής υποδιαστολής:  $\Delta I = \text{διαφορά δύο διαδοχικών τιμών} = \text{σταθ.}$
  - Αναπαράσταση δεκαδικών κινητής υποδιαστολής: το  $\Delta I$  δεν είναι σταθερό, με:
    - καλύτερη τιμή  $\Delta I = |\text{ελάχιστη τιμή} - \text{επόμενη τιμή}|$
    - Χειρότερη τιμή  $\Delta I = |\text{μέγιστη τιμή} - \text{προηγούμενη τιμή}|$

Σφάλμα / Θόρυβος κωδικοποίησης  $< |\Delta I/2|$

$$e(n) = x(n) - Q(x(n))$$

όσο η  $\Delta I$  του σήματος περιέχεται στις τιμές του κβαντιστή.

$$x_s(n) \in [x_{\min}, x_{\max}] \Rightarrow -\frac{\Delta I}{2} < e(n) < \frac{\Delta I}{2}$$

Σε περίπτωση που το παραπάνω δεν ισχύει, η  $x_s(n)$  αποκόπτεται και το σφάλμα κβαντισμού δεν είναι φραγμένο.

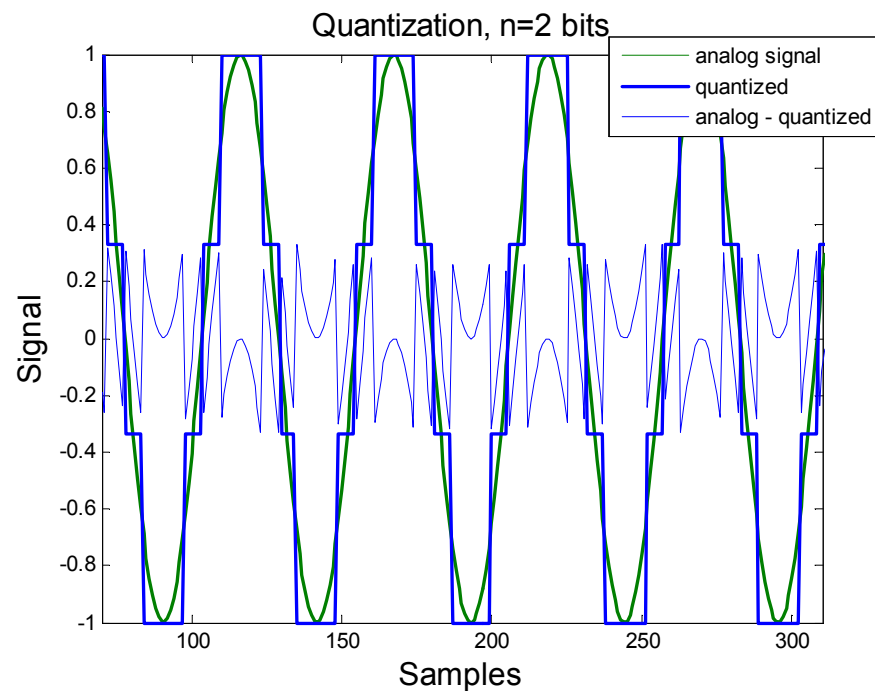
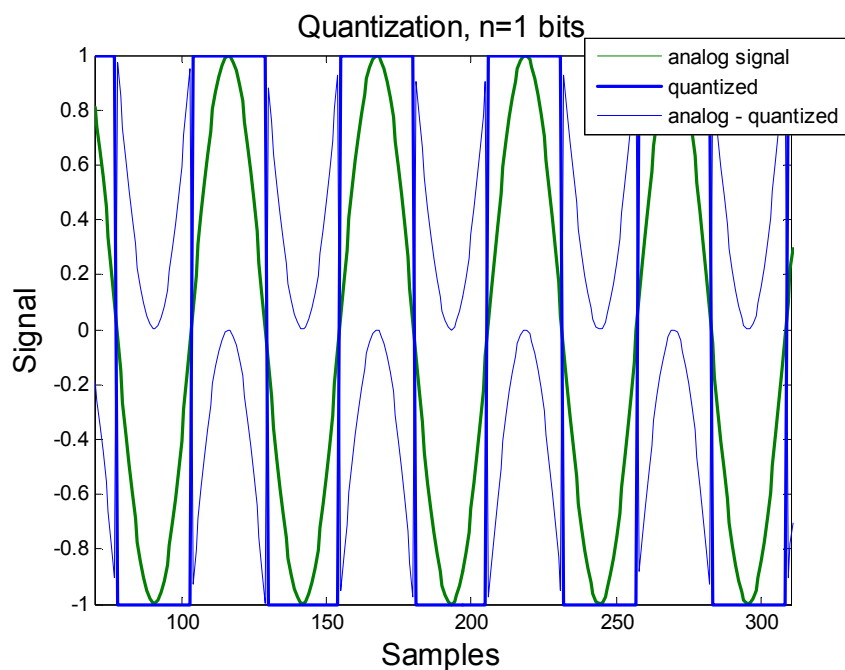
# Λόγος σήματος προς θόρυβο – Signal to Noise Ratio - SNR

- Θόρυβος: συστηματικές ή τυχαίες μεταβολές των τιμών του σήματος που δεν περιέχουν πληροφορία σχετική με το φαινόμενο που προκαλεί το σήμα
- **Σηματοθορυβικός λόγος:** Λογαριθμικός ορισμός, όπου  $P_s$ ,  $P_n$  το πλάτος του σήματος και του θορύβου αντίστοιχα. Μονάδες: decibel (dB)
- Ο θόρυβος που εισάγεται λόγω κβαντισμού τιμών έχει πλάτος  $\Delta I/2$ . Αποδεικνύεται ότι για κάθε bit του quantizer, το SNR αυξάνεται (περίπου) κατά 6 dB ( $n$  ο αριθμός των bits / λέξη αποθήκευσης)

$$SNR = 10 \log \left( \frac{P_s}{P_n} \right)$$

$$SNR_{ADC} = 6.02 n \text{ dB}$$

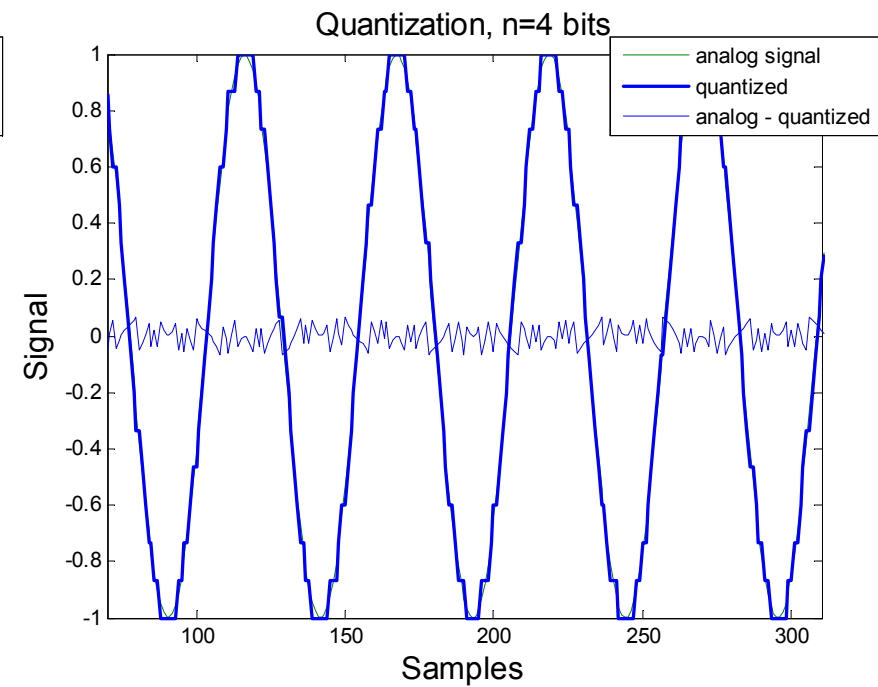
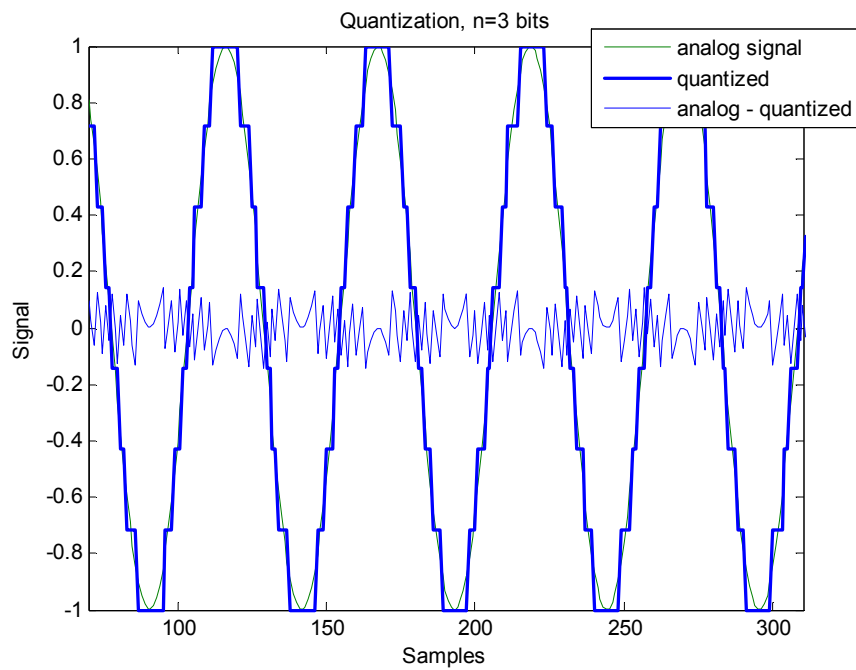
## Σφάλμα κβαντισμού για n=1,2 bits



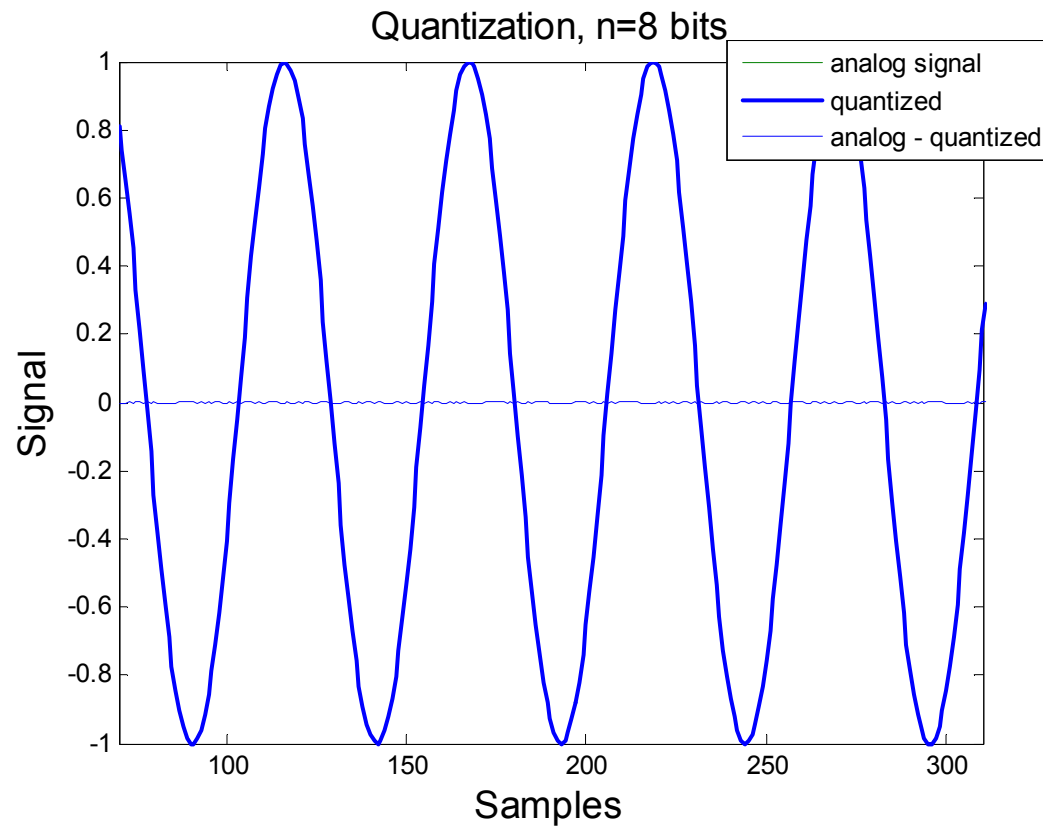
Για τις ανάγκες του παραδείγματος, ο κβαντισμός πραγματοποιήθηκε πριν τη δειγματοληψία



# Σφάλμα κβαντισμού για n=3,4 bits



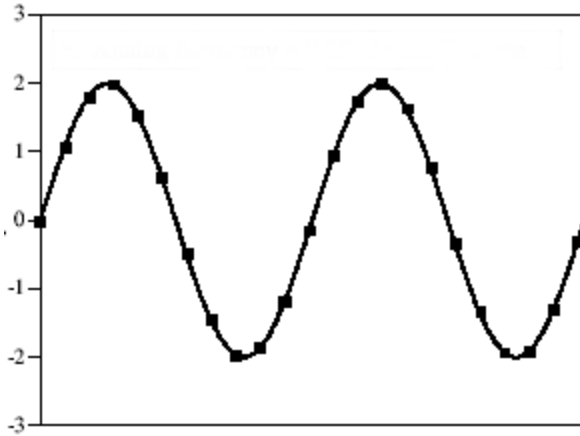
# Σφάλμα κβαντισμού για n=8 bits



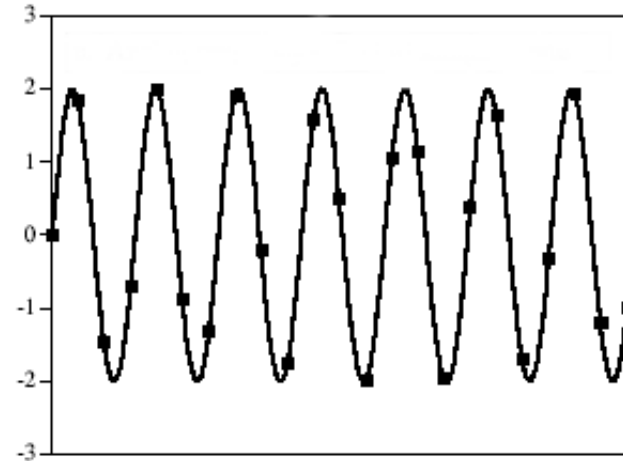
# Συχνότητα δειγματοληψίας

- Αν η συχνότητα δειγματοληψίας είναι μεγαλύτερη από το διπλάσιο της μεγαλύτερης συχνότητας του σήματος, τότε το σήμα μπορεί να ανακατασκευαστεί πλήρως από την δειγματοληπτημένη πληροφορία **(Θεώρημα Shannon)**
- Το όριο της συχνότητας δειγματοληψίας καλείται συχνότητα **Nyquist**
- Αν η παραπάνω συνθήκη δεν πληρείται, τότε η ανακατασκευασμένη συχνότητα είναι διαφορετική από αυτή του αναλογικού σήματος (ψευδωνυμία συχνοτήτων - *frequency aliasing*).

# Παραδείγματα

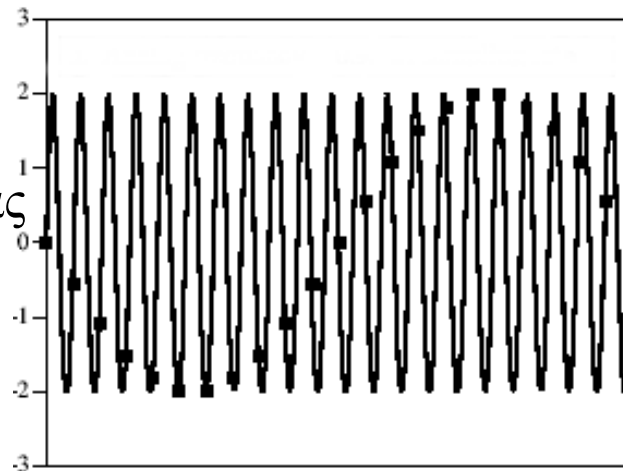


Συχνότητα δειγματοληψίας =  
10 x συχν. σήματος



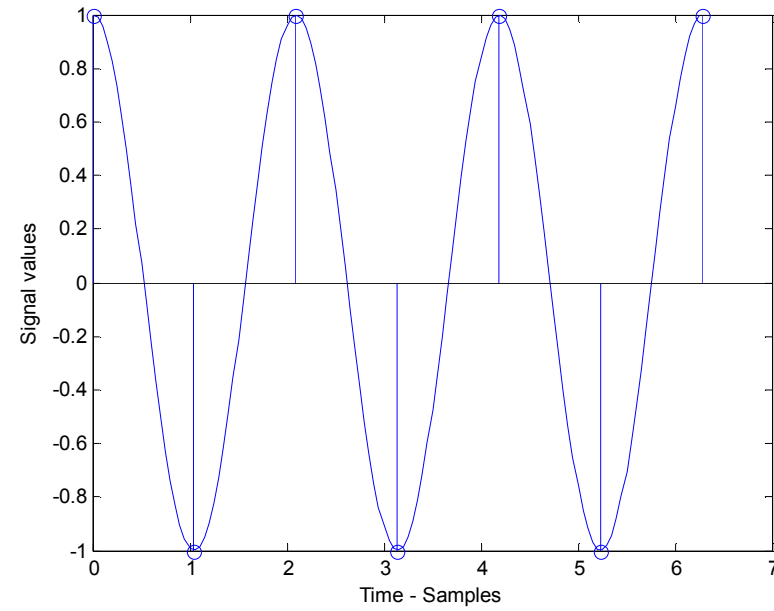
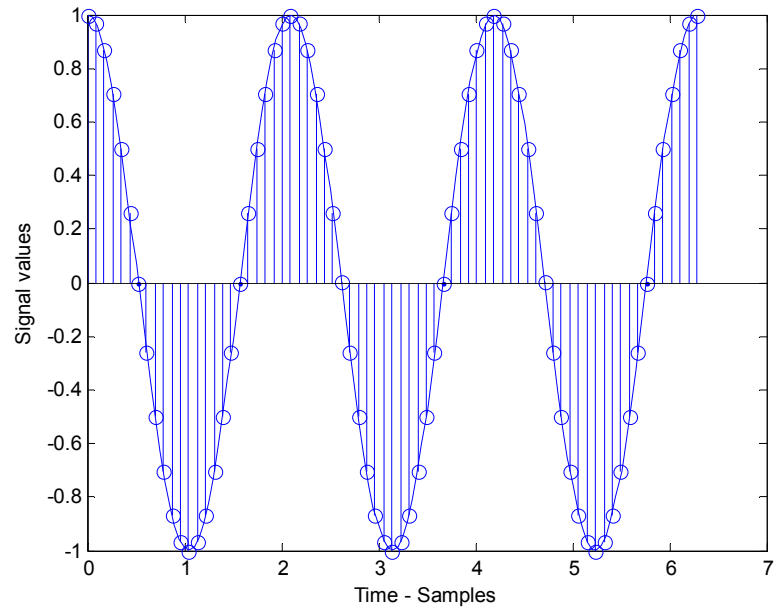
Συχνότητα δειγματοληψίας =  
3 x συχν. σήματος

Συχνότητα δειγματοληψίας  
= 1.1 x συχν. σήματος

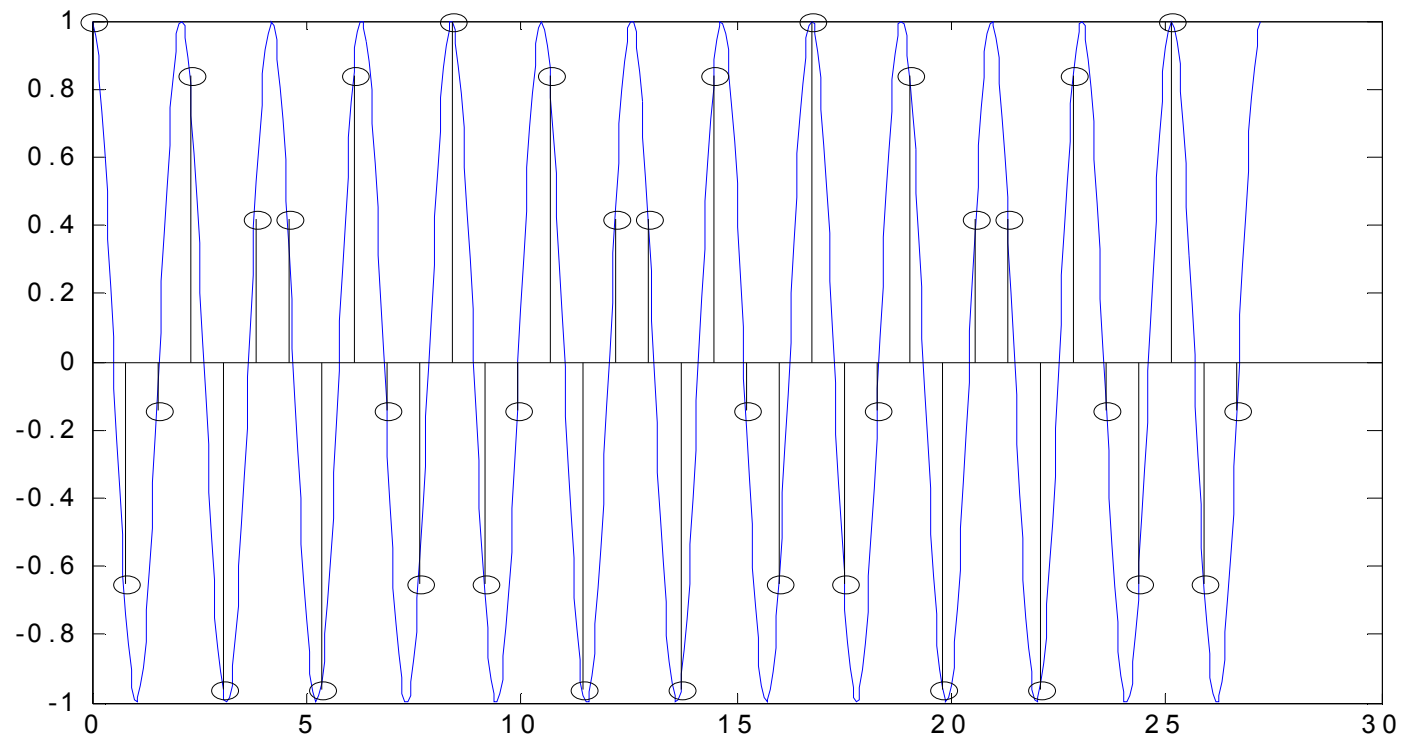


# Παράδειγμα δειγματοληψίας

Έστω ημιτονικό σήμα  $s = \cos 3t$  με συχνότητα  $f_a = 3/2\pi$   
Δειγματοληψτείστε το  $s$  με συχνότητα δειγματοληψίας  
ίση με αυτή του Nyquist

