

Ευέλικτες Μέθοδοι Διοίκησης

Analytical Hierarchy Process (AHP)

Βασιλική Καζαντζή
Καθηγήτρια
Τμήμα Διοίκησης Επιχειρήσεων

Διαδικασία Αναλυτικής Ιεράρχησης (ΑΗΡ)

- ▶ Αναπτύχθηκε από τον Saaty το 1987 και αποτελεί μία πολυκριτηριακή μέθοδος λήψης αποφάσεων που έχει έκτοτε εξελιχθεί προς χρήση σε σύνθετα προβλήματα διοίκησης που απαιτούν ευέλικτους τρόπους επίλυσης
- ▶ Προβλήματα πολυκριτηριακής ανάλυσης
 - ▶ Πολλαπλά, διαφορετικά κριτήρια
 - ▶ Ποσοτικές αλλά και ποιοτικές πληροφορίες
- ▶ Χρήση πινάκων δυαδικών συγκρίσεων για κάθε ζεύγος απαιτήσεων, για τον υπολογισμό της σχετικής αξίας (relative importance) κάθε απαίτησης σε σχέση με μία άλλη

ΑΗΡ – Γενική περιγραφή της διαδικασίας

- ▶ Οι πληροφορίες/δεδομένα αποδομούνται σε μια ιεραρχία εναλλακτικών επιλογών και κριτηρίων.
 - ▶ Οι πληροφορίες στη συνέχεια χρησιμοποιούνται κατάλληλα για να διαμορφώσουν μια σχετική κατάταξη των εναλλακτικών επιλογών (relative ranking of alternatives).
 - ▶ Και οι ποιοτικές και οι ποσοτικές πληροφορίες μπορούν να ενσωματωθούν στη διαδικασία και να συγκριθούν με τη βοήθεια καλά πληροφορημένων αξιολογήσεων ώστε να προκύψουν οι σχετικές βαρύτητες και προτεραιότητες.
-

