



Άλγεβρα Boole

Άλγεβρα Boole (1)

Στην άλγεβρα Boole χρησιμοποιούνται μεταβλητές που μπορούν να πάρουν μόνο δύο τιμές 0 και 1.

Η δυαδική λογική χρησιμοποιείται για να περιγράψει με μαθηματικό τρόπο την επεξεργασία δυαδικών πληροφοριών.

Η σχεδίαση και η ανάλυση ψηφιακών κυκλωμάτων δεν θα μπορούσε να υλοποιηθεί χωρίς τη χρήση και την εφαρμογή της άλγεβρας Boole.

Άλγεβρα Boole (2)

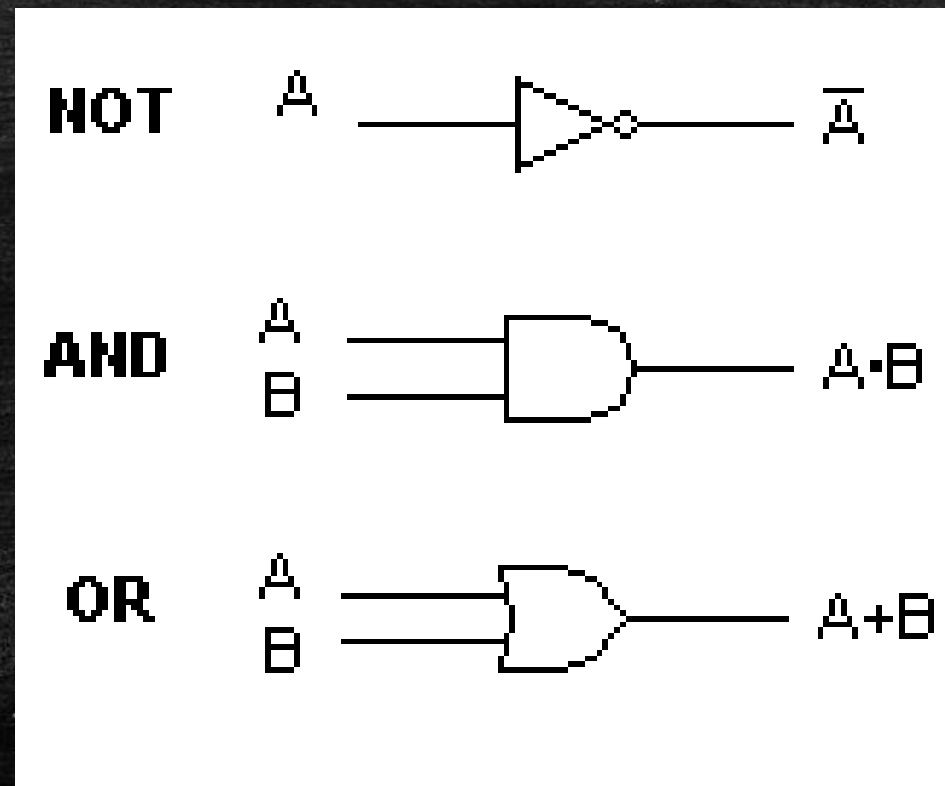
Στην άλγεβρα Boole ορίζονται οι τρεις βασικές λογικές πράξεις:

- της σύζευξης (AND λογικό γινόμενο)
- της διάζευξης (OR λογικό άθροισμα)
- της άρνησης (NOT λογική αντιστροφή)

Για την υλοποίηση των τριών βασικών πράξεων χρησιμοποιούνται ηλεκτρονικά ψηφιακά κυκλώματα που ονομάζονται λογικές πύλες.

Λογικές πύλες NOT, AND, OR (1)

Τα σύμβολα των τριών λογικών πυλών είναι τα εξής:



Λογικές πύλες NOT, AND, OR (2)

Οι πίνακες αλήθειας των τριών λογικών πυλών είναι:

NOT	
x	x'
0	1
1	0

AND		
x	y	x·y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

OR		
x	y	x+y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Λογικές πύλες NOT, AND, OR (3)

Οι πύλες AND και OR συνήθως έχουν δύο εισόδους.

Υπάρχουν όμως και ολοκληρωμένα κυκλώματα με πύλες AND και OR με περισσότερες από 2 εισόδους (π.χ. AND με 3 εισόδους TTL 7411, AND με 4 εισόδους TTL 7421)).