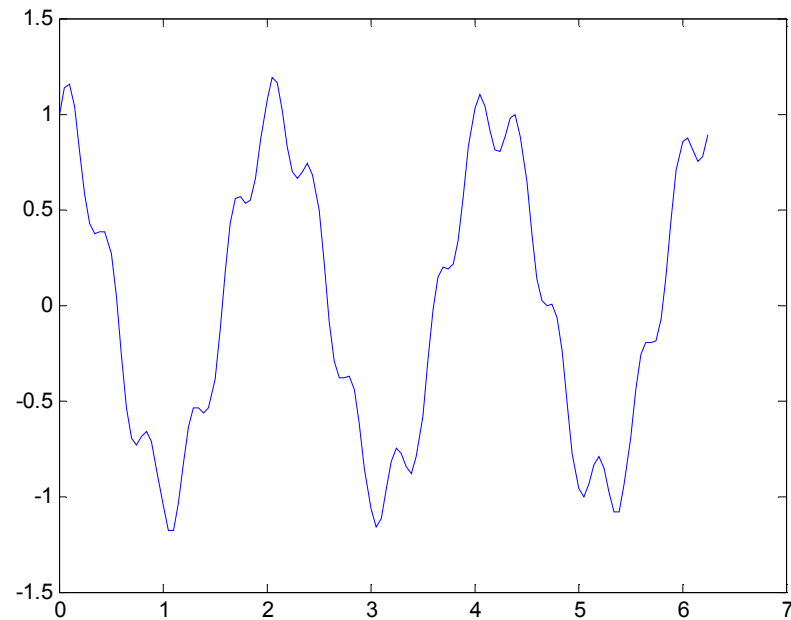


Συχνότητα δειγματοληψίας  $12 \times \text{Nyquist}$  Συχνότητα δειγματοληψίας  $1 \times \text{Nyquist}$

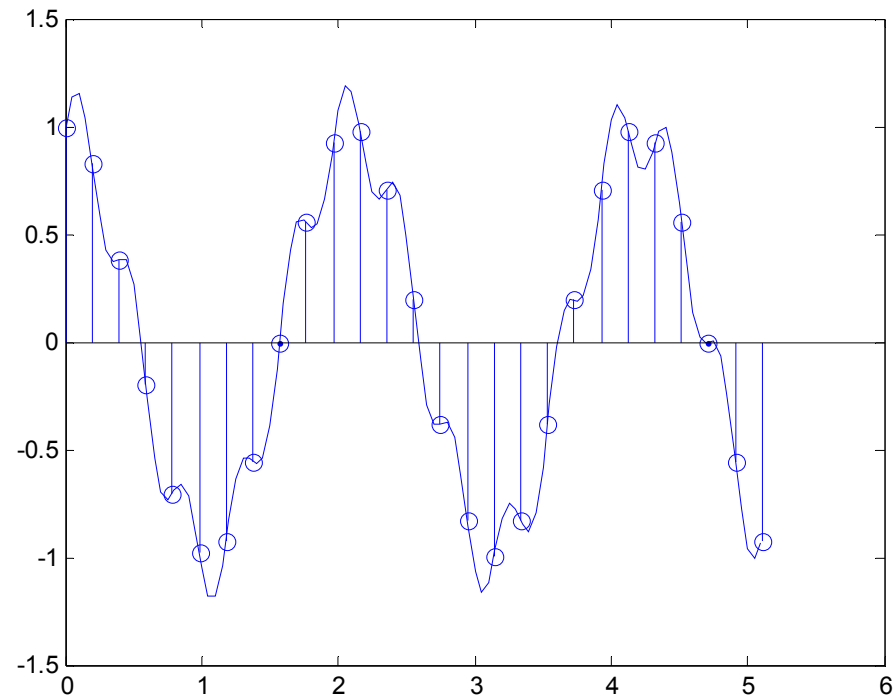


Υπολογίστε τη συχνότητα δειγματοληψίας σε σχέση με αυτή του Nyquist

- Η μέγιστη συχνότητα ενός σήματος είναι αρκετά δύσκολο να προσδιοριστεί εποπτικά στο πεδίο του χρόνου:







Δειγματοληψία του προηγούμενου σήματος με συχνότητα δειγματοληψίας ίση με αυτή του Nyquist.

# Συχνότητα αναλογικού σήματος και συχνότητα δειγματοληπτημένου σήματος

- Η συχνότητα του δειγματοληπτημένου σήματος (αν είναι περιοδικό) εν γένει είναι διάφορη της συχνότητας του αναλογικού σήματος.

- Παράδειγμα: έστω σήμα

$$x_a(t) = \cos\left(t \frac{\pi}{10}\right)$$

- Η περίοδος του  $x_a$  είναι ίση με 20 sec και η γωνιακή ταχύτητα  $\omega = \pi/10$  sec<sup>-1</sup>, η κυκλική συχνότητα 1/20 Hz.

- Δειγματοληπτούμε το  $x_a$  με περίοδο δειγματοληψίας  $T_s = 1$  sec και παράγεται το:

$$x_1(n) = \cos\left(nT_s \frac{\pi}{10}\right) = \cos\left(n \frac{\pi}{10}\right)$$

- Υπολογίζουμε τη συχνότητα του  $x_1$ :

$$x_1(n+N) = x_1(n) \Rightarrow \cos\left((n+N)T_s \frac{\pi}{10}\right) = \cos\left(nT_s \frac{\pi}{10}\right) \Rightarrow$$

$$(n+N)T_s \frac{\pi}{10} = nT_s \frac{\pi}{10} + 2k\pi \Rightarrow NT_s \frac{1}{10} = 2k \Rightarrow N = \frac{2k10}{T_s}$$

- Εστω ότι  $T_s=1$  sec. Τότε:

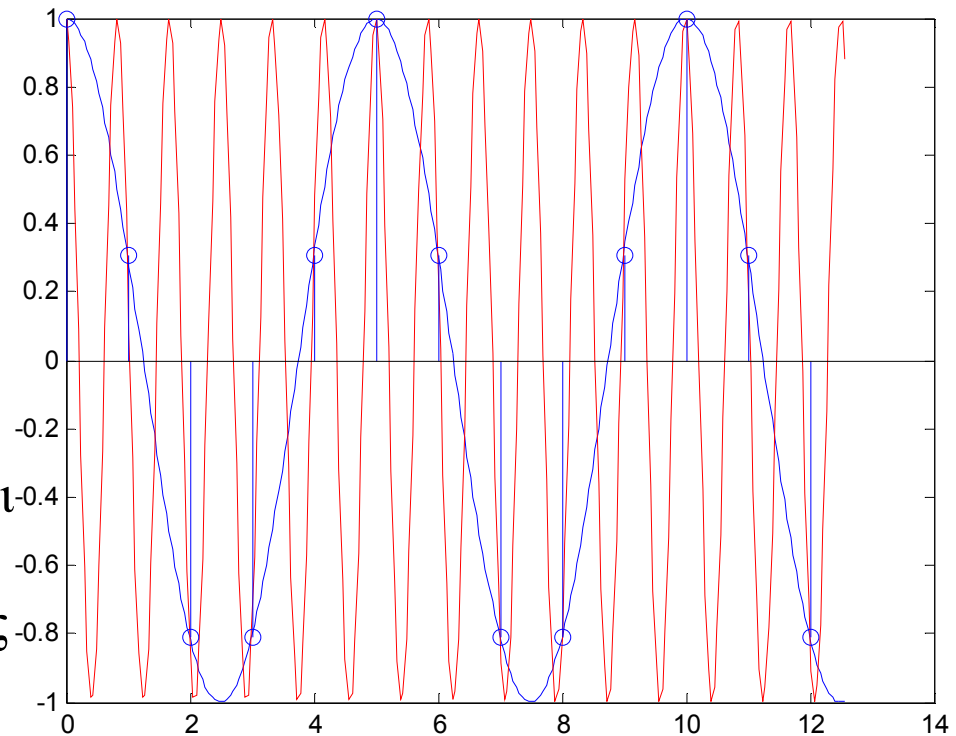
$$N = 20 \frac{k}{1}, k = 1 \Rightarrow \text{Θεμελειώδης περίοδος } N=20$$

- Εστω ότι  $T_s=1.5$  sec. Τότε:

$$N = 20 \frac{k}{1.5} = 40 \frac{k}{3}, k = 3 \Rightarrow \text{Θεμελειώδης περίοδος } N=40$$

# Ψευδωνυμία συχνότητας – frequency aliasing

- Εστω το αναλογικό σήμα  $x_{a1} = \cos(2.4\pi t)$  και  $x_{a2} = \cos(0.4\pi t)$  (κόκκινη και μπλε καμπύλη αντίστοιχα). Δειγματοληπτούμε το  $x_{a1}$  με  $T_s = 1 \text{ sec}$ .
- Παρατηρούμε ότι το αποτέλεσμα της δειγματοληψίας (κύκλοι) είναι ίδιο με την δειγματοληψία του  $x_{a1}$  με  $T_s = 1 \text{ sec}$ . Οι συχνότητες των  $x_{a1}$  και  $x_{a2}$  λέγονται ψευδώνυμα (aliases).



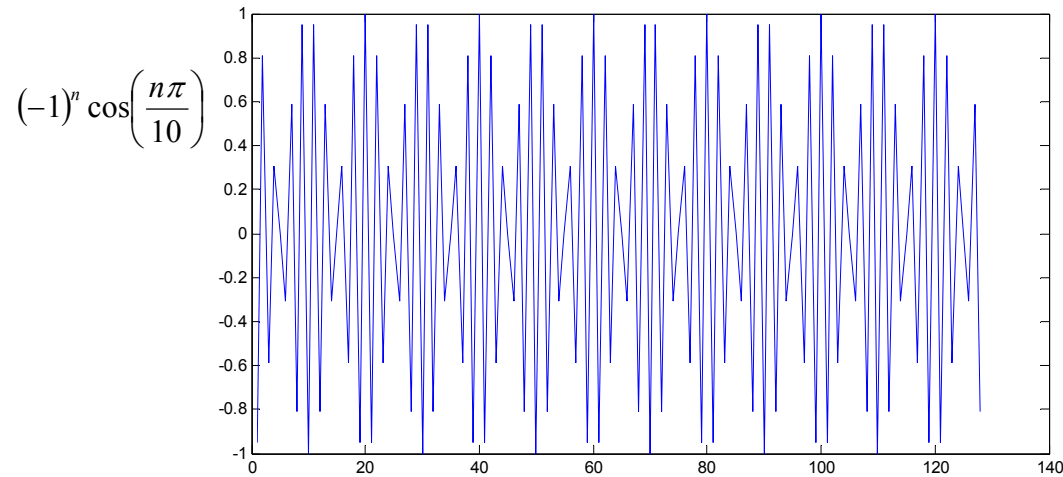
# Υπολογίστε

- Συχνότητα δειγματοληψίας για τα παρακάτω αναλογικά σήματα

$$\cos(7t + 3)$$
$$\cos(7t)\cos(t)$$

- Τη μέγιστη συχνότητα των σημάτων. Είναι τα σήματα περιοδικά ?

$$(-1)^n$$
$$(-1)^n \cos\left(\frac{n\pi}{10}\right)$$
$$(-1)^n u(n)$$



$$(-1)^n \cos\left(\frac{n\pi}{10}\right) = (-1)^{n+N} \cos\left(\frac{(n+N)\pi}{10}\right) \Rightarrow$$

$$a) N = 2k \Rightarrow \cos\left(\frac{n\pi}{10}\right) = \cos\left(\frac{(n+N)\pi}{10}\right) \Rightarrow N = 2m10, m \in \mathbb{N}$$

$$b) N = 2k + 1 \Rightarrow \cos\left(\frac{n\pi}{10}\right) = \cos\left(\frac{(n+N)\pi}{10} + \pi\right) \Rightarrow N = 10(2m + 1) \Rightarrow \text{ΑΤΟΠΟ}$$

- Έστω το αναλογικό σήμα  $\cos(7t)$

Χρησιμοποιείστε τη συχνότητα Nyquist για δειγματοληψία και επαληθεύστε την περίοδο του δειγματοληπτημένου σήματος

Επαναλάβετε για συχνότητα δειγματοληψίας ίση με  $5/4 * f_{\text{Nyquist}}$

$$\cos(\omega t) = \cos(2\pi f t) = \cos(7t) \Rightarrow f = \frac{7}{2\pi}$$

$$f_{\text{sampl}} = 2f = \frac{7}{\pi} \Rightarrow T_{\text{sampl}} = \frac{\pi}{7}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Sampling : } t = nT_{\text{sampl}} = \frac{n\pi}{7} \\ x(t) = \cos(7t) \end{array} \right\} \Rightarrow x(n) = x[n] = \cos(n\pi) = \cos\left(2\pi \frac{n}{2}\right)$$

$$N : T_{\text{sampl}} \Rightarrow \cos(n\pi) = \cos((n+N)\pi) \Rightarrow N = 2, 4, 6, \dots$$

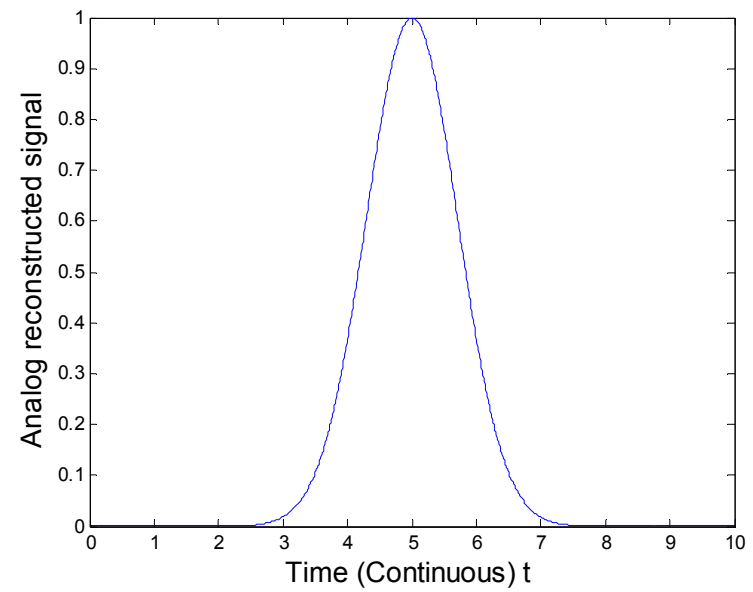
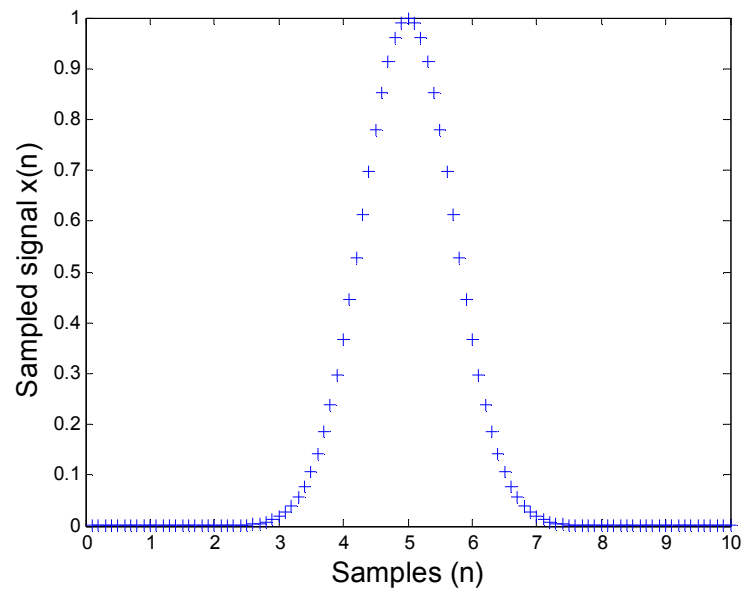
- Έστω ότι για μουσική υψηλής πιστότητας, η οποία καλύπτει όλο το φάσμα των ανθρώπινων ακουστικών συχνοτήτων –έως 20kHz- απαιτείται σηματοθορυβικός λόγος κβάντισης  $SNR \geq 90$  db. Πόση μνήμη απαιτείται για ένα κομμάτι 3 min ?
- $SNR = 6.02B = 90$  db  $\rightarrow B$  (bits) = 15 = 2 bytes
- Max συχνότητα στο αναλογικό σήμα του ήχου την οποία χρειαζόμαστε:  $f_{max} = 20000$  Hz  $\rightarrow$  Συχνότητα δειγματοληψίας  $f_s \geq 40000$  Hz  $\rightarrow$  Minimum 40.000 δείγματα / sec
- Απαιτήσεις σε Data =  $40.000 \times 2 = 80$  kb/sec  $\rightarrow$  3 min απαιτούν 14MBytes



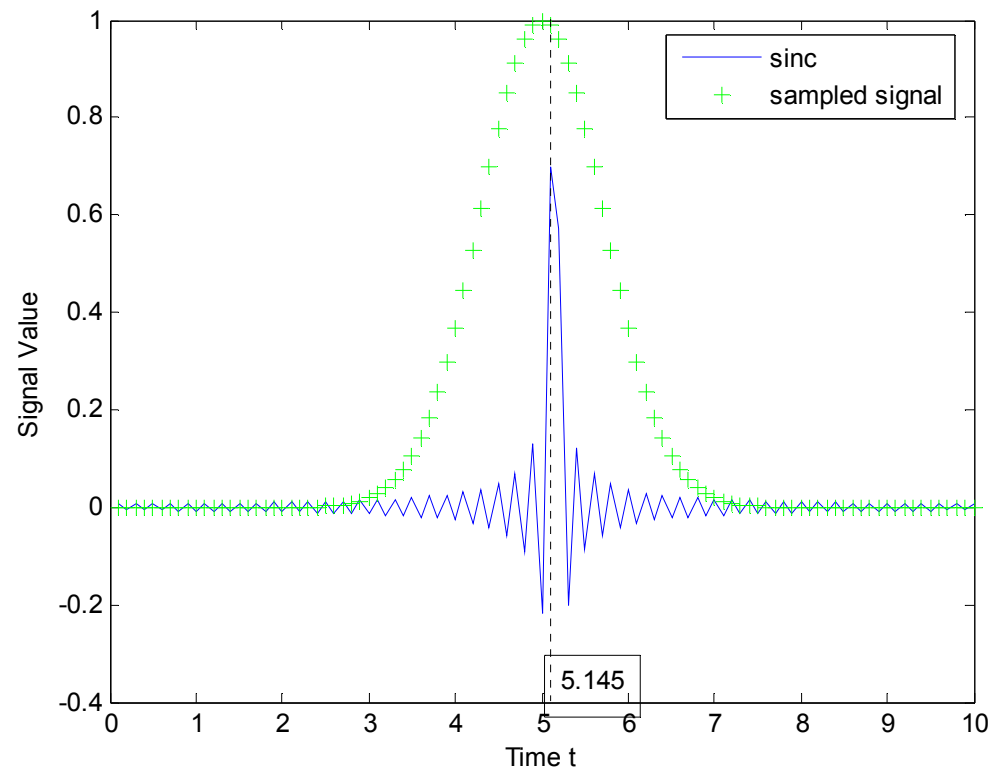
# Μετατροπή ψηφιακού σε αναλογικό σήμα (DAC)

- Σε πολλές περιπτώσεις απαιτείται η διαδικασία DAC
- Η ανάσυρση των δειγματοληπτημένων τιμών από τη μνήμη του υπολογιστή δεν είναι αρκετή για ανακατασκευή
- Έστω  $x(n)$  δειγματοληπτημένο σήμα από το οποίο θέλουμε να ανακατασκευάσουμε το αναλογικό  $x(t)$ . Τότε:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \frac{\sin\left(\frac{\pi(t-nT_s)}{T_s}\right)}{\pi(t-nT_s)/T_s} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \operatorname{sinc}\left(\frac{(t-nT_s)}{T_s}\right)$$

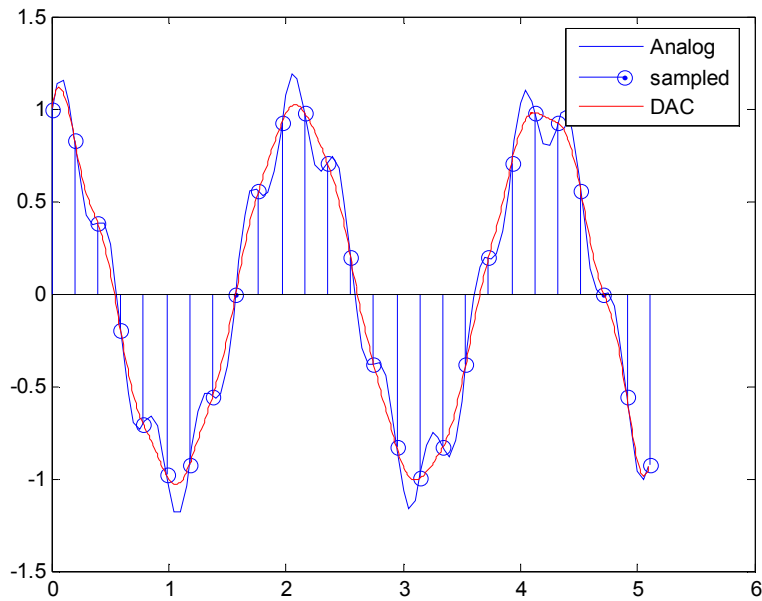


Παράδειγμα ανακατασκευής DAC μίας δειγματοληπτημένης γκαουσιανής

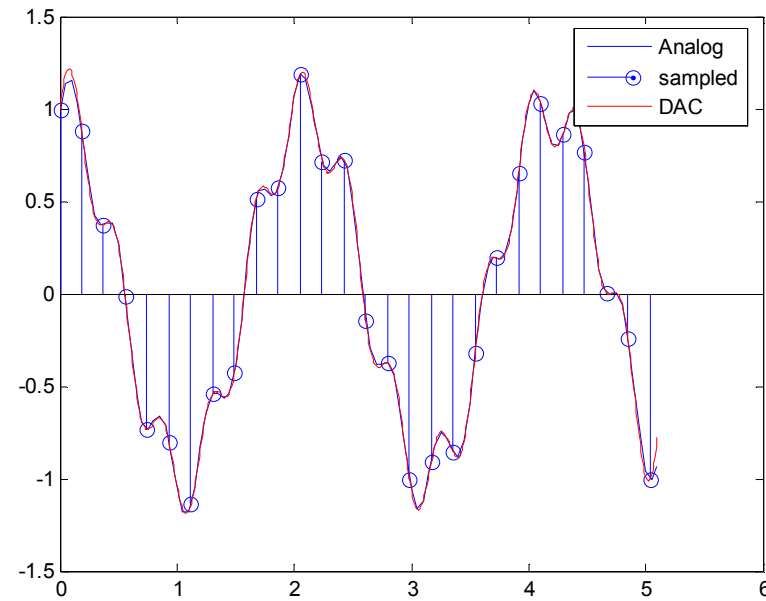


Επεξήγηση του τύπου ανακατασκευής DAC

# Παραδείγματα DAC

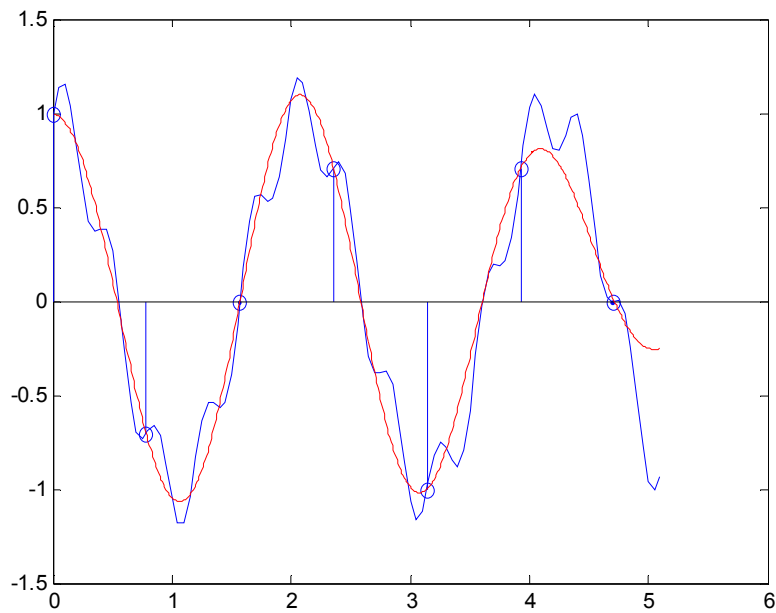


DAC  $f_s = f_a/2$

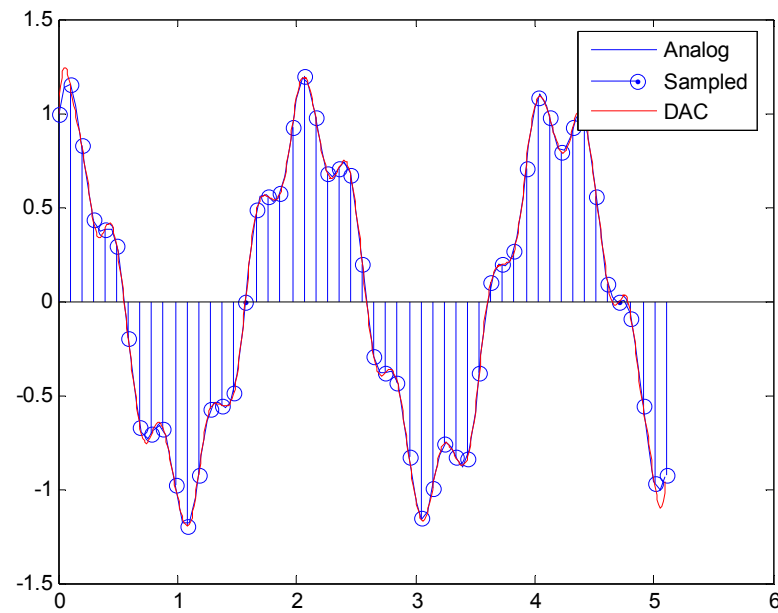


DAC  $T_s = 19 \cdot T_a/40$

# Παραδείγματα DAC



DAC  $f_s = f_a/4$ ,  $T_s = 4T_a$



DAC  $f_s = 4f_a$ ,  $T_s = T_a/4$

# Βιολογικά Σήματα (Βιοσήματα)

- Σήματα μικρού πλάτους - ανάγκη μεγάλης ενίσχυσης
- Φάσμα συχνοτήτων 0-100 Hz
- Σήματα με θόρυβο:
  - 50 Hz δικτύου
  - θόρυβος από μετακινήσεις του ασθενούς
- Η πληροφορία δεν μπορεί να εξαχθεί άμεσα από το βιοσήμα – απαιτεί επεξεργασία