Παράδειγμα: Επιλογή Αυτοκινήτου

- ▶ **Στόχος**

- ▶ Επιλογή αυτοκινήτου

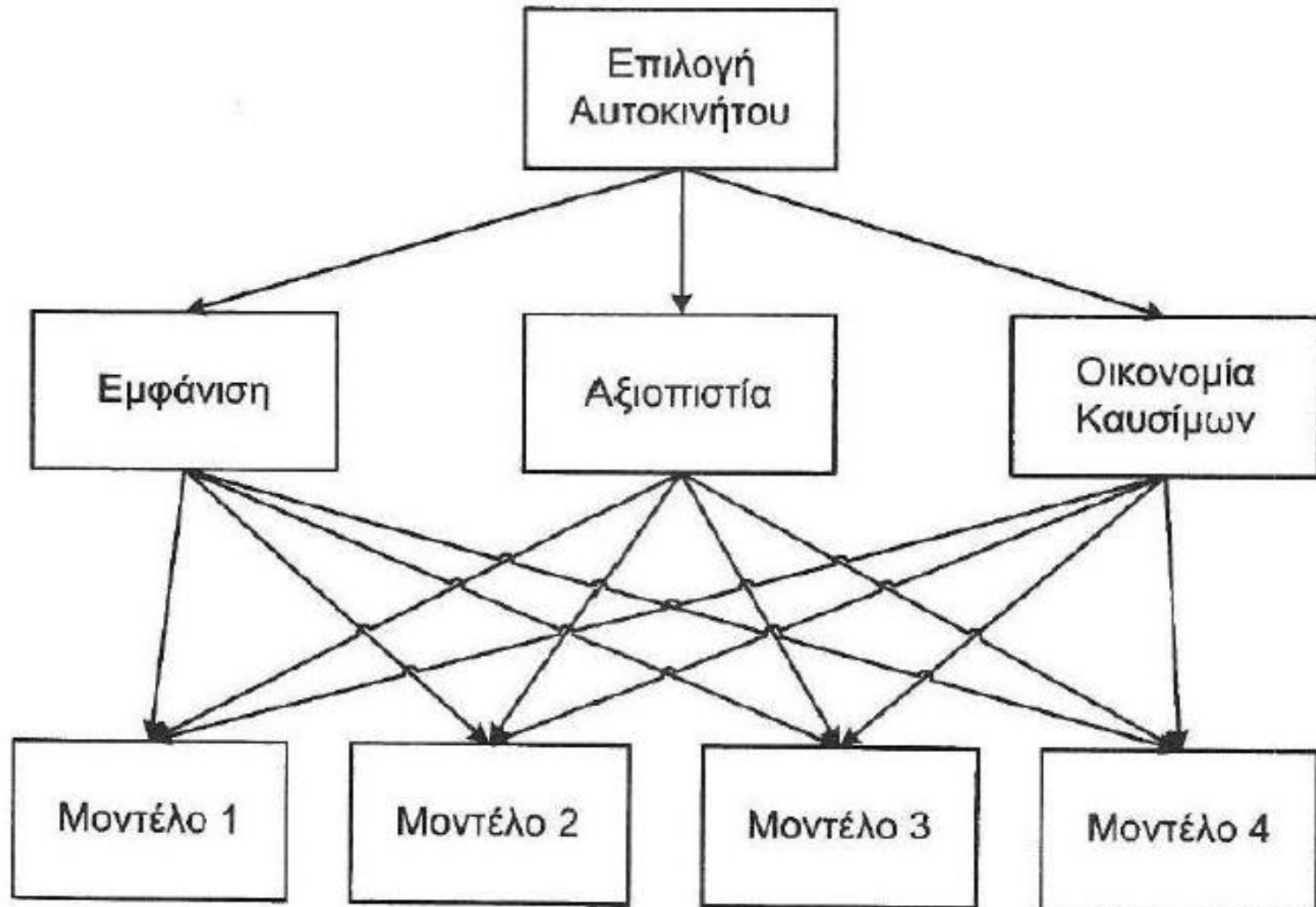
- ▶ **Κριτήρια**

- ▶ Εμφάνιση, Αξιοπιστία, Οικονομία καυσίμων

- ▶ **Εναλλακτικές Επιλογές**

- ▶ Μοντέλο 1 (Civic Coupe), Μοντέλο 2 (Saturn Coupe),
Μοντέλο 3 (Ford Escort), Μοντέλο 4 (Mazda Miata)

Δένδρο Ιεράρχησης



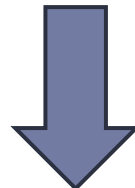
Παρατηρήσεις

- ▶ Η τιμή του πίνακα που αντιστοιχεί στη γραμμή i και στη στήλη j , η οποία συμβολίζεται με a_{ij} , δηλώνει τη σπουδαιότητα του κριτηρίου i ως προς το κριτήριο j .
 - ▶ Π.χ. Αν $a_{12} = 3$, τότε το κριτήριο 1 είναι ελαφρώς πιο σημαντικό από το κριτήριο 2. Ενώ αν $a_{12} = 4$, τότε το κριτήριο 1 είναι μεταξύ του ελαφρώς και του αρκετά πιο σημαντικό από το 2.
 - ▶ Για λόγους συνέπειας είναι απαραίτητο να ισχύει η συνθήκη $a_{ij} = 1/a_{ji}$.
 - ▶ Π.χ. Αν το κριτήριο 1 είναι ελαφρώς πιο σημαντικό από το κριτήριο 2 ($a_{12} = 3$), τότε το κριτήριο 2 πρέπει απαραίτητα να είναι ελαφρώς λιγότερο σημαντικό από το κριτήριο 1 ($a_{21} = 1/3$).
 - ▶ Ισχύει η προφανής συνθήκη $a_{ii} = 1$.
-

Υπολογισμός βαρών (1/3)

Συγκριτικός ανά ζεύγη πίνακας

	Εμφάνιση	Αξιοπιστία	Οικονομία καυσίμου
Εμφάνιση	1/1	1/2	3/1
Αξιοπιστία	2/1	1/1	4/1
Οικονομία καυσίμου	1/3	1/4	1/1



$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1/3 & 1/4 & 1 \end{pmatrix}$$

Υπολογισμός βαρών (2/3)

- ▶ Μετατροπή του συγκριτικού ανά ζεύγη πίνακα σε διάνυσμα βαρών (υπολογισμός ιδιοτιμών πίνακα)
- ▶ Κάθε τιμή του πίνακα κανονικοποιείται διαιρώντας την με το άθροισμα των τιμών της στήλης όπου ανήκει.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1/3 & 1/4 & 1 \end{pmatrix}$$



$$A_{\text{norm}} = \begin{pmatrix} 0,3000 & 0,2857 & 0,3750 \\ 0,6000 & 0,5714 & 0,5000 \\ 0,1000 & 0,1429 & 0,1250 \end{pmatrix}$$