Οι πύλες AND και OR πολλαπλών εισόδων μπορούν εναλλακτικά να υλοποιηθούν συνδέοντας διαδοχικά αντίστοιχες πύλες δύο εισόδων, διότι στις πράξεις του λογικού γινομένου και του λογικού αθροίσματος ισχύει η προσεταιριστική ιδιότητα.

$$\text{π.χ. } x + y + z = (x + y) + z = x + (y + z)$$

$$\text{και } x \cdot y \cdot z = (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$$

Αξιώματα άλγεβρας Boole

1. Κλειστότητα

ως προς την πράξη + (OR)

ως προς την πράξη · (AND)

2. Ουδέτερα στοιχεία πράξεων

$$x + 0 = 0 + x = x$$

$$x \cdot 1 = 1 \cdot x = x$$

3. Αντιμεταθετική ιδιότητα

$$x + y = y + x$$

$$x \cdot y = y \cdot x$$

4. Επιμεριστική ιδιότητα

$$x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$$

$$x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$$

5. Μοναδικό Συμπλήρωμα (NOT)

$$x + x' = 1$$

$$x \cdot x' = 0$$

Θεωρήματα άλγεβρας Boole

1. $x + x = x$

$$x \cdot x = x$$

2. $x + 1 = 1$

$$x \cdot 0 = 0$$

3. $(x')' = x$

4. Προσεταιριστική ιδιότητα

$$x + y + z = x + (y + z) = (x + y) + z$$

$$x \cdot y \cdot z = x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$$

5. Θεώρημα απορρόφησης

$$x + x \cdot y = x$$

$$x \cdot (x + y) = x$$

6. Θεώρημα De Morgan

$$(x + y)' = x' \cdot y'$$

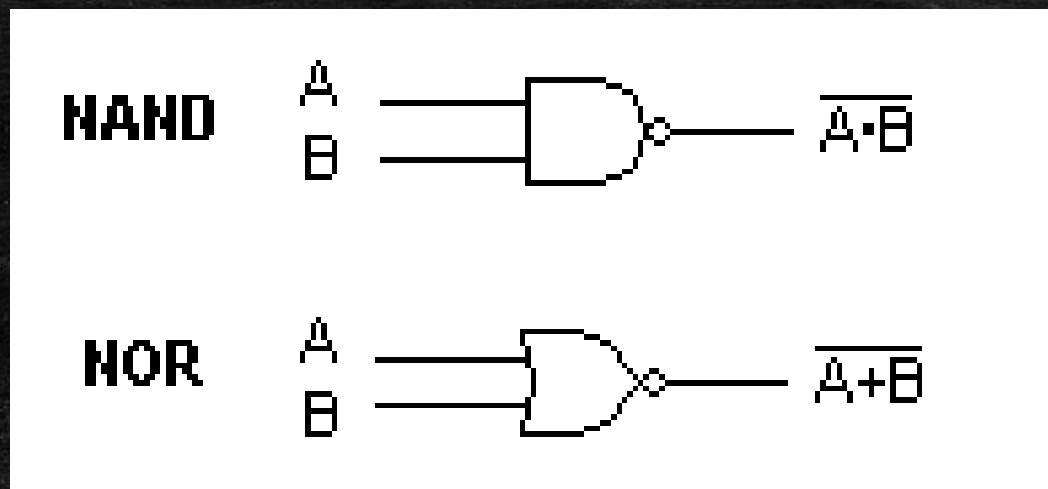
$$(x \cdot y)' = x' + y'$$

Λογικές πύλες NAND και NOR (1)

Δύο άλλες λογικές πύλες, οι οποίες ονομάζονται και οικουμενικές είναι:

- η NAND (ανάστροφη της πύλης AND)
- Η NOR (ανάστροφη της πύλης OR)

Τα σύμβολα των δύο αυτών πυλών είναι:



Λογικές πύλες NAND και NOR (2)

Οι πίνακες αλήθειας των λογικών πυλών NAND και NOR είναι:

NAND		
X	Y	$(X \cdot Y)'$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

NOR		
X	Y	$(X + Y)'$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

ΠΡΟΣΟΧΗ: Η προσεταιριστική ιδιότητα δεν ισχύει για τις πύλες NAND και NOR.