## Παραδείγματα Βιοσημάτων

Βιοσήμα	Συλλογή	Εύρος συχνοτήτων	Πλάτος σήματος
Ηλεκτροεγκεφαλογράφημα (ΗΕΓ – EEG)			
Δυναμικό επιφανείας	Αριθμός ηλεκτροδίων	0,5Hz-100Hz	2- 100μV
Ρυθμός Δέλτα		0,5 - 4Hz	2- 100μV
Ρυθμός Θήτα		4 - 8Hz	2- 100μV
Ρυθμός Αλφα		8 - 13Hz	2- 100μV
Ρυθμός Βήτα		13 - 22Hz	2- 100μV

<b>Βιοσήμα</b>	<b>Συλλογή</b>	<b>Εύρος συχνοτήτων</b>	<b>Πλάτος σήματος</b>
Ηλεκτροεγκεφαλογράφημα (ΗΕΓ – EEG) – προκλητά δυναμικά (evoked potentials)			
Οπτικά (VEP)	Ηλεκτρόδια	1 - 300Hz	0,1 - 20μV
Ακουστικά (AEP)		100Hz - 3kHz	1 - 20μV
Σωματοαισθητικά (SEP)		2Hz - 3kHz	0,5 - 10μV



<b>Βιοσήμα</b>	<b>Συλλογή</b>	<b>Εύρος συχνοτήτων</b>	<b>Πλάτος σήματος</b>
Ηλεκτρομυογράφημα (ΗΜΓ – EMG)			
Μίας ίνας	βελονοειδή ηλεκτρόδια	500Hz-10kHz	1- 10mV
Μυός	βελονοειδή ηλεκτρόδια	5Hz-10kHz	100μV - 2mV
Επιφανείας	ηλεκτρόδια	2 - 500 Hz	50μV - 5mV
ΗλεκτροΚαρδιοΓρ άφημα (ΗΚΓ - ECG)	Ηλεκτρόδια	0,05 - 100Hz	1- 10mV
Σήμα πίεσης	Επεμβατικά	10 – 20 Hz	50 – 200 mmHg

- Η επεξεργασία των βιοσημάτων έχει σαν σκοπό να φιλτράρει το σήμα που ενδιαφέρει από τον υπάρχοντα θόρυβο και να μειώσει το πλεόνασμα δεδομένων σε λίγες παραμέτρους.
- Οι παράμετροι που προκύπτουν μπορεί να έχουν ενδιαφέρον στην υποστήριξη της ιατρικής διάγνωσης ή στη διερεύνηση της βιολογικής διαδικασίας.

- Όλα τα προηγούμενα βιοσήματα είναι αποτέλεσμα συντονισμένης ηλεκτρικής δραστηριότητας των κυττάρων.
- Τα κύρια φαινόμενα της κυτταρικής ηλεκτρικής δραστηριότητας είναι
  - η διαφορά δυναμικού που παρουσιάζει η κυτταρική μεμβράνη σε κατάσταση ηρεμίας,
  - η δυνατότητα σύντομης αντιστροφής αυτής της διαφοράς δυναμικού (αποπόλωση) και
  - Η αποκατάσταση της με ταυτόχρονη αποπόλωση γειτονικής περιοχής της μεμβράνης, έτσι ώστε να είναι δυνατή η διάδοση ενός ηλεκτρικού παλμού κατά μήκος του κυττάρου

# Δυναμικά κυτταρικής μεμβράνης: Βασικές αρχές

- Το μυοκάρδιο αποτελείται από μυϊκές ίνες, μικρότερου μήκους από αυτές που συναντάμε στους μυς
- Ο μυς αποτελεί *διεγειρόμενο ιστό*, δηλ. εφαρμογή τάσης προκαλεί σύσπαση του
- Οι νευρικοί άξονες και οι μυϊκές ίνες αποτελούν μέσο μεταφοράς των ηλεκτρικών παλμών. Εφαρμογή τάσης σε ένα σημείο ενός νευρικού άξονα ή μίας μυϊκής ίνας προκαλεί τη διάδοση της μεταβολής τάσης σαν ηλεκτρικό παλμό, με μετρήσιμη ταχύτητα, με προϋπόθεση το πλάτος του παλμού να είναι μεγαλύτερο από την τάση ενεργοποίησης.
- Η ταχύτητα διάδοσης του ηλεκτρικού παλμού κατά μήκος ενός νευρικού άξονα ή μίας μυϊκής ίνας είναι αντιστρόφως ανάλογη με:
  - Την αντίσταση της μυϊκής ίνας
  - Την χωρητικότητα της κυτταρικής μεμβράνης

# Πού μελετάμε τα ηλεκτρικά φαινόμενα του νευρικού ιστού

- Τα νευρικά κύτταρα των θηλαστικών λέγονται νευρώνες. Υπάρχουν πολλά είδη νευρώνων, όπως οι νευρώνες του φλοιού του εγκεφάλου, οι κινητικοί νευρώνες, αισθητηριακοί νευρώνες κλπ.
- Οι κινητικοί νευρώνες αποτελούν κλασσικό παράδειγμα, διότι άγουν ηλεκτρικές ώσεις κατά μήκος μίας απόληξης που λέγεται νευρικός άξονας (ή νευράξονας).
- Στα θηλαστικά, η πολύ μικρή διάμετρος του νευράξονα (20 $\mu$ m) καθιστά αδύνατες μετρήσεις από ένα μόνο νευράξονα. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιούνται νευρώνες από ασπόνδυλα (καλαμάρι), οι οποίοι έχουν μεγάλο μήκος και διάμετρο (~mm και cm αντίστοιχα).

## Δυναμικό ηρεμίας κυτταρικής μεμβράνης – Membrane Resting Potential

- Αν τοποθετήσουμε ένα ηλεκτρόδιο εντός της κυτταρικής μεμβράνης και ένα ηλεκτρόδιο εκτός, θα διαπιστώσουμε ότι το εσωτερικό του κυττάρου είναι πιο ηλεκτροαρνητικό από το εξωτερικό.
- Αυτή η διαφορά δυναμικού ονομάζεται δυναμικό ηρεμίας της κυτταρικής μεμβράνης και είναι της τάξης 90mV, με μικρές διακυμάνσεις μεταξύ διαφορετικών ειδών κυττάρων.
- Το δυναμικό ηρεμίας της μεμβράνης δημιουργείται ως εξής:
  - Αρχικά θεωρούμε συγκέντρωση Ανιόντων  $A^-$  εντός του κυττάρου. Αν η μεμβράνη ήταν διαπερατή, τότε λόγω όσμωσης και ηλεκτροστατικών δυνάμεων τα  $A^-$  θα διαχέοντο προς τα έξω.
  - Η μεμβράνη έχει μηδενική διαπερατότητα σε  $A^-$ , έτσι τα  $A^-$  μένουν εντός και φορτίζουν ηλεκτροαρνητικά το εσωτερικό.
  - Κατά συνέπεια, κατιόντα από έξω έλκονται προς τα μέσα.

- Τα κύρια κατιόντα που υπάρχουν εκτός του κυττάρου είναι το  $K^+$ ,  $Na^+$ ,  $Ca^+$ . Η μεμβράνη είναι μέτρια διαπερατή από το  $K^+$  και πολύ λίγο διαπερατή από το  $Na^+$ ,  $Ca^+$ . Αρα το  $K^+$  είναι αυτό που εισρέει εντός και σε μικρότερη αναλογία το  $Na^+$ .
- Οι συγκεντρώσεις ηρεμίας για τα κύρια ιόντα εντός και εκτός του κυττάρου δίνονται στον σχετικό πίνακα.

	Ιόν	Συγκέντρωση (mmol/L)	
		Μέσα	Έξω
<b>ΚΑΤΙΟΝΤΑ</b>	<b><math>Na^+</math></b>	10	142
	<b><math>K^+</math></b>	148	5
	<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>	200	155
<b>ΑΝΙΟΝΤΑ</b>	<b><math>Cl^-</math></b>	4	103
	<b>Πρωτείνες</b>	56	16
	<b><math>A^-</math></b>	140	36
	<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>	200	155

- Παρατηρούμε ότι η συγκέντρωση του K εντός είναι πολύ μεγαλύτερη από τη συγκέντρωση του K εκτός, σε κατάσταση ηρεμίας του κυττάρου, γεγονός που κατά κύριο λόγο οφείλεται στην ηλεκτροαρνητικότητα του εσωτερικού του κυττάρου. Η διαφορά δυναμικού που απαιτείται για να διατηρείται αυτή η κλίση της συγκέντρωσης από μέσα προς τα έξω – **δυναμικό ισορροπίας** – υπολογίζεται από την εξίσωση του Nerst:

$$E_{eq,K^+} = 61,5mV \log \frac{[K^+]_{out}}{[K^+]_{in}}$$

- Για το K, το δυναμικό ισορροπίας είναι περίπου -96 mV. Η διαφορά δυναμικού της μεμβράνης είναι συνήθως λίγο μικρότερη (-70 mV έως -90 mV), άρα το K αργά διαρρέει προς τα έξω. Αυτή η διαρροή εξισορροπείται από τη δράση της «αντλίας K-Na» (βλ παρακάτω).



- Το Na σε κατάσταση ηρεμίας έχει συγκέντρωση έξω  $\gg$  συγκέντρωση μέσα στο κύτταρο. Αν η μεμβράνη ήταν διαπερατή σε  $\text{Na}^+$ , θα χρειαζόταν διαφορά δυναμικού ηρεμίας  $\sim +140 \text{ mV}$  για να διατηρήσει αυτή την κλίση (διαφορά συγκέντρωσης). Ο λόγος για τον οποίο το  $\text{Na}^+$  βρίσκεται εκτός του κυττάρου και δεν εισέρχεται είναι ότι σε κατάσταση ηρεμίας η μεμβράνη έχει πολύ μικρή διαπερατότητα σε  $\text{Na}^+$ .
- Ο μικρός αριθμός των Na που εισέρχονται, μεταφέρονται έξω με ενεργό τρόπο από την αντλία  $\text{K}^+-\text{Na}^+$  (βλ. παρακάτω).
- Τα ίδια συμβαίνουν για το  $\text{Ca}^{++}$ , το οποίο τείνει να μπει στο κύτταρο λόγω διαφοράς συγκέντρωσης και ηλεκτροαρνητικότητας του εσωτερικού (από την Εξίσωση Nerst διαφορά δυναμικού ισορροπίας =  $+150 \text{ mV}$ ). Η μεμβράνη είναι μη διαπερατή για το  $\text{Ca}^{++}$  σε κατάσταση ηρεμίας.

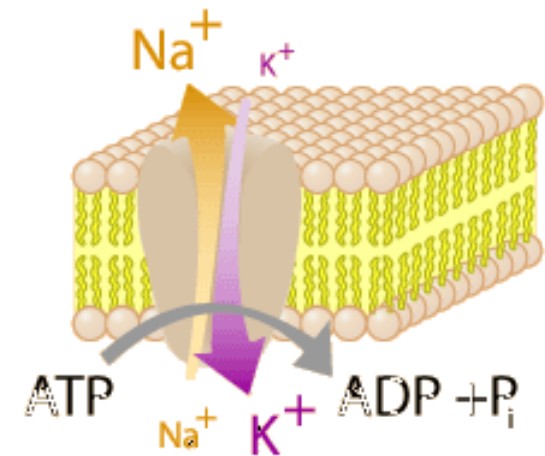
- Η τάση ηρεμίας της μεμβράνης υπολογίζεται από την εξίσωση Goldman:

$$E_m = \frac{P_{K^+}}{P_{all}} E_{eq,K^+} + \frac{P_{Na^+}}{P_{all}} E_{eq,Na^+} + \frac{P_{Cl^-}}{P_{all}} E_{eq,Cl^-} + \dots$$

- Όπου:  $P$  (permeability) η διαπερατότητα της μεμβράνης σε κάθε ιόν
- $E_{eq}$ : η διαφορά δυναμικού ηρεμίας για κάθε ιόν

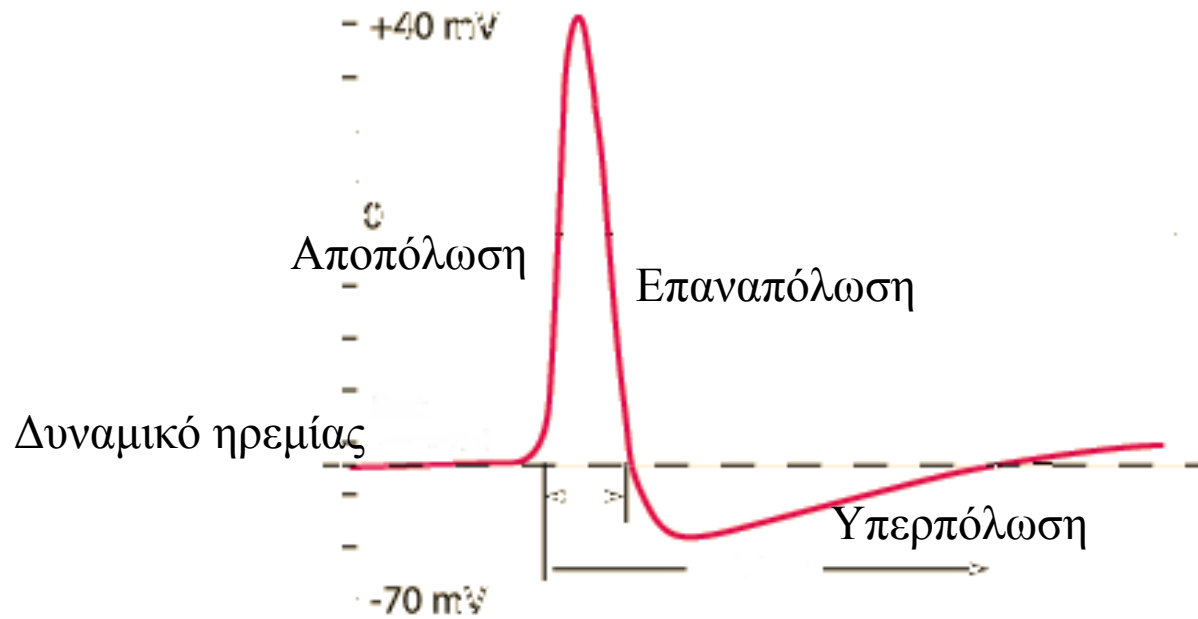
# Ενεργός μεταφορά ιόντων -active ion transport: Η αντλία K - Na

- Η ενεργός μεταφορά ιόντων είναι μηχανισμός ο οποίος μεταφέρει ιόντα εντός και εκτός του κυττάρου, χωρίς την αξιοποίηση της όσμωσης (διάχυση λόγω διαφοράς συγκέντρωσης) και των ηλεκτρικών δυνάμεων,
- Ο μηχανισμός ενεργούς μεταφοράς ιόντων έχει μοριακή βάση και συνισφάει μερικά στην παρατηρούμενη διαφορά συγκεντώσεων ιόντων.
- Ο μηχανισμός αυτός ονομάζεται «αντλία K - Na» και αποτελείται από μία διαμεμβρανική πρωτεΐνη με MB=270000, η οποία για κάθε 3 ιόντα Na<sup>+</sup> που βγάζει από το κύτταρο, εισάγει 2 ιόντα K<sup>+</sup>.



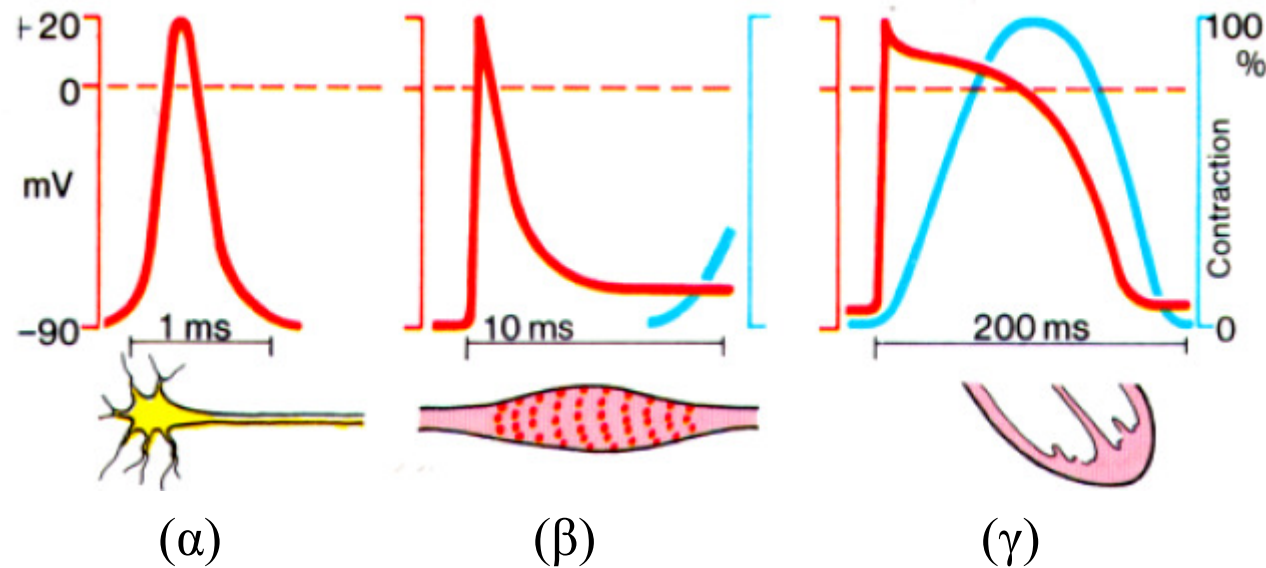
## Διέγερση της κυττάρικης μεμβράνης: το δυναμικό δράσης – action potential

- Η αρχική αλλαγή της διαφοράς δυναμικού προκαλείται συνήθως από ηλεκτρικά ερεθίσματα του νεύρου που απολήγει στο συγκεκριμένο κύτταρο.
- Όταν η αλλαγή της διαφοράς δυναμικού της μεμβράνης ξεπεράσει την τιμή ενός κατωφλίου, περίπου 20mV δηλ (-90 → -70mV) μεταβάλλεται τοπικά, στο σημείο εφαρμογής της διαφοράς δυναμικού, η διαπερατότητα της μεμβράνης σε Na<sup>+</sup>, (ανοίγουν τα κανάλια μεταφοράς ιόντων Na<sup>+</sup> και τα ιόντα Na<sup>+</sup> διαχέονται γρήγορα εντός του κυττάρου). Η τάση στο εσωτερικό της μεμβράνης γίνεται θετική, περίπου +30mV. Η αλλαγή της πολικότητας της μεμβράνης καλείται **αποπόλωση** (depolarization).
- Όταν η διαπερατότητα της μεμβράνης σε Na<sup>+</sup> επανέλθει στα πολύ χαμηλά κανονικά επίπεδα, η αντλία K-Na επαναφέρει την ηλεκτροαρνητικότητα στο εσωτερικό του κυττάρου. Η επαναφορά της πολικότητας της μεμβράνης στο δυναμικό ηρεμίας καλείται **επαναπόλωση** (repolarization).



- Η κυματομορφή του δυναμικού δράσης δίνεται στο σχετικό σχήμα.
- Σε πολλά είδη κυττάρων, η επαναπόλωση οδηγεί αρχικά σε δυναμικό ηρεμίας πιο ηλεκτροαρνητικό από το αρχικό δυναμικό –φάση υπερπόλωσης (hyperpolarization)- το οποίο διορθώνεται με τη δράση της αντλίας K-Na.
- Φαίνεται η τιμή κατωφλίου για την διέγερση του κυττάρου, η απότομη φάση της αποπόλωσης (depolarization), η φάση της απαναπόλωσης (repolarization), η οποία ακολουθείται από μία πιο αργή φάση υπερπόλωσης.