Υπολογισμός βαρών (3/3)

$$A_{\text{norm}} = \begin{pmatrix} 0,3000 & 0,2857 & 0,3750 \\ 0,6000 & 0,5714 & 0,5000 \\ 0,1000 & 0,1429 & 0,1250 \end{pmatrix}$$

- ▶ Το βάρος κάθε κριτηρίου i υπολογίζεται ως η μέση τιμή των τιμών της γραμμής i του κανονικοποιημένου πίνακα, A_{norm} .

- ▶ $w_1 = (0,3000+0,2857+0,3750)/3 = 0,3202$

- ▶ $w_2 = (0,6000+0,5714+0,5000)/3 = 0,5571$

- ▶ $w_3 = (0,1000+0,1429+0,1250)/3 = 0,1226$

$$\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 0,3202 \\ 0,5571 \\ 0,1226 \end{pmatrix}$$

Υπολογισμός επιδόσεων (1/4)

- ▶ Αντίστοιχη διαδικασία
- ▶ Πχ. Για τον υπολογισμό των επιδόσεων κάθε μοντέλου αυτοκινήτου στο κριτήριο της εμφάνισης καταστρώνεται ο ακόλουθος συγκριτικός ανά ζεύγη πίνακας:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1/4 & 4 & 1/6 \\ 4 & 1 & 4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1 & 1/5 \\ 6 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

ο οποίος κανονικοποιείται στον παρακάτω πίνακα:

$$A_{1,\text{norm}} = \begin{pmatrix} 0,0889 & 0,0455 & 0,2857 & 0,1031 \\ 0,3556 & 0,1818 & 0,2857 & 0,1546 \\ 0,0222 & 0,0455 & 0,0714 & 0,1237 \\ 0,5333 & 0,7273 & 0,3571 & 0,6186 \end{pmatrix}$$

Υπολογισμός επιδόσεων (2/4)

- ▶ Με βάση τον κανονικοποιημένο πίνακα $A_{1,\text{norm}}$ προκύπτει το διάνυσμα των επιδόσεων S_1 :

$$A_{1,\text{norm}} = \begin{pmatrix} 0,0889 & 0,0455 & 0,2857 & 0,1031 \\ 0,3556 & 0,1818 & 0,2857 & 0,1546 \\ 0,0222 & 0,0455 & 0,0714 & 0,1237 \\ 0,5333 & 0,7273 & 0,3571 & 0,6186 \end{pmatrix}$$



$$S_1 = \begin{pmatrix} 0,1308 \\ 0,2444 \\ 0,0657 \\ 0,5591 \end{pmatrix}$$

Υπολογισμός επιδόσεων (3/4)

- ▶ Αντίστοιχα προκύπτουν και οι επιδόσεις όλων των μοντέλων αυτοκινήτων στο κριτήριο της αξιοπιστίας (S_2).

$$A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 1 \\ 1/2 & 1 & 3 & 2 \\ 1/5 & 1/3 & 1 & 1/4 \\ 6 & 1/2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_{2, \text{norm}} = \begin{pmatrix} 0,3704 & 0,5217 & 0,3846 & 0,2353 \\ 0,1852 & 0,2609 & 0,2308 & 0,4706 \\ 0,0741 & 0,0870 & 0,0769 & 0,0588 \\ 0,3704 & 0,1304 & 0,3077 & 0,2353 \end{pmatrix}$$

$$S_2 = \begin{pmatrix} 0,3780 \\ 0,2869 \\ 0,0742 \\ 0,2609 \end{pmatrix}$$

Υπολογισμός επιδόσεων (4/4)

- ▶ Το τρίτο κριτήριο (οικονομία καυσίμων) χαρακτηρίζεται από ποσοτικά δεδομένα
- ▶ Έστω ότι τα διαθέσιμα ποσοτικά στοιχεία για την κατανάλωση καυσίμου είναι τα εξής:
 - ▶ 1^ο μοντέλο: 17 χλμ ανά λίτρο
 - ▶ 2^ο μοντέλο: 14 χλμ ανά λίτρο
 - ▶ 3^ο μοντέλο: 12 χλμ ανά λίτρο
 - ▶ 4^ο μοντέλο: 15 χλμ ανά λίτρο
- ▶ Έτσι προκύπτουν οι επιδόσεις όλων των μοντέλων αυτοκινήτων στο κριτήριο της οικονομίας καυσίμων στην κανονικοποιημένη τους μορφή.