$$(X \cdot Y \cdot Z)' \neq (X \cdot Y)' \cdot Z' \quad \text{ΚΑΙ} \quad (X + Y + Z)' \neq (X + Y)' + Z'$$

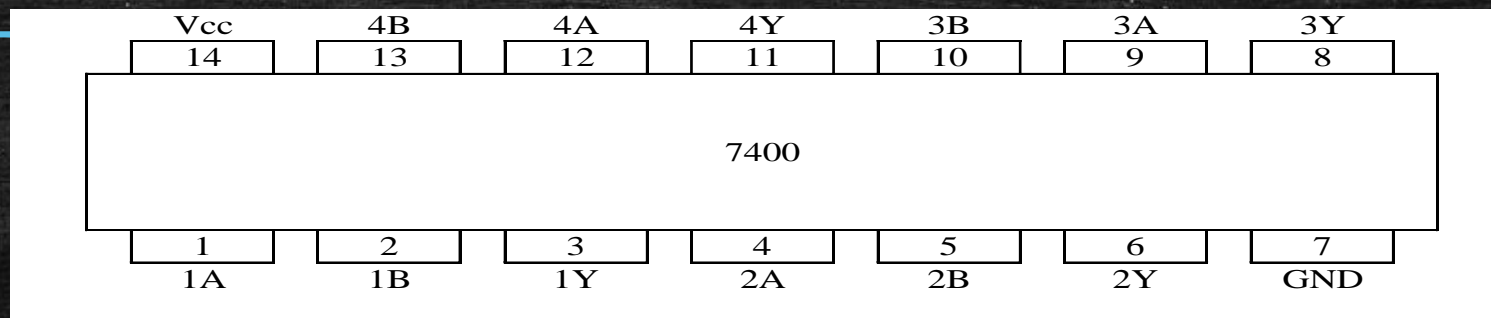
Ολοκληρωμένα κυκλώματα (Chips) (1)

Τα chip της standard σειράς 74 της οικογένειας TTL (Transistor – Transistor Logic) έχουν ονομασία που αρχίζει από τον αριθμό 74 και ακολουθείται από κατάληξη 2 ή 3 ψηφίων που προσδιορίζει τον τύπο της σειράς.

Για παράδειγμα το chip 7400 περιέχει 4 πύλες NAND δυο εισόδων και αποτελεί ένα από τα βασικά κυκλώματα της οικογένειας TTL.

Το chip τροφοδοτείται με τάση V_{cc} (υψηλή τάση - λογικό "1") στην περιοχή τιμών 2.4V-5V με τυπική τιμή 3.5V και γειώνεται GND (χαμηλή τάση - λογικό "0") στην περιοχή τιμών 0V-0.4V με τυπική τιμή 0.2V.

Ολοκληρωμένα κυκλώματα (Chips) (2)



pin		Σημασία
1	1A	πρώτη είσοδος πύλης 1
2	1B	δεύτερη είσοδος πύλης 1
3	1Y	έξοδος πύλης 1
4	2A	πρώτη είσοδος πύλης 2
5	2B	δεύτερη είσοδος πύλης 2
6	2Y	έξοδος πύλης 2
7	GND	Γείωση (λογικό "0")
8	3Y	έξοδος πύλης 3
9	3A	πρώτη είσοδος πύλης 3
10	3B	δεύτερη είσοδος πύλης 3
11	4Y	έξοδος πύλης 4
12	4A	πρώτη είσοδος πύλης 4
13	4B	δεύτερη είσοδος πύλης 4
14	Vcc	Τάση τροφοδοσίας (λογικό "1")

Ολοκληρωμένα κυκλώματα (Chips) (3)

chip	πύλες
7400	4 πύλες NAND 2 εισόδων
7402	4 πύλες NOR 2 εισόδων
7404	6 πύλες NOT
7408	4 πύλες AND 2 εισόδων
7410	3 πύλες NAND 3 εισόδων
7411	3 πύλες AND 3 εισόδων
7420	2 πύλες NAND 4 εισόδων
7421	2 πύλες AND 4 εισόδων
7427	3 πύλες NOR 3 εισόδων
7430	1 πύλη NAND 8 εισόδων
7432	4 πύλες OR 2 εισόδων
7486	4 πύλες XOR 2 εισόδων