# Το δυναμικό δράσης σε διαφορετικά είδη κυττάρων

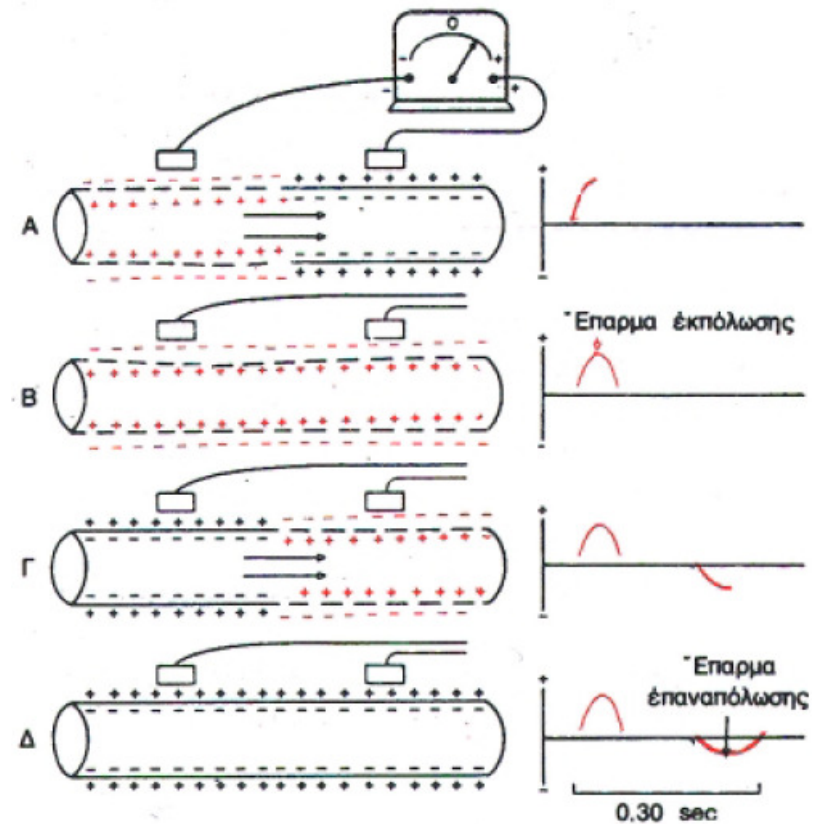


- Η κυματομορφή του δυναμικού δράσης δίνεται για νευρικά κύτταρα (α), μυικά κύτταρα γραμμωτών μυών (β) και κύτταρα μυοκαρδίου (γ). Παρατηρείστε τις διαφορές κυρίως στη διάρκεια της επαναπόλωσης.

# Διάδοση του δυναμικού δράσης

- Η αλλαγή της διαφοράς δυναμικού μεταξύ των δύο πλευρών της μεμβράνης διαδίδεται σαν ηλεκτρικός παλμός σε όλο το μήκος της μυϊκής ίνας.
- Ο χρόνος μεταξύ εκπόλωσης και επαναπόλωσης εξαρτάται από τη φύση του μυός και καθορίζει την ταχύτητα διάδοσης της ηλεκτρικής διέγερσης (παλμού) κατά μήκος του μυός
  - Η διάδοση γίνεται μόνο προς τη μία κατεύθυνση, διότι υπάρχει η ανερέθιστη περίοδος που εμποδίζει την ώση να διαδοθεί προς τα πίσω.

- Αν τοποθετήσουμε δύο ηλεκτρόδια στην έξω επιφάνεια της μεμβράνης μίας μυϊκής ίνας και τα συνδέσουμε με βολτόμετρο σύμφωνα με το σχήμα, τότε:
  - Κατά τη φάση της ηρεμίας η τάση μετράται ίση με 0
  - Κατά τη φάση της αποπόλωσης παρατηρούμε θετική τάση η οποία κορυφώνεται και στη συνέχεια μηδενίζεται σταδιακά όταν εκπολωθεί πλήρως η ίνα
  - Κατά τη φάση της επαναπόλωσης παρατηρούμε αρνητική τάση, η οποία φτάνει τη μέγιστη απόλυτη τιμή και στη συνέχεια μηδενίζεται σταδιακά όταν επαναπολωθεί πλήρως η ίνα.

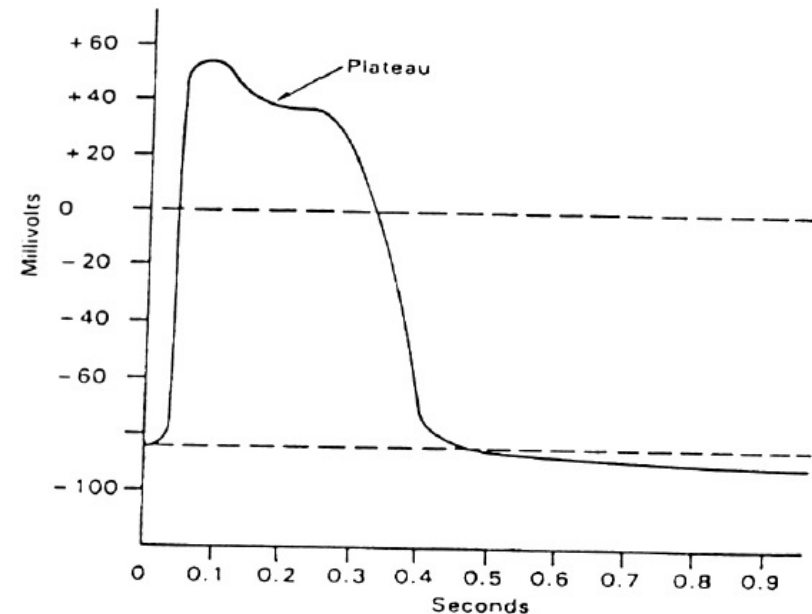




- Ο παλμός κατά μήκος ενός νευρικού άξονα διαδίδεται με ταχύτητες  $\sim 100$  m/sec. Η εξήγηση για αυτές τις μεγάλες ταχύτητες είναι το γεγονός ότι οι νευράξονες καλύπτονται από ένα κέλυφος μυελίνης που δρα σαν μονωτής.
- Σε διαφορετικά είδη κυττάρων, οι ταχύτητες διάδοσης ποικίλουν.
- Το ΗΚΓ αποτελεί καταγραφή των δυναμικών που παράγουν οι μυϊκές ίνες της καρδιάς και συνήθως μετρούνται επιδερμικά με χρήση ηλεκτροδίων.

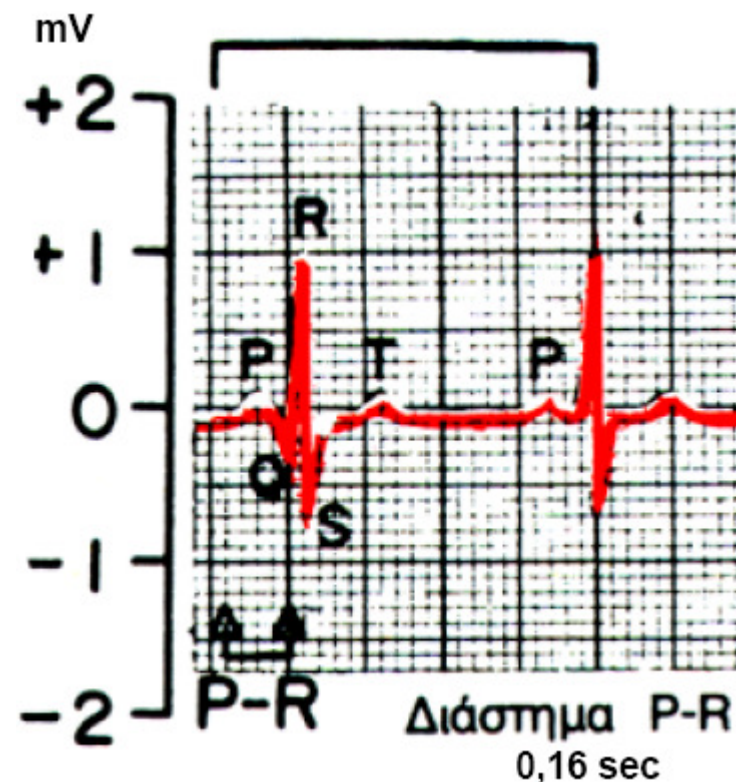
## Ειδικότερα για τον μυικό ιστό

- Το δυναμικό που μετράται με μία μυική ίνα του μυοκαρδίου κατά την εκπόλωση και την επαναπόλωση φαίνεται στο διπλανό σχήμα
- Τάση κατοφλίου ενεργοποίησης: 15 mV για 2-4 msec.
- Εκπόλωση:  $-90 \text{ mV} \rightarrow +50 \text{ mV}$  πολύ γρήγορα
- Διατήρηση της εκπόλωσης για  $\sim 300 \text{ msec}$ , λόγω αυξημένης εισροής  $\text{Na}^+$  και μειωμένης εξόδου  $\text{K}^+$  μέσω της κυτταρικής μεμβράνης
- Αργή επαναπόλωση
- Απόλυτα ανερέθιστη περίοδος: 1-3 msec.



# Λειτουργία της καρδιάς και Ηλεκτροκαρδιογράφημα (ΗΚΓ)

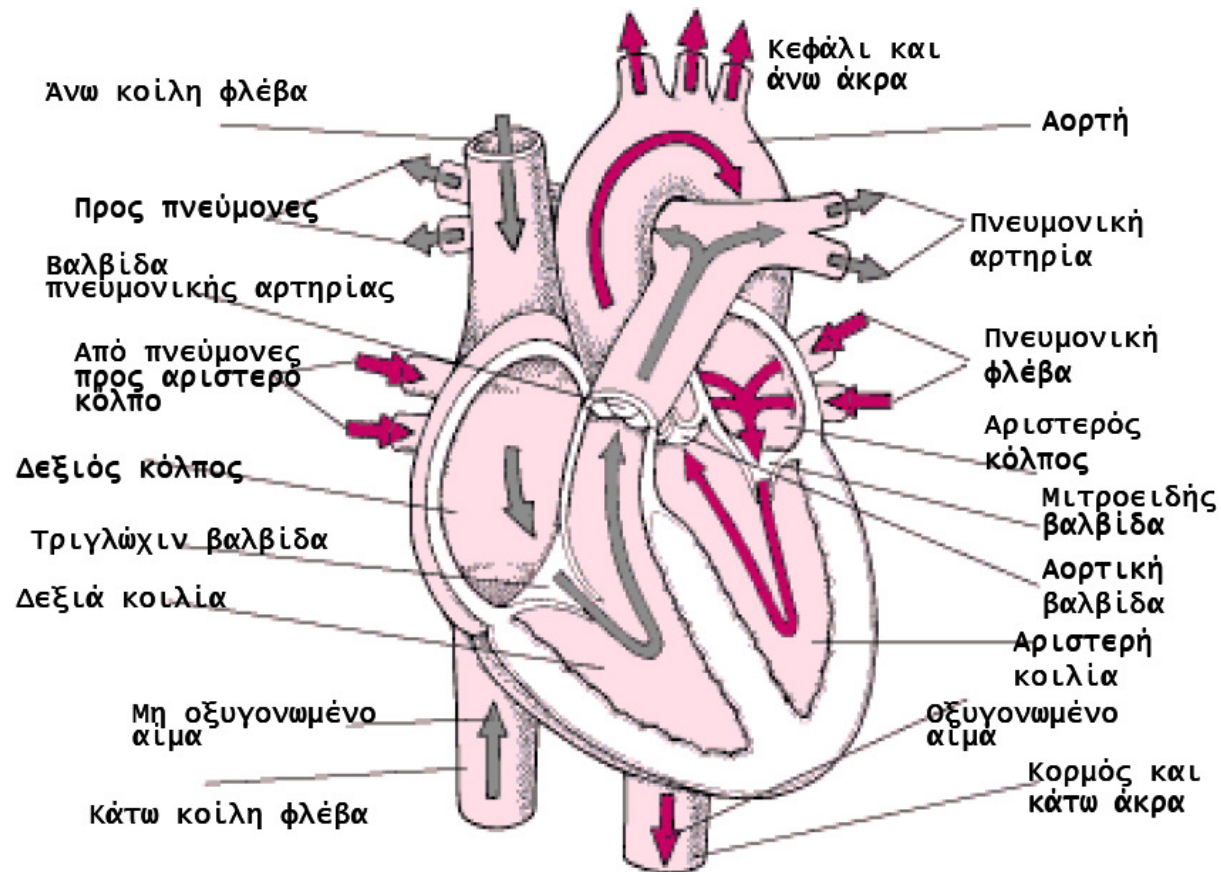
- Στο ΗΕΓ διακρίνουμε τα κύματα PQRST. Ένα τυπικό ΗΕΓ απεικονίζεται στο σχήμα
- Το ΗΕΓ συσχετίζεται με τη διάδοση ηλεκτρικών παλμών στο μυ της καρδιάς.



# Η λειτουργία της καρδιάς

- Ο δεξιός κόλπος (Right Atrium) λαμβάνει το αίμα από την μεγάλη κυκλοφορία για την οξυγόνωση
- Ο αριστερός κόλπος (Left Atrium) λαμβάνει νέο οξυγονωμένο αίμα από τους πνεύμονες (μικρή κυκλοφορία)
- Οι κόλποι συστέλλονται ταυτόχρονα και ωθούν το αίμα μέσω των βαλβίδων στις κοιλίες
- Οι δύο κοιλίες συστέλλονται ταυτόχρονα και μετά την συστολή των κόλπων, ώστε να έχουν γεμίσει με αίμα:
  - Κατά τη συστολή της δεξιάς κοιλίας (Right Ventricle) το αίμα ωθείται στους πνεύμονες
  - Κατά τη συστολή της αριστερής κοιλίας (Left Ventricle) το αίμα ωθείται στο περιφερειακό σύστημα.

# Σχηματικό διάγραμμα της λειτουργία της καρδιάς

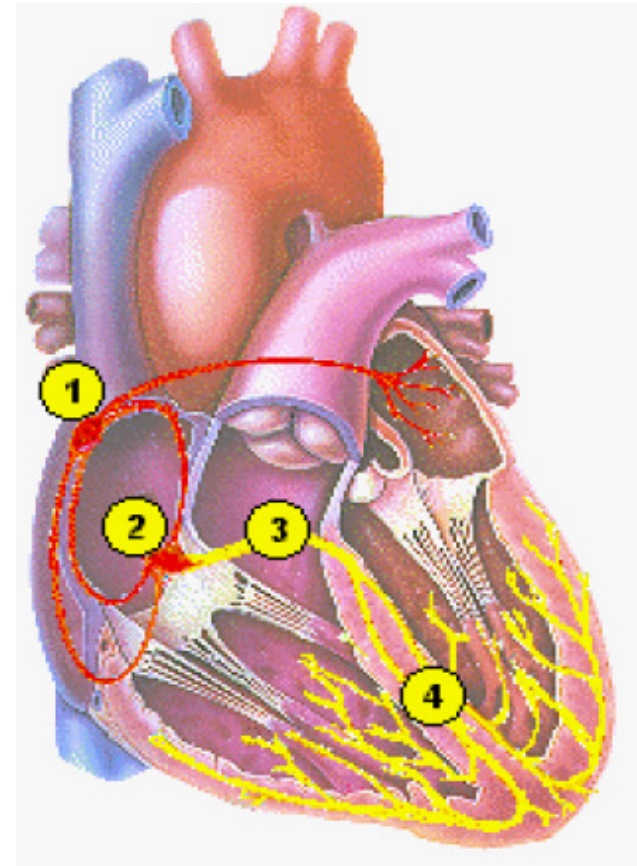


- Καθίσταται προφανές ότι ο συγχρονισμός της συστολής είναι θεμελιώδους σημασίας για την λειτουργία της καρδιάς ως αντλία αίματος:
  - Η συστολή των κόλπων πρέπει να γίνεται ταυτόχρονα
  - Η συστολή των κοιλιών πρέπει να γίνεται ταυτόχρονα και μετά την συστολή των κόλπων
  - Η συστολή κάθε θαλάμου της καρδιάς (κόλπου - κοιλίας) πρέπει να είναι συγχρονισμένη: αν κάποια σημεία της κοιλίας συστέλλονται ενώ κάποια άλλα διαστέλλονται, τότε η κοιλία δεν μπορεί να ωθήσει το αίμα στην κυκλοφορία
- Ο συγχρονισμός αυτός επιτυγχάνεται με την διάδοση της ηλεκτρικής διέγερσης κατά μήκος του μυοκαρδίου

# Διάδοση της ηλεκτρικής διαταραχής στο μυοκάρδιο

Τα κύρια ανατομικά στοιχεία που καθορίζουν τη διάδοση της ηλεκτρικής διαταραχής στο μυοκάρδιο είναι:

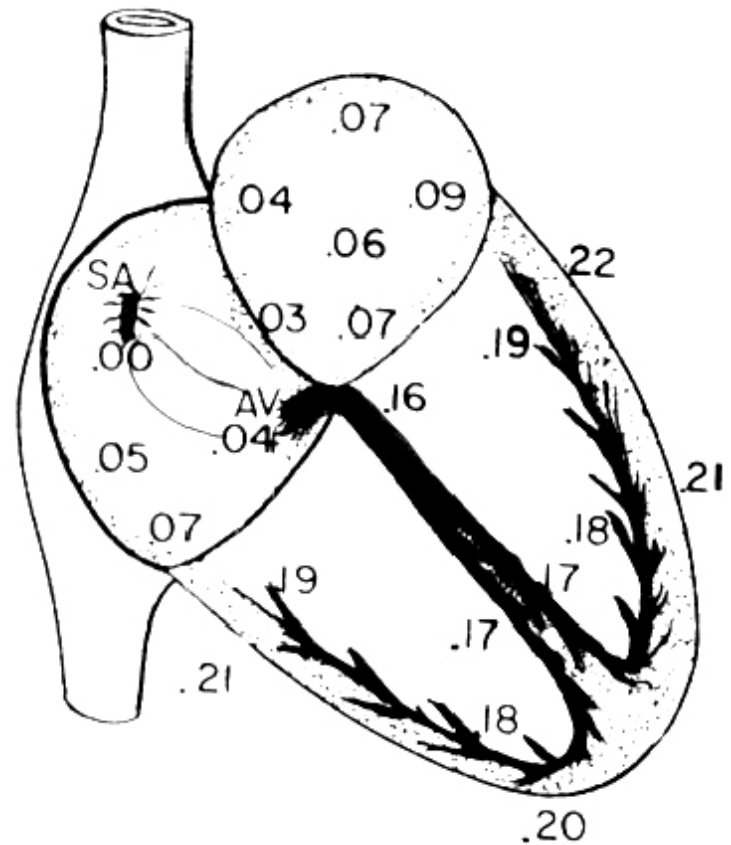
- Φλεβόκομβος (sino-atrial node) (S-A node)
- Κολποκοιλιακός Κόμβος (Atrio-ventricular node A-V)
- Κολποκοιλιακό Δεμάτιο
- Αριστερό και Δεξί Σκέλος Κολποκοιλιακού Δεματίου Δεματίου (Ίνες Purkinje)



- Θεωρητικά πολλά κέντρα του μυοκαρδίου έχουν τη δυνατότητα της ρυθμικής αυτοδιέγερσης. Από αυτά, στην κανονική καρδιά υπερισχύει ο Φλεβόκομβος, διότι παρουσιάζει τη μεγαλύτερη συχνότητα ρυθμικής αυτοδιέγερσης
- **Φλεβόκομβος:** Μικρή, επίπεδη, ελλειψοειδής λωρίδα από εξειδικευμένο μυϊκό ιστό, 3 ιστό, 3x15 15x1 mm (πλάτος, μήκος, πάχος).
  - ελέγχει τη συχνότητα του παλμού ολόκληρης της καρδιάς (σε φυσιολογικές συνθήκες)
- **Κολποκοιλιακός κόμβος:** καθυστερεί τη μετάδοση καθυστερεί τη μετάδοση διέγερσης από κόλπους προς κοιλίες διέγερσης από κόλπους προς κοιλίες, ώστε να συσπαστούν αφού τελειώσει η σύσπασση των κόλπων
- **Σύστημα Purkinje άμεση** μεταβίβαση διέγερσης σε ολόκληρη την επιφάνεια κοιλιών μέσω ινών Purkinje



- Το ερέθισμα παράγεται στο φλεβόκομβο
- Μεταδίδεται και στους δύο κόλπους με ταχύτητα ~30- 50cm/sec.
- Άγεται μέσω των διακομβικών οδών στον κολποκοιλιακό κόμβο (με κάποια επιβράδυνση).
- Το κολποκοιλιακό δεμάτιο άγει το ερέθισμα από τους κόλπους στις κοιλίες με μεγάλη ταχύτητα (1-4 m/sec).
- Το αριστερό και δεξί σκέλος του κολποκοιλιακού δεματίου άγουν το ερέθισμα σε όλα τα σημεία των κοιλιών.