$$S_3 = \begin{pmatrix} 17/58 \\ 14/58 \\ 12/58 \\ 15/58 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,2931 \\ 0,2414 \\ 0,2069 \\ 0,2586 \end{pmatrix}$$

Υπολογισμός συνολικών επιδόσεων

- ▶ Ο υπολογισμός των συνολικών επιδόσεων κάθε εναλλακτικής επιλογής προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό του διανύσματος των επιδόσεων κάθε εναλλακτικής με το διάνυσμα των βαρών.

$$S_w = \begin{matrix} & S_1 & S_2 & S_3 & & w & \\ \begin{matrix} S_w \\ \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0,1308 & 0,3780 & 0,2931 \\ 0,2444 & 0,2869 & 0,2414 \\ 0,0657 & 0,0742 & 0,2069 \\ 0,5591 & 0,2609 & 0,2586 \end{pmatrix} & \cdot & \begin{pmatrix} 0,3202 \\ 0,5571 \\ 0,1226 \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} 0,2884 \\ 0,2677 \\ 0,0878 \\ 0,3561 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

- ▶ Πχ. Η συνολική επίδοση για το 1ο μοντέλο αυτοκινήτου είναι:
 $0,1308 \cdot 0,3202 + 0,3780 \cdot 0,5572 + 0,2931 \cdot 0,1226 = 0,2884$
-

Έλεγχος συνέπειας (1/4)

- ▶ Κάθε συγκριτικός ανά ζεύγη πίνακας δεν παρουσιάζει κατ' ανάγκη συνέπεια.
 - ▶ Όταν εμπλέκονται πάνω από δύο κριτήρια ή εναλλακτικές επιλογές, μπορεί να εμφανιστεί ασυνέπεια αφού εξετάζονται ταυτόχρονα.
 - ▶ Για το λόγο αυτό απαιτείται ο υπολογισμός ενός δείκτη συνέπειας.
 - ▶ Η διαδικασία υπολογισμού του δείκτη για τον πίνακα A έχει ως εξής:
-

Έλεγχος συνέπειας (2/4)

1. Υπολογίζεται ο πίνακας $A \cdot w$, δηλαδή το γινόμενο του συγκριτικού ανά ζεύγη πίνακα με το διάνυσμα βαρών

$$A \cdot w = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1/3 & 1/4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,3202 \\ 0,5571 \\ 0,1226 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9667 \\ 1,6881 \\ 0,3687 \end{pmatrix}$$

2. Βρίσκεται ο λόγος κάθε στοιχείου του πίνακα $A \cdot w$ προς το αντίστοιχο βάρος και υπολογίζεται η μέση τιμή των λόγων αυτών

$$\frac{\frac{0,9667}{0,3202} + \frac{1,6881}{0,5571} + \frac{0,3687}{0,1226}}{3} = 3,0183$$

Έλεγχος συνέπειας (3/4)

3. Υπολογίζεται ο δείκτης συνέπειας CI ως εξής:

$$CI = \frac{(\text{αποτελεσμα βηματος 2}) - n}{n - 1} = \frac{3,0813 - 3}{2} = 0,0092$$

Όπου n είναι ο αριθμός των κριτηρίων

4. Ο δείκτης συνέπειας CI συγκρίνεται με τον «τυχαίο δείκτη» RI του παρακάτω πίνακα που αντιστοιχεί στην τιμή του n:

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,51

Στην περίπτωση του παραδείγματος για n=3, RI=0,58

Έλεγχος συνέπειας (4/4)

- ▶ Εάν ο λόγος CI/RI είναι αρκετά μικρός ($\leq 0,1$) ο πίνακας μπορεί να θεωρηθεί συνεπής

$$CI=0,0092 \text{ και } RI=0,58$$

$$CI/RI=0,0092/0,58 = 0,0158$$

Επομένως ο συγκριτικός ανά ζεύγη πίνακας A μπορεί να θεωρηθεί συνεπής.

- ▶ Ομοίως υπολογίζονται και οι λόγοι CI/RI για τους υπόλοιπους πίνακες
-