Ολοκληρωμένα κυκλώματα (Chips) (4)

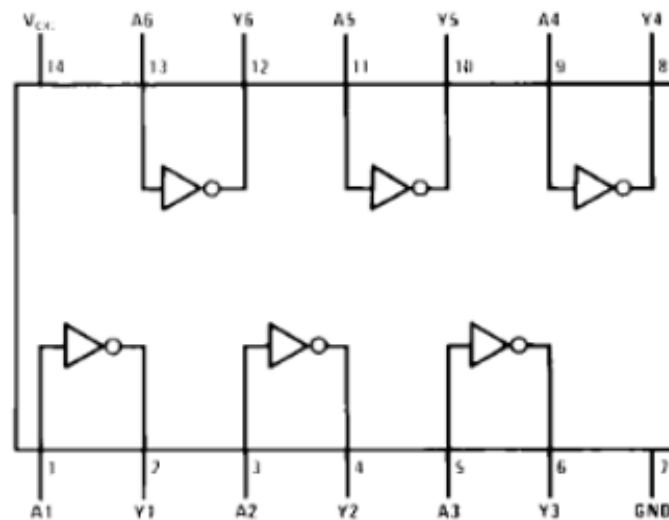
DM7404

Hex Inverting Gates

General Description

This device contains six independent gates each of which performs the logic INVERT function.

Connection Diagram



Function Table

$$Y = \bar{A}$$

Inputs	Output
A	Y
L	H
H	L

H = HIGH Logic Level
L = LOW Logic Level

Ολοκληρωμένα κυκλώματα (Chips) (5)

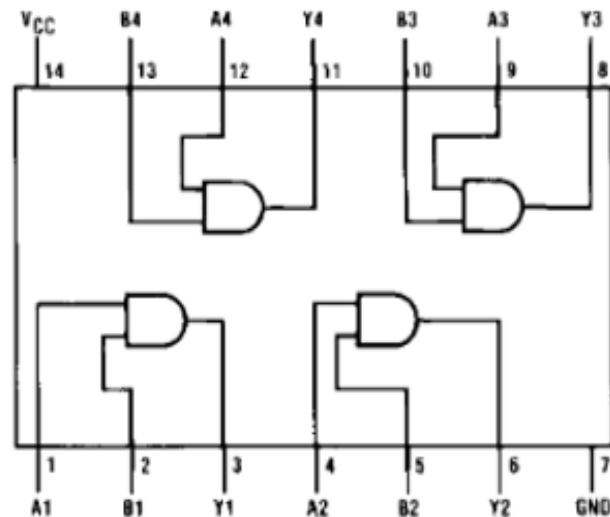
DM7408

Quad 2-Input AND Gates

General Description

This device contains four independent gates each of which performs the logic AND function.

Connection Diagram



Function Table

$$Y = AB$$

Inputs		Output
A	B	Y
L	L	L
L	H	L
H	L	L
H	H	H

H = HIGH Logic Level

L = LOW Logic Level

Ολοκληρωμένα κυκλώματα (Chips) (6)

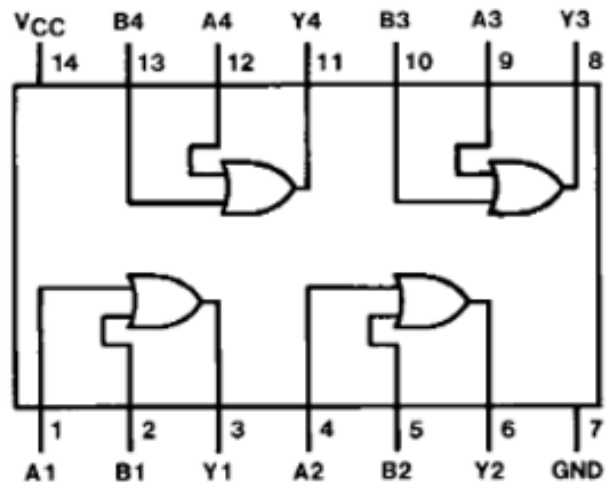
DM74LS32

Quad 2-Input OR Gate

General Description

This device contains four independent gates each of which performs the logic OR function.