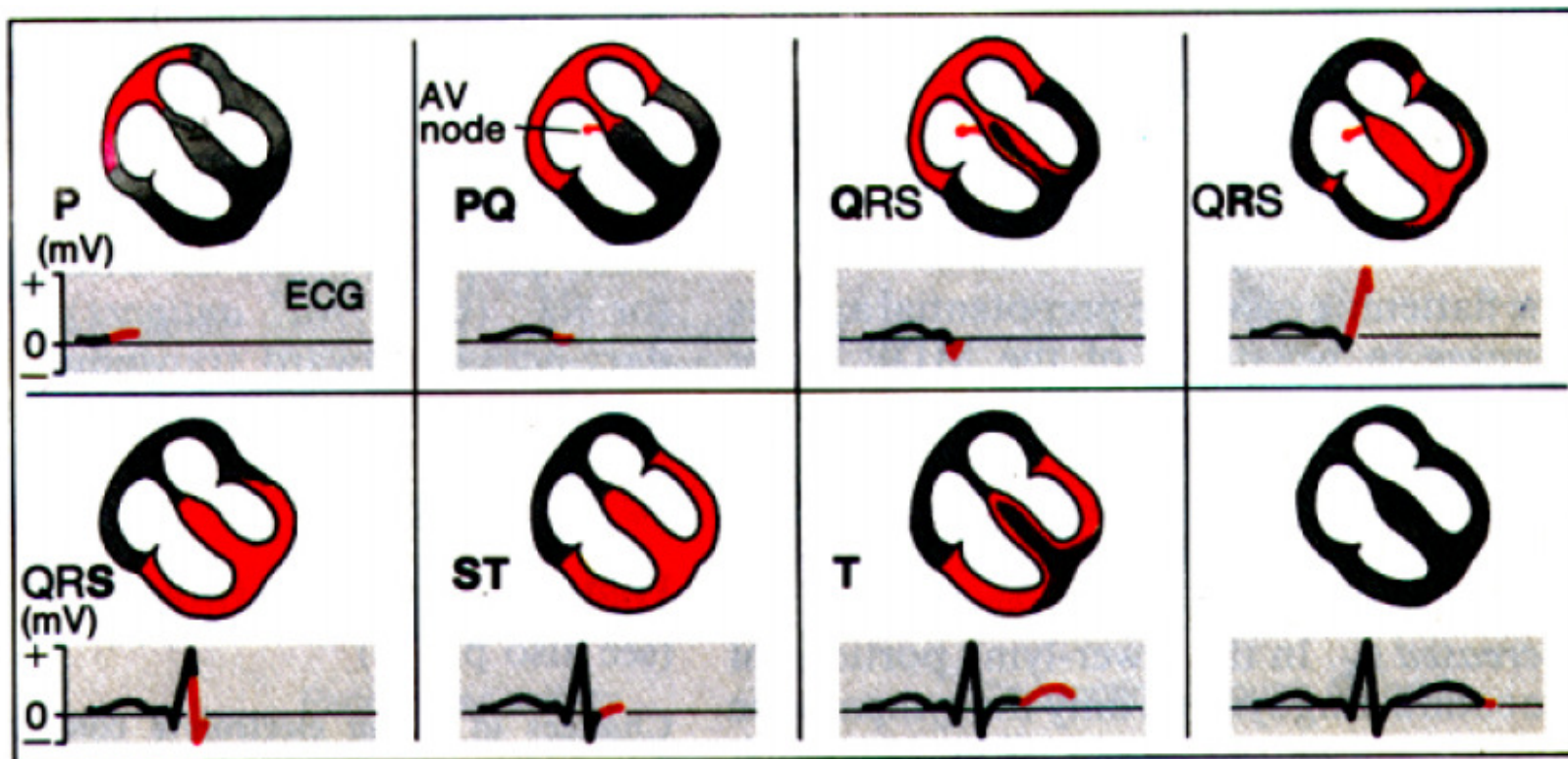
Χρόνοι εμφάνισης της ηλεκτρικής διαταραχής στην επιφάνεια της καρδιάς μετά την διέγερση του SA<sub>89</sub>

# Φυσιολογικό ΗΚΓ

- Τυπικό ΗΚΓ φαίνεται στο διπλανό σχήμα, το οποίο σχετίζεται άμεσα με την εκπόλωση των κόλπων και την εκπόλωση και την επαναπόλωση των κοιλιών.
- Κύματα εκπόλωσης –
  - κύμα P: εκπόλωση κόλπων
  - σύμπλεγμα QRS: εκπόλωση κοιλιών
- Κύματα επαναπόλωσης
  - κύμα T : επαναπόλωση κοιλιών



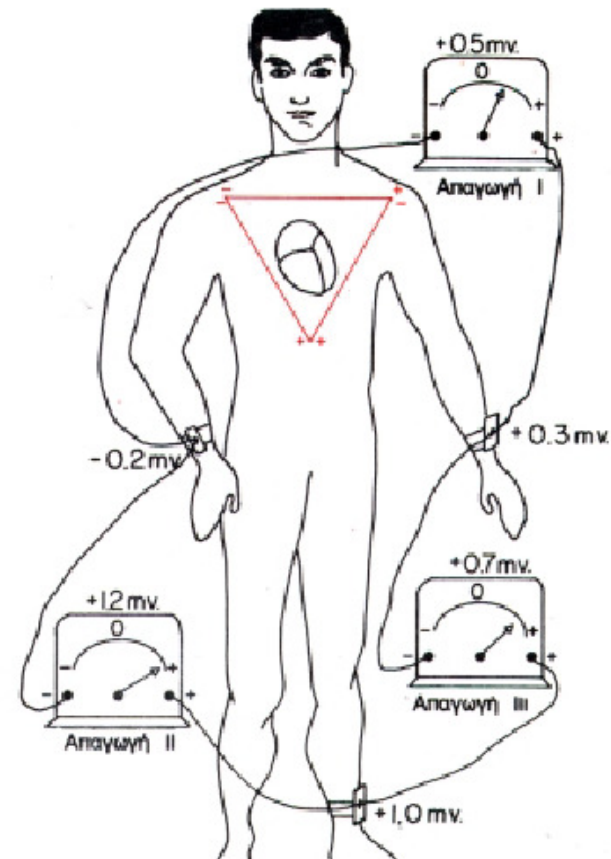
# Συσχέτιση ΗΕΓ και διάδοσης της ηλεκτρικής διαταραχής στο μυοκάρδιο

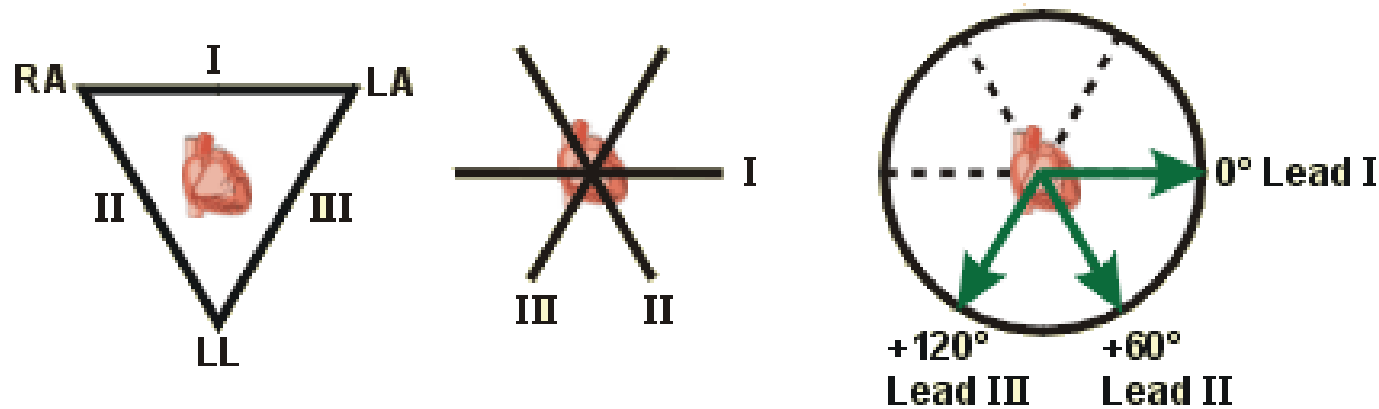


Κόκκινο: περιοχές του μυοκαρδίου σε εκπόλωση  
Μαύρο: περιοχές του μυοκαρδίου σε επαναπόλωση

# Ηλεκτροκαρδιογραφικές Απαγωγές

- *Πρότυπες διπολικές απαγωγές των άκρων* Διπολική Απαγωγή : το ΗΚΓ καταγράφεται από δύο ειδικά ηλεκτρόδια τοποθετημένα στα άκρα.
- Απαγωγή I: αρνητικό ηλεκτρόδιο: δεξί χέρι, θετικό ηλεκτρόδιο: αριστερό χέρι  
 $I = V_{AX} - V_{\Delta X}$
- Απαγωγή II: αρνητικό ηλεκτρόδιο: δεξί χέρι, θετικό ηλεκτρόδιο: αριστερό πόδι  
 $II = V_{\Delta\Pi} - V_{\Delta X}$
- Απαγωγή III: αρνητικό ηλεκτρόδιο: αριστερό χέρι, θετικό ηλεκτρόδιο: αριστερό πόδι  $III = V_{\Delta\Pi} - V_{AX}$





- Αν θεωρήσουμε ότι τα 3 άκρα στα οποία τοποθετούνται ηλεκτρόδια βρίσκονται στις κορυφές ενός ισόπλευρου τριγώνου, τότε δημιουργείται το τρίγωνο Einthoven.
- Οι τρεις πλευρές του τριγώνου ορίζουν το αξονικό σύστημα.
- Η εκπόλωση που διαδίδεται στα κύτταρα του μυοκαρδίου προκαλεί θετική τάση στα θετικά ηλεκτρόδια των διπολικών απαγωγών. Από τις καταγραφές κάθε ενός από τα 3 ηλεκτρόδια υπολογίζεται η κατεύθυνση της διάδοσης του κύματος εκπόλωσης της καρδιάς, το οποίο ονομάζεται ηλεκτρικό διάνυσμα της καρδιάς.

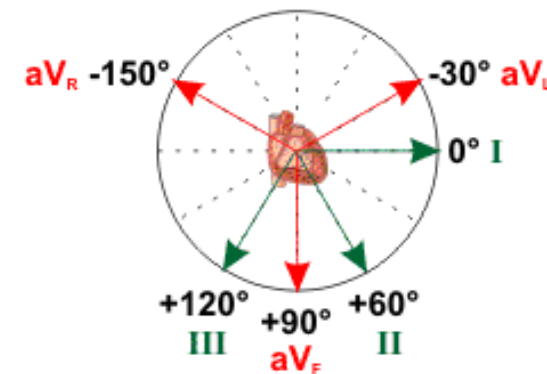
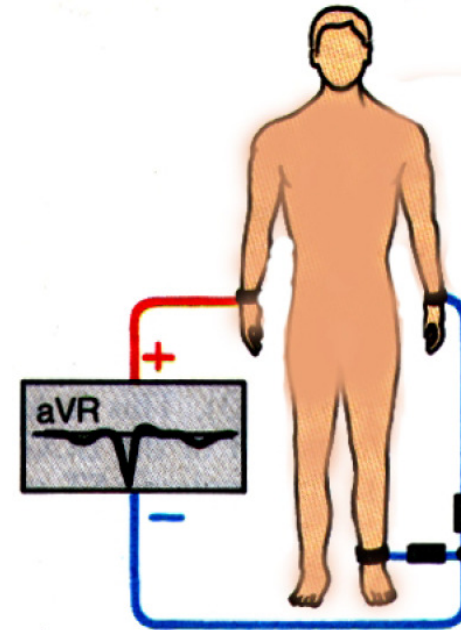
- Διάγνωση *καρδιακών αρρυθμιών* :
  - δεν ενδιαφέρει η απαγωγή, αλλά οι χρονικές σχέσεις διαφόρων κυμάτων του καρδιακού κύκλου
- Διάγνωση *βλάβης κοιλιών ή κόλπων* :
  - οι διαταραχές του μυοκαρδίου αλλοιώνουν σημαντικά την εικόνα των ΗΚΓ ορισμένων απαγωγών, χωρίς να επηρεάζουν άλλες.



Τυπικές καταγραφές των  
απαγωγών I, II και III σε μη  
παθολογική καρδιά

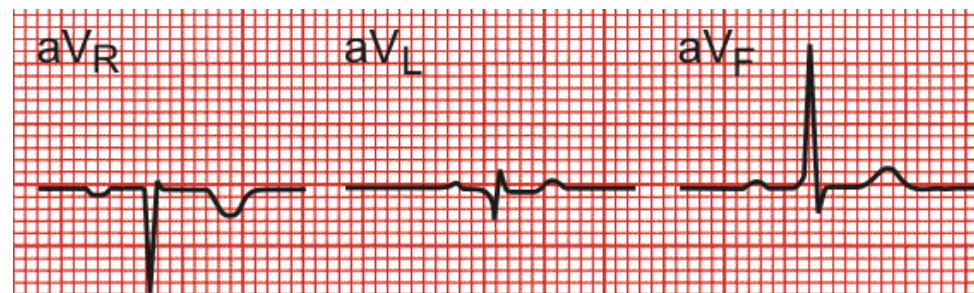
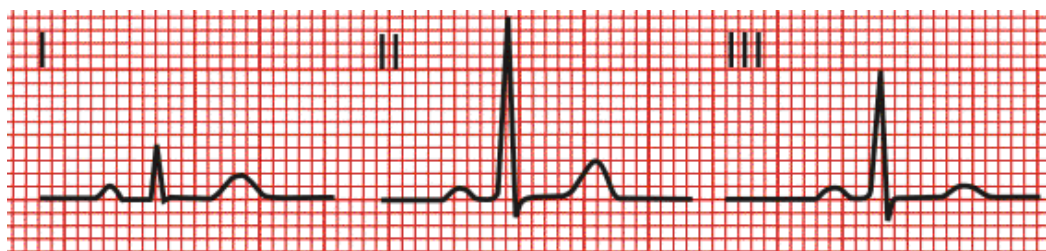
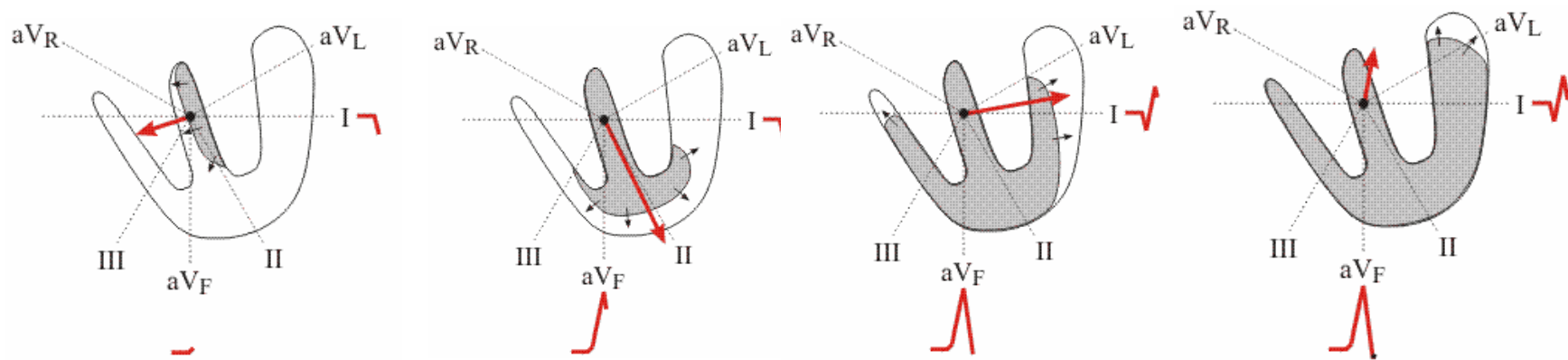
# Ενισχυμένες μονοπολικές απαγωγές άκρων

- Πρόκειται για μονοπολικές απαγωγές που εφαρμόζονται στα τρία άκρα. Σε κάθε μια θεωρείται ότι η τρέχουσα απαγωγή είναι το θετικό ηλεκτρόδιο, ενώ το αρνητικό ηλεκτρόδιο υπολογίζεται με ταυτόχρονη σύνδεση σε δύο άλλα άκρα (εκτός της τρέχουσας απαγωγής) με παρεμβολή κατάλληλων ηλεκτρικών αντιστάσεων.
- Έτσι προκύπτει ένα νέο σύστημα αξόνων, το οποίο έχει την ακόλουθη σχέση με το τρίγωνο Einthoven.
  - $aV_R -150^0$  σχετικά με το ηλεκτρόδιο I
  - $aV_L -30^0$  σχετικά με το ηλεκτρόδιο I
  - $aV_F +90^0$  σχετικά με το ηλεκτρόδιο I



- Οι καταγραφές των τριών ηλεκτροδίων θα είναι θετικές όταν το κύμα εκπόλωσης των κυττάρων της καρδιάς κατευθύνεται προς τον θετικό ημιάξονα του ηλεκτροδίου. Έτσι για μη παθολογική καρδιά με ηλεκτρικό άνυσμα με κατεύθυνση  $+30^{\circ}$  οι φυσιολογικές καταγραφές δίνονται παρακάτω.
- Οπτική επεξήγηση της μεταβολής του ανύσματος της καρδιάς σαν συνάρτηση του καρδιακού κύκλου και οι αντίστοιχες καταγραφές της ενισχυμένης μονοπολικής απαγωγής aVF, δίνεται στην επόμενη διαφάνεια.

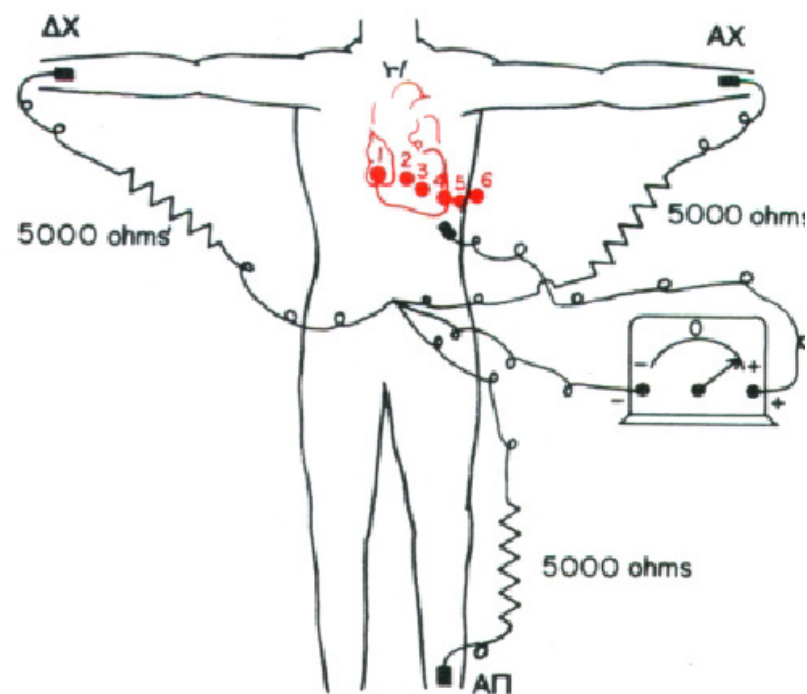




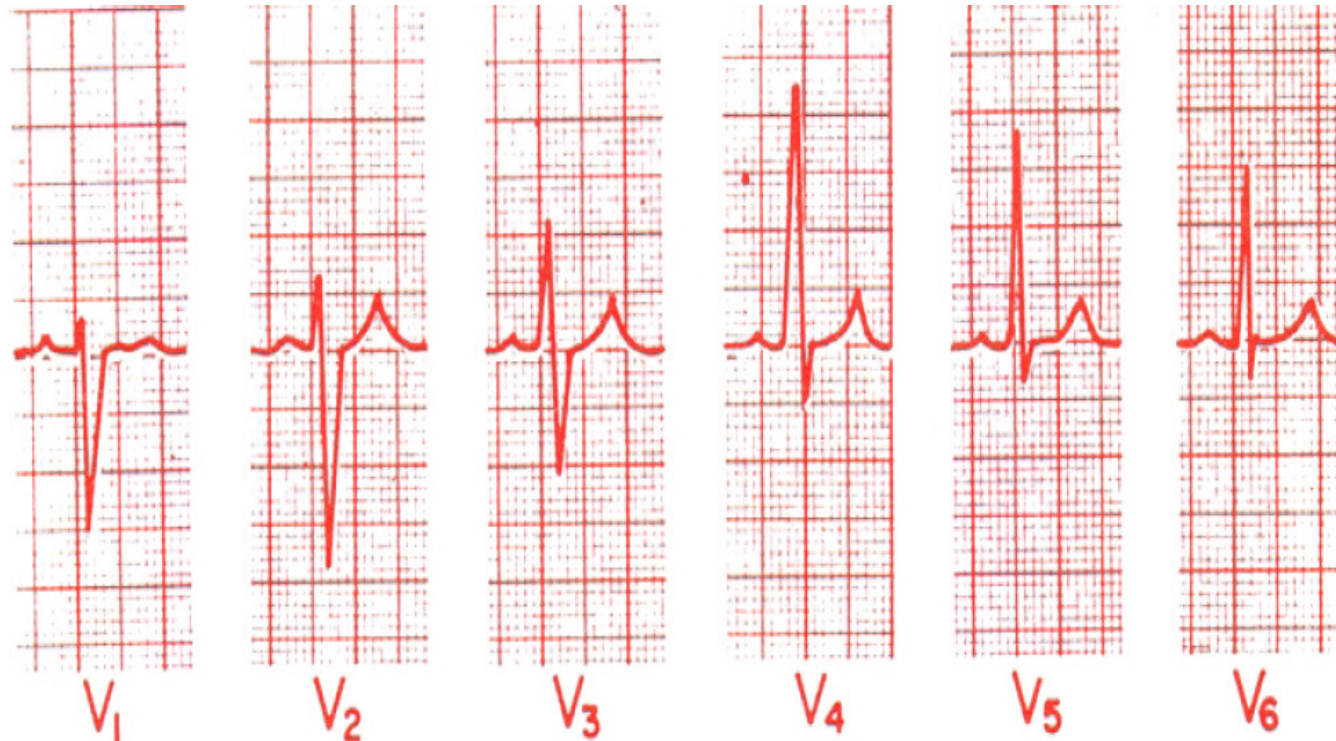
- Οι φάσεις της εκπόλωσης των κοιλιών. Το εκπολούμενο τμήμα παρουσιάζεται με γκρι χρώμα.

## Θωρακικές απαγωγές

- **Θετικό ηλεκτρόδιο :**  
τοποθετείται σε μία από τις  
τοποθετείται σε μία από τις  
θέσεις 1-6.
- **Αρνητικό ηλεκτρόδιο :**  
συνδέεται ταυτόχρονα με  
ηλεκτρικές αντιστάσεις στο  
ΔΧ, ΑΧ, και ΑΠ.
- Καταγράφεται το δυναμικό  
του ιστού κάτω από το  
θετικό ηλεκτρόδιο



## Φυσιολογικά ΗΚΓ των έξι τυπικών προκάρδιων απαγωγών



**Απαγωγές V1 και V και V2: QRS κατά το μεγαλύτερο μέρος  $< 0$ .**

Ηλεκτρόδιο πιο κοντά στη βάση παρά στην κορυφή.

**Απαγωγές V4, V , V5 και V6: QRS κατά το μεγαλύτερο μέρος  $> 0$ .**

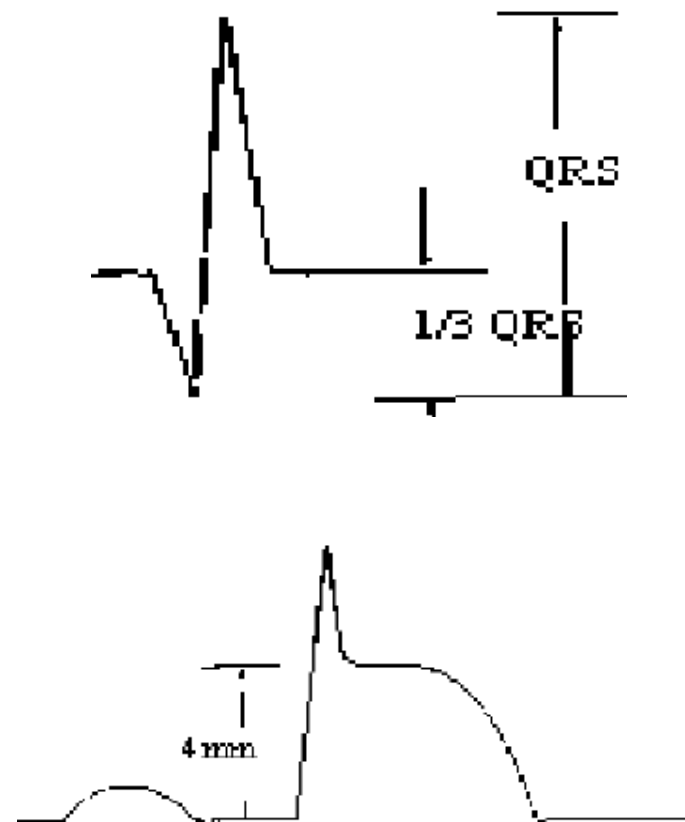
Ηλεκτρόδιο πιο κοντά στην κορυφή της καρδιάς

# Ηλεκτροκαρδιογράφος (ΗΚΓγράφος)

- Ηλεκτροκαρδιογράφος (ΗΚΓγράφος): το ηλεκτρονικό μηχάνημα που χρησιμοποιείται για την καταγραφή του ΗΚΓ. Αποτελείται από έναν ενισχυτή σήματος με υψηλό κέρδος ενίσχυσης και τον καταγραφέα.
- Κατηγορίες ΗΚΓγράφων ανάλογα με αριθμό των καναλιών εξόδου:
  - Μονοκαναλικοί: ένα κανάλι. Πολύ μικρό εύρος σήματος 1-10μV. το ηλεκτρόδιο είναι αισθητήρας ηλεκτρικής τάσης που τοποθετείται στον ασθενή με καθετηριασμό.
  - 12-καναλικοί: πιο διαδεδομένη κατηγορία, τοποθετούνται 6 στο θώρακα και 4 στα άκρα
  - Πολυκαναλικοί: 32 ως 256 κανάλια με ηλεκτρόδια σε όλη την επιφάνεια του ανθρώπινου σώματος. Χρησιμοποιούνται κυρίως για πειραματικούς σκοπούς.
- κατάλληλο εύρος φάσματος ~ 0,05 - 100Hz

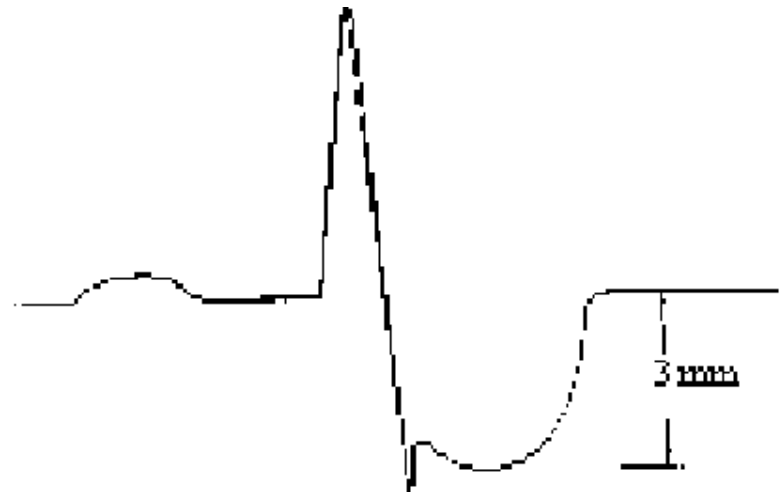
# Έμφραγμα μυοκαρδίου

- Πλήρης απόφραξη μιας στεφανιαίας αρτηρίας → μια περιοχή της καρδιάς δεν αιματώνεται →
- Δεν παράγεται ηλεκτρικό κύμα από την αποφραγμένη περιοχή
- Διάγνωση με ΗΚΓ :
  - σημαντικό κύμα Q
  - Ανύψωση του κύματος ST (1mm=0,2 mV)



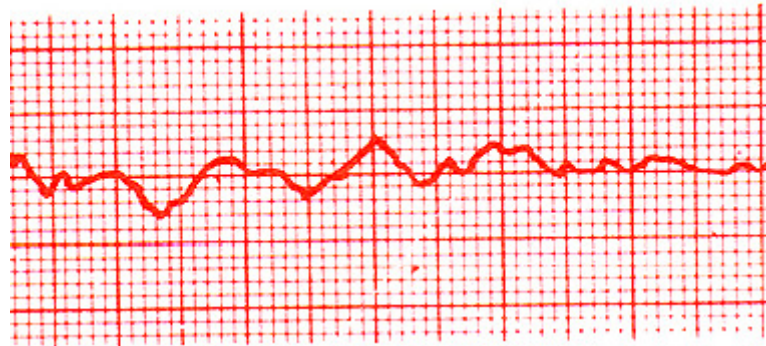
## Στηθαγγική κρίση

- Παροδική ισχαιμία μυοκαρδίου λόγω αυξημένων απαιτήσεων του μυοκαρδίου σε οξυγόνο π.χ. σε σωματική προσπάθεια ή συγκίνηση - **σταθερή στηθάγχη**, ή λόγω σπασμού των στεφανιαίων αρτηριών - **ασταθής στηθάγχη**.
- Διάγνωση με ECG: κατάπτωση του ST κατά 0,6 mV στις απαγωγές 3 – 6.



# Πτερυγισμός και μαρμαρυγή

- Ακανόνιστη και εξαιρετικά γρήγορη συστολή κόλπων ή κοιλιών
- **Πτερυγισμός:** οι μικρότερης συχνότητας, περισσότερο συντονισμένες συστολές, σε αριθμό 200-300 ανά λεπτό.
- **Μαρμαρυγή:** πολύ μεγάλης συχνότητας, ασυντόνιστες συστολές. Κάποια τμήματα του θαλάμου συστέλλονται και ταυτόχρονα άλλα διαστέλλονται → δεν υπάρχει ώθηση αίματος.
  - Μαρμαρυγή κοιλιών: θανατηφόρα εντός δευτερολέπτων. Ένα πολύ ισχυρό ηλεκτρικό ρεύμα που εφαρμόζεται στις κοιλίες για βραχύ χρονικό διάστημα είναι δυνατόν να σταματήσει την μαρμαρυγή, με την πρόκληση ανερέθιστης περιόδου συγχρόνως σε ολόκληρο το μυοκάρδιο. Η διαδικασία αυτή λέγεται απινίδωση (defibrillation) και γίνεται είτε κατευθείαν στα τοιχώματα της καρδιάς, είτε επί του θωρακικού κλωβού



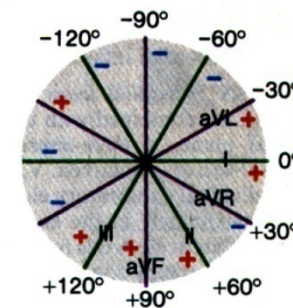
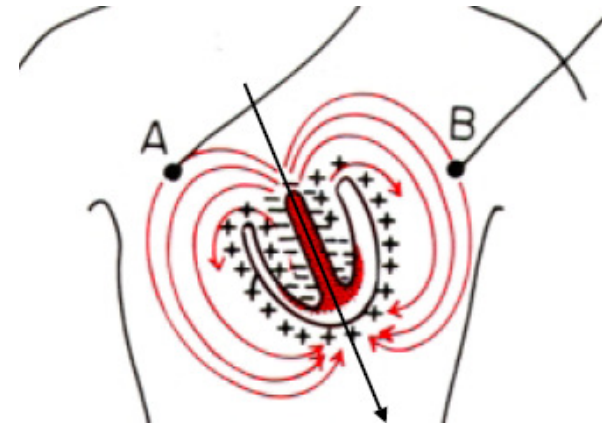
- Μαρμαρυγή κόλπων: Οι κόλποι δεν αντλούν αίμα για τις κοιλίες.
  - Το αίμα εξακολουθεί να ρέει παθητικά μέσα από τους κόλπους - προς τις κοιλίες.
  - Η αντλητική απόδοση των κοιλιών ελαττώνεται μόνο κατά 20 ως - 30%
  - το άτομο μπορεί να επιβιώσει ακόμη και για χρόνια, αν και με ελαττωμένη αντλητική απόδοση της καρδιάς.
  - Το ΗΚΓ της κοιλιακής μαρμαρυγής δεν εμφανίζει κύματα P, ενώ παρατηρείται καρδιακή αρρυθμία.





# Αρχές ανυσματικής ανάλυσης ΗΚΓ

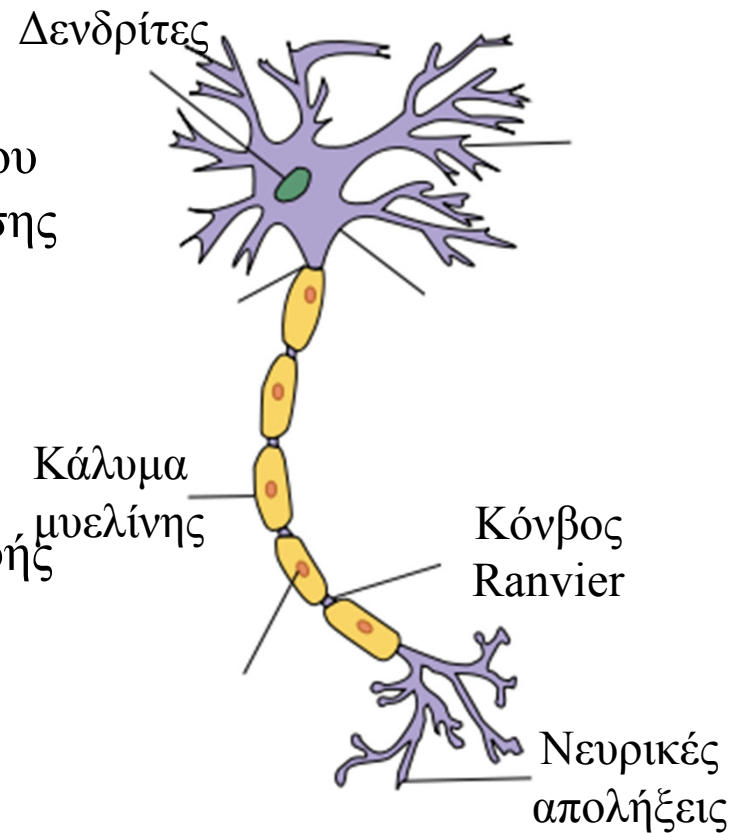
- Όταν ένα τμήμα των κοιλιών γίνεται ηλεκτραρνητικό σε σχέση με τα υπόλοιπα, ηλεκτρικό ρεύμα ρέει από την εκπολωμένη περιοχή στην πολωμένη.
- Η άθροιση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται ονομάζεται «Στιγμαία Ανυσματική Συνισταμένη», ή ηλεκτρικός άξονας της καρδιάς.
- Κατά τη διάρκεια του κύματος QRS, ο ηλεκτρικός άξονας της καρδιάς κατευθύνεται από τη βάση (θετική) προς την κορυφή (αρνητική).
- Αν θεωρήσουμε ένα πολικό σύστημα αναφοράς όπως το διπλανό με 0 μοίρες προς τα αριστερά και +90 μοίρες προς τα πόδια του ασθενούς, ο ηλεκτρικός άξονας QRS έχει κατεύθυνση 59 μοίρες.



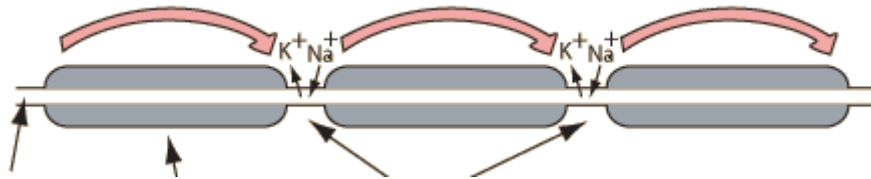
# Νευρικός ιστός και Ηλεκτροεγκεφαλογράφημα (ΗΕΓ – EEG)

- **Βασικά δομικά στοιχεία του εγκεφάλου:**
  - νευρικά κύτταρα – *νευρώνες*
  - νευρογλοία - διατροφή και στήριξη νευρώνων
- **Νευρώνας: αυτόνομος και αποτελείται από:**
  - κυρίως νευρικό κύτταρο (σώμα)
  - αποφυάδες (νευρίτες)
- **Κυρίως νευρικό κύτταρο: περικλείει:**
  - » πυρήνα
  - » κυτταρικό σώμα

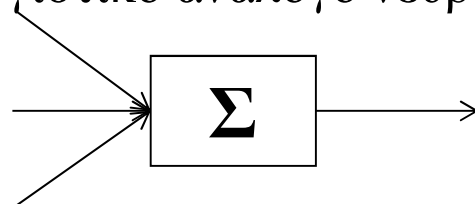
- Νευροάξονας (άξονας) κάθε νευρώνα: «Έξοδος» κυττάρου. Νηματοειδής προέκταση κυρίως νευρικού Κυττάρου που επιτρέπει τη διάδοση του δυναμικού δράσης κυτταρικού με κατεύθυνση προς την απόληξή του.
- Κατάληξη αξόνων στην «προσυναπτική» μεμβράνη συμμετοχή στο σχηματισμό σύναψης – περιοχή ηλεκτροχημικής επαφής του νευρώνα με άλλους νευρώνες για τη μετάδοση σημάτων).



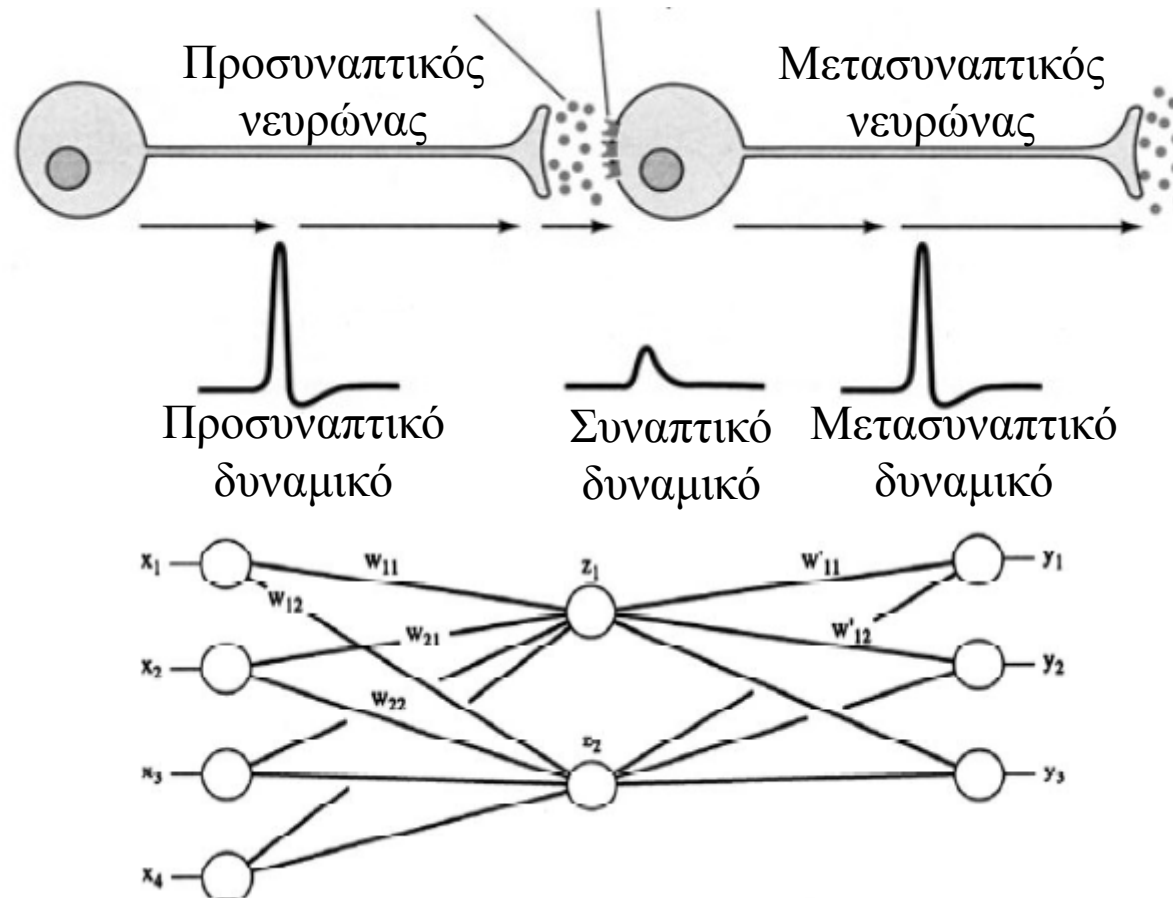
- Η ταχύτητα διάδοσης του δυναμικού αυξάνεται όσο αυξάνει η διάμετρος του νευράξονα και όσο μειώνεται η εμπέδηση του.
- Η λύση που έχει επιλέξει η φύση για την αύξηση της ταχύτητας διάδοσης είναι η επένδυση του νευράξονα με ένα μανδύα μυελίνης, ο οποίος διακόπτεται σε τακτά χρονικά διαστήματα δημιουργώντας τους κόμβους του Ranvier. Οι κόμβοι αυτοί επιταχύνουν την ταχύτητα διάδοσης, διότι μόνο στα σημεία αυτά επιτρέπεται η διαμεμβρανική κίνηση των ιόντων.



- Υπολογιστικό ανάλογο νευρώνα:

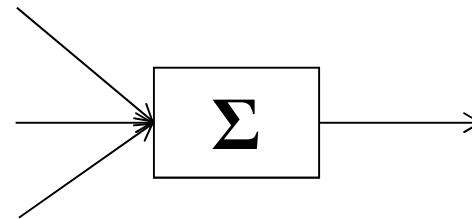


# Συνδέσεις μεταξύ νευρώνων και υπολογιστικό ανάλογο: Νευρωνικά δίκτυα



# Ο τεχνητός νευρώνας (TN)

- Ο τεχνητός νευρώνας είναι η υπολογιστική υλοποίηση ενός απλού αλγορίθμου, ο οποίος προσομοιώνει ένα νευρικό κύτταρο.
- Ας θεωρήσουμε τον TN σαν μία συνάρτηση η οποία:
  - δέχεται μία σειρά από εισόδους
  - Ελέγχει αν το άθροισμα είναι  $>$  από το κατώφλι ενεργοποίησης και αν ναι,
  - παράγει μία έξοδο



- Οι αναλογίες της λειτουργίας του Τεχνητού νευρώνα και του νευρικού κυττάρου φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

	Νευρικό κύτταρο	TN
Είσοδος	Μετασυναπτικά δυναμικά δράσης άλλων νευρώνων	Σήματα εισόδου
Έξοδος	Δυναμικό δράσης	Σήμα εξόδου
Επεξεργασία	Αθροιση εισόδων και σύγκριση με το κατώφλι ενεργοποίησης	Αθροιση εισόδων και σύγκριση με το κατώφλι ενεργοποίησης

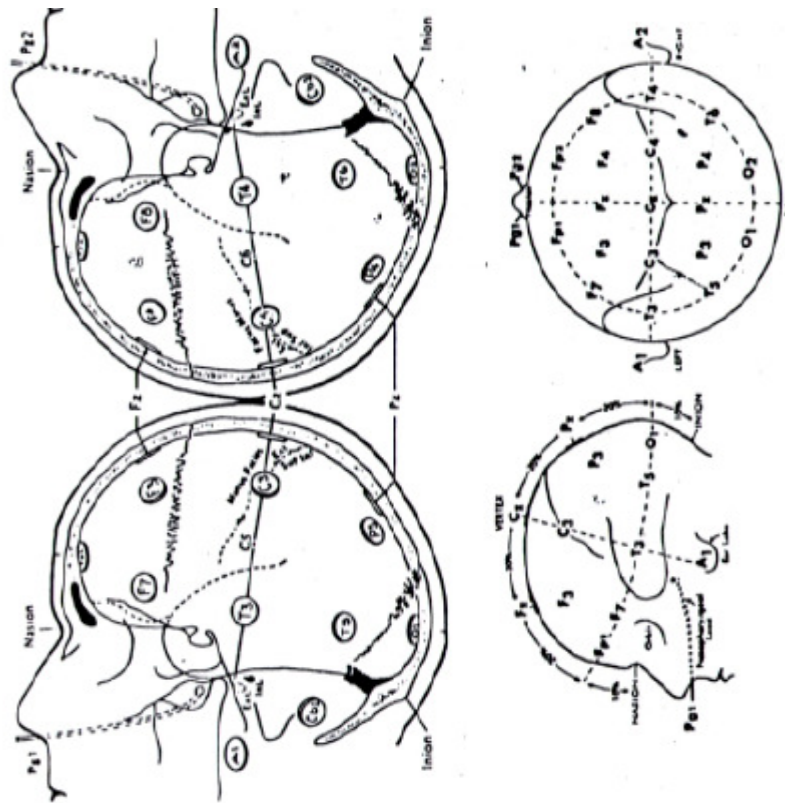
# Ηλεκτροεγκεφαλογραφία

- **Εγκεφαλική Λειτουργία:** Το σύνολο των ηλεκτροχημικών επιδράσεων από νευρώνα σε νευρώνα, αθροιζόμενο για όλες τις περιοχές του εγκεφάλου (μέσα από ένα δίκτυο ανεξερεύνητης ακόμη πολυπλοκότητας).
- **Ηλεκτροεγκεφαλογραφία:**
  - Το εργαλείο για τη μελέτη των διαφόρων διαδικασιών
- **Ηλεκτροεγκεφαλογράφημα:** Καταγραφή διαφορών δυναμικού πάνω στην εξωτερική δερματική επιφάνεια του ανθρώπινου κρανίου → Διάγραμμα μεταβολής της ηλεκτρικής δραστηριότητας (τάσης) του εγκεφάλου με το χρόνο.

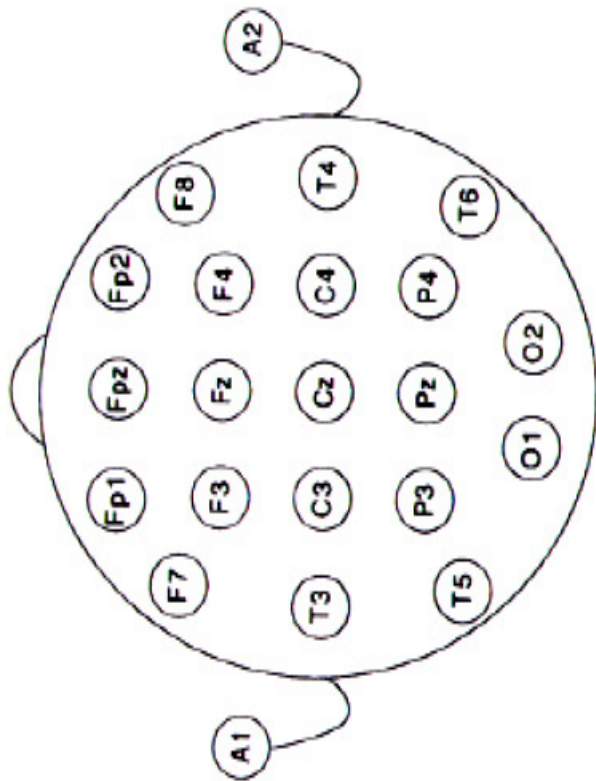


- Τα κύματα του ΗΕΓ χαρακτηρίζονται από:
  - τη συχνότητά τους
  - το δυναμικό ή πλάτος
  - τη μορφή τους
  - την περιοχή επιφάνειας του κρανίου από όπου συλλέγονται
  - τις φυσιολογικές ή παθολογικές συνθήκες που τα συνοδεύουν

# Τυποποιημένες απαγωγές με το σύστημα 10-20



- Σύστημα 10-20: Διεθνές πρότυπο επιλογής θέσεων ηλεκτροδίου
- Απόσταση μεταξύ δύο οποιωνδήποτε ηλεκτροδίων: 20% απόστασης μεταξύ των δύο αυτιών
- Απόσταση από το αυτί στο κοντινότερο προς αυτό ηλεκτρόδιο: 10% απόστασης μεταξύ των δύο αυτιών
- Προσαρμογή θέσεων ηλεκτροδίων ανάλογα με τις διαστάσεις του εξεταζόμενου.