Connection Diagram



Function Table

$$Y = A + B$$

Inputs		Output
A	B	Y
L	L	L
L	H	H
H	L	H
H	H	H

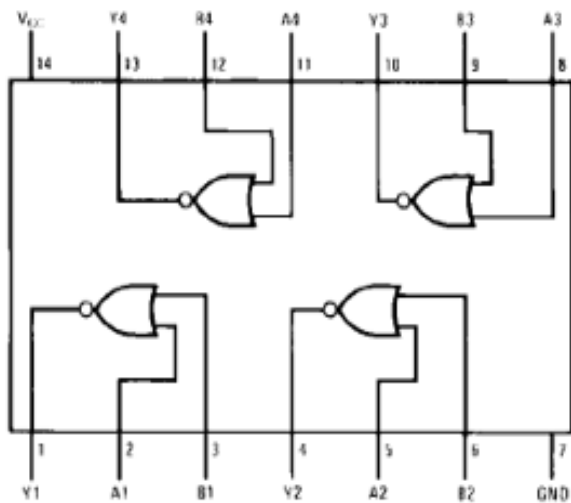
H = HIGH Logic Level

L = LOW Logic Level

Ολοκληρωμένα κυκλώματα (Chips) (7)

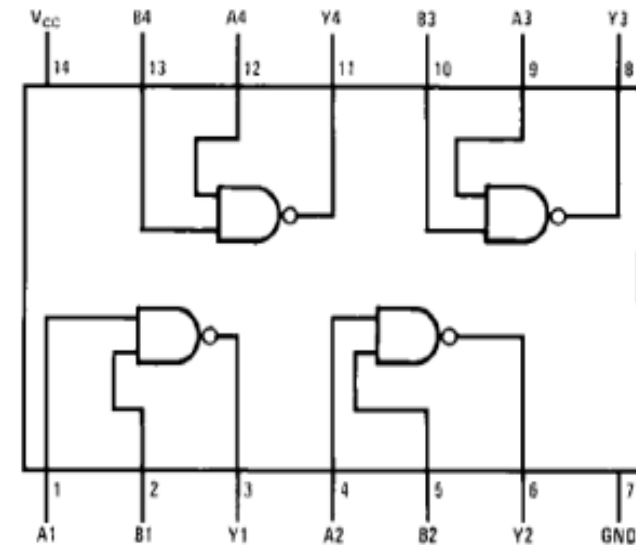
DM74LS02 Quad 2-Input NOR Gate

Connection Diagram



DM74LS00 Quad 2-Input NAND Gate

Connection Diagram

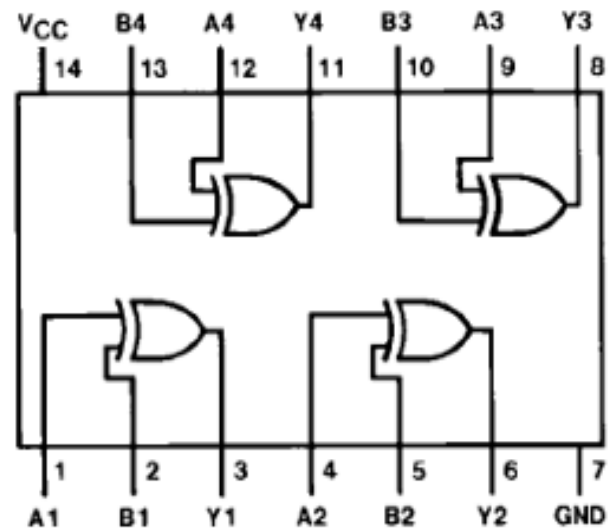


Ολοκληρωμένα κυκλώματα (Chips) (8)