- Cz : κεντρικό σημείο εγκεφάλου
- Fpz, Fz, Cz, Pz : ηλεκτρόδια μέσης γραμμής
- Fx : ηλεκτρόδια στο μπροστινό μέρος του εγκεφάλου
- Αριστερό ημισφαίριο: μονοί αριθμοί στα ηλεκτρόδια
- Δεξί ημισφαίριο: ζυγοί αριθμοί στα ηλεκτρόδια
- A1 και A2 συνήθως ηλεκτρόδια αναφοράς (είτε ένα από αυτά, είτε ο συνδυασμός τους)
- Fpz : γείωση

## Διπολικές και μονοπολικές μετρήσεις

- **«Διπολική» Μέτρηση:** όταν το μετρούμενο σήμα προκύπτει ως διαφορά δυναμικού δύο ηλεκτροδίων ενεργών περιοχών.
- Πλεονέκτημα: Απορρίπτει τυχόν παράσιτα τα οποία είναι κοινά στα δύο ηλεκτρόδια.
- **«Μονοπολική» Μέτρηση:** όταν το μετρούμενο σήμα προκύπτει ως διαφορά δυναμικού ενός ηλεκτροδίου ενεργής περιοχής και ενός ηλεκτροδίου ανενεργής περιοχής.
- Ηλεκτρόδιο ανενεργής περιοχής: κοινό για όλες τις μετρήσεις, σημείο αναφοράς που δεν επηρεάζεται (κανονικά) από εγκεφαλικά ρεύματα).
- Χρησιμοποιείται στην περίπτωση της ψυχοφυσιολογικής έρευνας.
- Ενεργά σημεία: ηλεκτρόδια που βρίσκονται «πάνω» από εγκεφαλικές περιοχές που ενδεχομένως θα παρουσιάσουν δραστηριότητα
- Ανενεργά σημεία: ηλεκτρόδια τοποθετημένα «πάνω» από περιοχές που θεωρείται ότι δεν έχουν σχέση με εγκεφαλική λειτουργία (π.χ. αυτί)

# Ρυθμοί ΗΕΓ

- **Ρυθμός α:** - εμφανίζεται σε ~ 75% ενηλίκων
  - είναι ο πρώτος ρυθμός που μελετήθηκε
  - κλείσιμο (άνοιγμα) ματιών προκαλεί αύξηση (μείωση) ρυθμού α
  - αισθητηριακός ερεθισμός ή πνευματική δραστηριότητα προκαλούν μείωση ρυθμού α
- **Ρυθμός β:** - ο κυρίαρχος ρυθμός κατά τη φάση πλήρους εγρήγορσης φυσιολογικού ατόμου
  - είναι ο δεύτερος ρυθμός που μελετήθηκε
- **Ρυθμός δ:** - συσχετίζεται με τον ύπνο στον φυσιολογικό άνθρωπο
- - κύριος ρυθμός στα νεογέννητα ως το δεύτερο έτος ηλικίας
- **Ρυθμός θ:** - συνδέεται με μηχανισμούς καταστολής / χαλάρωσης
  - είτε σε συνδυασμό με το β ρυθμό σε φάσεις αυξημένης προσοχής
  - εμφανίζεται και σε περιπτώσεις άγχους και ψυχικών διαταραχών

# Παράσιτα στη μέτρηση ΗΕΓ

- Μη φυσιολογικής προέλευσης
  - Ηλεκτρόδια (π.χ. μετακίνηση)
  - Παρεμβολές από το δίκτυο
- Φυσιολογικής προέλευσης
  - Ηλεκτρομυϊκή δραστηριότητα (π.χ. συστολή μυών του λαιμού)
  - Κίνηση ματιών
  - Ηλεκτρική δραστηριότητα της καρδιάς
  - Επίδραση αναπνοής
  - Ιδρώτας

# Χρήση ΗΕΓ στη Νευρολογία

- σωστή εξέλιξη Κεντρικού Νευρικού Συστήματος από γέννηση ως ενηλικίωση
- βαρύτητα νόσου εγκεφαλοπαθειών (π.χ Alzheimer) και υποβοήθηση διάγνωσης και πρόβλεψης
- μελέτη επιληψίας
  - εμφάνιση «αιχμών» και «βραχέων κυμάτων» (spikes and short waves - SSW) υψηλής συχνότητας, με διάρκεια από 20-70msec και 70-200msec αντιστοίχως.
- Περιπτώσεις κρανιοεγκεφαλικών κακώσεων, κώματος
- Κύριο μέσο στη μελέτη του ύπνου

# Ταξινόμηση Προκλητών Δυναμικών (ΠΔ) Εγκεφάλου

- **Είδος ερεθίσματος**
  - Σωματοαισθητικά
  - οπτικά ΠΔ (VEP)
  - ακουστικά ΠΔ (AEP)
- **Χρόνος εμφάνισης μετά το ερέθισμα**
  - πρώιμα - < 12 msec διαβίβαση νευρωνικών ώσεων κατά μήκος του ακουστικού ή οπτικού νεύρου για AEP ή VEP και κατά μήκος της σωματοαισθητικής οδού
  - μέσα - 12-50 msec
  - ύστερα - 50-800 msec, αντανακλούν εγκεφαλική δραστηριότητα περιοχών φλοιού ως αντίδραση στην άφιξη εξωτερικής πληροφορίας



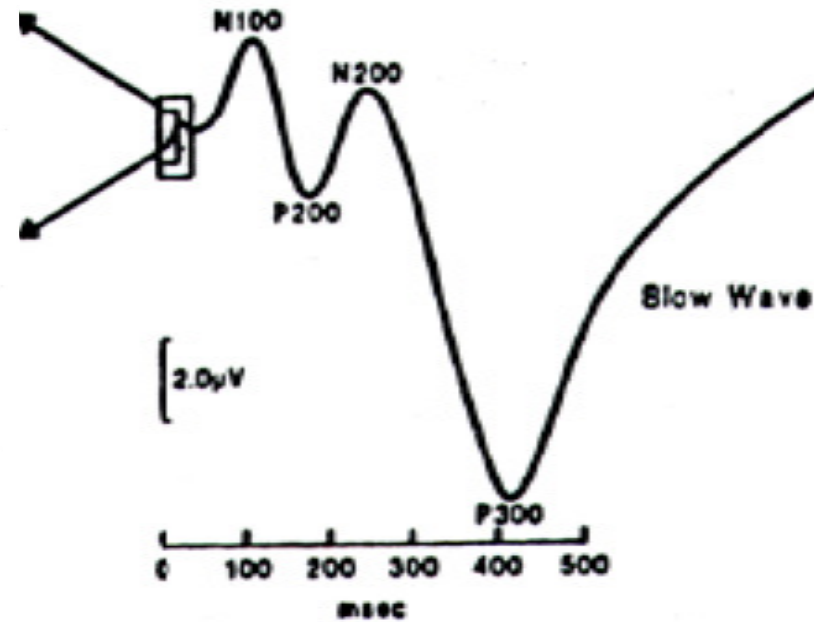
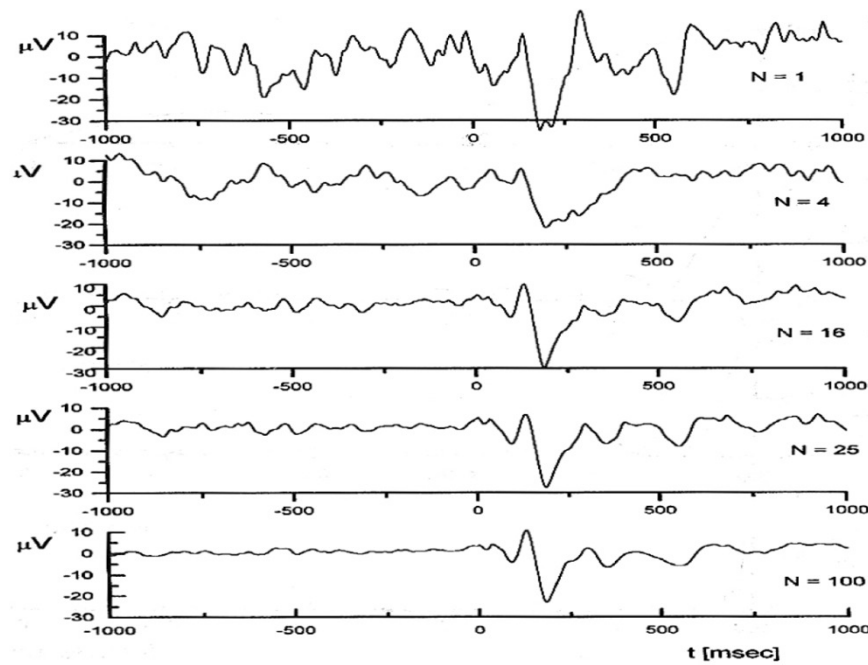
- **Μικρό πλάτος δυναμικών (0,1 - 20  $\mu\text{V}$ ) - σε σχέση με πλάτος ΗΕΓ (μέσος όρος  $\sim 50\mu\text{V}$ )**
- Η μέτρηση γίνεται με τη διάταξη μέτρησης ΗΕΓ.
- ΠΔ + γενικότερη λειτουργία εγκεφάλου
- το τμήμα της  $\Delta V$  που δε σχετίζεται με το ερέθισμα είναι θόρυβος και αντιστοιχεί στο συμβατικό ΗΕΓ (αν δεν υπήρχε ερέθισμα)
- Συμβατικό ΗΕΓ πολύ ισχυρότερο του ΠΔ

- Τα ΠΔ έχουν μικρό πλάτος και είναι εντός του ΗΕΓ που προκύπτει από την κανονική λειτουργία του εγκεφάλου.
- Θεωρείται ότι η καταγραφή αποτελείται από το ΗΕΓ  $n(t)$  και το ΠΔ  $s(t)$ .
- Πολλαπλές διαδοχικές καταγραφές υπό ταυτόσημα εξωτερικά ερεθίσματα παράγουν αλγεβρικό άθροισμα του ΗΕΓ και του ΠΔ.
- Θεωρώντας το ΠΔ ως ταυτόσημο επειδή παράγεται από ταυτόσημα εξωτερικά ερεθίσματα και το ΗΕΓ ως τυχαία μεταβλητή, το αλγεβρικό άθροισμα το υΗΕΓ θα είναι σχεδόν 0, όσο το πλήθος των διαδοχικών καταγραφών αυξάνει.

$$r_i(t) = s_i(t) + n_i(t), i = 1, \dots, M$$

$$E(r_i(t)) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M r_i(t) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M s_i(t) + \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M n_i(t) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M s_i(t)$$

- Θετικές και αρνητικές κορυφές ύστερων προκληρών δυναμικών.



# Συνέλιξη (Convolution)

- Γραμμικός Τελεστής (με σήματα ως ορίσματα) που χρησιμοποιείται για την επεξεργασία σήματος

$$\text{conv}(x, y) = x * y = z$$

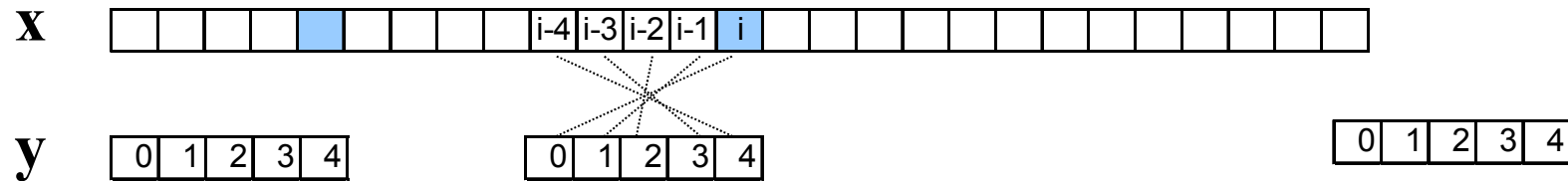
- Εφαρμογές: υλοποίηση γραμμικών ψηφιακών φίλτρων (στο χώρο του χρόνου), για αποκατάσταση σήματος, συμπίεση θορύβου, ανάδειξη ακμών κλπ

# Ορισμός και βήματα υλοποίησης

$$\text{conv}(x, y) = x * y = z(i) = \sum_{j=0}^{M-1} y(j)x(i-j)$$

- Το σήμα  $\mathbf{y(j)}$ ,  $j=0..M-1$  καλείται μάσκα ή πυρήνας (kernel) της συνέλιξης
- Το προς συνέλιξη σήμα  $\mathbf{x(i)}$ ,  $i=0..N-1$  αντιστρέφεται και η μάσκα μετατοπίζεται ώστε η 1η θέση της να συμπέσει με τη θέση υπολογισμού του  $\mathbf{x}$
- Τα δύο σήματα πολλαπλασιάζονται και προστίθονται για όλες τις μη μηδενικές θέσεις της μάσκας.
- Το τελικό πλήθος των σημείων υπολογισμού της συνέλιξης είναι  $\mathbf{M+N-1}$ , δηλ.  $i=0...M+N-2$

- Γραφική αναπαράσταση των βημάτων

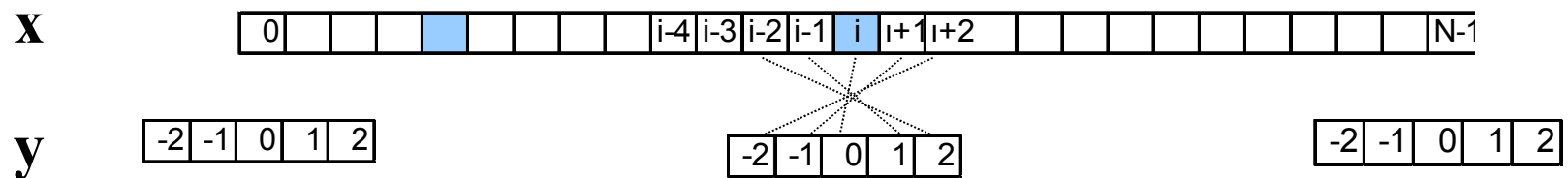


- Πιο αριστερά από τη θέση  $M-1$  του σήματος  $\mathbf{x}$  ( $M$  το πλήθος των σημείων του  $\mathbf{y}$ ) η συνέλιξη είτε δεν υπολογίζεται, είτε το  $\mathbf{x}$  συμπληρώνεται με μηδενικές τιμές *-zero padding*.
- Το ίδιο συμβαίνει για  $i > N$

Εναλλακτικός ορισμός της συνέλιξης και Γραφική αναπαράσταση των βημάτων:  
 (τελικό πλήθος των σημείων υπολογισμού της συνέλιξης:  $M+N-1$ )

$$\text{conv}(x, y) = x * y = z(i) = \sum_{j=-M/2}^{M/2} y(j)x(i-j)$$

$$i = -2, -1, \dots, N-1, N, N+1$$

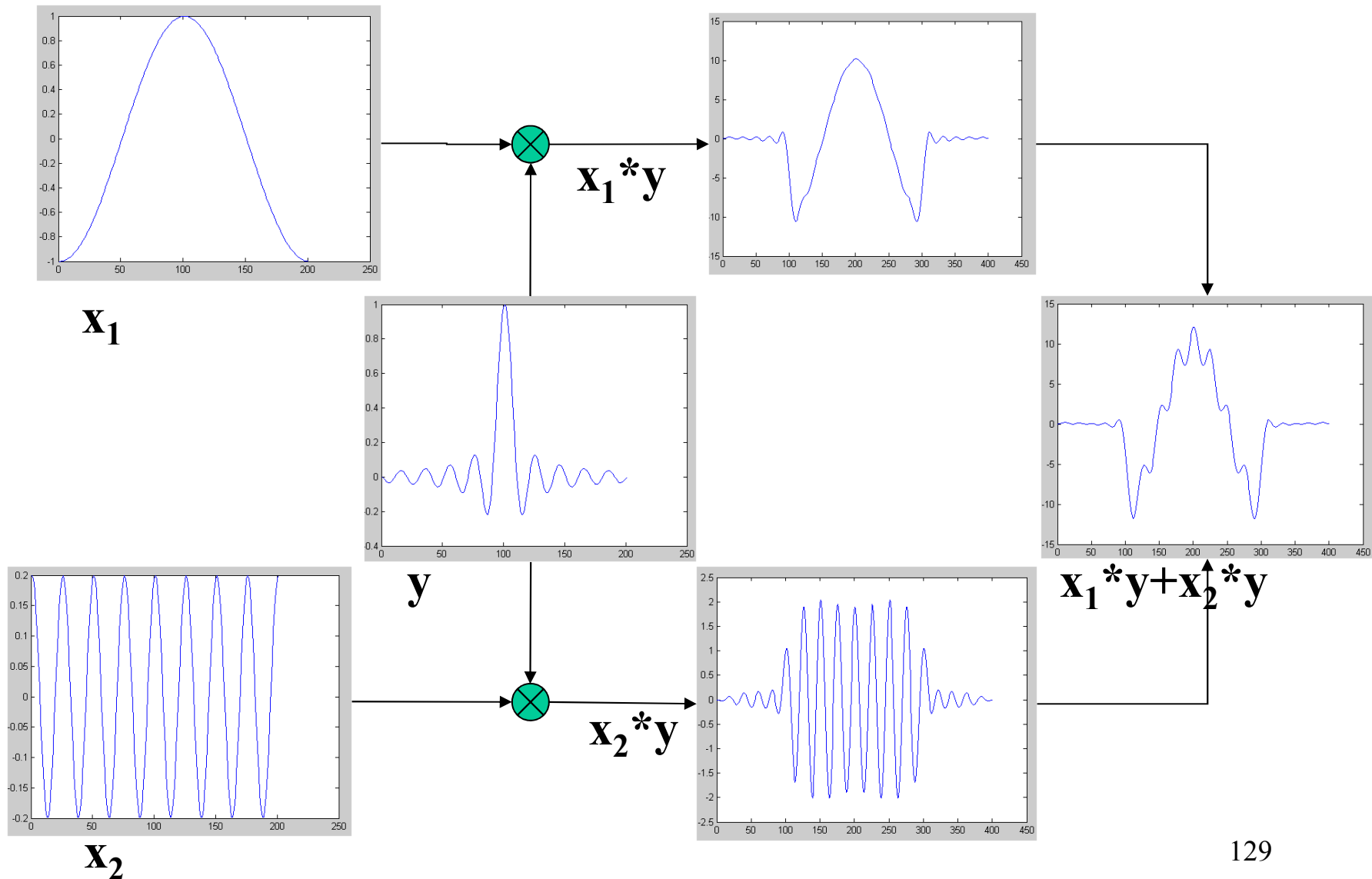


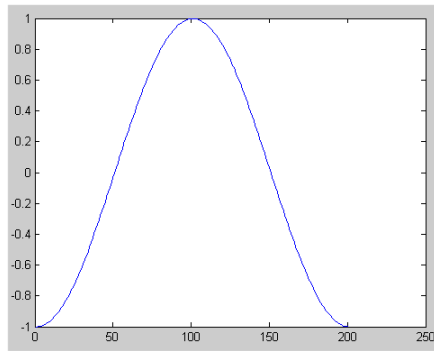
# Ιδιότητες της συνέλιξης

- Μεταθετικότητα  $x * y = y * x$
- Προσεταιριστικότητα  $(x * y) * z = x * (y * z)$
- Προσεταιριστικότητα II  
 $(x * h_1) * h_2 * \dots = (x * h_2) * h_1 * \dots = x * (h_1 * h_2 * \dots)$
- Γραμμικότητα  
 $(x_1 + x_2) * y = (x_1 * y) + (x_2 * y)$
- Κεντρικό οριακό Θεώρημα  
 $\underbrace{x * x * x * \dots}_n \rightarrow \text{Gaussian} \leftarrow n \rightarrow \infty$

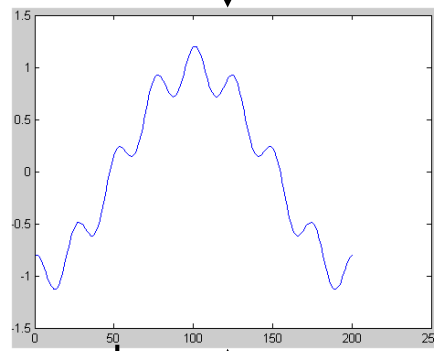


# Παράδειγμα γραμμικότητας συνέλιξης

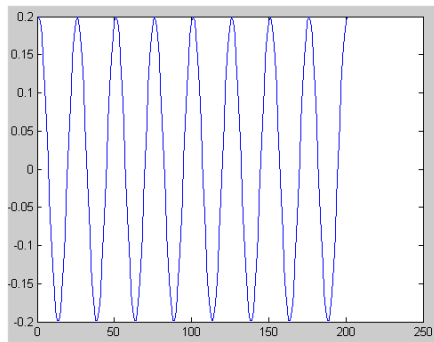




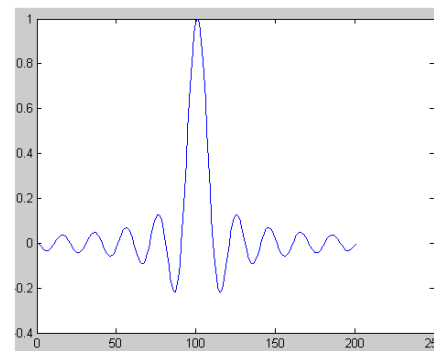
$x_1$



$x_1 + x_2$



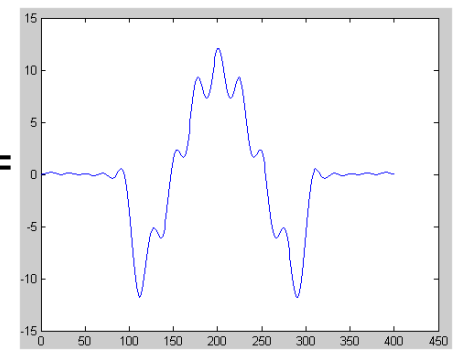
$x_2$



$y$

\*

=



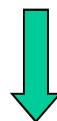
$(x_1 + x_2) * y$

## Εξομάλυνση σήματος $s$ με συνέλιξη

- Επιτυγχάνεται με χρήση μήτρας  $h$  μορφής όπως ο τετραγωνικός παλμός ή η γκαουσιανή:

$$h = \frac{1}{3} [1 \quad 1 \quad 1]$$

Απότομη μεταβολή



$s$	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
$s * h$	0	0	0	0	0	0	0	0,33	0,67	1	1	1	1	1

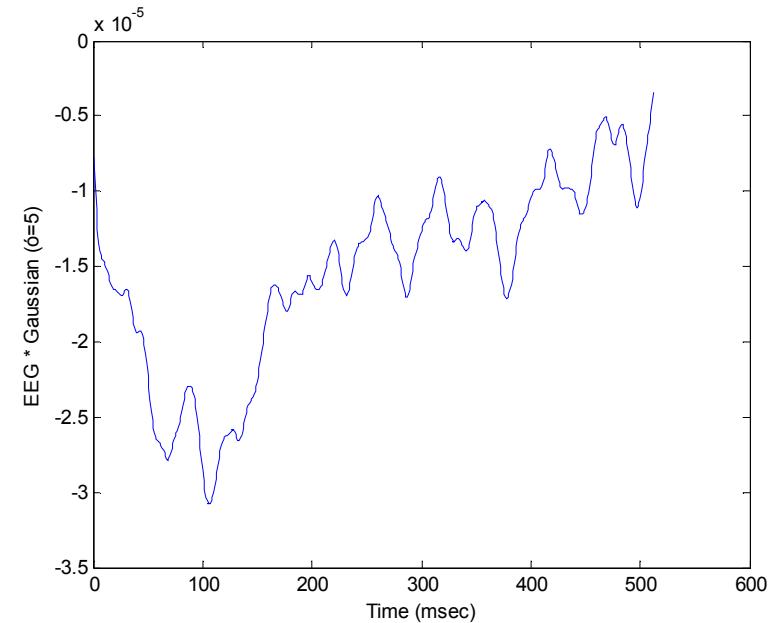
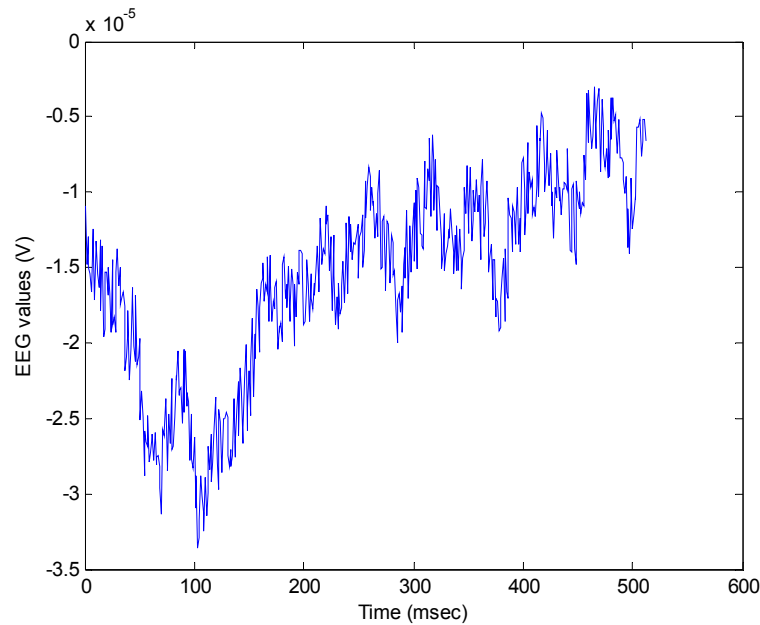


Εξομάλυνση

- Συχνά χρησιμοποιείται για εξομάλυνση μία διακριτή γκαουσιανή η οποία υπολογίζεται σε διακριτή μορφή ως εξής:
  - καθορίζεται το  $\sigma$  της γκαουσιανής (δηλ. το πλάτος της)
  - Υπολογίζονται οι τιμές σε ένα πίνακα συμμετρικό γύρω από το  $(0,0)$ . Η πλευρά του πίνακα πρέπει να είναι τουλάχιστον  $6\sigma+1$ . Δηλ  $[-3\sigma \dots 3\sigma]$ , ώστε ο διακριτός πίνακας να περιλαμβάνει την καμπύλη μέχρι και πολύ χαμηλές τιμές.
  - Όσο μεγαλύτερο το  $\sigma$ , τόσο ισχυρότερη η εξομάλυνση που προκαλείται από τη συνέλιξη του σήματος με την γκαουσιανή

$$g(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

# Εξομάλυνση EEG (προκλητού δυναμικού) με χρήση γκαουσιανής



## Εντοπισμός μεταβολών με συνέλιξη

- Η μεταβολή ενός σήματος μπορεί να οριστεί διακριτά με πολλούς τρόπους

$$\Delta s(t) \Big|_{t=t_0} = s(t_0 + 1) - s(t_0 - 1)$$

$$\Delta s(t) \Big|_{t=t_0} = s(t_0) - s(t_0 - 1)$$

- Τα παραπάνω μπορούν να υλοποιηθούν με συνέλιξη με τις εξής μήτρες αντίστοιχα:

$$h_1 = [1 \quad 0 \quad -1]$$

$$h_2 = [1 \quad -1]$$



<b>s</b>	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
<b>s*h<sub>1</sub></b>	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
<b>s*h<sub>2</sub></b>	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0

# Εντοπισμός μεταβολών με συνέλιξη με χρήση της 1<sup>ης</sup> και 2<sup>ης</sup> παραγώγου

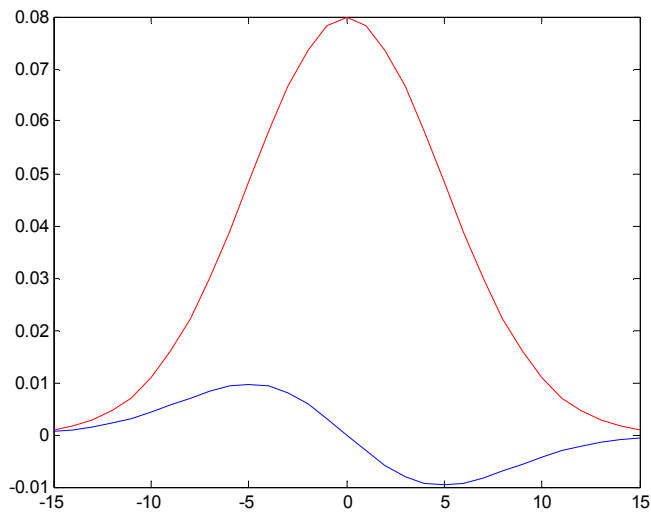
- Συχνά χρησιμοποιείται για εντοπισμό μεταβολών η διακριτή πρώτη παράγωγος της γκαουσιανής η οποία υπολογίζεται αναλυτικά και κατόπιν διακριτοποιείται
- Η συνέλιξη ενός σήματος με την παράγωγο της γκαουσιανής ισοδυναμεί με συνέλιξη του σήματος με την γκαουσιανή και παραγωγή του αποτελέσματος.
- Η τεχνική αυτή χρησιμοποιείται σε σήματα τα οποία περιέχουν θόρυβο, στα οποία η εφαρμογή των μασκών  $h1$  ή  $h2$  θα έδινε πολύ θορυβώδη αποτελέσματα.

$$\frac{dg}{dx} = g1(x) = \frac{-x}{\sigma^3 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

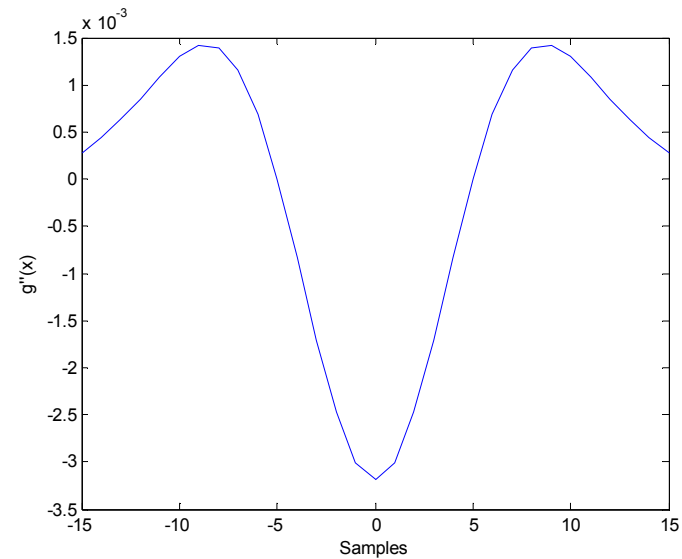


- Συχνά χρησιμοποιείται για εντοπισμό μεταβολών η διακριτή δεύτερη παράγωγος της γκαουσιανής η οποία υπολογίζεται αναλυτικά και κατόπιν διακριτοποιείται
- Στα σημεία της ακμής
  - Η συνέλιξη με την 1<sup>η</sup> παράγωγο της γκαουσιανής παρουσιάζει ακρότατο: μέγιστο όταν η τιμή του σ'ήματος αυξάνει και ελάχιστο όταν η τιμή του σήματος μειώνεται
  - Η συνέλιξη με την 2<sup>η</sup> παράγωγο της γκαουσιανής τέμνει τον οριζόντιο άξονα (zero crossing).

$$\frac{d^2 g}{dx^2} = g_2(x) = \left( \frac{-1}{\sigma^2} + \frac{x^2}{\sigma^4} \right) g(x)$$



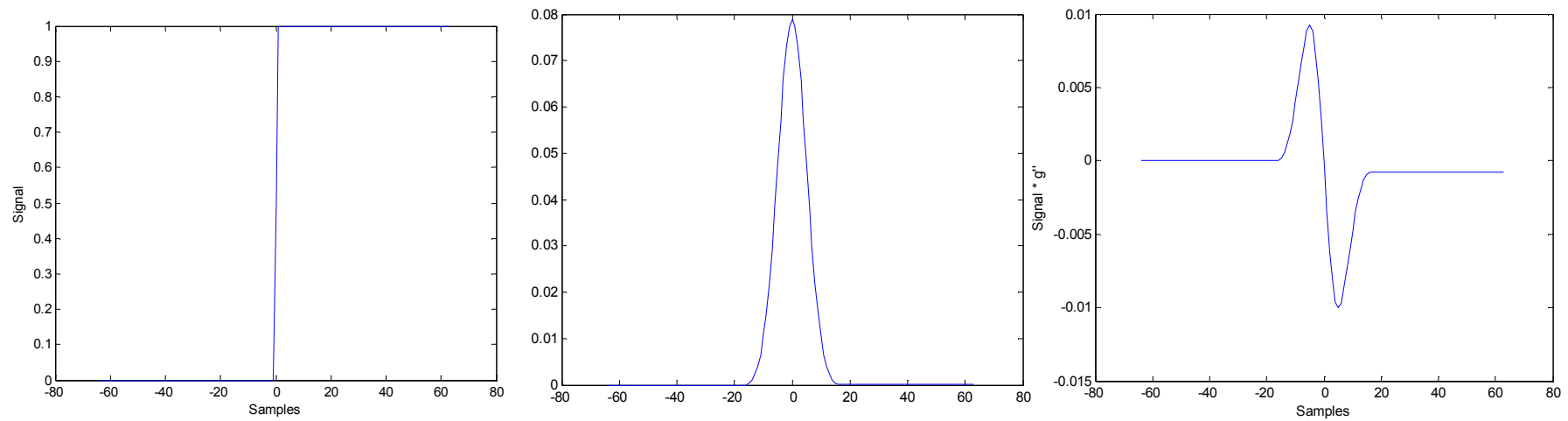
(α)



(β)

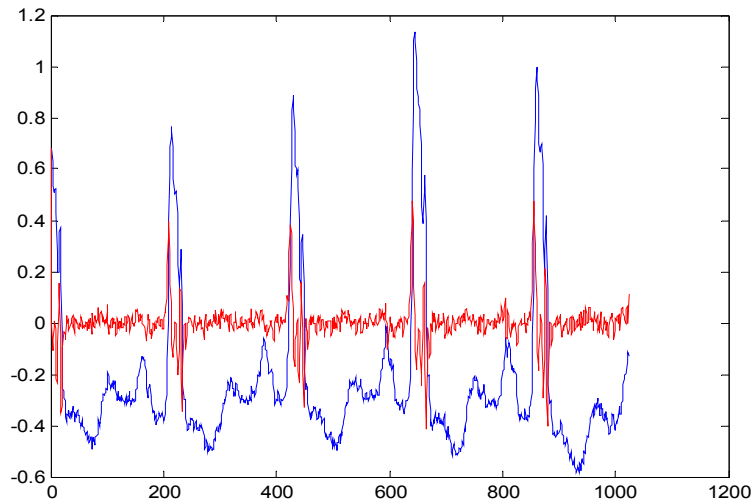
(α) Γκαουσιανή (κόκκινη καμπύλη) με  $\sigma=5$  και η πρώτη παράγωγος (μπλε καμπύλη).

(β) 2<sup>η</sup> παράγωγος της  $g$  με  $\sigma=5$ .



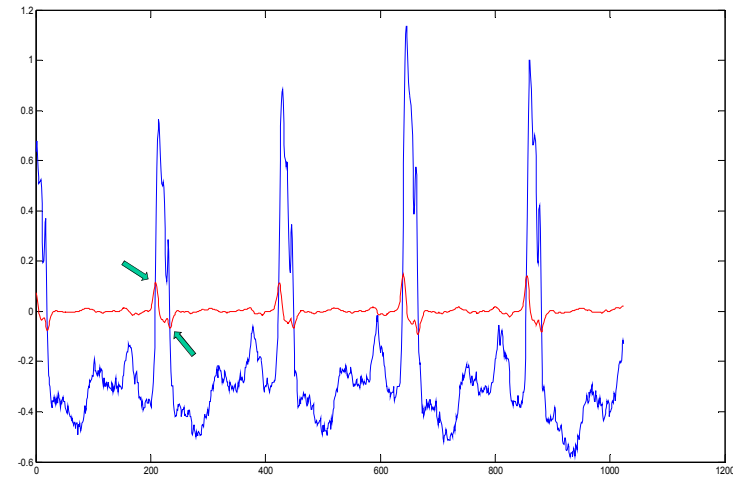
Παράδειγμα ανεύρεσης ακμής σήματος (α) με συνέλιξη της παραγώγου της γκαουσιανής (παρατηρείστε το ακρότατο) (β) και με συνέλιξη της δεύτερης παραγώγου της γκαουσιανής (γ) (παρατηρείστε το zero cross σημείο).

# Παράδειγμα ανεύρεσης μεταβολών σήματος ΗΚΓ



(α)

με συνέλιξη με την μάσκα  $h2=[1,0,-1]$   
Παρατηρείστε τις υψηλές τιμές  
θορύβου



(β)

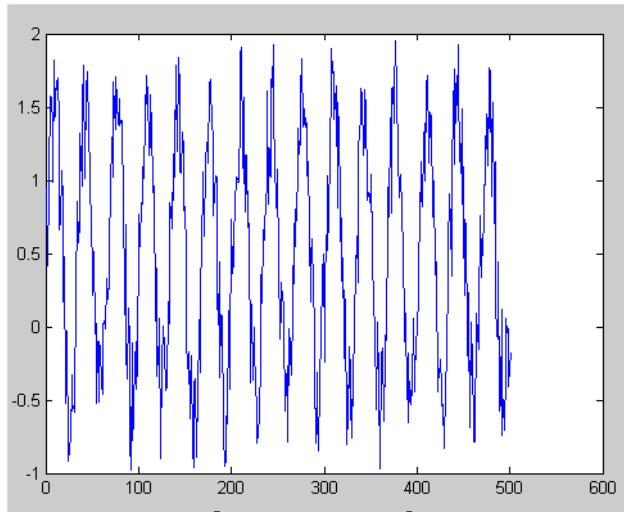
με συνέλιξη με την παράγωγο της  
γκαουσιανής (παρατηρείστε το μέγιστο  
και το ελάχιστο κατά την άνοδο και  
πτώση της τάσης στο έπαρμα QRS)

# Άσκηση

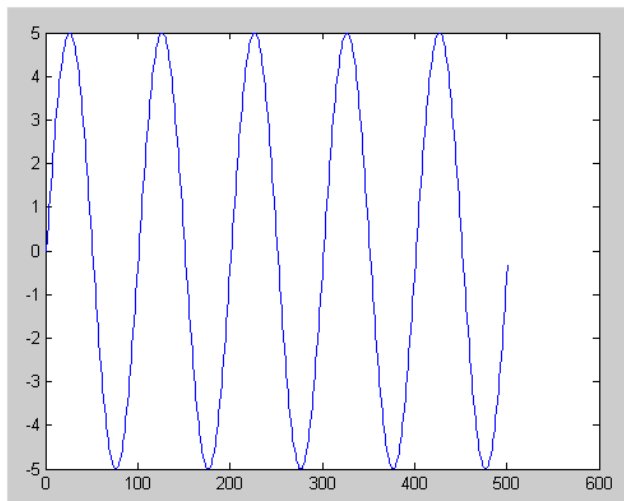
- Θεωρώντας τον τύπο της διακριτής μεταβολής ενός σήματος, υπολογίστε την μήτρα της 2ης παραγώγου ενός σήματος.
- Δείξτε μία απλή εφαρμογή της συνέλιξης της μήτρας αυτής με σήμα μία διακριτή γκαουσιανή.

## Ανάδειξη υψίσυχνων σημάτων μέσω της συνέλιξης

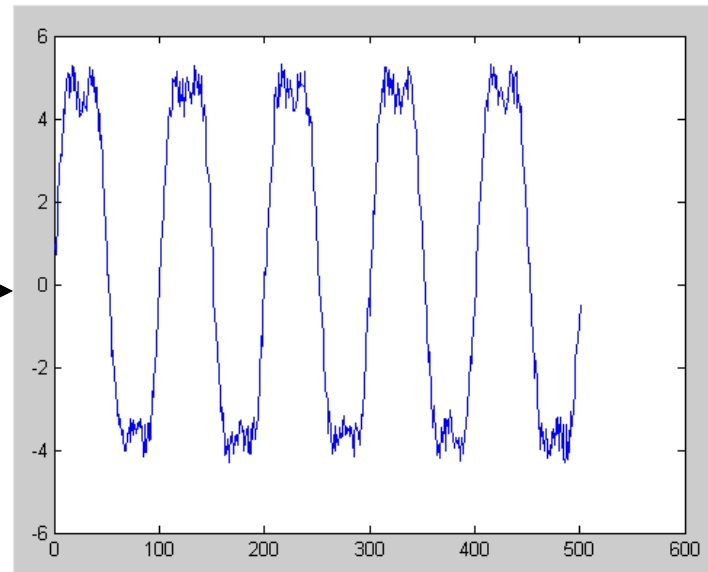
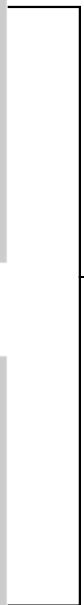
- Η διαδικασία είναι αντίστροφη από εκείνη για τη συμπίεση θορύβου
- Η μήτρα του φίλτρου υπολογίζεται ως εξής:
  - επιλέγεται μία μήτρα συμπίεσης θορύβου και κανονικοποιείται (εμβαδόν=1)
  - αυτή αφαιρείται από τη συνάρτηση  $\delta$

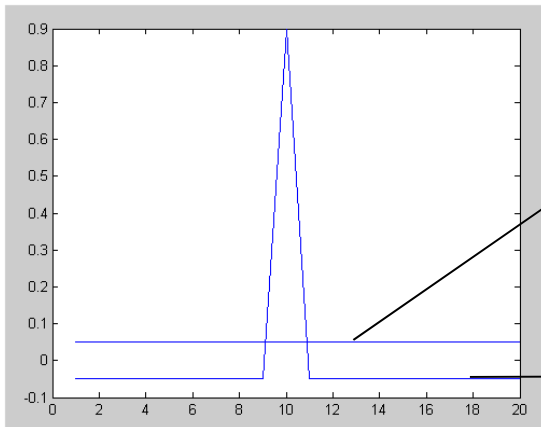
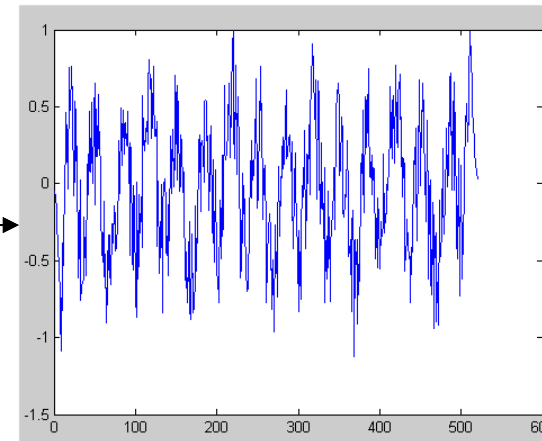
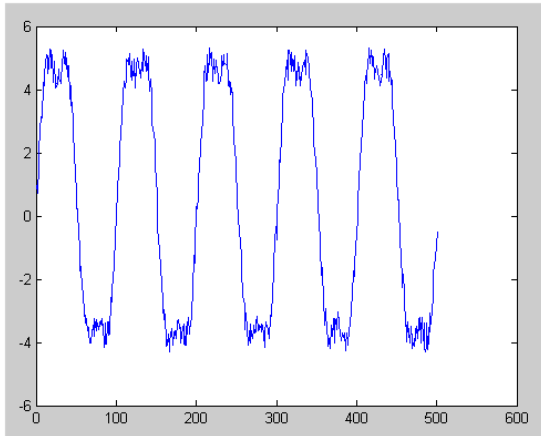


Υψίσυχο σήμα



Σήμα χαμηλής συχνότητας





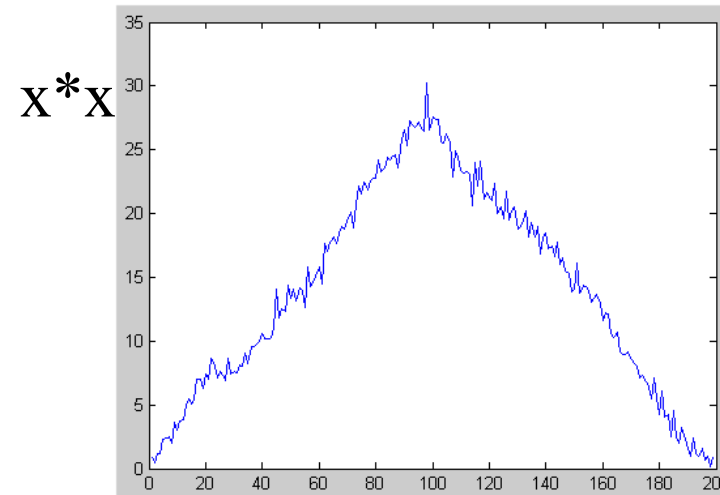
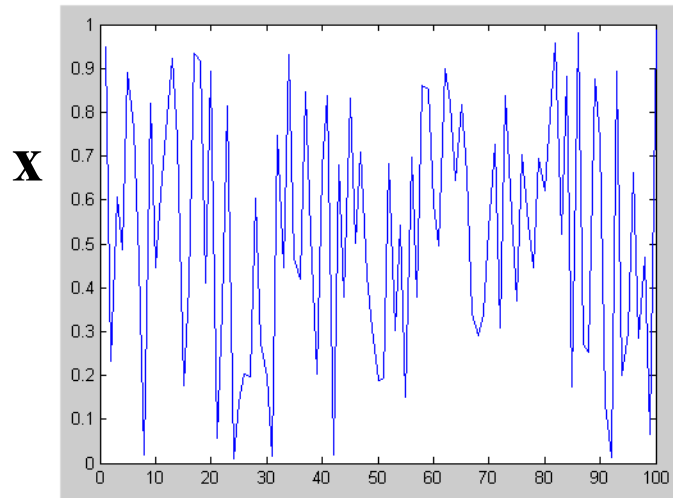
Μήτρα τελεστή  
εξομάλυνσης

Φιλτραρισμένο  
υψίσυχο σήμα

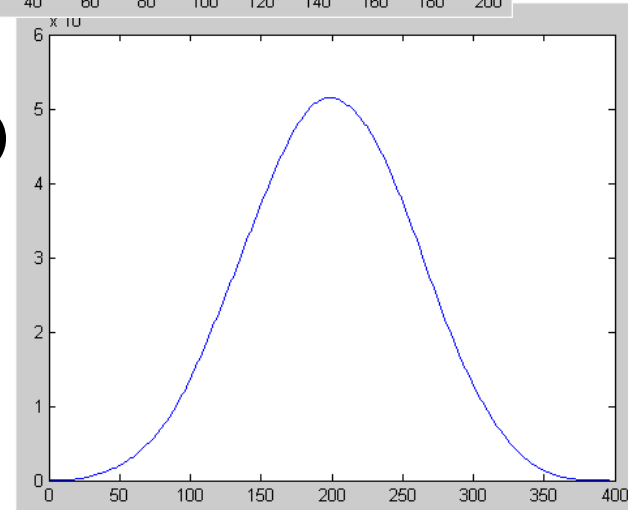
Μήτρα υψίσυχου  
τελεστή



# Παράδειγμα του central limit theorem για τη συνέλιξη



$$x*(x*(x*x))$$



# Συσχέτιση (correlation)

- Σκοπός: η ανίχνευση ενός **πρότυπου σήματος - pattern- p** σε ένα σήμα **s**:

$$corr(s, p) = z[i] = \sum_{j=0}^{M-1} p[j]s[i+j]$$

- Όσο μεγαλύτερη η τιμή του  $corr$ , τόσο περισσότερο το σήμα μοιάζει στο  $pattern$ .

# Βιβλιογραφία

- Σήματα και Συστήματα, Γ Καραγιάννης
- Ψηφιακή επεξεργασία σήματος, εκδ. Schaum