DM74LS86

Quad 2-Input Exclusive-OR Gate

Connection Diagram



Function Table

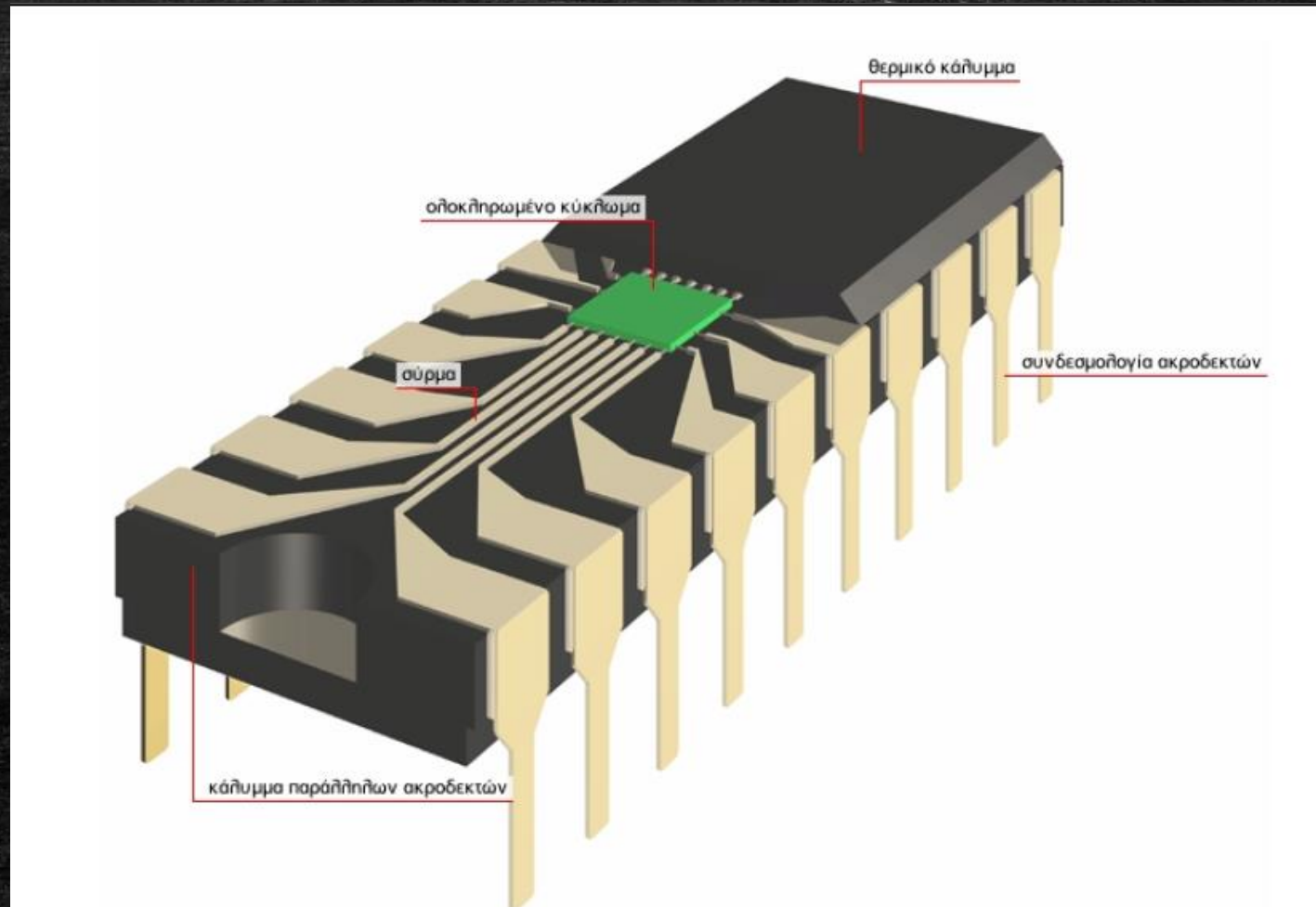
$$Y = A \oplus B = \bar{A}B + A\bar{B}$$

Inputs		Output
A	B	Y
L	L	L
L	H	H
H	L	H
H	H	L

H = HIGH Logic Level

L = LOW Logic Level

Ολοκληρωμένα κυκλώματα (Chips) (9)



Παράδειγμα λογικής συνάρτησης

$$F = X \cdot Y' + Y' \cdot Z + X' \cdot Z' \cdot Y$$

Παράδειγμα λογικής συνάρτησης

$$F = X \cdot Y' + Y' \cdot Z + X' \cdot Z' \cdot Y$$

$$F = (X + Z) \cdot Y' + X' \cdot Z' \cdot Y$$

$$F = (X + Z) \cdot Y' + (X + Z)' \cdot Y$$

$$F = (X + Z) \oplus Y$$

Καλή συνέχεια...